研究論文

DOI: http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2012.16.3.041

사운딩로켓의 고도 극대화를 위한 최적조건

이상현*†

Optimal Conditions for Maximizing Altitude of Sounding Rocket

Sang-Hyeon Lee*†

ABSTRACT

A study to determine the optimal jet conditions for maximizing altitude of the sounding rocket is conducted. The behavior of a simplified one-dimensional momentum equation including aerodynamic drag is investigated. The case where an analytic solution exists and the case where the mass flow rate is constant are calculated. The solutions are compared with numerical solutions. It is shown that there are the optimal jet conditions for maximizing altitude of a sounding rocket and the optimal condition is a function of the rocket mass ratio.

초 록

사운딩로켓의 고도 극대화를 위한 최적의 분사조건을 결정하기 위한 연구를 수행하였다. 공력저항을 고려한 단순화된 1차원 모멘텀 방정식의 거동을 조사하였다. 해석적 해가 존재하는 경우와 분사 유량이 일정한 경우에 대해 계산을 수행하였으며, 해는 수치 해와 비교하였다. 사운딩로켓의 고도를 최대로 하는 최적의 분사조건이 존재하며, 최적조건은 로켓의 질량비의 함수임을 보였다.

Key Words: Sounding Rocket(사운딩로켓), Optimal Jet Condition(최적 분사 조전), Rocket Mass Ratio(로켓 질량비)

1. 서 론

사운딩로켓(Sounding Rocket)은 대기 및 근우주 탐사를 위해 필요한 과학 장치를 운반하는 로켓이다. 사운딩로켓은 궤도진입을 목표로 하지 않고 탄도비행을 하기 때문에 지구궤도를 벗어나기 위한 부스터 및 궤도 추적 장치 등이 필요 없어 발사비용이 위성의 궤도투입을 목적으로 하는 궤도발사체에 비해 매우 저렴하여 대기권 및 근우주 탐사에 많이 사용된다. 사운딩로켓은 주로 상승 및 하강 시 대기 변화를 조사하거나 정점 근처에서의 근우주 탐사, 태양 및 행성관측 또는 심우주 관측 등에 많이 사용된다. 특히 정

접수일 2011. 11. 28, 수정완료일 2012. 5. 15, 게재확정일 2012. 5. 21
* 정회원, 울산대학교 기계공학부 항공우주공학전공
† 교신저자, E-mail: lsh@mail.ulsan.ac.kr
[이 논문은 한국추진공학회 2011년도 추계학술대회(2011. 11. 24-25, 부산 노보텔 앰배서더) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

점 근처에서의 낮은 속도는 위성이나 궤도발사체에 비해 측정 및 관측의 정확성을 높이는 장점이 있다[1]. 뿐만 아니라, Hyshot 프로그램[2]의 스크램제트 시험에 응용되기도 하는 등 사운딩로켓은 넓은 영역에서 활용되고 있다.

궤도발사체의 목표가 고도 및 궤도발사체의 최종 목표가 위성의 궤도투입을 위한 고도, 속도 및 투입각도 제공에 있다면, 사운딩로켓의 주목표는 탐사와 관측임무의 목적에 부합하는 고도 및 탄도궤적의 제공에 있다. 따라서 사운딩로켓의 예비설계 단계에서는 주어진 질량의 화물을 목표고도에 진입시키기 위해 필요한 추진제의 총량, 시간 당 분사량, 추진제의 분사속도, 로켓의 상승속도 등을 결정하여야 한다. 특히 추진제의 유량은 로켓 상승속도 및 최대 상승고도를 결정하는 핵심 파라미터이다. 따라서 본 연구는 주어진 로켓의 형상, 로켓 자체 질량, 화물 질량 및 추진제 질량 등 탑재 조건이 주어진 상태에서 최대 상승고도를 보장하기 위한 분사조건의 결정을 목적으로 한다.

사운딩로켓의 임무에 따라 발사각도가 수직이 아닌 경우도 있지만 본 연구에서는 수직 상승만을 고려하였다. 발사조건을 결정하는데 있어 어려운 점은 로켓의 고도 및 상승속도에 따라 대기의 밀도 및 항력이 변화하는 현상에 기인한다. 특히 밀도의 변화는 지배방정식을 해를 구하는데 매우 어려운 상황을 야기한다. 본 연구에서는 초기단계 연구의 일환으로 밀도가 일정한 대기를 가정하여 문제를 단순화 하였다. 그리고 로켓의 추력은 동일한 분사속도에 대해 외압의 변화에 따라 달라지는데, 문제를 단순화하기 위하여 분사유동의 압력이 외압과 같은 완전팽창인 경우를 고려하였다.

2. 지배방정식

공력저항을 고려한 1차원 로켓 운동 방정식[3]은 다음과 같다.

$$m\frac{dv}{dt} = \dot{m}v_j - Kv^2 - mg \tag{1a}$$

$$K = \frac{1}{2}C_d\rho_a S \tag{1b}$$

이때, v는 로켓의 상승속도이다. v_j는 추진제 분사유량 및 추진제 분사속도인데 음(-)의 값을 가진다. C_d, ρ_a, S는 항력계수, 대기 밀도 및 로켓 단면적이다. 로켓 질량은 분사유량의 변화에 따라 변화한다.

$$m = m_o + \int_o^t \dot{m}dt \tag{2a}$$

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} \tag{2b}$$

이때, 로켓의 질량은 시간에 따라 감소하므로 위의 정의에 따르면 질량유량($\dot{m}$)은 음(-)의 값을 가진다. 로켓의 상승고도는 속도의 시간적분으로 구한다.

$$h = h_r + h_s = \int_o^{t_r} vdt + \int_{t_r}^{t_s} vdt \tag{3}$$

이때, h_r, h_s는 추진제 분사기간 동안 상승고도와 추진제 완전소모 후의 상승고도를 의미한다.

2.1 해석적인 해가 존재하는 경우

지배방정식은 변수분리를 통해 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\frac{dv}{q^2 - v^2} = K\frac{dt}{m} = \frac{K}{\dot{m}}\frac{dm}{m} \tag{4a}$$

$$q = \sqrt{\frac{\dot{m}v_j - mg}{K}} \tag{4b}$$

지배방정식의 해가 유일하게 존재하는 경우는 매개 변수 q가 상수인 경우이다. 이때, 파라미터 q가 상수이므로 질량유량은 질량의 함수이다.

$$\dot{m} = \frac{mg + Kq^2}{v_j} \tag{5}$$

시간에 따른 로켓 질량의 변화는 위 식의 시간 미분 후 변수분리한 뒤 적분하면 다음과 같은

시간 함수로 표현된다.

$$m=\left(m_o+\frac{Kq^2}{g}\right)\exp\left(\frac{g}{v_j}t\right)-\frac{Kq^2}{g} \tag{6}$$

추진제 완전 소모시간(t_r)은 $m=m_r$일 때 시간이며, 다음과 같이 결정된다.

$$t_r=\frac{v_j}{g}ln\left(\frac{m_rg+Kq^2}{m_og+Kq^2}\right) \tag{7}$$

이 경우 해석적 해는 다음과 같다.

$$v=q\frac{x-1}{x+1} \tag{8a}$$

$$x=\left(\frac{m}{mg+Kq^2}\frac{m_og+Kq^2}{m_o}\right)^{\frac{2v_j}{q}} \tag{8b}$$

추진제 완전소모 시 파라미터 $x=x_r$의 값이 매우 큰 값을 가지므로

$$v_r=q\frac{x_r-1}{x_r+1}\approx q \tag{9}$$

추진제 완전 소모 시 로켓의 속도는 파라미터 q 값으로 접근한다.

2.2 분사유량이 일정할 때 근사해

사운딩로켓으로 주로 사용되는 고체추진제 로켓은 분사량 조절이 쉽지 않기 때문에, 유량이 주어진 경우에 대한 로켓의 운동을 해석할 필요성이 제기된다. 본 연구에서는 중립연소 추진제를 사용하여 유량이 일정한 경우에 대한 해석을 수행하였다. 분사유량이 일정한 경우에도 지배방정식은 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\frac{dv}{q^2-v^2}=K\frac{dt}{m} \tag{10a}$$

$$q=\sqrt{\frac{\dot{m}v_j-mg}{K}} \tag{10b}$$

이때, 분사유량이 일정하고 로켓 질량이 변화하므로 파리미터 q가 상수가 아니어서 해석적 적분이 불가능하고, 따라서 해석적 해를 구하는 것이 불가능하다. 하지만, 파라미터 q가 상수처럼 취급될 수 있도록 파리미터 q를 다음과 같이 변형하여 변화를 줄이면 근사해를 구하는 것이 가능하다.

$$q=\sqrt{\frac{\varphi\dot{m}v_j-mg}{K}} \tag{11a}$$

이때, 조절함수 φ는 발사초기에는 작은 값을 가지다가 로켓질량이 줄어들수록 커지는 함수이다. 본 연구에서는 다음과 같은 질량의 함수로 표현되는 경험식을 도입하였다.

$$\varphi=\varphi_r-C_a\sqrt{\frac{q_r-q_o}{q_r}}\frac{m-m_r}{m_o-m_r} \tag{11b}$$

여기서 계수들은 수치실험을 통해 정해지는데, φ_r는 0.96, C_a는 1/4를 사용하면 분사조건이 변하더라도 근사해를 구할 수 있었다. Eq. 10에서 q를 상수 취급하여 적분하면 다음과 같은 근사해를 구할 수 있다.

$$v=q\frac{x-1}{x+1} \tag{12a}$$

$$x=\left(\frac{m}{m_o}\right)^{\frac{2Kq}{\dot{m}}} \tag{12b}$$

분사유량이 일정하므로 로켓 질량 및 추진제 완전 소모 시간 t_r은 다음과 같이 결정된다.

$$m=m_o+\dot{m}t \tag{12c}$$

$$t_r=\frac{m_r-m_o}{\dot{m}} \tag{12d}$$

추진제 완전소모 시 로켓의 속도는 q_r값과 같이 결정된다.

$$v_r=q_r=\sqrt{\frac{a_r\dot{m}v_j-m_rg}{K}} \tag{13}$$

2.3 추진제 소모 후 로켓 속도

추진제를 완전히 소모한 뒤에는 로켓이 추력 없고 질량의 변화 없는 상태에서 비행하게 된다. 따라서 지배방정식은 다음과 같이 변형된다.

$$m_r \frac{dv}{dt} = -Kv^2 - m_r g \tag{14a}$$

이 지배방정식은 변수분리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dv}{g + k_r v^2} = -dt \tag{14b}$$

$$k_r = \frac{K}{m_r} \tag{14c}$$

이 경우 해석적 해는 다음과 같다.

$$v = \sqrt{\frac{g}{k_r}}\, tan\left[J_r - \sqrt{gk_r}(t - t_r)\right] \tag{15a}$$

$$J_r = \tan^{-1}\sqrt{\frac{k_r}{g}} v_r \tag{15b}$$

최대상승고도는 최종속도가 0일 때까지의 상승고도인데, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$h_s = \frac{1}{2k_r} ln\left(\frac{k_r v_r^2 + g}{g}\right) \tag{16}$$

2.4 수치 해

계산조건이 주어지면 지배방정식을 수치적으로 적분하여 해를 구할 수 있다. 수치계산은 다음과 같이 음적(Implicit) 방법으로 수행하였다.

$$m^k \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} = \dot{m}^k v_j - \frac{K}{4}(v^k)^2 - m^k g \tag{17a}$$

이때, 지수 k는 n단계와 $n+1$단계의 중간 단계를 의미하는데, n단계와 $n+1$단계의 평균값을 적용하면 상당히 정확한 해를 구할 수 있다. 평균값을 적용하여 위 식을 정리하면 다음과 같은 2차방정식으로 표현된다.

$$K(v^{n+1})^2 + 2Bv^{n+1} - C = 0 \tag{17b}$$

$$B = 2\frac{m^k}{\Delta t} + Kv^n \tag{17c}$$

$$C = 4\left(m^k \frac{v^n}{\Delta t} + \dot{m}^k v_j - m^k g\right) - K(v^n)^2 \tag{17d}$$

시간 간격은 총 시간을 구간의 수에 의해 결정되는데, 본 연구에서는 구간의 수를 100으로 설정하여 계산을 수행하였다.

3. 최대 상승고도를 위한 최적 분사조건

상승고도는 분사 완료 이전과 이후의 상승고도의 합이며, 분사유량 변화와 상관없이 해의 형태가 동일하므로, 본 연구의 대상이 되는 경우에 대해 일반적으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h = h_r + h_s = \int_o^{t_r} q\frac{x-1}{x+1}dt + h_s \tag{18}$$

분사 구간 동안의 상승 속도는 분사 완료 직후 속도 v_r의 함수로 표현될 수 있고, 분사 종료 후 속도도 v_r의 함수이므로, 상승고도는 v_r의 함수이다. 따라서 로켓의 최대상승을 위한 최적 조건을 찾기 위해서는 고도를 v_r로 미분하여 고도 변화가 없는 조건을 찾을 필요가 있다.

$$\frac{dh}{dv_r} = \frac{dh_r}{dv_r} + \frac{dh_s}{dv_r} = 0 \tag{19}$$

우선 분사 구간 동안의 고도에 미분은 Leibniz's Rule[4]에 따라 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dh_r}{dv_r} = \int_o^{t_r} \frac{\partial v}{\partial v_r} dt + q_r \frac{dt_r}{dv_r} - q_o \frac{dt_o}{dv_r} \tag{20a}$$

여기서 우변 마지막 항은 초기시간에 대한 미분이므로 0이다. 속도 함수를 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dh_r}{dv_r} = \int_o^{t_r} \frac{\partial}{\partial v_r} q\frac{x-1}{x+1} dt + q_r \frac{dt_r}{dv_r} \tag{20b}$$

이 미분의 결과는 파라미터 q, x 및 시간 t_r에 따라 달라진다.

Equation 19의 분사 완료 후 고도에 대한 미분은 Eq. 16을 미분하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{dh_s}{dv_r}=\frac{2v_r}{k_r v_r^2+g} \tag{21}$$

Equation 19를 만족하는 분사구간 최종속도 v_r은 해석적 해가 존재하는 경우와 분사유량이 일정한 경우에 따라 달라진다.

3.1 해석적인 해가 존재하는 경우

해석적 해가 존재하는 경우, 분사 완료 직후 로켓 속도가 q이므로 Eq. 20b의 피적분 함수는 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial q}q\frac{x-1}{x+1}=\frac{x-1}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}q\frac{\partial x}{\partial q} \tag{22}$$

이때 우변 마지막 항의 미분은 Eq. 8b에 로그함수를 취하여 미분을 수행하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$q\frac{\partial x}{\partial q}=-x\left(\ln x+\frac{2Kq}{\dot{m}}s\right) \tag{23a}$$

$$s=2\frac{(m_o-m)g}{mg+Kq^2}-\frac{q}{m}\frac{\partial m}{\partial q} \tag{23b}$$

질량의 q에 대한 미분은 Eq. 6을 미분하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial m}{\partial q}=\frac{2Kq(m-m_o)}{m_o g+Kq^2} \tag{23c}$$

Equation 22-23을 Eq. 20b에 대입하면 우변 첫째 항의 적분을 표현할 수 있는데, 이 적분은 해석적 적분이 불가능하므로 수치적분이 필요한데, Simpson's rule[5]을 이용하여 적분하였다.

Equation 20b의 우변 마지막 항은 Eq. 7을 미분하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial t_r}{\partial q}=\frac{2v_j Kq^2(m_o-m_r)}{(m_r g+Kq^2)(m_o g+Kq^2)} \tag{24}$$

3.2 분사유량이 일정한 경우

분사유량이 일정한 경우, 추진제 소모 시 속도가 $v_r=q_r$이므로 Eq. 20b에서 적분 내부의 미분항은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial v_r}q\frac{x-1}{x+1}=\frac{x-1}{x+1}\frac{\partial q}{\partial v_r}+\frac{2q}{(x+1)^2}\frac{\partial x}{\partial v_r} \tag{25}$$

이때 우변 첫 번째 항의 미분은 Eq. 8을 미분하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial q}{\partial v_r}=\frac{v_r}{2q}\left(2-\frac{g}{K}\frac{\partial m}{\partial v_r}\right) \tag{26a}$$

질량의 v_r에 대한 미분은 Eq. 12c을 미분하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial m}{\partial v_r}=\frac{1}{a}\frac{2Kv_r(m-m_o)}{m_r g+Kq^2} \tag{26b}$$

Equation 20 우변 마지막 항의 미분은 Eq. 6b에 로그함수를 취하여 미분을 수행하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$q\frac{\partial x}{\partial v_r}=x\left[\ln x\left(\frac{\partial q}{\partial v_r}-\frac{v}{v_j}\frac{2Kq}{\dot{m}}\right)+\frac{2Kq^2}{\dot{m}m}\frac{\partial m}{\partial v_r}\right] \tag{27}$$

Equation 25-27을 Eq. 20b에 대입하면 우변 첫째 항의 적분을 표현할 수 있는데, 이 적분은 해석적 적분이 불가능하므로 수치적분이 필요한데, Simpson's rule[5]을 이용하여 적분하였다.

Equation 20b에서 우변 시간 미분 항은 Eq. 12d를 미분하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial t_r}{\partial v_r}=\frac{2Kv_r}{\dot{m}}\frac{m_o-m_r}{m_r g+Kq^2} \tag{28}$$

3.3 계산 조건

화물을 포함한 로켓의 건질량(m_r)을 200 Kg으

로 설정하였으며, 발사 초기 질량 및 추진제 질량은 다음과 같이 질량비를 이용하여 결정한다.

$$r = \frac{m_o}{m_r} \tag{29a}$$

$$m_p = m_o - m_r = m_r(r-1) \tag{29b}$$

m_p와 m_o는 각각 추진제 질량 및 추진제를 포함한 총 질량이다. 질량비(r)는 사운딩로켓의 목적에 따라 달라지지만 보통 2~10 정도의 값을 가진다. 본 연구에는 4, 6, 8 세 가지 경우를 고려하였다.

로켓 연소기 내 온도와 압력은 2500 K, 100기압으로 설정하였고, 대기의 온도와 압력은 300 K, 1기압으로 설정하였다. 밀도는 상태방정식을 이용하여 결정하였다. 노즐 출구 유동은 이상과정으로 대기압으로 가속되는 조건을 사용하였다.

로켓 단면의 직경은 0.3 m, 항력계수는 보통 0.7~1.0사이의 값을 갖는데, 본 연구에서는 0.9인 경우를 고려하였다.

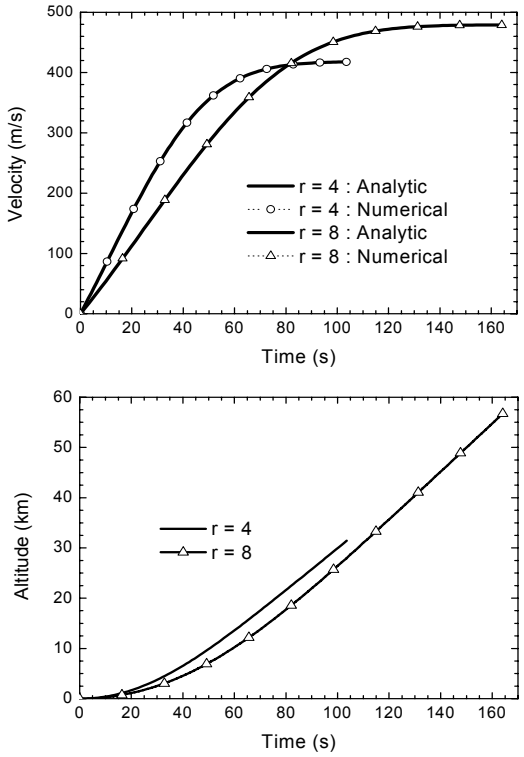

Fig. 1 Velocity and Altitude Profile

4. 결과 및 분석

4.1 해석적 해가 존재하는 경우

Figure 1은 해석적 해가 존재하는 경우에 대한 분사 구간 내 속도와 상승고도의 시간에 따른 변화를 나타낸 그림이다. 속도 분포를 보면, 해석적 해와 수치해가 거의 일치함을 알 수 있다. 속도는 초기에 일정한 가속도로 증가하지만, 최종단계로 갈수록 일정한 속도로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 질량비가 클수록 최대속도가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

상승고도는 수치적분을 통해서 구한 값인데, 상승고도는 초기에 가속적으로 증가하다가, 최종단계에 가까워질수록 선형적으로 증가하는 것을 볼 수 있다. 질량비가 클수록 상승고도가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

Figure 2는 해석적 해가 존재하는 경우에, 분사 완료 직후 속도 v_r의 변화에 대한 최대 상승고도의 변화를 비교한 그림이다. 수직 점선으로 표시된 경우가 최적 분사조건이다. 파라미터 q에 따라 해가 달라지므로 최적 파라미터(q_{opt})와의 차이를 표현하기 위하여 다음과 같은 파라미터(ϕ)를 도입하였다.

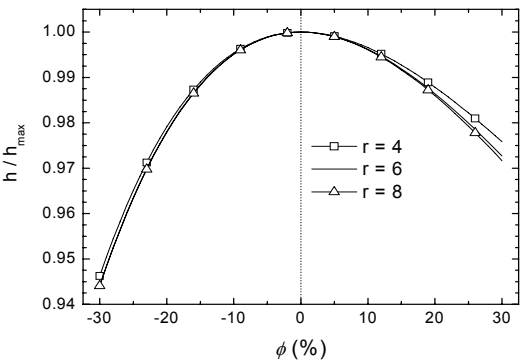

Fig. 2 Variation of Altitude

$$\phi = \frac{q - q_{opt}}{q_{opt}} \times 100(\%) \quad (30)$$

최종속도 v_r의 변화에 따른 최대 상승고도의 변화는 질량비와 거의 관계없는 것으로 보인다. Eq. 20b를 만족하는 최적 분사조건에서 최대 상승고도를 나타내는 것을 확인할 수 있다.

4.2 분사유량이 일정한 경우

Figure 3은 추진제 분사유량이 일정한 경우에 대한 분사 구간 내 속도와 고도의 시간에 따른 변화를 나타낸 그림이다.

근사해와 수치해가 어느 정도 차이가 있지만, 속도의 변화 경향성은 일치하는 것을 볼 수 있다. 근사해와 수치해의 차이는 주로 발사 초기에 나타나며, 최종상태로 접근할수록 근사해와 수치해가 거의 일치하는 경향을 보인다. 오차는 최대 약 10% 정도로 나타났다. 질량비가 클수록 최대 속도가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

상승고도는 수치적분을 통해서 구한 값인데, 최기에 가속적으로 증가하다가 최종단계에 가까워질수록 선형적으로 증가하는 것을 볼 수 있다. 질량비가 클수록 상승고도가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

Figure 4는 분사 유량이 일정한 경우에, 분사 완료 직후 속도 v_r의 변화에 대한 최대 상승고도의 변화를 도시한 그림이다. 수직 점선으로 표시된 경우가 최적 분사조건이다. Eq. 20b를 만족하는 분사조건과 비교하기 위하여 다음 매개변수를 도입하였다.

$$\phi = \frac{v_r - v_{r,opt}}{v_{r,opt}} \times 100(\%) \quad (31)$$

분사 완료 직후 속도 v_r의 변화에 따른 최대 상승고도의 변화는 해석적 해가 존재하는 경우와 거의 비슷한 경향을 보이지만, 질량비에 따라 변화가 약간 더 크게 나타났다. 질량비와 상관없이 Eq. 20b를 만족하는 최적 분사조건에서 최대 상승고도를 나타내는 것을 확인할 수 있다.

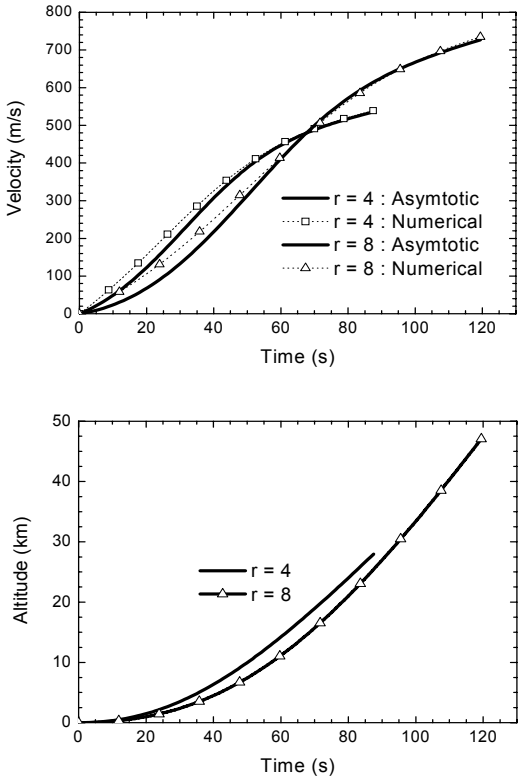

Fig. 3 Velocity and Altitude Profile

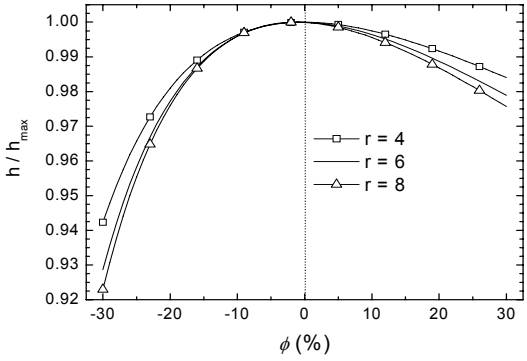

Fig. 4 Variation of Altitude

5. 결 론

본 연구에서는 공력저항을 고려한 1차원 운동방정식을 이용하여 사운딩로켓의 상승고도가 최대가 되는 최적 분사 조건을 결정하기 위한 해

석적 방법론을 모색 하였다.

방정식의 해석적 해가 존재하는 경우, 해석적으로 구한 속도는 수치적으로 구한 속도와 거의 일치하였고, 분사유량이 일정한 경우, 속도의 변화가 수치적으로 구한 속도와 경향은 비슷하나 최대 약 10% 정도의 오차를 보였다.

상승고도를 최종속도에 대해 미분하여 0이 되는 조건을 최적 분사조건으로 결정하였는데, 최적 분사조건에서 최대 상승고도를 나타내는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 고도에 따른 밀도변화와 중력가속도의 변화를 고려하지 않은 관계로 고도의 변화가 큰 경우에 연구결과의 적용에 제한이 있다. 이후의 연구에서는 이에 대한 추가적인 연구가 필요하다고 판단된다.

후 기

이 논문은 울산대학교 기계공학부 일류화사업단의 연구비 지원으로 연구되었음.

참 고 문 헌

1. NASA Sounding Rocket Program Overview, http://rscience.gsfc.nasa.gov
2. Paull, A., Alesi, H. and Anderson, S., "Hyshot Flight Program and how it was developed," AIAA 02-4939, 2002
3. G. P. Sutton and O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley and Sons, 7th Ed. 2001
4. F. B. Hildebrand, *Advanced Calculus for Applications*, 2nd Ed., 1976
5. Conte, S. D., and de Boor, C., *Elementary Numerical Analysis*, 3rd Ed., 1988