

와이블 고장모형 하에서 경고한계를 고려한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계

정동욱* · 이주호**†

* 통계청 경제통계국

** 충남대학교 정보통계학과

Economic Design of \bar{X} -Control Charts with Warning Limits under Weibull Failure Model

Dongwook Jeong* · Jooho Lee**†

* Economic Statistics Bureau, Statistics Korea

** Department of Information & Statistics, Chungnam National University

Key Words : \bar{X} -control Charts, Performance Variable, Surrogate Variable, Economic Design

Abstract

Since Duncan(1956) first proposed an economic design of \bar{X} -control charts, most of the succeeding works on economic design of control charts assumed the exponential failure model like Duncan. Hu(1984), however, assumed a more versatile Weibull failure model to develop an economic design of \bar{X} -control charts and Banerjee and Rahim(1988) further improved Hu's design by changing the assumption of fixed-length sampling intervals to variable-length ones. In this article we follow the approach of Banerjee and Rahim(1988) but include a pair of warning limits inside the control limits in order to search for a failure without stopping the process when the sample mean falls between warning and control limits. The computational results indicate that the proposed model gives a lower cost than Banerjee and Rahim's model unless the early failure probability of a Weibull distribution is relatively large. The reduction in cost is shown to become larger as the cost of production loss outweighs the cost of searches for a failure.

1. 서 론

1920년대부터 생산 공정의 품질관리를 위해 널리 사용되어온 Shewhart 관리도는 표본의 크기와 표본추출 주기 및 관리한계선을 주로 경험과 편의에 따라 결정한다. Duncan(1956)은 관리도와 관련된 비용을 명시적으로 고려한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계모형을 처음으로 소개한 바 있는데, 그 이후 $\bar{X}-R$ 결합 관리도, 누적합(CUSUM) 관리도, T^2 관리도, 지수가중이동평균(EWMA) 관리도 등의 경제적 설계모형으로 다양하게 확장되었

다. 관리도에 관한 전체적인 연구동향은 Montgomery(1980), Ho와 Case(1994), Montgomery(2004) 등에 잘 요약되어 있다.

대부분의 관리도에 관한 경제적 설계모형들은 이상 원인의 발생 시간이 지수분포를 따른다는 가정 하에 개발되었다. 그러나 지수분포는 경제적 설계모형의 최적해를 보다 쉽게 구할 수 있다는 장점은 있으나, 고장률이 일정하다고 가정하기 때문에 산업현장의 현실과 일치하지 않는 경우가 많다. Hu(1984)는 이와 같은 점을 고려하여 이상 원인의 발생 시간이 와이불분포를 따른다는 가정 하에서 개발된 \bar{X} 관리도의 경제적 설계모형을 제안하였다. 그러나 그가 제안한 설계는 고장률이

† 교신저자 jooholee@cnu.ac.kr

시간에 따라 증가함에도 불구하고 표본추출 간격이 일정하다고 가정함으로써 현실과 다소 거리가 있다는 문제점을 갖고 있다. Banerjee와 Rahim(1988)은 이러한 문제점을 개선하기 위해, 동일한 와이블분포 가정 하에서 각 표본추출구간에서 이상 원인이 발생할 조건부 확률이 동일하게 되도록 함으로써, 시간이 경과함에 따라 표본추출구간의 길이가 짧아지게 되는 경제적 설계모형을 제안하였다. 이들이 제안한 모형은 이후에 다양하게 확장되었는데, Rahim과 Banerjee(1993)는 시간이 경과함에 따라 고장률이 증가하는 일반적인 분포로 확장시켰고, Rahim과 Costa(2000)는 $\bar{X}-R$ 결합관리도로 확장하였으며, Chen과 Yang(2002)은 이상 원인이 여러 개 존재하는 경우로 확장한 모형을 제시하였고, Yang과 Rahim(2006)은 다변량 T^2 관리도로 확장시켰다.

Banerjee와 Rahim(1988)이 제안한 모형은 표본평균이 관리한계선을 벗어나면 공정을 중단하고 이상 원인을 찾겠다고 가정하고 있으나, 조기 고장확률이 높지 않을 경우에는 공정의 모니터링 중 거짓 경보의 가능성이 높아지므로 이로 인한 불필요한 공정중단이 발생하게 되어 기대비용의 증가를 유발할 수 있다. 이러한 문제점을 개선하기 위해 본 논문에서는 Banerjee와 Rahim의 모형에 경고한계선을 추가로 고려하여, 조치신호가 발생한 경우에는 Banerjee와 Rahim의 모형과 마찬가지로 공정을 중단한 채 이상 원인을 조사하지만, 경고신호가 발생한 경우에는 공정을 중단하지 않은 채 이상 원인의 발생여부를 조사할 수 있도록 함으로써, 거짓경보로 인한 불필요한 공정중단에 따르는 기대비용의 증가를 제어하도록 하는 경제적 설계모형을 제안하고자 한다.

본 논문이 제안하는 모형에서 사용되는 경고한계선과 관련된 기존의 연구동향을 간단히 살펴보면, Shewhart 관리도에 경고한계선을 처음으로 도입한 것은 Page(1962)인데, 그는 표본평균이 관리한계선과 경고한계선 사이의 영역에 일정 횟수 연속해서 타점되면 표본평균이 관리한계선을 벗어난 경우와 마찬가지로 관리이탈상태라고 간주하였다. Gordon과 Weindling(1975)은 Page의 모형에 비용의 개념을 도입한 경제적 설계모형을 제안한 바 있으나, 그 이후 경고한계선을 고려한 경제적 설계 모형에 관한 눈에 띄는 후속 연구는 없다. 최근 이태훈 외(2009)가 대응변수를 이용한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계모형을 제안하면서 경고한계선을 Page와는 다른 용도로 사용한 바 있다. 그들의 모형에서는 표본평균이 관리한계선을 벗어나면 공정을 중단하고

이상 원인을 찾지만, 표본평균이 관리한계선과 경고한계선 사이의 영역에 타점될 경우에는 공정을 지속하면서 이상 원인을 찾는 용도로 경고한계선을 사용하였다. 본 논문에서는 이태훈 외(2009)에서와 같은 방법으로 경고한계선을 사용하기로 한다.

2절에서는 Banerjee와 Rahim(1988)의 모형에 경고한계선을 추가한 모형을 제안하고, 3절에서는 2절에서 제안된 모형 하에서 비용함수를 유도한다. 4절에서는 다양한 수치 예를 통하여 Banerjee와 Rahim(1988)의 모형의 최적 설계와 제안된 모형의 최적 설계를 비교 분석한다. 5절에서는 비용모수와 시간모수의 변화에 따른 제안된 모형의 설계모수들의 민감도 분석을 수행하고, 마지막으로 결론에서는 제안된 모형이 지니는 효용성에 대해서 언급한다.

2. 가정 및 모형

Banerjee와 Rahim(1988)이 제안한 모형(이하에서는 B & R 모형)에서는 고장시간이 와이블분포를 따를 경우에 표본평균이 관리도상의 관리한계선을 벗어나면 공정을 중단하고 이상 원인의 발생여부를 조사한다고 가정하였다. B & R 모형의 가장 중요한 특징은 표본추출구간의 길이가 일정하다고 가정된 Hu(1984)의 경제적 설계모형과는 달리, 각 표본추출구간 내에서 처음으로 이상 원인이 발생할 조건부 확률이 일정하게 되도록 표본추출구간의 길이가 변한다는 점이다. 본 논문에서는 B & R 모형의 이러한 가정을 그대로 유지하되 관리한계선 안쪽에 경고한계선을 추가로 고려함으로써, 표본평균이 관리한계선(이하에서는 경고한계선과의 대비를 위해 조치한계선이라 칭함.)을 벗어나면 공정을 중단하고 이상 원인의 발생여부를 조사하지만, 표본평균이 경고한계선만을 벗어나면 공정을 진행하면서 이상 원인의 발생여부를 조사한다고 가정한다.

2.1 가정 및 기호

본 논문에서는 기본적으로 다음과 같은 가정 하에서 경제적 설계모형을 개발한다.

- 1) 공정관리에 관한 가정
 - ① 공정은 관리상태에서 시작한다. 관리상태에서의 공정은 평균이 μ_0 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다.

- ② 이상 원인이 발생하면 공정 평균은 $\delta\sigma$ 만큼 변화한다.
- ③ 이상 원인의 발생시간은 척도모수가 λ 이고 형상모수가 k 인 와이블분포를 따르며, 그 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(t) = \lambda kt^{(k-1)} \exp(-\lambda t^k), t > 0 \quad (k \geq 1, \lambda > 0) \quad (1)$$

- ④ 표본추출시점 $h_1, (h_1+h_2), (h_1+h_2+h_3), \dots$ 마다 크기 n 인 표본을 랜덤추출하여 공정의 변화를 탐지한다. 여기서 $h_j (j=1, 2, \dots)$ 의 값은 각 표본추출구간 내에서 처음으로 이상 원인이 발생할 조건부 확률이 일정하게 되도록 결정된다.
- ⑤ 표본추출과 관리도상의 타점에 걸리는 시간은 무시한다.
- ⑥ 표본평균이 조치한계선 $\mu_0 \pm l_a(\sigma/\sqrt{n})$ 를 벗어난 경우에는 공정을 중단하고 이상 원인의 발생 여부를 조사한다. 조사 결과가 거짓 정보로 판명되면 즉시 공정을 재개하고, 관리이탈상태로 판명되면 이상 원인을 완전히 제거한 후 공정을 재개한다.
- ⑦ 표본평균이 조치한계선 내에 있으나 경고한계선 $\mu_0 \pm l_w(\sigma/\sqrt{n})$ 를 벗어난 경우에는 공정을 계속 진행하면서 이상 원인의 발생 여부를 조사한다. 조사 결과가 거짓 정보로 판명되면 공정을 계속하고, 관리이탈상태로 판명되면 공정을 즉시 중단하고 이상 원인을 완전히 제거한 후 공정을 재개한다.

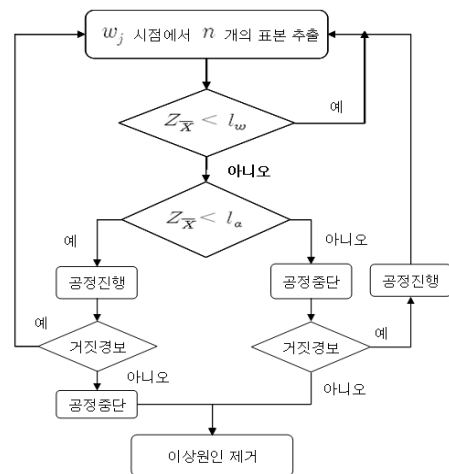
2) 시간 및 비용모수에 관한 가정

- ① 표본추출비용은 고정비용 a 와 단위당 추출비용 b 로 구성된다.
- ② 정보가 거짓임을 알아내기 위해서 평균 S_0 의 시간이 걸리고, 비용은 평균 Y_1 이 소요된다. 또한 거짓 정보에 따른 공정 중단으로 인한 기회손실 비용은 평균 Y_2 이다.
- ③ 이상 원인을 찾아내기 위해 평균 S_1 의 시간이 걸리고, 수리하기 위해 평균 S_2 의 시간이 걸리며, 이상 원인을 찾아 제거하기 위해 평균 W 의 비용이 소요된다.
- ④ 관리상태 및 관리이탈상태 하에서 불합격품을 생산함으로 인한 시간당 기대비용은 각각 D_0 와 D_1 이다.

이상의 가정 하에서 본 논문에서 제안한 모형의 공정 관리는 다음과 같은 순서로 진행된다.

- ① $w_j, j=0, 1, 2, \dots$ (단, $w_j = \sum_{i=1}^j h_i, w_0 = 0$) 시점에서 n 개의 표본을 추출한다.
- ② 표본평균이 경고한계선 및 조치한계선 내에 타점되는지 확인하여 그 결과에 따라 다음과 같이 조치한다.
 - 가) 경고한계선 이내에 타점되면 ①의 과정을 계속한다.
 - 나) 경고한계선과 조치한계선 사이에 타점되면 공정을 진행하면서 이상 원인의 발생 여부를 조사한다. 정보가 거짓일 경우에는 ①의 과정을 계속하고, 사실일 경우에는 공정을 중단하고 이상 원인을 제거한 후 공정을 속개하고 ①의 과정을 계속한다.
 - 다) 조치한계선을 벗어나면 공정을 중단시키고 이상 원인의 발생 여부를 조사한다. 정보가 거짓일 경우에는 공정을 속개한 후 ①의 과정을 계속하고, 사실일 경우에는 이상 원인을 제거한 후 공정을 속개하고 ①의 과정을 계속한다.

이상의 절차를 흐름도로 표시하면 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 제안된 \bar{X} 관리도의 흐름도

2.2 예비적 결과

이 절에서는 3절에서 유도할 비용함수에 사용되는

몇 가지 결과들을 미리 유도하기로 한다.

1) 관리도의 검정력

공정이 관리이탈상태에 있을 때 표본평균의 분포는 평균이 $\mu_0 + \delta\sigma$ 이고 표준편차가 σ/\sqrt{n} 인 정규분포를 따르므로, $\Phi(\cdot)$ 를 표준정규분포의 누적분포함수라 할 때 표본평균이 조치한계선을 벗어날 확률 p_a 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_a = 1 - \Phi(l_a - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-l_a - \delta\sqrt{n}) \quad (2)$$

또한, 공정이 관리이탈상태에 있을 때 표본평균이 경고한계선과 조치한계선 사이에 있을 확률 p_w 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_w = 1 - \Phi(l_w - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-l_w - \delta\sqrt{n}) - p_a \quad (3)$$

따라서 관리도의 검정력은 $p_a + p_w$ 이므로 다음과 같이 표시된다.

$$\text{검정력} = 1 - \Phi(l_w - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-l_w - \delta\sqrt{n}) \quad (4)$$

2) 거짓 경보 확률

공정이 관리상태에 있을 때 표본평균의 분포는 평균이 μ_0 이고 표준편차가 σ/\sqrt{n} 인 정규분포를 따르므로, 표본평균이 조치한계선과 경고한계선을 벗어날 확률 α_a 와 α_w 는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_a = 2(1 - \Phi(l_a)) \quad (5)$$

$$\alpha_w = 2(1 - \Phi(l_w)) - \alpha_a \quad (6)$$

3) 표본추출시점간의 간격

j 번째 표본추출구간에서 이상 원인이 발생할 확률을 q_j 라고 정의하면

$$q_j = \int_{w_{j-1}}^{w_j} f(t) dt = e^{-\lambda w_{j-1}^k} - e^{-\lambda w_j^k} \quad (7)$$

로 나타낼 수 있다. 또한 j 번째 표본추출시점까지 공정이 관리상태에 있다가 j 번째 표본추출구간에서 이상 원인이 발생할 조건부확률을 p_j 로 정의하면

$$p_j = \frac{e^{-\lambda w_{j-1}^k} - e^{-\lambda w_j^k}}{e^{-\lambda w_{j-1}^k}} = 1 - e^{-\lambda(w_j^k - w_{j-1}^k)} \quad (8)$$

이 된다. 그런데 p_j 가 모든 j 에 대하여 일정하게 되려면 다음 관계가 성립해야 함을 알 수 있다.

$$w_j = j^{1/k} h_1, \quad j = 2, 3, \dots \quad (9)$$

따라서 j 번째 표본추출구간의 길이 h_j 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_j = w_j - w_{j-1} = [j^{1/k} - (j-1)^{1/k}] h_1, \quad j = 2, 3, \dots \quad (10)$$

한편 각 표본추출구간에서 이상 원인이 발생할 조건부확률이 일정하므로 그 값을 p 라 정의하면 p 는 식 (9)를 식 (8)에 대입하여

$$p = 1 - e^{-\lambda h_1^k} \quad (11)$$

로 나타낼 수 있고, 따라서 q_j 는 다음 관계를 만족함을 알 수 있다.

$$q_j = (1-p)^{j-1} p, \quad j = 1, 2, \dots \quad (12)$$

4) 이상 원인의 발생시점과 직전 표본추출시점간의 간격

이상 원인이 j 번째와 $(j+1)$ 번째 표본추출시점 사이에서 발생했다고 가정할 때, 이상 원인의 발생시점과 j 번째 표본추출시점간의 조건부대시간을 τ_j ($j = 1, 2, \dots$)로 정의하면

$$\tau_j = \int_{w_{j-1}}^{w_j} (t - w_{j-1}) f(t) dt / q_j \quad (13)$$

로 나타낼 수 있다. 따라서 이상 원인의 발생시점과 직전 표본추출시점간의 평균 시간간격을 τ 라고 정의하면

$$\begin{aligned} \tau &= \sum_{j=1}^{\infty} q_j \tau_j \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \int_{w_{j-1}}^{w_j} (t - w_{j-1}) f(t) dt \\ &= \lambda^{-1/k} \Gamma(1 + 1/k) - \sum_{j=1}^{\infty} q_j w_{j-1} \end{aligned} \quad (14)$$

이 된다. (여기서 $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수를 나타낸다.)

이제 Banerjee와 Rahim(1988)으로부터 다음의 보조정리를 인용하기로 한다.

보조정리 $A(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} (\nu+1)^{1/k} x^{\nu}$, $|x| < 1$, 라고 정의하면 다음 관계가 성립한다.

$$1) \sum_{j=1}^{\infty} q_j w_{j-1} = (1-p)p h_1 A(1-p) \quad (15)$$

$$2) \sum_{j=1}^{\infty} h_j p (1-p)^{j-1} = h_1 p^2 A(1-p) \quad (16)$$

3) $|\beta| < 1$ 인 모든 실수에 대하여

$$\frac{\sum_{j=1}^{\infty} q_j \sum_{i=j+1}^{\infty} h_i \beta^{i-j-1}}{= \frac{h_1 p [p A(1-p) - (1-\beta) A(\beta)]}{1-p-\beta}} \quad (17)$$

따라서 보조정리 1)로부터 τ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \lambda^{-1/k} \Gamma(1+1/k) - h_1 (1-p) p A(1-p) \quad (18)$$

3. 비용합수

본 논문에서 제안하는 경제적 관리도 설계모형은 시간당 기대비용을 최소화하는 설계모수 (n, h_1, l_a, l_w)의 값을 찾는 데에 그 목적이 있다. 그런데 2절에서 기술한 공정관리절차는 일종의 재생보상과정이므로 시간당 기대비용을 주기당 총기대비용과 기대주기시간의 비로 표현할 수 있다(Ross, 1983). 이 절에서는 제안된 모형의 기대주기시간과 주기당 총기대비용을 각각 유도하기로 한다.

3.1 기대 주기시간

경고한계선과 조치한계선을 동시에 고려할 때 경고 및 조치신호의 유무에 따라 공정의 관리 상태를 <표 1>과 같이 구분할 수 있다.

<표 1> 신호의 유무와 공정의 관리 상태

관리이탈상태	관리상태
조치신호가 있는 경우 (B_1)	경보가 없는 경우 (B_4)
경고신호가 있는 경우 (B_2)	경고신호가 있는 경우 (B_5)
경보가 없는 경우 (B_3)	조치신호가 있는 경우 (B_6)

$T_j (j=0, 1, 2, \dots)$ 를 j 번째 표본추출시점 w_j 에서의 잔여주기시간이라고 정의하면 T_{j-1} 의 기댓값은 j 번째 표본추출구간의 길이 h_j 에 <표 1>에 있는 6가지 경우의 조건부 기대잔여시간들의 평균을 합한 값으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$E(T_{j-1}) = h_j + \sum_{i=1}^6 E(T_j | B_i) P(B_i). \quad (19)$$

식 (19)에 <표 2>에 요약되어 있는 각 경우의 기대잔여시간과 그 발생 확률을 대입하면 T_{j-1} 의 기댓값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E(T_{j-1}) &= h_j + (S_1 + S_2) p p_a + (S_1 + S_2) p p_w \\ &+ \left[S_1 + S_2 + (p_a + p_w) \sum_{i=1}^{\infty} (w_{i+j} - w_j) (1-p_a - p_w)^{i-1} \right] \cdot \\ & p(1-p_a - p_w) + E(T_j)(1-p)(1-\alpha_a - \alpha_w) \\ &+ E(T_j)(1-p) \alpha_w + [S_0 + E(T_j)](1-p) \alpha_a, \end{aligned} \quad j=1, 2, \dots \quad (20)$$

그런데

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{\infty} (w_{i+j} - w_j) (1-p_a - p_w)^{i-1} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=j+1}^{i+j} h_k (1-p_a - p_w)^{i-1} \\ &= \sum_{k=j+1}^{\infty} \sum_{i=k-j}^{\infty} h_k (1-p_a - p_w)^{i-1} \\ &= \frac{1}{p_a + p_w} \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+j} (1-p_a - p_w)^{i-1} \end{aligned}$$

이므로 T_{j-1} 의 기댓값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E(T_{j-1}) &= h_j + (S_1 + S_2) p + p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+j} (1-p_a - p_w)^i \\ &+ \alpha_a S_0 (1-p) + (1-p) E(T_j) \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)에서 $j=1$ 인 경우에는 $E(T_0)$ 는 기대주기시간 $E(T)$ 가 되며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E(T) &= h_1 + (S_1 + S_2) p + p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+1} (1-p_a - p_w)^i \\ &+ \alpha_a S_0 (1-p) + (1-p) E(T_1) \end{aligned} \quad (22)$$

이제 식 (21)로부터 $j=2$ 를 대입하여 $E(T_1)$ 을 구하

<표 2> 공정관리상태에 따른 조건부 기대잔여시간

공정의 관리 상태(B_i)	기대잔여시간($E(T_j B_i)$)	발생확률($P(B_i)$)
관리가탈상태이고 조치신호	$S_1 + S_2$	pp_a
관리가탈상태이고 경고신호	$S_1 + S_2$	pp_w
관리가탈상태이나 경보가 없음	$S_1 + S_2 + (p_a + p_w) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (w_{i+j} - w_j)(1 - p_a - p_w)^{i-1}$	$p(1 - p_a - p_w)$
관리상태이며 경보가 없음	$E(T_j)$	$(1 - p)(1 - \alpha_a - \alpha_w)$
관리상태이고 경고신호	$E(T_j)$	$(1 - p)\alpha_w$
관리상태이고 조치신호	$S_0 + E(T_j)$	$(1 - p)\alpha_a$

고, 이를 다시 식 (22)에 대입하면 $E(T)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E(T) = [h_1 + (1-p)h_2] + (S_1 + S_2)[p + (1-p)p] + p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+1}(1 - p_a - p_w)^i + (1-p)p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+2}(1 - p_a - p_w)^i + \alpha_a S_0 [(1-p) + (1-p)^2] + (1-p)^2 E(T_2) \quad (23)$$

이와 같은 과정을 $j=3, 4, \dots$ 에 대하여 반복하면 결국 $E(T)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(T) = [h_1 + (1-p)h_2 + (1-p)^2 h_3 + \dots] + (S_1 + S_2)[p + (1-p)p + (1-p)^2 p + \dots] + p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+1}(1 - p_a - p_w)^i + (1-p)^2 p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+3}(1 - p_a - p_w)^i + \dots + \alpha_a S_0 [(1-p) + (1-p)^2 + (1-p)^3 + \dots] \quad (24)$$

그런데 보조정리 2)에 의해

$$h_1 + (1-p)h_2 + (1-p)^2 h_3 + \dots = h_1 p A(1-p) \quad (25)$$

이고, 보조정리 3)에 의해

$$p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+1}(1 - p_a - p_w)^i$$

$$+ (1-p)p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+2}(1 - p_a - p_w)^i + (1-p)^2 p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+3}(1 - p_a - p_w)^i + \dots = \sum_{j=1}^{\infty} q_j \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+j}(1 - p_a - p_w)^i = \sum_{j=1}^{\infty} q_j \sum_{i=j+1}^{\infty} h_i (1 - p_a - p_w)^{i-j} = \frac{h_1 p (1 - p_a - p_w)}{p_a + p_w - p} [p A(1-p) - (p_a + p_w) A(1 - p_a - p_w)] \quad (26)$$

이므로, 결국 식 (24)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E(T) = h_1 p A(1-p) + S_1 + S_2 + \frac{h_1 p (1 - p_a - p_w)}{p_a + p_w - p} [p A(1-p) - (p_a + p_w) A(1 - p_a - p_w)] + \frac{1-p}{p} \alpha_a S_0 \quad (27)$$

3.2 주기당 총기대비용

$C_j (j=0, 1, 2, \dots)$ 를 j 번째 표본추출시점 w_j 에서의 잔여비용이라고 정의하면 C_{j-1} 의 기댓값은 <표 1>에 있는 6가지 경우의 조건부 기대잔여비용의 평균으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$E(C_{j-1}) = \sum_{i=1}^6 E(C_{j-1}|B_i)P(B_i) \quad (28)$$

여기서 조건부 기대잔여비용은 현재 구간에서의 기

<표 3> 조건부 기대잔여비용

공정의 상태(B_i)	기대잔여비용($E(C_{j-1} B_i)$)	
	현재 구간에서의 기대비용	현재 구간 이후의 기대비용
관리이탈상태이고 조치신호	$a + bn + D_0\tau_j + D_1(h_j - \tau_j)$	W
관리이탈상태이고 경고신호	$a + bn + D_0\tau_j + D_1(h_j - \tau_j)$	$W + D_1S_1$
관리이탈상태이나 경보가 없음	$a + bn + D_0\tau_j + D_1(h_j - \tau_j)$	$W + R$
관리상태이며 경보가 없음	$a + bn + D_0h_j$	$E(C_j)$
관리상태이고 경고신호	$a + bn + D_0h_j$	$Y_1 + E(C_j)$
관리상태이고 조치신호	$a + bn + D_0h_j$	$Y_1 + Y_2 + E(C_j)$

대비용과 현재 구간 이후의 기대비용으로 나눌 수 있는데, 이를 요약하면 <표 3>과 같이 나타낼 수 있다.

<표 3>에서 관리이탈상태이나 경보가 없을 경우의 현재 구간 이후의 기대비용인 $W + R$ 에서 R 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 R &= \sum_{i=1}^{\infty} [i(a + bn) + D_1(w_{j+i} - w_j)] p_a (1 - p_a - p_w)^{i-1} \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{\infty} [i(a + bn) + D_1(w_{j+i} - w_j + S_1)] \cdot \\
 &\quad p_w (1 - p_a - p_w)^{i-1} \\
 &= (p_a + p_w) \left[(a + bn) \sum_{i=1}^{\infty} i (1 - p_a - p_w)^{i-1} \right. \\
 &\quad \left. + D_1 \sum_{i=1}^{\infty} (w_{j+i} - w_j) (1 - p_a - p_w)^{i-1} \right] \\
 &\quad + D_1 S_1 \sum_{i=1}^{\infty} p_w (1 - p_a - p_w)^{i-1} \\
 &= \frac{a + bn}{p_a + p_w} + D_1 \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+j} (1 - p_a - p_w)^{i-1} \\
 &\quad + \frac{p_w D_1 S_1}{p_a + p_w} \tag{29}
 \end{aligned}$$

이제 <표 3>의 조건부 기대잔여비용과 <표 2>의 해당 확률을 식 (28)에 대입하여 정리하면 C_{j-1} 의 기댓값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(C_{j-1}) &= a + bn + (D_0 - D_1) \tau_j p + W p + D_1 h_j p \\
 &\quad + \frac{D_1 S_1 p p_w}{p_a + p_w} + \frac{p(1 - p_a - p_w)}{p_a + p_w} (a + bn) \\
 &\quad + D_1 p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+j} (1 - p_a - p_w)^i + D_0 h_j (1 - p) \\
 &\quad + (1 - p) [\alpha_w Y_1 + \alpha_a (Y_1 + Y_2)]
 \end{aligned}$$

$$+ (1 - p) E(C_j) \tag{30}$$

식 (30)에서 $j = 1$ 인 경우에는 $E(C_0)$ 는 주기 당 총 기대비용 $E(C)$ 가 되며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(C) &= a + bn + (D_0 - D_1) \tau_1 p + W p + D_1 h_1 p \\
 &\quad + \frac{D_1 S_1 p p_w}{p_a + p_w} + \frac{p(1 - p_a - p_w)}{p_a + p_w} (a + bn) \\
 &\quad + D_1 p \sum_{i=1}^{\infty} h_{i+1} (1 - p_a - p_w)^i + D_0 h_1 (1 - p) \\
 &\quad + (1 - p) [\alpha_w Y_1 + \alpha_a (Y_1 + Y_2)] \\
 &\quad + (1 - p) E(C_1) \tag{31}
 \end{aligned}$$

이제 $E(T)$ 를 구할 때와 유사한 방법으로 식 (30)에 $j = 2, 3, \dots$ 을 반복적으로 대입하여 정리하면 $E(C)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(C) &= (a + bn) \left(\frac{1}{p} + \frac{1 - p_a - p_w}{p_a + p_w} \right) + (D_0 - D_1) \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\frac{1}{k}} \cdot \\
 &\quad \Gamma(1 + \frac{1}{k}) + D_1 h_1 p A (1 - p) + W + \frac{p_w D_1 S_1}{p_a + p_w} \\
 &\quad + \frac{1 - p}{p} [\alpha_w Y_1 + \alpha_a (Y_1 + Y_2)] + \frac{1 - p_a - p_w}{p_a + p_w - p} \cdot \\
 &\quad D_1 h_1 p [p A (1 - p) - (p_a + p_w)] \cdot \\
 &\quad A (1 - p_a - p_w) \tag{32}
 \end{aligned}$$

4. 수치 예 및 분석

이 절에서는 B & R 모형에서 가정한 와이블분포의

척도모수 λ 와 형상모수 k 에 대한 11가지의 예에 1가지의 예를 추가한 총 12가지의 예를 사용하여, 본 논문에서 제안한 경고한계선을 추가한 모형과 B & R 모형과의 비교 분석을 수행한다. 비교를 위해 사용된 12가지 모수의 예는 <표 4>와 같다.

<표 4> 비교에 사용된 와이블분포의 예

$k=2$		$k=3$		$k=4$	
예 1	$\lambda=0.05$	예 5	$\lambda=0.01$	예 9	$\lambda=0.01$
예 2	$\lambda=0.01$	예 6	$\lambda=0.002$	예 10	$\lambda=0.002$
예 3	$\lambda=0.002$	예 7	$\lambda=0.0002$	예 11	$\lambda=0.0002$
예 4	$\lambda=0.0002$	예 8	$\lambda=0.00002$	예 12	$\lambda=2 \times 10^{-7}$

비용 및 공정과 관련된 모수 값은 거짓 경보 당 비용 Y 를 제외하면 <표 5>에 주어진 바와 같 이 Banerjee 와 Rahim의 경우와 동일한 값을 사용하였다. 본 논문에서 제안한 모형이 B & R 모형에 경고한계선을 추가함으로써 거짓 경보에 의한 가동 중단에 따른 손실을 줄이려는 데에 주안점이 있으므로, B & R 모형에서 가정한 거짓 경보 당 비용 Y 는 거짓 경보를 확인하는 비용 Y_1 과 거짓 경보로 인한 제품손실비용 Y_2 로 구분하여 Y_1 과 Y_2 의 합이 Y 와 같다고 가정하였다. 또한 Y_1 과 Y_2 의 상대적 크기의 변화에 따른 제안된 모형의 효과를 비교하기 위해 <표 6>에 제시된 3가지의 (Y_1, Y_2) 의 조합을 가정하였다.

<표 5> 가정한 비용 및 시간모수 값

비용모수		시간모수	
a	\$20	S_0	0.25시간
b	\$4.22	S_1	0.25시간
W	\$1,100	S_2	0.75시간
D_0	\$50		
D_1	\$950		

<표 6> 가정한 (Y_1, Y_2) 값의 조합

	조합1	조합2	조합3
Y_1, Y_2	\$100, \$400	\$200, \$300	\$300, \$200

<표 5>와 <표 6>에 주어진 비용 및 시간 모수 값을 가정하고, 본 논문에서 제안한 모형을 사용하여 <표 4>에 주어진 12가지의 와이블분포 예에 대하여 설계모수 (n, h_1, l_a, l_w) 의 최적값과 시간당 기대비용 $E(C)/E(T)$ 를 계산하였다. 계산은 Hooke와 Jeeves(1961)의 pattern search 알고리즘을 사용하여 시간당 기대비용을 최소화하는 값을 구하였다. <표 7>에 제시된 계산 결과를 분석해 보면 다음과 같은 몇 가지 사실을 발견할 수 있다.

첫째, 거짓 경보로 인한 제품손실비용 Y_2 가 거짓 경보를 확인하는 비용 Y_1 보다 상대적으로 클수록 본 논문에서 제안된 모형이 B & R 모형에 비하여 시간당 기대비용의 절감효과가 높아진다. 보다 구체적으로 비교하여 보면, (Y_1, Y_2) 가 (\$300, \$200)일 경우에는 7가지 예에서 제안된 모형이 B & R 모형보다 시간당 기대비용이 낮았으며 최대절감률도 1.28%에 불과하였으나, (\$200, \$300)일 경우에는 9가지 예에서 최대절감률 3.43%였고, (\$100, \$400)일 경우에는 12가지 예에서 모두 제안된 모형이 B & R 모형보다 시간당 기대비용이 낮았으며 최대절감률도 8.38%로 높게 나타났다. 이러한 결과는 거짓 경보로 인한 제품손실비용이 커질수록, 조치신호만을 발령하여 공정을 중단한 채 이상 원인의 발생여부를 조사하는 설계보다는, 조치신호 외에 경고신호를 두어 경고신호에 대해서는 공정을 중단하지 않은 채 이상 원인의 발생여부를 조사할 수 있도록 하는 설계가 거짓 경보로 인한 제품손실비용을 낮춤으로써 시간당 기대비용을 절감할 수 있음을 의미한다.

둘째, 형상모수 k 의 값에 따라 $k=2$ 인 경우(예 1 ~ 예 4), $k=3$ 인 경우(예 5 ~ 예 8), $k=4$ 인 경우(예 9 ~ 예 12)의 세 그룹으로 나누어 비교하여 보면, k 의 값을 고정시킬 경우 척도모수 λ 의 값이 작을수록 제안된 모형이 B & R 모형보다 시간당 기대비용이 낮음을 알 수 있다. 반대로 척도모수 λ 의 값에 따라 $\lambda=0.01$ 인 경우(예 2, 예 5, 예 9), $\lambda=0.002$ 인 경우(예 3, 예 6, 예 10), $\lambda=0.0002$ 인 경우(예 4, 예 7, 예 11)의 세 그룹으로 나누어 비교하여 보면, λ 의 값을 고정시킬 경우 형상모수 k 의 값이 작을수록 제안된 모형이 B & R 모형보다 시간당 기대비용이 낮음을 알 수 있다. 이러한 결과는 λ 나 k 의 값이 감소함에 따라 평균고장시간이 길어지므로 거짓 경보의 확률이 높아지게 되어, 공정을 중단하지 않고 이상 원인의 발생여부를 조사하는 것이 공정을 중단하고 조사하는 것보다 시간당 기대비용을 절감할 수 있음을 의미한다.

<표 7> 경고한계선을 고려한 모형의 최적 설계모수 값

예	B & R 모형				경고한계선을 고려한 모형						(B-A)/B%
	n	h_1	l	EC/ET(B)	Y_1, Y_2	n	h_1	l_a	l_w	EC/ET(A)	
1	19	2.90	1.36	442.71	100, 400	16	2.79	1.68	0.96	436.73	1.35
					200, 300	21	2.97	1.54	1.25	442.34	0.08
					300, 200	19	3.29	1.10	1.09	445.53	-0.64
2	22	4.93	1.50	311.77	100, 400	10	4.67	2.23	0.55	299.91	3.80
					200, 300	20	4.92	1.89	1.35	308.70	0.99
					300, 200	22	4.98	1.63	1.46	311.52	0.08
3	25	8.71	1.59	219.86	100, 400	10	8.02	2.63	0.57	205.75	6.42
					200, 300	24	8.75	2.20	1.33	215.24	2.10
					300, 200	22	8.58	1.92	1.44	218.65	0.55
4	26	19.80	1.64	140.97	100, 400	10	17.91	3.12	0.62	129.15	8.38
					200, 300	20	19.57	2.72	1.21	136.13	3.43
					300, 200	25	19.97	2.42	1.52	139.17	1.28
5	18	3.66	1.34	412.00	100, 400	15	3.80	1.38	0.81	409.11	0.70
					200, 300	20	3.71	1.56	1.21	412.49	-0.12
					300, 200	18	3.49	1.50	1.50	412.91	-0.22
6	20	5.48	1.45	324.76	100, 400	14	5.36	2.05	0.73	317.56	2.22
					200, 300	19	5.39	1.76	1.31	323.34	0.44
					300, 200	19	5.41	1.49	1.45	324.92	-0.05
7	23	10.04	1.56	231.30	100, 400	10	9.51	2.42	0.62	220.54	4.65
					200, 300	20	9.98	2.00	1.25	227.87	1.48
					300, 200	23	0.30	1.77	1.43	230.86	0.19
8	25	18.60	1.63	169.03	100, 400	10	17.37	2.78	0.64	157.79	6.65
					200, 300	23	18.67	2.40	1.30	165.12	2.32
					300, 200	22	18.37	1.99	1.47	167.81	0.72
9	14	2.98	1.11	464.04	100, 400	14	3.01	1.14	0.88	463.95	0.02
					200, 300	11	2.94	1.05	1.05	464.57	-0.11
					300, 200	18	3.11	1.02	1.02	465.69	-0.36
10	17	4.08	1.30	389.38	100, 400	17	4.09	1.56	0.98	387.18	0.57
					200, 300	17	4.12	1.24	1.24	389.47	-0.02
					300, 200	16	4.04	1.33	1.33	389.48	-0.02
11	20	6.52	1.47	299.83	100, 400	18	6.48	1.89	0.95	294.40	1.81
					200, 300	18	6.42	1.61	1.25	299.05	0.26
					300, 200	19	6.56	1.38	1.34	300.12	-0.10
12	25	28.08	1.64	145.90	100, 400	10	26.75	2.86	0.65	136.61	6.37
					200, 300	19	27.80	2.18	1.26	142.45	2.37
					300, 200	24	28.19	2.11	1.47	144.82	0.74

셋째, 제안된 모형의 h_1 의 최적값은 (Y_1, Y_2) 의 값이 변하더라도 크게 영향을 받지 않으며 B & R 모형의 h_1 의 최적값과 거의 비슷한 크기를 갖는다. 반면에 제안된 모형의 l_a 의 최적값은 Y_2 가 Y_1 보다 상대적으로 클수록 대체로 증가하는 경향이 있고, l_w 의 최적값은 Y_2 가 Y_1 보다 상대적으로 클수록 대체로 감소하는 경향이 있다. 이러한 결과는 거짓 경보로 인한 제품손실비용이 커질수록 공정을 중단하고 이상 원인의 발생여부를 조사하는 빈도보다 공정을 중단하지 않은 채 이상 원인을 조사하는 빈도가 점점 높아지게 되며, 그에 따라서 본 논문에서 제안된 모형의 효용성이 높아짐을 의미한다.

넷째, 본 논문에서 제안한 모형이 B & R 모형에 비해 시간당 기대비용이 다소(0.02%~0.64%) 높은 경우는 모두 평균고장시간이 8시간 이내로 매우 짧은 경우들로서 실제로 제품을 생산하기에는 지나치게 고장률이 높으므로 현실적인 생산관리 공정에서는 제안된 모형이 B & R 모형보다 우월하다고 볼 수 있을 것이다. 또한 이와 같이 평균고장시간이 매우 짧은 경우에는 Y_2 의 값에 따라 l_a 와 l_w 의 최적값이 실질적으로 같아지는 경우(예 5, 예 9, 예 10)가 발생하여서 경고한계선을 추가하는 것이 사실상 무의미해지게 된다.

5. 민감도 분석

본 절에서는 비용모수와 시간모수의 변화에 따른 제안된 모형의 설계모수의 민감도를 알아보기로 한다. 또한 평균고장시간이 일정하다는 가정 하에서 와이블분포 모수인 λ 와 k 의 값의 변화에 따른 설계모수의 민감도를 알아보고, B & R 모형과의 시간당 기대비용면에서의 비교를 실시하기로 한다.

5.1 비용 및 시간모수 변화에 따른 설계모수의 민감도

제안된 모형의 설계모수의 민감도 분석을 위해 <표 3.1>의 예 4($\lambda = 0.002, k = 2$)를 사용하여, $(Y_1, Y_2) = (\$100, \$400)$, S_0 는 0.25시간으로 고정시킨 채 나머지 비용모수와 시간모수를 <표 8>과 같이 변화시켰다.

<표 9> ~ <표 14>는 각 비용 및 시간모수의 변화에 따른 설계모수 (n, h_1, l_a, l_w)의 변화를 보여 준다. <표 9> ~ <표 14>의 결과로부터 고정추출비용 a 와 단위표본당 비용 b 를 제외한 나머지 모수들은 설계모수의 최적값에 거의 영향을 주지 않거나 미미한 영향만을 준다

<표 8> 비용 및 시간모수의 변화범위

모수	변경범위	변경단위	기준값
S_1	0.15~0.35	0.05	0.25
S_2	0.25~1.25	0.25	0.75
a	10~40	10	20
b	2.22~6.22	1.0	4.22
D_0	25~125	25	50
D_1	875~975	25	950
W	600~2100	500	1100

<표 9> S_1 의 변화에 따른 설계모수의 변화

S_1	n	h_1	l_a	l_w
0.15	10	17.89	3.44	0.61
0.20	10	17.90	3.26	0.61
0.25	10	17.92	3.12	0.61
0.30	10	18.17	2.99	0.59
0.35	10	17.95	2.90	0.61

<표 10> S_2 의 변화에 따른 설계모수의 변화

S_2	n	h_1	l_a	l_w
0.25	10	18.44	3.09	0.55
0.50	10	17.92	3.12	0.61
0.75	10	17.92	3.12	0.61
1.00	10	17.92	3.12	0.61
1.25	10	17.91	3.12	0.61

<표 11> a 의 변화에 따른 설계모수의 변화

a	n	h_1	l_a	l_w
10	10	16.86	3.16	0.74
20	10	17.92	3.12	0.61
30	10	18.95	3.06	0.48
40	10	19.84	3.03	0.37

<표 12> b 의 변화에 따른 설계모수의 변화

b	n	h_1	l_a	l_w
2.22	26	18.07	3.05	1.30
3.22	15	17.22	2.87	0.94
4.22	10	17.92	3.12	0.61
5.22	10	18.89	3.04	0.49
6.22	10	20.04	3.02	0.34

<표 13> (D_0, D_1)의 변화에 따른 설계모수의 변화

D_0, D_1	n	h_1	l_a	l_w
25, 975	10	17.67	3.13	0.61
50, 950	10	17.92	3.12	0.61
75, 925	10	18.44	3.10	0.59
100, 900	10	18.61	3.08	0.60
125, 875	10	18.87	3.07	0.61

<표 14> W 의 변화에 따른 설계모수의 변화

W	n	h_1	l_a	l_w
600	10	18.23	3.06	0.58
1100	10	17.92	3.12	0.61
1600	10	17.63	2.99	0.64
2100	10	18.01	3.10	0.61

는 것을 알 수 있다. 그러나 고정추출비용 a 가 증가하면 n 과 l_a 는 거의 변화가 없으나, h_1 은 다소 증가하고 l_w 는 감소하는 경향을 보인다. 즉, 고정추출비용이 증가

함에 따라 표본규모는 유지하면서 표본을 더 드물게 추출하는 대신에 경고신호에 더욱 민감하게 반응해야 함을 의미한다. 또한 단위표본당 비용 b 의 값이 증가하면 h_1 과 l_a 는 큰 변화가 없으나 n 과 l_w 는 감소하는 경향을 보인다. 즉, 단위표본당 비용이 증가함에 따라, 표본규모를 축소하고 경고신호에 더욱 민감하게 반응해야 함을 의미한다. 이는 결국 a 와 b 의 증가에 따른 표본추출비용의 증가를 억제하기 위한 상쇄작용의 결과라고 해석할 수 있을 것이다.

5.2 와이블분포의 모수 λ 와 k 의 변화에 따른 설계모수의 민감도

1) λ 와 (n, h_1, l_a, l_w)의 관계

평균고장시간 15.3시간을 만족하는 λ 와 k 의 값의 다양한 조합을 검토한 결과, λ 값의 증가에 따른 최적 설계모수 값의 변화는 <표 15>와 같이 나타났다.

λ 가 증가함에 따라 (n, l_a, l_w)는 큰 변화가 없으나 표본추출주기 h_1 은 급격히 감소하였는데, 이는 평균고장시간을 고정한다 하더라도 λ 가 증가하면 분산이 커지게 되어 어느 시점에 고장이 발생할지 예측하기 어렵기 때문에 표본추출간격을 짧게 하여 이상 원인의 발생여부를 판단하는 것이 유리함을 의미한다.

한편 제안된 모형을 시간당 기대비용 면에서 B & R 모형과 비교하여 보면, λ 의 값이 증가할수록 대체로 경고한계선을 고려한 모형의 비용절감효과가 커지는 것을 알 수 있다. 이는 λ 가 증가함에 따라 고장시간의 분산이 커지므로 거짓 경보의 확률도 높아지게 되어, 공정을 중단한 후 거짓 경보를 확인해야 하는 B & R 모형보다 공정의 중단 없이 거짓 경보를 확인할 수 있는 경고한계선을 고려한 모형이 더 유용하게 되기 때문일 것이다.

<표 15> λ 의 변화에 따른 설계모수 값의 변화 (평균고장시간=15.3)

λ	k	분산	n	h_1	l_a	l_w	EC/ET(B)	EC/ET(A)	(B-A)/B%
0.0001	3.248	26.7	16	10.30	1.95	1.12	228.22	222.80	2.37
0.0003	2.855	33.7	19	9.79	1.82	1.17	233.19	227.88	2.28
0.001	2.427	45.0	19	8.47	2.17	1.11	239.16	232.15	2.93
0.01	1.623	93.2	18	5.64	2.22	0.98	251.57	242.92	3.44
0.05	1.086	198.6	19	2.72	2.33	1.08	260.03	249.68	3.98

<표 16> k 의 변화에 따른 설계모수 값의 변화 (평균고장시간=15.3)

k	λ	분산	n	h_1	l_a	l_w	EC/ET(B)	EC/ET(A)	(B-A)/B%
1	0.06549	233.2	22	2.30	2.37	1.09	261.17	251.25	3.80
2	0.00337	63.7	17	7.03	2.16	1.07	245.66	237.77	3.21
3	0.0002	30.8	19	9.92	2.16	1.13	231.30	225.30	2.59
4	0.0000124	18.4	20	11.74	2.14	1.19	219.90	215.44	2.03

2) k 와 (n, h_1, l_a, l_w) 의 관계

k 의 값이 1부터 4까지 증가할 때 평균고장시간 15.3 시간을 만족하는 λ 값의 조합에 대해 구한 최적 설계모수의 값은 <표 16>과 같다. k 가 증가함에 따라 (n, l_a, l_w) 는 큰 변화가 없으나 표본추출주기 h_1 은 급격히 증가하는 경향을 보였다. 이는 동일한 평균고장시간 하에서도 k 가 증가하면 고장시간의 분산이 작아지게 되어 이상 원인의 발생 시점을 더 안정적으로 예측할 수 있기 때문에 표본을 더 드물게 추출해도 됨을 의미한다.

한편 제안된 모형을 시간당 기대비용 면에서 B & R 모형과 비교하여 보면, k 가 증가할수록 경고한계선을 고려한 모형의 비용절감효과가 감소하는 것을 알 수 있다. 이는 k 가 증가함에 따라 고장시간의 분산이 작아지므로 거짓 경보의 확률도 낮아지게 되어, 공정의 중단 없이 거짓 경보를 확인할 수 있는 경고한계선을 고려한 모형의 효율성이 감소하기 때문일 것이다.

6. 결 론

본 논문에서는 이상 원인의 발생시간이 와이블분포를 따른다는 가정 하에서 Banerjee와 Rahim(1988)이 제안한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계모형(B & R 모형)에 경고한계선을 새롭게 추가한 경제적 설계모형을 다루었다. B & R 모형은 조치신호만을 감지하여 공정을 중단한 채 이상 원인의 발생여부를 조사하는 모형인 반면, 본 논문에서 제안한 모형은 경고한계선을 추가로 고려하여 조치신호 외에 경고신호를 뚝으로써, 경고신호에 대해서는 공정을 중단하지 않은 채 이상 원인의 발생여부를 조사할 수 있도록 설계한 모형이다.

Banerjee와 Rahim(1988)에서 가정한 와이블분포의 예를 사용하여 본 논문에서 제안한 모형의 경제적 효율성을 B & R 모형과 비교한 결과에 의하면, 거짓 경보로 인한 제품손실비용이 거짓 경보의 확인 비용에 비해 클수록, 또한 와이블분포의 모수 λ 와 k 의 값이 작을수

록, 본 논문에서 제안한 모형이 B & R 모형에 비해 경제적 효율성이 높다고 결론지을 수 있다. 따라서 본 논문에서 제안한 모형은 조기 고장확률이 비교적 높지 않고 거짓 경보로 인한 제품손실비용이 상대적으로 큰 공정의 관리에 효과적으로 사용될 수 있을 것이다.

본 논문에서 제안한 모형에 대한 민감도 분석 결과는 최적 설계모수의 값이 대부분의 시간모수 및 비용모수 값의 변화에 대해서 비교적 큰 변화가 없으나 고정 표본추출비용과 단위표본당 비용의 변화에 대해서는 민감하게 변화함을 보여 주었다. 따라서 제안된 모형의 최적화를 위해 시간 및 비용모수 값을 결정할 때 표본추출비용의 산정에 특별히 유의해야 할 것이다.

본 논문에서는 고장시간이 와이블분포를 따를 경우에 경고한계선을 고려한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계 문제를 다루었으나, 앞으로의 연구에서는 본 논문에서 제안한 경제적 설계에 제1종 오류, 제2종 오류 등의 통계적 제약 조건을 추가한 설계를 고려할 수 있을 것이다. 또한 본 논문에서 사용한 경고한계선을 지수가중이동평균(EWMA) 관리도나 T^2 관리도 등과 같은 다양한 관리도의 경제적 설계에 활용할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 이태훈, 이재훈, 이민구, 이주호(2009), "대용 변수를 이용한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계", 『품질경영학회지』, 37권, 2호, pp. 46-57.
- [2] Banerjee, P. K. and Rahim, M. A.(1988), "Economic Design of \bar{X} - Control Charts Under Weibull Shock Models", *Technometrics*, Vol. 30, No. 4, pp. 407-414.
- [3] Chen, Y. S. and Yang, Y. M.(2002), "Economic Design of \bar{X} -Control Charts with Weibull in-control times When There are Multiple Assignable Cause", *International Journal of Production Economics*, Vol. 77, pp. 17-23.

- [4] Duncan, A. J.(1956), "The Economic Design of \bar{X} Charts used to Maintain Current Control of a Process", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 51, No. 274, pp. 228-242.
- [5] Gordon, G. R. and Weindling, J. I.(1975), "A Cost model for Economic Design of Warning Limit Control Chart Schemes", *AIIE Transactions*, Vol. 7, No. 3, pp. 319-329.
- [6] Ho, C. and Case, K. E.(1994), "Economic Design of Control Charts: A Literature Review for 1981-1991", *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, No. 1, pp. 39-53.
- [7] Hooke, R. and Jeeves, T. A.(1961), "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems", *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 8, pp. 212-229.
- [8] Hu, P. W.(1984), "Economic Design of \bar{X} -Control Chart Under Non-Poisson Process Shift", Abstract, *TIMS/ORSA Joint National Meeting*, San Francisco, pp. 87.
- [9] Montgomery, D. C.(1980), "The Economic Design of Control Charts: A Review and Literature Survey", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 27, pp. 75-87.
- [10] Montgomery, D. C.(2004), *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th ed., John Wiley & Sons, New York.
- [11] Page, E. S.(1962), "A Modified Control Chart with Warning Limits", *Biometrika*, Vol. 49, No. 2, pp. 171-176.
- [12] Rahim, M. A. and Banerjee, P. K.(1993), "A Generalized Model for the Economic Design of \bar{X} -Control Charts for Production Systems with Increasing Failure Rate and Early Replacement", *Naval Research Logistics*, Vol. 40, No. 6, pp. 787-809.
- [13] Rahim, M. A. and Costa, A. F. B.(2000), "Joint Economic Design of \bar{X} and R Control Charts under Weibull Shock Models", *International Journal of Production Research*, Vol. 38, No. 13, pp. 2871-2889.
- [14] Ross, S. M.(1983), *Stochastic Processes*, John Wiley & Sons, New York.
- [15] Yang, S. F. and Rahim, M. A.(2006), "Multivariate extension to the economical design of \bar{X} control chart under Weibull shock model", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 76, No. 12, pp. 1035-1047.

2012년 2월 22일 접수, 2012년 5월 4일 수정, 2012년 5월 13일 채택