

액적의 분사 거동을 지배하는 무차원수에 대한 수치해석적 연구

김은정, 백제현*

포항공과대학교 기계공학과

NUMERICAL STUDY OF THE EFFECTS OF THE GOVERNING NON-DIMENSIONAL PARAMETERS ON THE DROPLET EJECTION BEHAVIOR

E. Kim and J. Baek*

Dept. of Mechanical Engineering, POSTECH.

The droplet ejection behavior from drop-on-demand printhead are investigated numerically in terms of the non-dimensional parameters. The numerical simulation is performed using a volume-of-fluid model. It is important to eject droplet within the printability range, where the droplet is ejected in stable manner without satellite droplets. Generally, the printability range has been determined by Z number, which is the inverse of Oh number. However, it is found that the ejection of droplets with same Z number can exhibit different behavior depending on the value of Ca and We number. Therefore, it is insufficient to determine the printability range only with Z number. Instead, other non-dimensional parameters, such as Ca and We number, should be considered comprehensively.

Key Words : 전산유체역학(CFD), 잉크젯프린팅(inkjet printing), 액적분사(droplet ejection), 단일분사(drop-on-demand)

1. 서 론

잉크젯 프린팅 기술은 종이 위에 문자나 그림을 인쇄하는 목적으로 널리 사용되어 왔다. 최근에는 생산공정의 단순화와 공정비용의 절감 목적에서 잉크젯 프린팅 기술을 산업분야에 적용하여 다양한 기능성 잉크소재로 RFID나 미세회로, LCD 컬러필터 등을 제작하고 있다. 잉크젯 프린팅 기술에서는 단일액적을 안정적으로 분사할 수 있고 위성액적의 형성을 억제할 수 있는 printability 범위를 찾는 것이 중요하다.

잉크젯 기술은 노즐의 구동방식에 따라서 연속방식(continuous jet)과 단일분사 방식(drop-on-demand) 방식으로 나누어진다. 연속분사 방식은 대전된 잉크액적을 연속적으로 분사 시킨 후에 전기장 제어를 통해서 불필요한 액적은 다시 프린트헤드로 재순환 시킨다. 이 방법은 외부의 액적 재순환

장치가 복잡하고 재순환 과정에서 액적이 오염 될 가능성이 있다. 반면에 단일분사 방식은 구동신호를 이용하여 필요할 때에만 액적을 분사하기 때문에 시스템이 단순하여 일반적으로 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 단일분사 방식에 대하여 연구하였다.

안정적인 액적 분사에는 작동유체의 점도와 표면장력이 매우 중요한 요소인데 일반적으로 오네사지수(Oh)의 역수인 Z 수 ($Z=(\rho D\sigma)^{1/2}\mu^{-1}$)의 크기로서 printability를 체크한다[1,2]. Reis 와 Derby [1]는 printability의 영역이 $1 < Z < 10$ 사이에 있다는 것을 수치해석 방법으로 밝혔다. Z 수가 1 보다 작으면 점성에 의한 에너지 소산 때문에 액적 분사가 어렵고 10 보다 크면 위성액적이 발생한다. Jang 등[2]은 printability 영역이 $4 < Z < 14$ 사이에 있다는 것을 실험적으로 밝혔다. 적용한 잉크젯 프린트 헤드와 유체의 종류에 따라서 printability 범위는 달라지지만 표준적으로 Z 수에 기초하여 printability를 평가하고 있다. Z수는 Oh수의 역수로서 $Re/We^{1/2}$ 로 나타낼 수 있으며 점성력, 관성력, 표면장력의 영향을 종합적으로 분석할 수 있는 대표적인 변수로 활용되어왔다. 그러나 $Z=(\rho D\sigma)^{1/2}\mu^{-1}$ 로 정의된 바와 같이 Z수에는 관성효과(구동신호)의 크기를 가늠할 수 있는 속도항이 포함되어 있지 않고 오직 유체의 물성

Received: March 3, 2012, Revised: May 31, 2012,

Accepted: May 31, 2012.

* Corresponding author, E-mail: jhbaek@postech.ac.kr

DOI http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2012.17.2.065

© KSCFE 2012

치에 의해서 결정된다. 따라서 Z수 한가지로만 액적발생 거동을 특성화할 수 없고 구동신호와의 상호작용을 고려해야 한다.

단일분사 방식의 액적분사에 관한 연구는 실험적[2-5], 수치해석적[6-8] 방법으로 많은 연구가 진행되어 왔다. 본 연구에서는 수치해석 방법을 이용하여 점성과 표면장력의 크기를 체계적으로 변화시켜서 액적의 분사거동을 비교하였다. Z 수 이외에 $Ca(=\mu V/\sigma)$, $We(=\rho V^2 D/\sigma)$, $Re(=\rho V D/\mu)$ 수 등의 다양한 무차원수의 크기와 액적분사 거동간의 상관관계를 분석하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 지배 방정식

안정적인 작동조건에서는 액적의 분사가 축대칭 모양으로 이루어지기 때문에 본 연구에서는 축대칭 좌표계를 사용하였다. 비정상, 비압축성, 층류의 이상유동을 Fluent 6.3의 VOF 모델을 사용하여 계산하였다. 질량 및 운동량 보존식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2)$$

식 (4)와 (5)에서 \vec{v} , p , \vec{g} , μ , \vec{F} 는 각각 속도벡터, 압력, 중력 가속도, 점도, 표면장력을 나타낸다.

VOF 방법 [9]에서 계면의 위치를 계산하기 위하여 다음의 체적비를 전달방정식을 계산한다.

$$\frac{\partial \alpha_G}{\partial t} + \vec{v} \cdot \alpha_G = 0 \quad (3)$$

식 (3)에서 α_G 는 계산 셀에서 기체가 차지하는 체적비율을 의미한다. $\alpha_G=1$ 이면 기체로 가득 찬 셀, $\alpha_G=0$ 이면 액체로 가득 찬 셀, 그리고 $0 < \alpha_G < 1$ 이면 계면을 포함하는 셀이다. 밀도와 점성계수는 각 셀에서 체적비율에 따라서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \rho &= \alpha_G \rho_G + (1 - \alpha_G) \rho_L \\ \mu &= \alpha_G \mu_G + (1 - \alpha_G) \mu_L \end{aligned} \quad (4)$$

VOF 모델에서 표면장력 \vec{F} 는 Brackbill 등 [10]이 제안한

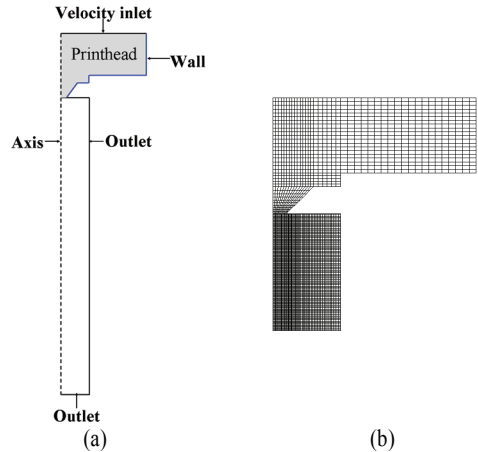


Fig. 1 (a) Schematic diagram showing the computational domain and boundary conditions (b) computational mesh generation

CSF (continuum surface force) 모델을 사용하였다.

$$\vec{F} = \sigma \frac{\rho \kappa \nabla \alpha_G}{\frac{1}{2}(\rho_L + \rho_G)} \quad (5)$$

식 (5)에서 κ 는 상경계면의 곡률을 나타내고 다음과 같이 표현된다.

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{n}) \quad (6)$$

식 (6)에서 \hat{n} 은 계면의 단위법선벡터이고 식 (7)과 같이 체적비를 값으로부터 계산된다.

$$\hat{n} = \frac{\nabla \alpha_G}{|\nabla \alpha_G|} \quad (7)$$

벽면에 인접하면서 경계면을 포함하는 셀의 계면 단위법선 벡터는 다음과 같이 접촉각을 이용하여 계산된다.

$$\hat{n} = \hat{n}_w \cos \theta + \hat{t}_w \sin \theta \quad (8)$$

식 (8)에서 \hat{n}_w 과 \hat{t}_w 과 는 각각 벽면의 수직, 접선 방향 벡터를 나타낸다.

압력-속도 연성은 Pressure implicit with splitting of operators (PISO) 알고리즘을 사용하였다. momentum과 pressure에 대해서는 second-order upwind scheme과 pressure staggering option

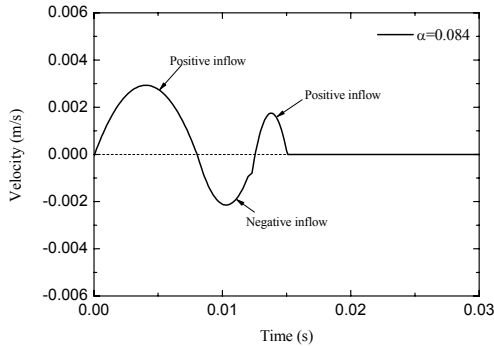


Fig. 2 The scaled ($\alpha=0.084$) inlet velocity $V(t)$ obtained by a parabolic fitting to the inlet condition used in Lagrangian simulation of Castrejón-Pita et al. [5]

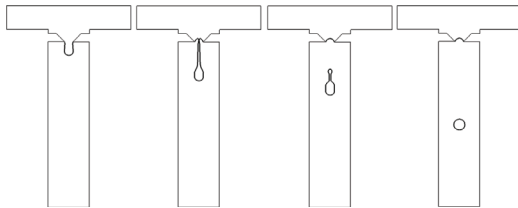


Fig. 3 Time evolution of droplet shape at 6.1, 18.2, 25.3, 40.4 ms (see Fig. 10 in [5]). $Ca=0.94$, $Z=2.8$, $Re=14.7$, $We=13.7$

(PRESTO)을 각각 사용하였다. 경계면의 재구성에는 Georeconstruct 방법을 사용하였다.

2.2 경계 조건

본 연구에서는 Castrejón-Pita 등[5]의 실험에 사용된 프린트 헤드 형상을 사용하여 수치해석을 수행하였다. Fig. 1은 본 연구에 사용된 계산영역과 격자계를 나타낸다. Fig. 1에 나타난 프린트헤드 영역의 높이는 8.6mm, 입구 직경은 30mm이다. 액적이 분사되는 노즐의 직경은 2mm이다. 프린트헤드 외부에 해당하는 사각형 영역은 길이와 직경이 각각 40, 10mm이다. Castrejón-Pita 등[5]의 실험에서 사용된 노즐의 크기는 실제 산업분야에 사용되는 것보다 훨씬 크지만 상용 프린트헤드의 작동 조건과 유사한 무차원수를 갖도록 작동조건을 설정하였다. 실험에 사용된 작동유체는 글리세롤-물 혼합용액 (glycerol-water mixture)으로써 $\rho=1222 \text{ Kg m}^{-3}$, $\mu=0.1 \text{ Kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$, $\sigma=0.064 \text{ N m}^{-1}$ 이다. 참고문헌의 실험에서는 압력펄스를 인가하여 액적을 분사 시켰고 압력펄스에 의해서 발생하는 프린트헤드에서의 속도 변화를 측정하였다(Fig. 2). 본 연구에서는 Fig. 2의 속도조건을 입구 경계조건으로 사용하였고, 출구에는 outflow 조건을 사용하였다. 프린트헤드의 벽면에는 10°의 접

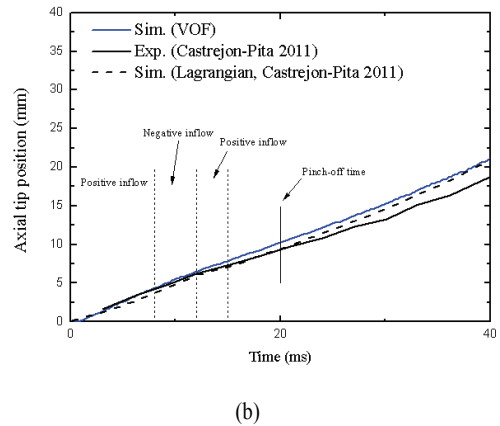
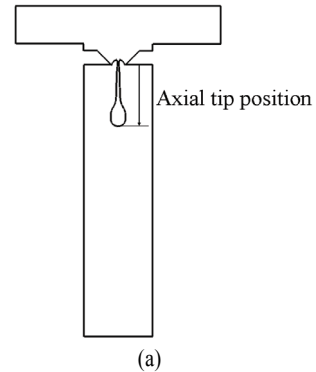


Fig. 4 (a) Definition of axial tip position (b) Comparison of the numerical results of VOF method with the experimental and Lagrangian simulation results of Castrejón-Pita et al. [5] in terms of axial tip position

촉각 조건을 사용하였다. 격자의존성을 최소화하기 위하여 사전 해석을 바탕으로 격자수를 23,075 개로 구성하였다. 본 연구에서는 입구조건(구동신호)과 유체의 밀도는 고정시키고 점도와 표면장력만 변화시켜서 액적분사 거동을 비교하였다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

3.1 수치해석 결과의 검증

수치해석 모델을 사용하여 액적 분사 거동을 분석하기 위해 앞서 Castrejón-Pita 등[5]의 실험데이터 및 Lagrangian 계산결과와의 비교를 통하여 수치해석 모델의 신뢰성을 검증하였다. Fig. 3은 VOF 방법으로 계산된 액적의 형상 변화인데 참고문헌의 Fig. 10에 나타난 실험 및 Lagrangian 계산결과와 근접한 형상을 보이고 있다. 노즐끝으로부터 액적 선단까지의 길이 (axial tip position)를 측정하여 Fig. 4(b)에 나타내었다. 액적이 노즐 끝으로부터 분리되는 pinch-off 시간(약 20ms)까지의 거

동은 참고문헌의 실험, 계산결과와 본 연구의 계산결과 모두 거의 일치하고 있다. pinch-off 시간 이후부터는 두 종류의 계산 결과 모두 실험결과를 과대 예측하는 경향이 있지만 전반적으로 본 연구에 사용된 수치해석 방법이 액적분사 거동을 정확히 예측한다고 볼 수 있다.

Fig. 4에서 보면 pinch-off 시간까지 액적은 계속적으로 전진하는데 negative inflow에서도 액적선단이 계속 앞으로 진행되는 것은 액적의 관성에 의한 것이다. Fig. 3에서 보는바와 같이 노즐로부터 액적이 분리될 때 구형의 머리에 꼬리가 늘어진 형태로 떨어지며 꼬리부분의 표면장력에 의해서 꼬리가 머리 부분을 향해 수축하여, 최종적으로는 구형의 단일액적을 형성하므로 printability 에 적합한 작동조건이 된다.

3.2 무차원수의 크기에 따른 액적분사 거동

표면장력과 점성을 변화시키면서 Ca 수가 매우 작을 때 ($Ca < 0.3$), 중간 범위 일 때 ($1 \leq Ca \leq 2$)일 때, 그리고 Ca 수가 매우 클 때 ($Ca=6$)에 대해서 액적분사거동을 비교하고 지배적인 영향을 미치는 무차원수를 분석하였다. Table 1에 각 계산 case에 대한 유체의 물성치를 나타내었다.

Ca < 0.3

case 1-3이 Ca < 0.3 인 범위에 해당하고 이 때 case 1의 Z 수는 15.7, case 2와 case 3은 11.8의 값을 갖는다. Fig. 5는 case 1-3에 대해서 pinch-off가 발생할 때까지 액적선단의 위치 변화를 나타낸 것이다. 여기에서 볼 수 있듯이 case 1-3에 대해서 positive inflow ($0 < t < 8$ ms)동안의 액적선단의 위치 변화는 거의 동일한 것으로 나타났다. 이것은 positive inflow에서는 관성효과가 지배적이기 때문에 유체의 물성치가 액적분사 거동에 큰 영향을 미치지 못하기 때문이다. 따라서 positive inflow 동안의 분사속도는 오직 관성력의 크기 (구동신호의 세기)에 의해서만 결정이 되며, 이 속도를 구동신호의 세기를 특성화하는 값으로 사용할 수 있을 것이다. 무차원수를 계산하는 데에는 positive inflow 동안의 분사속도 (0.6 ms^{-1})를 특성속도로 사용하고 노즐의 직경을 특성길이라고 사용하여 table 1에 나타내었다.

본 연구에서는 작동유체의 밀도(ρ), 노즐 직경(D), 구동신

Table 1 Fluid properties and dimensionless numbers based on the protrusion speed (0.6 ms^{-1}) during the first positive inflow ($\rho = 1000 \text{ Kg m}^{-3}$)

	$\mu(\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1})$	$\sigma(\text{Nm}^{-1})$	Z	Ca	We	Re
Case 1	0.017	0.071	15.7	0.14	10.1	70.6
Case 2	0.017	0.04	11.8	0.26	18	70.6
Case 3	0.023	0.071	11.8	0.19	10.1	52.7
Case 4	0.1	0.06	2.45	1.00	12	12
Case 5	0.1	0.03	1.73	2.00	24	12
Case 6	0.141	0.06	1.73	1.41	12	8.5
Case 7	0.2	0.02	0.7	6	36	6

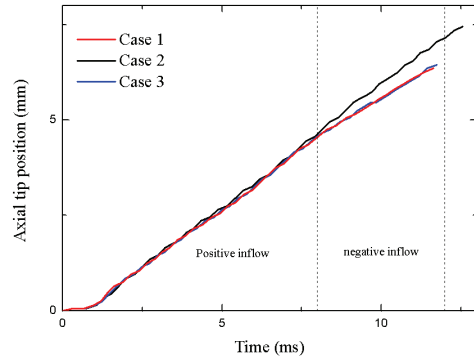


Fig. 5 Time evolution of axial tip position up to pinch-off

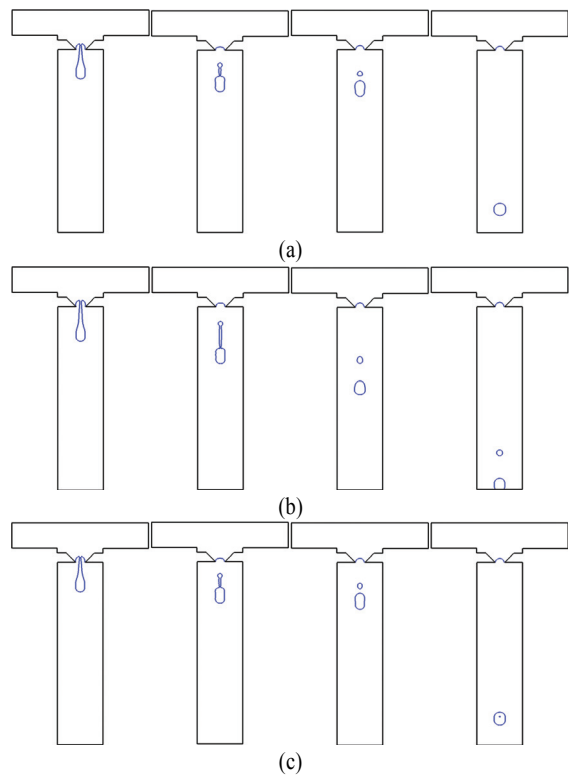


Fig. 6 Time evolution of droplet shape after pinch-off (a) case 1, t=11.6, 17.2, 19.3, 55.2 ms (b) case 2, t=12.6, 20.6, 30.6, 55.1 ms (c) case 3, t= 11.7, 17.2, 19.3, 55.0 ms

호(특성속도 V)를 고정 시키고 표면장력과 점도만을 변화시켰기 때문에 무차원수가 $Z \sim \sigma^{1/2} / \mu$, $Re \sim 1 / \mu$, $We \sim 1 / \sigma$, $Ca \sim \mu / \sigma$ 와 같은 관계를 갖는다. case2와 case3은 $\sigma^{1/2} / \mu$ 의 비율이 일정하게 유지되도록 표면장력과 점도를 조절하여 같은 Z수를 가지면서 Ca, We, Re 수는 서로 다른 값을 갖는다. case2는 case3 보다 큰 We수와 Re수를 가지며 관성효과와 상대적인 크기가

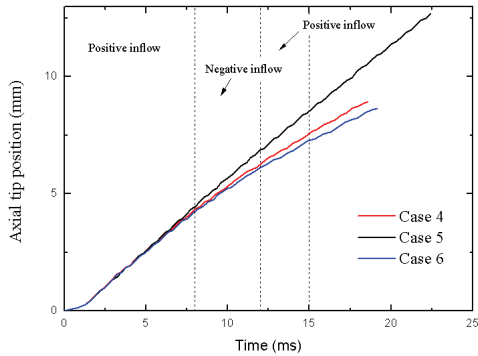


Fig. 7 Time evolution of axial tip position up to pinch-off

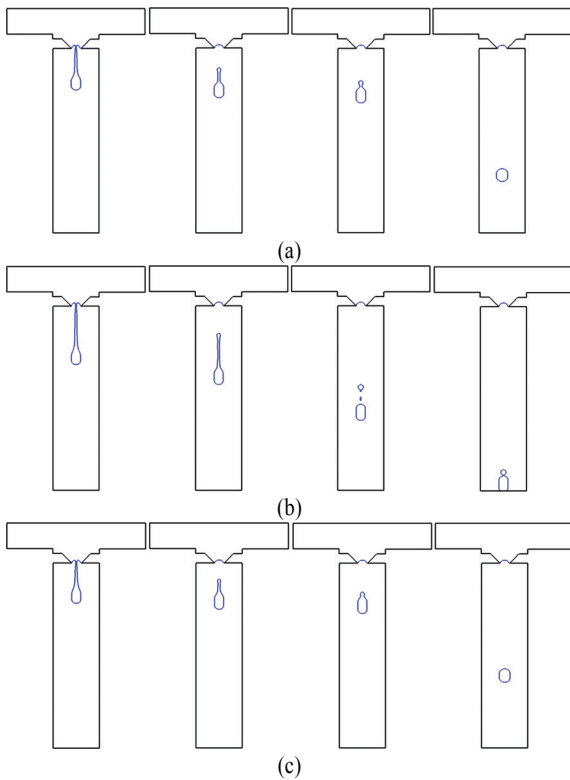


Fig. 8 Time evolution of droplet shape after pinch-off (a) case 4, $t=18.6, 22.8, 25.2, 53.2$ ms (b) case 5, $t=22.4, 29.8, 41.7, 60.8$ ms (c) case 6, $t=19.1, 22.9, 25.3, 53.0$ ms

더 크다는 것을 의미한다. 기체의 밀도와 점도는 각각 1.225 Kg m^{-3} , $1.79 \times 10^{-5} \text{ Kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ 로써 유체의 물성치와 비교했을 때 매우 작은 값이기 때문에 기체가 액적발생 거동에 미치는 영향은 미미하다고 볼 수 있다.

반대로 negative inflow ($8 \leq t < 12$ ms) 동안에는 유체의 물성치에 따라서 다른 거동을 나타낸다. Fig. 5에서 특이할 만

한 것은 case 2와 case 3은 동일한 값의 Z 수를 갖지만 서로 다른 분사거동을 보이고 있다. case 2의 경우 case 3보다 액적 선단 진행속도가 더 크고 pinch-off 시간이 더 늦다. 반대로 case 1과 case 3은 서로 다른 Z 수를 갖지만 거의 동일한 액적분사 거동을 보이고 있다. 이것은 단순히 Z 수 한가지로 액적분사거동을 설명할 수 없다는 것을 의미한다.

pinch-off 시간 이후의 액적형상변화를 나타낸 Fig. 6에서도 case 1과 case 3이 거의 유사한 형상을 보이고 있다. 상대적으로 작은 We 수를 갖는 두 경우에 대해서 위성액적이 발생하기는 하지만 곧 주 액적 (primary droplet)에 합쳐져서 단일액적이 형성된다. 그러나 상대적으로 큰 We 수를 갖는 case 2는 위성액적이 형성된 이후에 주 액적과 합쳐지지 않기 때문에 인쇄품질을 저하시켜 printability 영역에서 벗어난다는 것을 알 수 있다. 이것은 Z 수의 값이 동일하더라도 We 수가 크면 printability 영역에서 벗어날 수 있다는 것을 의미한다.

액적분사 거동을 지배하는 무차원수를 알아보기 위하여 각 힘의 크기를 비교하였다. case 1-3에 대해서 Ca 수는 1 보다 작은 값을 갖는데 이것은 점성효과보다 표면장력 효과가 더 지배적이라는 것을 의미한다. 또한 We 수가 10 보다 크기 때문에 관성효과가 표면장력효과보다 더 지배적이라는 것을 알 수 있다. 정리하면 관성효과>표면장력 효과>점성 효과의 순으로 액적분사 거동을 지배하며, 따라서 액적의 분사 거동은 Z 수보다는 관성효과와 표면장력 효과의 상대적인 크기를 나타내는 We 수로 설명하는 것이 더 적절한 것으로 보인다. 이것으로써 Fig. 5와 Fig. 6에서 같은 We 수를 갖는 case 1과 case 3이 동일한 분사거동을 나타내고, 다른 We 수를 갖는 case 2는 다른 두 개의 case와 거동의 차이를 나타내고 있는 것이 설명된다.

$1 \leq Ca \leq 2$

Fig.7은 case 4-6에 대해서 pinch-off가 발생할 때까지 액적 선단의 위치변화를 나타낸 것인데 case 1-3보다 pinch-off 가 약 6-10 ms 정도 더 늦게 발생한다. case 4-6에 사용된 유체의 점도가 case 1-3보다 1 order정도 크기 때문에 점성효과가 액적의 necking을 방해해서 pinch-off 가 지연되는 것으로 볼 수 있다.

case 4의 Z 수는 2.45, case 5와 case 6은 1.73의 값을 갖는데 Fig. 7에서 보면 같은 Z 수를 갖는 case 5와 case 6의 거동이 큰 차이를 보이고 오히려 case 4와 case 6이 유사한 거동을 나타내고 있다. Fig. 8에 나타난 pinch-off 이후의 액적형상 변화 역시 case 4와 case 6이 유사한 거동을 나타낸다. 상대적으로 작은 We 수를 갖는 case 4와 case 6의 경우에 위성액적 발생 없이 단일액적을 형성하는 것을 볼 수 있다. 상대적으로 큰 We 수를 갖는 case 5는 pinch-off 될 때 길게 늘어진 꼬리

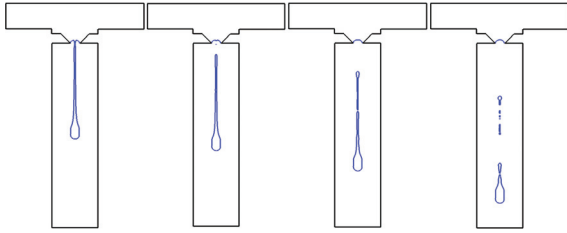


Fig. 9 Time evolution of droplet shape after pinch-off, $t=38.7, 43.1, 49.7, 59.3$ ms

부분이 위성액적으로 분리되고 주 액적에 합쳐질 때까지의 시간이 너무 오래 걸리기 때문에 printability 영역을 벗어난다고 볼 수 있다. case 5의 계산결과는 작동조건이 printability 영역에 속하는 Z 수를 갖고 있더라도 Ca 수와 We 수에 따라서 printability에 적합하지 않을 수도 있다는 것을 보여준다.

$Ca = 6$

Fig. 9는 case 7의 pinch-off 이후의 액적의 형상변화를 나타낸다. Ca 의 값은 6으로써 표면장력효과 보다 점성효과가 훨씬 크다는 것을 의미한다. Ca 가 매우 클 때는 점성효과로 인해서 pinch-off 시간이 매우 늦고 액적의 꼬리가 매우 길게 나타난다. 시간이 지난 후에 액적의 꼬리 부분이 작은 위성액적으로 분리되기 때문에 단일액적 형성이 어렵다. 따라서 실용적인 관점에서 Ca 가 매우 큰 작동조건은 사용되지 못할 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 단일분사 방식의 잉크액적 분사거동을 수치 해석적으로 연구하였다. 참고문헌에 보고된 실험결과와 근접한 결과를 얻음으로써 수치해석 방법으로 액적분사 거동을 정확히 예측할 수 있음을 확인하였다. 점도와 표면장력의 크기를 변화시켜 액적분사거동을 비교하였고, 같은 Z 수를 갖더라도 Ca 수와 We 수에 따라서 액적분사 거동이 바뀔 수 있음을 보였다. 또한 Z 수가 동일할 때 We 수가 클수록 printability 영역에서 벗어난다는 것을 보였다. 따라서 단일분사 방식의 잉크액적 분사 거동의 특성을 Z 한가지로 간단히

설명할 수 없으며, Ca 수, We 수와 같은 다양한 무차원수의 크기를 종합적으로 고려하여 printability를 정의하여야 할 것이다.

참고문헌

- [1] 2000, Reis, N. and Derby, B., "Ink jet deposition of ceramic suspensions: Modeling and experiments of droplet formation," *MRS proceedings* 625, pp.117-22.
- [2] 2009, Jang, D. et al. "Influence of fluid physical properties on ink-jet printability," *Langmuir*, Vol.25, pp.2629-2635.
- [3] 2006, Dong, H. et al., "An experimental study of drop-on-demand drop formation," *Phys. Fluids*, Vol.18, 072102.
- [4] 2010, Kwon, K.S., "Experimental analysis of waveform effects on satellite and ligament behavior vis in situ measurement of the drop-on-demand drop formation curve and the instantaneous jetting speed curve," *J. Micromech. Microeng.* Vol.20, 115005.
- [5] 2011, Castrejon-Pita, J.R. et al., "Experiments and Lagrangian simulations on the formation of droplets in drop-on-demand mode," *Physical Review E*, Vol.83, 036306
- [6] 2002, Feng, J.Q., "A general fluid dynamics analysis of drop ejection in drop-on-demand drop formation," *Phys. Fluids*, Vol.19, 102111.
- [7] 2005, Kim, S. and Son, G., "Numerical study on drop formation through a micro nozzle," *Trans. of the KSME (B)*, Vol.29, No.2, pp.205-213.
- [8] 2007, Xu, Q. and Basaran, O.A., "Computational analysis of drop-on-demand drop formation," *Phys. Fluid*, Vol.19, 102111.
- [9] 1981, Hirt, C.W. and Nichols, B.D., "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *J. Comput. Phys.* Vol.39, pp.201-225.
- [10] 1992, Brackbill, J.U., Kothe, D.B., Zemach, C., "A continuum method for modeling surface tension," *J. Comput. Phys.* Vol.100, pp.335-354.