The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 61, No. 8, pp. 1123~1129, 2012
http://dx.doi.org/10.5370/KIEE.2012.61.8.1123

시간차분 유한요소법을 이용한 대용량 삼상 변압기의 정상상태 해석에 관한 연구

Study on Steady State Analysis of High Power Three-Phase Transformer using Time-Stepping Finite Element Method

윤 희 성* · 서 민 규** · 고 창 섭†
(Heesung Yoon · Min Kyu Seo · Chang Seop Koh)

Abstract - This paper presents the fast steady state analysis using time-stepping finite element method for a high power three-phase transformer. The high power transformer spends huge computational cost of the time-stepping finite element method. It is because that the high power transformer requires a lot of time to reach steady state by its large inductance component. In order to reduce computational cost, in this paper, the adaptive time-step control algorithm combined with the embedded 2nd 4th singly diagonally implicit Runge-Kutta method and the analysis strategy using variation of the winding resistance are studied, and their numerical results are compared with those from the typical time-stepping finite element method.

Key Words : High power three-phase transformer, Steady state analysis, Time-stepping finite element method

1. 서 론

송배전용 대용량 삼상 변압기의 설계 과정에 있어 정상상태에서의 변압기 특성을 정확히 예측하는 것은 매우 중요한 부분을 차지한다. 이는 모터나 발전기와 같은 회전기의 설계 과정에서도 중요한 부분으로, 통상적으로 전기기기의 전압원 회로방정식을 고려한 시간차분 유한요소법 (Time-stepping finite element method)이 정상상태 해석에 적용되어왔다 [1]-[3]. 송배전급 삼상 변압기와 같은 대용량 변압기의 경우에도 시간차분 유한요소법을 이용하여 정상상태 해석을 수행할 수 있지만, 일반적으로 변압기의 인덕턴스 성분이 권선의 저항 성분에 비해 매우 크기 때문에 정상상태에 도달하기까지 매우 많은 시간이 소요되어 실제적으로 시간차분 유한요소법을 이용한 해석이 불가능하게 된다. 이와 같이 정상상태 해석에 소요되는 시간을 단축시키기 위해 jω법이 주로 사용되기도 하지만 [4], [5], 이 방법은 시간에 대한 자속밀도 파형을 정현적으로 가정하기 때문에 해석의 정밀도가 시간차분 유한요소법보다 떨어진다고 알려져 있다. 따라서 대용량 삼상 변압기의 정밀한 정상상태 해석을 수행하기 위해서는 시간차분 유한요소법이 반드시 적용되어야 하고, 해석에 소요되는 시간을 단축시키기 위한 방법이 요구된다.

정상상태 해석에 소요되는 시간을 줄이기 위한 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 시간 차분을 위해 사용되는 시간 간격 (Time step)을 크게 설정하는 방법이 있다. 시간차분 유한요소법에서는 해석의 정확도가 시간 간격의 크기에 크게 영향을 받기 때문에, 해석의 정확도를 유지하는 동시에 해석 시간을 줄일 수 있는 적절한 시간 간격이 설정되어야 한다. 두 번째는 회로의 시정수 (Time constant)를 감소시켜 정상 상태에 도달하는 시간을 감소시키는 방법이다. 회로의 저항이나 인덕턴스 성분의 조절을 통해 회로의 시정수를 조절할 수 있는데, 이 경우 회로의 저항이나 인덕턴스 성분의 변화에 의한 해석 결과가 원래의 변압기 사양, 즉 회로의 저항이나 인덕턴스 성분이 변하지 않았을 경우의 결과와 다르게 나타날 수 있다. 따라서 회로의 시정수의 조절을 통해 해석 시간을 단축시키기 위해서는 해석 결과를 변화시키기 않는 범위 내에서 저항이나 인덕턴스 성분이 적절히 조절되어야 한다.

본 논문에서는 먼저 시간 차분을 위해 사용되는 시간 간격을 적절히 조절하기 위해, Embedded 2nd 4th singly diagonally implicit Runge-Kutta (SDIRK)법을 이용한 적응 시간 간격 조절법 (Adaptive time-step control)이 대용량 삼상 변압기의 정상 상태 해석에 적용된다. 다음으로 회로의 시정수를 조절하여 정상 상태에 도달하는 시간을 감소시키기 위해 권선 저항의 가변을 통한 정상 상태 해석법이 제안된다.

2. SDIRK법과 적응 시간 간격 조절법을 적용한 시간차분 유한요소법

2.1 SDIRK법을 이용한 시간차분 유한요소법

2.1.1 Runge-Kutta법을 적용한 유한요소식

전기기기의 전압원 회로방정식을 고려한 자계해석을 수행

* 정 회 원 : 충북대 전기공학과 박사 후 연구원
** 정 회 원 : LS산전 전력연구소 연구원
† 교신저자, 정회원 : 충북대 전자정보대학 전기공학과 교수
E-mail : kohcs@chungbuk.ac.kr
접수일자 : 2012년 3월 27일
최종완료 : 2012년 6월 25일

할 경우, 지배방정식 (Governing equation)과 회로방정식은 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \times \nu(\nabla \times A) = J_0 \tag{1}$$

$$V(t) = R(t)\, I(t) + d\lambda(t)/dt \tag{2}$$

여기서 ν는 자기저항율, A는 벡터 자기포텐셜, J_0는 입력 전류밀도, V는 회로의 인가 전압, R는 회로의 저항, I는 회로에 흐르는 전류, λ는 회로의 쇄교자속을 나타낸다. 식 (1)의 지배방정식에 Galerkin's approximation을 적용하여 회로방정식과 결합하면, 최종 유한요소식 (Finite element formulation)은 다음의 미분 대수식 (Differential algebraic equation)으로 표현된다.

$$C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \tag{3}$$

여기서 t는 시간, X는 벡터포텐셜(A)과 전류항(I)를 포함한 미지수 벡터, C와 K는 계수 행렬, F는 포싱 벡터 (Forcing vector)를 나타낸다. 전기강판의 비선형 자기특성을 고려할 경우, 계수 행렬 K는 자기저항율 ν를 포함하고 있기 때문에 X의 함수로 표현된다.

통상의 시간차분 유한요소법에서는 식 (3)에 θ-method를 적용하여 식 (3)의 미분 대수식을 다음과 같이 근사화한다 [6].

$$C\frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t} + K\{\theta X_{n+1} + (1-\theta)X_n\} \tag{4}$$

$$= \theta F_{n+1} + (1-\theta)F_n$$

여기서 n과 n+1은 각각 시간 t_n과 $t_{n+1} = t_n + \Delta t$에서의 값들을 나타낸다. θ-method는 θ의 값에 따라 여러 종류의 방법들로 구분이 되는데, θ가 1인 경우 가장 일반적으로 사용되는 implicit (backword) Euler, θ가 0인 경우 explicit (forword) Euler, θ가 1/2인 경우 Crank-Nicolson method, θ가 2/3인 경우 Galerkin method가 된다 [6]. 이 근사화 방법은 시간차분 유한요소법에 적용하기 용이하기 때문에 가장 널리 이용되고 있지만, 미분 방정식의 근사화 방법 중에서 그 해석의 정확도는 상대적으로 떨어지는 것으로 알려져 있다.

Runge-Kutta (RK)법은 미분방정식을 수치적으로 푸는데 있어 기존의 θ-method에 비해 해석의 정확도가 우수한 방법으로 알려져 있다. 미분방정식이 $\dot{y} = f(y,t)$로 정의될 때, t_{n+1}에서의 해는 s-stage Runge-Kutta법을 이용하여 다음과 같이 정의된다 [7].

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^{s} \mu_i k_i \tag{5}$$

$$k_i = \Delta t\, f(t_n + a_i \Delta t\,,\ y_n + \sum_{j=1}^{s} \beta_{ij}\, k_j), \quad i = 1,2,\cdots,s$$

여기서 계수 α_i, β_{ij}, μ_i,는 Runge-Kutta법을 표현하기 위해 정의된 Butcher array를 통해 얻어진다 [7]. Runge-Kutta법은 Butcher array의 구조에 따라 그 방법이 구분되는데, 일반적으로 classical explicit RK, implicit RK, diagonally implicit RK, singly diagonally implicit RK로 나누어진다 [7]. 본 논문에서는 singly diagonally implicit RK (SDIRK)법을 적용하여 유한요소 해석을 수행하였다. 식 (3)의 미분 대수식을 식 (5)의 $\dot{y} = f(y,t)$의 형태로 정의하면 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{X}(t) = f(t, X) = C^{-1}(F(t) - KX(t)) \tag{6}$$

그리고 식 (5)의 k_i는 식 (6)를 이용하여 다음과 같이 표현된다 [7].

$$k_i = \Delta t\, f(t_n + \alpha_i \Delta t,\ X_n + \sum_{j=1}^{i} \beta_{ij}\, k_j) \tag{7}$$

$$= \Delta t \cdot C^{-1}\left(F(t_n + \alpha_i \Delta t) - K \cdot (X_n + \sum_{j=1}^{i} \beta_{ij}\, k_j)\right)$$

식 (5)와 식 (7)를 이용하여 t_{n+1}에서의 해 X_{n+1}를 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{C}{\Delta t} + \beta_{ii} K\right) k_i = F(t_n + \alpha_i \Delta t) - K \cdot (X_n + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij}\, k_j) \tag{8}$$

$$X_{n+1} = X_n + \sum_{i=1}^{s} \mu_i k_i \tag{9}$$

선형 문제의 경우, 식 (8)을 풀어 각 stage에서의 k_i를 구하고, 구해진 k_i로부터 식 (9)를 이용하여 시간 t_{n+1}에서의 해 X_{n+1}를 계산할 수 있다.

2.1.2 비선형 해석을 위한 Newton-Raphson법의 적용

비선형 문제의 경우, 식 (8)의 계수 행렬 K가 X의 함수이기 때문에 식 (8)에 Newton-Raphson법과 같은 비선형 해석 방법을 적용하여 해석이 수행되어야 한다. 그러나 식 (8)의 k_i는 X와 같은 물리적 의미가 없기 때문에 식 (8)에 Newton-Raphson법을 직접 적용하기 어렵다. 따라서 Newton-Raphson법을 적용하기 위해서는 식 (8)의 k_i가 X와 동일한 물리적인 의미를 가지는 변수로 수정되어야 한다.

식 (6)와 식 (7)를 비교해 보면, 다음과 같이 정의된 변수 h_i는 X와 동일한 물리적 의미를 가진다는 것을 알 수 있다 [8].

$$h_i = X_n + \sum_{j=1}^{i} \beta_{ij}\, k_j \tag{10}$$

$$= X_n + \beta_{ii}\, k_i + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij}\, k_j$$

여기서 h_i는 i번째 stage, 즉 $t_n + \alpha_i \Delta t$에서의 해를 의미한다. 식 (10)를 식 (8)에 대입하면 식 (8)은 다음과 같이 정리된다 [8].

$$\left(\frac{1}{\Delta t}C+\beta_{ii}K(h_i^k)\right)h_i^k \tag{11}$$

$$=\beta_{ii}F(t_n+\alpha_i\Delta t)+\frac{1}{\Delta t}C\left(X_n+\sum_{j=1}^{i-1}\beta_{ij}k_j\right)$$

여기서 h_i^k는 X와 동일한 물리적 의미를 가지고, k는 비선형 해석 반복수를 나타낸다. 식 (11)은 다음과 같이 잔차(Residual)형태로 표현할 수 있다.

$$R(h_i^k)=\left(\frac{1}{\Delta t}C+\beta_{ii}K(h_i^k)\right)h_i^k-\beta_{ii}F(t_n+\alpha_i\Delta t) \tag{12}$$

$$+\frac{1}{\Delta t}C\left(X_n+\sum_{j=1}^{i-1}\beta_{ij}k_j\right)$$

본 논문에서는 비선형 해석을 위해 다음과 같이 식 (12)에 Newton-Raphson법이 적용되었다.

$$R(h_i^k+\delta h_i^k)=R(h_i^k)+\frac{\partial R}{\partial h_i^k}\delta h_i^k=0 \tag{13}$$

그리고 식 (13)에서 h_i^k에 대한 잔차 R의 편미분항은 식 (12)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial R}{\partial h_i^k}=\left(\frac{C}{\Delta t}+\beta_{ii}K(h_i^k)\right)+\frac{\partial}{\partial h_i^k}\left(\frac{C}{\Delta t}+\beta_{ii}K(h_i^k)\right)\cdot h_i^k \tag{14}$$

$$=\left(\frac{C}{\Delta t}+\beta_{ii}K(h_i^k)\right)+\beta_{ii}\frac{\partial K(h_i^k)}{\partial h_i^k}\cdot h_i^k$$

식 (14)를 식 (13)에 대입함으로서 Newton-Raphson법에 의한 비선형 유한요소식은 다음과 같이 표현된다.

$$\left\{\left(\frac{C}{\Delta t}+\beta_{ii}K(h_i^k)\right)+\beta_{ii}\frac{\partial K(h_i^k)}{\partial h_i^k}\cdot h_i^k\right\}\cdot\delta h_i^k=R(h_i^k) \tag{15}$$

식 (15)의 비선형 반복 해석을 통해 각 stage에서의 수렴된 h_i^k가 구해지고, 이로부터 시간 t_{n+1}에서의 해 X_{n+1}이 최종적으로 다음과 같이 구해진다.

$$k_i=\left(h_i^k-X_n-\sum_{j=1}^{i-1}\beta_{ij}k_j\right)/\beta_{ii} \tag{16}$$

$$X_{n+1}=X_n+\sum_{i=1}^{s}\mu_i k_i \tag{17}$$

2.2 시간 간격의 적응 조절

미분 대수식을 좀 더 정교하게 근사화하기 위해 식 (15)과 같이 SDIRK법을 적용하여 유한요소식을 구하였지만, 여전히 해석의 정확도는 시간 간격 Δt의 크기에 의존하게 된다. SDIRK법은 통상 동일한 Δt하에서 고차 (High-order) SDIRK법이 저차 (Low-order) SDIRK법에 비해 좀 더 정확한 해를 주는 것으로 알려져 있다. 만약 Δt가 충분히 매우 작을 경우, 고차 SDIRK법와 저차 SDIRK법에 의한 결과 사이의 오차가 Δt가 큰 경우에서의 오차에 비해 작게 나타날 것으로 예상할 수 있다. 이 가정을 기본으로 하여, 본 논문에서는 4차 (Forth-order) SDIRK법과 2차 (Second-order) SDIRK법에 의한 결과 사이의 오차를 계산하여, 그 오차 크기에 따라 자동으로 Δt의 크기를 조절하는 방법을 사용하였다. 본 논문에서는 Δt의 크기를 조절하기 위한 오차를 다음의 식을 이용하여 정의하였다.

$$Error=\left\{\sum_{i=1}^{N}(X_{4th}-X_{2nd})^2\Big/\sum_{i=1}^{N}X_{4th}^2\right\}^{1/2} \tag{18}$$

여기서 X_{4th}와 X_{2nd}는 4차와 2차 SDIRK법에 의해 계산된 결과를 나타낸다. 그림 1은 식 (18)에서 정의된 오차를 이용한 적응 시간간격 조절 알고리즘의 흐름도를 나타낸다.

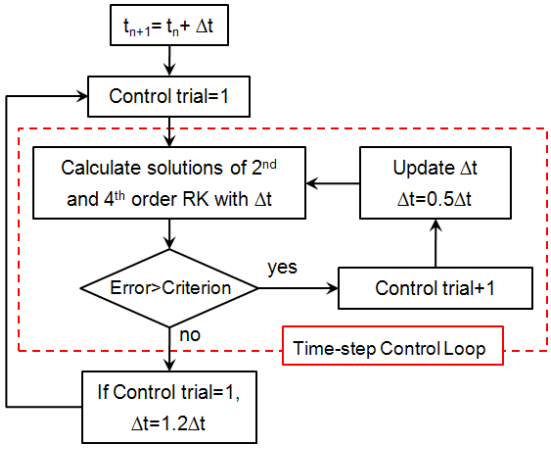

그림 1 적응 시간간격 조절 알고리즘

Fig. 1 Algorithm of adaptive time-step control

일반적인 2차 SDIRK법과 4차 SDIRK법의 Butcher array는 각각 다르기 때문에 오차 산출을 위해서는 총 6번의 계산을 필요로 한다. 따라서 본 논문에서는 하나의 Butcher array를 이용하여 4번의 계산만으로 2차 및 4차 SDIRK법에 의한 해를 모두 계산할 수 있는 Embedded 2nd 4th order SDIRK법를 적용하였고, 그 Butcher array는 표 1과 같다 [9].

표 1 Embedded 2nd 4th order SDIRK법을 위한 Butcher array

Table 1 Butcher array for embedded 2nd 4th order SDIRK

$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$			
1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$5-3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}-6$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$	
1	$\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{6}$	$\frac{1}{6}$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$
order 2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
order 4	$\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{6}$	$\frac{1}{6}$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.3 대용량 삼상 변압기에의 적용

개발된 유한요소 해석 방법은 그림 2의 3MVA급 삼상 변압기 모델에 적용되었고, 표 2는 삼상 변압기 모델의 제원을 나타낸다.

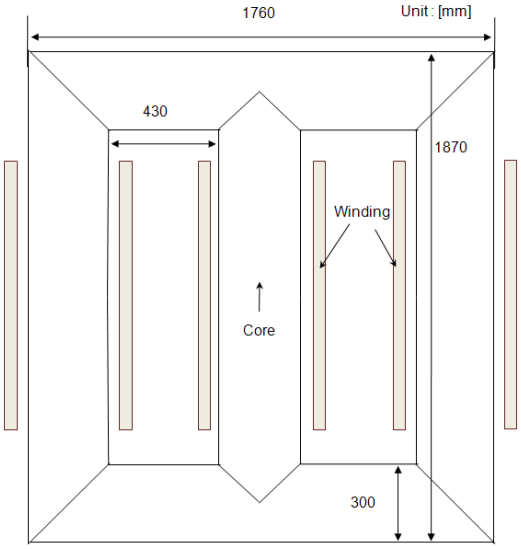

그림 2 3MVA 삼상 변압기 모델
Fig. 2 3MVA three-phase transformer model

표 2 3MVA 삼상 변압기의 제원
Table 2 Specification of 3MVA three-phase transformer

Rated voltage (V)	Rated frequency (Hz)	Winding resistance (Ω)	Number of turn	Depth (mm)
22.9k	60	0.78	838	256.5

해석 방법의 검증을 위해, 적응 시간 간격 조절법이 결합된 SDIRK법에 의해 계산된 결과가 implicit (backword) Euler법에 의한 결과와 비교되어진다. 여기서부터 적응 시간 간격 조절법이 결합된 SDIRK법는 Adaptive SDIRK법, Implicit (backword) Euler법은 Backword법으로 지칭된다.

표 3은 유한요소 해석 시 적용된 해석 조건을 나타낸다. 먼저, Adaptive SDIRK법에서의 적응 시간 간격 조절을 위한 식 (18)의 오차는 표 3에서와 같이 0.1%로 설정되었다. 다음으로, Backword법에서는 적절한 Δt의 값을 산정하기 위해 다양한 Δt의 값과 함께 유한요소 해석이 반복 수행되었고, 약 0.1302(msec)에서 수렴된 해석 결과가 나타났다.

표 3 해석 조건
Table 3 Analysis condition

Item	Value
Number of element	18,074
Final time (sec)	0.067
Time step for backword method (sec)	1.302×10^{-4}
Error for adaptive SDIRK (%)	0.1

따라서 0.1302(msec)에서 얻어진 해석 결과가 그림 2의 삼상 변압기 모델의 진해(True solution)로 가정되고, 이 결과가 Adaptive SDIRK법에 의해 계산된 결과와 비교되어진다.

그림 3은 무부하 조건에서 Adaptive SDIRK법과 Backword법에 의해 계산된 A상의 전류 파형을 비교한 것이다. 해석 결과에서 보듯이 두 방법에 의해 계산된 전류 파형이 거의 동일하게 나타나는 것을 볼 수 있다.

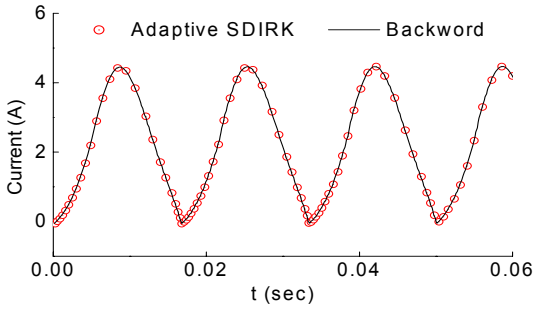

그림 3 해석 방법에 따른 A상 전류 파형의 비교
Fig. 3 Comparison of current waveforms at A-phase winding according to analysis method

그림 4는 Adaptive SDIRK법이 수행되는 과정에서 사용된 시간 간격 Δt의 변화를 나타낸 것이다. Backword법에서는 일정한 시간간격을 사용하는 반면에, Adaptive SDIRK법에서는 그림 4에서와 같이 매 시간마다 다른 시간 간격을 사용하는 것을 볼 수 있다. 이는 일정 수준의 해석의 정확도를 가지기 위한 시간 간격의 크기가 그림 1의 적응 시간 간격 조절 알고리즘을 통해 자동적으로 산정된 결과이다. 그림 4의 결과를 보면 0.018(sec)에서의 시간 간격과 0.027(sec)에서의 시간 간격이 약 1.069×10^{-3}(sec)의 차이가 나타났고, 이 차이는 두 시간대에서 동일한 해석의 정확도를 가지더라도 이를 만족하기 위한 시간 간격의 크기가 다름을 나타낸다.

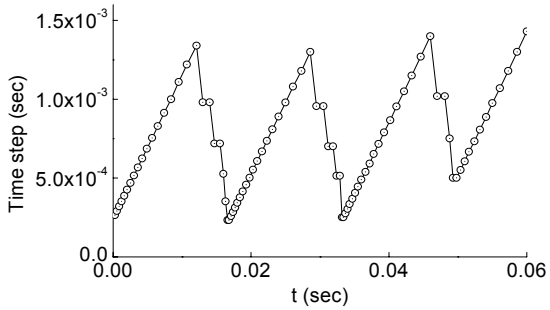

그림 4 Adaptive SDIRK법에서의 시간 간격의 변화
Fig. 4 Variation of time step in adaptive SDIRK method

표 4는 Adaptive SDIRK법과 Backword법에 의해 수행된 계산 횟수 및 소모된 계산 시간을 비교한 것이다. Adaptive SDIRK법에서는 95번의 유한 요소 해석이 수행되었고, 2.2절에서 설명되었듯이 본 논문에서 사용된 SDIRK법은 4 stage로 구성되어있기 때문에 각 유한 요소 해석마다 4번의 계산 횟수를 요구한다. 따라서 Adaptive SDIRK법에의한 총 계산

횟수는 표 4와 같이 380번이다. 표 4와 그림 3의 결과를 보면, Adaptive SDIRK법은 Backword법과 동일한 수준의 해석 정밀도를 가지면서, 동시에 Bakcword법에 비해 더 작은 해석 시간을 요구하는 것을 볼 수 있다.

표 4 해석 방법에 따른 계산 횟수 및 계산 시간의 비교
Table 4 Comparison of computational cost according to analysis method

	Adaptive SDIRK method	Backword method
Number of calculation	380	511
CPU time (min)	42	55

3. 권선 저항의 가변을 통한 정상상태 해석 시간의 단축

3.1 대용량 삼상 변압기의 무부하 과도상태

그림 5는 그림 2의 3MVA급 삼상 변압기에서 시간차분 유한요소법을 이용하여 계산된 A상의 무부하 전류를 나타낸 것이다. 그리고 표 5는 해석 조건과 해석에 소요된 시간을 나타낸다. 그림 5와 표 5에서 보듯이 약 2초의 시간까지 해석이 수행되었고, 이 해석을 수행하는데 약 19시간이 소모되었다. 유한요소 해석을 위해 매우 많은 해석 시간이 소모되었음에도 불구하고 그림 5의 결과에서 보듯이 전류 파형이 정상상태에 도달하지 못한 것을 볼 수 있다.

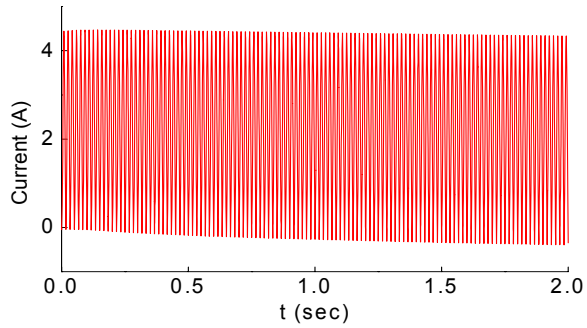

그림 5 무부하 조건에서 A상 권선의 전류파형
Fig. 5 Current waveform of A-phase winding under no-load condition

표 5 해석 조건 및 해석 시간
Table 5 Analysis condition and computational cost

	Item	Value
Analysis condition	Number of element	18,074
	Time-step (sec)	1.302×10^{-4}
	Final time (sec)	2
Computational cost	Number of calculation	15,361
	CPU time (hour)	19

해석에 사용된 삼상 변압기와 회로는 RL회로로 근사화할 수 있는데, RL회로에서 정상상태에 도달하는 시간은 다음의 시정수 τ에 크게 의존하게 된다.

$$\tau=\frac{L}{R} \tag{19}$$

식 (19)에서와 같이 시정수는 인덕턴스 성분에 비례하고, 저항 성분에 반비례하게 된다. 표 6은 그림 2의 삼상 변압기의 등가 자기회로 (Equivalent magnetic circuit)를 통해 계산된 인덕턴스를 나타낸 것으로, 표 2의 권선 저항과 비교했을 때 인덕턱스 성분이 상대적으로 큰 것을 볼 수 있다. 이에 의해 회로의 시정수가 매우 커지게 되고, 최종적으로 정상상태에 도달하는데 걸리는 시간이 매우 커지게 된다. 그림 5의 결과를 볼 때, 전류 파형은 시간이 수백초 이상이 되었을 때 정상상태에 도달할 것으로 예상되고, 이를 해석하기 위한 해석 시간은 한 달 이상이 걸릴 것으로 생각된다.

표 6 삼상 변압기의 인덕턴스
Table 6 Inductance of the three-phase transformer

	L_A	L_B	L_C
L_A	13.5195	-8.9052	-4.6143
L_B	-8.9052	17.8105	-8.9052
L_C	-4.6143	-8.9052	13.5195

대용량 삼상 변압기의 설계 과정에 있어 정상상태에서의 특성 해석은 중요한 과정으로, 그림 5에서 보듯이 통상의 해석 방법으로는 이 정상상태 해석이 거의 불가능한 것으로 생각된다. 따라서 대용량 삼상 변압기의 정상상태 해석에 소요되는 시간을 단축시키기 위한 방법이 필요하다.

3.2 권선 저항의 가변에 따른 무부하 전류 파형의 변화

식 (19)에서 보듯이, 정상상태에 빠르게 도달하기 위해서는 식 (2)의 인덕턴스 성분과 저항 성분을 조절하여 회로의 시정수를 줄여야 한다. 식 (2)의 인덕턴스 성분은 유한요소법을 이용한 자계 해석을 통해 직접 계산되는 부분으로 변압기의 크기 및 구조, 사용된 전기강판의 자기특성 등과 관련되기 때문에 이를 조절하기 매우 어렵다. 그러나 저항 성분의 경우, 식 (2)의 회로방정식에서만 고려되기 때문에 저항 성분의 크기는 상대적으로 조절하기 용이하다.

삼상 변압기의 전류 파형은 식 (2)에서 보듯이 저항 성분과 인덕턴스 성분에 의해 결정되고, 표 6에서 보듯이 인덕턴스 성분은 저항 성분에 비해 상대적으로 크게 나타난다. 따라서 인덕턴스 성분이 지배적이기 때문에 식 (2)에서 저항 성분의 크기가 변하더라도 전류 파형의 변화는 크지 않을 것으로 예상된다.

권선 저항의 변화에 따른 전류 파형의 변화를 확인하기위해, 회로 해석 프로그램인 PSIM [10]을 이용하여 무부하 조건에서의 삼상 변압기의 전류 파형이 계산되었다. 먼저, 삼상 변압기의 인덕턴스 성분의 크기는 등가 자기회로법을 이용하여 계산된 표 6의 결과를 이용하였다. 그리고 삼상 변

압기의 저항 성분의 크기는 원래 저항 크기의 1, 10, 100, 1000배 크기로 증가시켰으며, 각 경우에 대한 전류 파형이 계산되었다.

그림 6은 권선 저항의 가변에 따른 정상상태에서의 A상 전류 파형을 비교한 것이다. 권선 저항의 크기가 10~100배 크기일 때의 전류 파형과 원래 저항 크기(1배)일 때의 전류 파형을 비교해보면, 전류의 최대치나 위상이 거의 유사하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 권선 저항의 크기를 10~100배 크기로 증가시키더라도 유한요소법에 의한 해석 결과가 크게 변하지 않을 수 있다는 것을 의미한다. 권선 저항의 크기가 1000배 이상이 될 경우는 전류의 최대치와 위상이 변하는 것을 확인 할 수 있다.

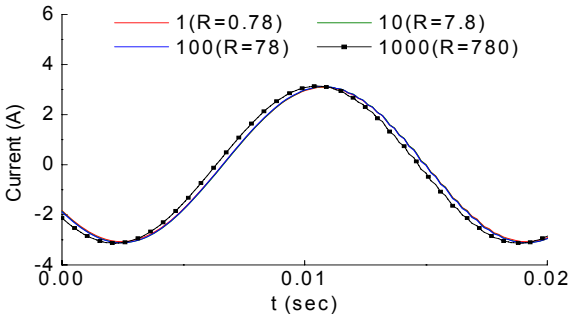

그림 6 권선 저항의 가변에 따른 전류 파형의 비교

Fig. 6 Comparison of current waveforms according to variation of winding resistance

표 7는 권선 저항의 가변에 따른 전류 파형의 대략적인 정상상태 도달시간을 비교한 것이다. 결과에서 보듯이 권선 저항의 크기가 1, 10배일 때는 정상상태 도달 시간이 최소 수 십초 이상으로 나타나는데, 유한요소법을 이용하여 이를 해석할 경우 매우 많은 계산시간이 소모된다. 이에 반해 권선 저항의 크기가 100, 1000배일 때는 정상상태에 도달하는 시간이 수 초 미만이기 때문에, 유한요소법을 이용하더라도 비교적 적은 해석시간이 소모된다.

표 7 권선 저항의 가변에 따른 정상상태 도달 시간

Table 7 Arrival time to steady state according to variation of winding resistance

	1 (R=0.78)	10 (R=7.8)	100 (R=78)	1000 (R=780)
Arrival time (sec)	140	14.2	1.47	0.145

그림 6와 표 7의 결과를 검토해보면, 권선 저항의 크기가 100, 1000배인 경우에 전류 파형이 정상상태에 도달하는데 걸리는 시간이 비교적 짧게 나타났으며, 이 중 권선 저항의 크기가 100배인 경우에 전류 파형의 변화가 원래 저항 크기의 결과와 거의 동일하게 나타났다. 따라서 유한요소 해석에 100배의 권선 저항의 크기가 적용된다면, 정상상태 도달 시간이 단축될 뿐만 아니라 계산되는 전류 파형의 결과도 원래 저항 크기일 때의 결과와 거의 유사하게 나타날 것으로 생각된다.

3.3 권선 저항의 가변을 이용한 대용량 삼상 변압기의 정상상태 해석 방법

본 논문에서는 정상상태 해석을 위해 그림 6와 표 7의 결과들을 바탕으로 하여 다음과 같은 해석 방법이 제안된다.

1) 초기 해석시, 그림 7와 같이 권선 저항의 값(R)을 원래 권선 저항(R_0)의 100배값으로 설정하고 유한요소 해석을 수행한다.
2) 전류 파형이 정상상태에 도달하여 수렴하면, 그림 7와 같이 권선 저항의 값을 10배로 감소시키고 수렴된 결과값를 초기값으로 하여 유한요소 해석을 재수행한다.
3) 유한요소 해석에 적용되는 권선 저항의 값이 원래의 권선 저항값으로 되돌아갈 때까지 2)의 과정을 반복한다.

제안된 해석 방법을 적용하여 정상상태 해석을 수행하면, 그림 7에서와 같이 전류 파형의 과도 상태가 그림 5와 달리 매우 빠르게 지나가는 것을 볼 수 있다. 그리고 권선 저항의 가변이 완료된 최종적인 정상상태 도달시간은 약 2.7초로, 제안된 방법에 의한 정상상태 도달시간이 그림 5의 결과와 비교 했을 때 매우 크게 감소한 것을 볼 수 있다. 그림 8은 최종적으로 얻어진 각 상에서의 정상상태 무부하 전류 파형을 나타낸 것이다.

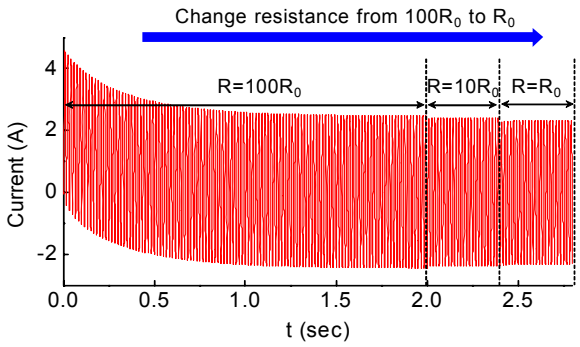

그림 7 권선 저항의 가변을 이용한 정상상태 해석 (R_0 : 원래 권선 저항의 크기)

Fig. 7 Steady state analysis using variation of the winding resistance (R_0 : original winding resistance)

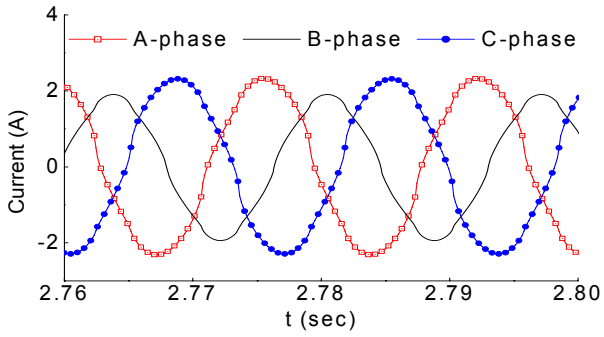

그림 8 정상상태에서의 삼상 전류 파형

Fig. 8 3-phase current waveform at steady state

4. 결 론

본 논문에서는 대용량 삼상 변압기의 정상 상태 해석에 소요되는 시간을 단축시키기 위해, Embedded 2nd 4th SDIRK법을 이용한 적응 시간간격 조절법과 권선 저항의 가변을 통한 정상상태 해석방법을 제안하였다. Embedded 2nd 4th SDIRK법을 이용한 적응 시간간격 조절법은 일정 수준의 해석 정밀도를 유지하기 위해 자동적으로 시간 간격을 조절하는 것을 볼 수 있었고, Implicit (backword) Euler법과 비교했을 때 동일한 수준의 해석 정밀도를 가지면서 동시에 더 작은 해석 시간을 필요로 하는 것을 볼 수 있었다. 그리고 권선 저항의 가변을 통한 정상상태 해석방법은 초기 해석시 나타나는 과도 상태의 시간을 크게 감소시켰고, 이를 통해 정상상태 해석에 소요되는 시간을 통상적인 시간차분 유한요소법에 비해 수십 또는 수백 배 이상 매우 크게 단축시킬 수 있었다. 제안된 해석 방법들은 빠른 정상상태 해석을 수행 할 수 있기 때문에 대용량 삼상 변압기의 설계 과정에서 무부하 또는 부하 조건에서의 정상상태 특성을 정확하고 빠르게 예측하는데 기여 할 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 2010년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구과제입니다. (No. 20104010100600)

참 고 문 헌

[1] S. L. Ho, H. L. Li, W. N. Fu, and H. C. Wong, "A novel approach to circuit-field-torque coupled time stepping finite element modeling of electric machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1886-1889, Jul. 2000.

[2] K. Yamazaki, S. Kuramochi, N. Fukushima, S. Yamada, and S. Tada, "Characteristics analysis of large high speed induction motors using 3-D finite element method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 2, pp. 995-998, Feb. 2012.

[3] S. Bouissou and F. Piriou, "Numerical simulation of a power transformer using 3D finite element method coupled to circuit equation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 30, no. 5, pp. 3224-3227, Sep. 1994.

[4] M. J. Islam, J. Pippuri, J. Perho, and A. Arkkio, "Time-harmonic finite-element analysis of eddy currents in the form-wound stator winding of a cage induction motor," *IET Electr. Power Appl.*, vol. 1(5), pp. 839-846, Sep. 2007.

[5] J. Driesen and K. Hameyer, "The simulation of magnetic probolems with combined fast and slow dynamics using a transient time-harmonic method," *European Physical Journal Applied Physics*, vol. 13, no. 3, pp. 165-169, Jun. 2001.

[6] O. C. Zienkiewicz, W. L. Wood, N. W. Hines, and R. L. Taylor, "A unified set of single step algorithms: Part I general formulation and applications," *Int. J. Numerical Method in Engineering*, vol. 20, pp. 1529-1552, 1984.

[7] A. Nicolet and F. Delince, "Implicit Runge-Kutta methods for transient magnetic field computation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 1405-1408, May 1996.

[8] H. Wang, S. Taylor, J. Simkin, C. Biddlecombe, and B. Trowbridge, "An adaptive-step time integration method applied to transient magnetic field problems," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, no. 5, pp. 3478-3481, Sep. 2001.

[9] F. Cameron, R. Piche, and K. Forsman, "Variable step size time integration methods for transient eddy current problems," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 5, pp. 3319-3322, Sep. 1998.

[10] [Online]. Available: http://www.powersimtech.co.kr

저 자 소 개

윤 희 성 (尹 熙 盛)

1982년 1월 17일생. 2005년 충북대학교 전기전자공학부 졸업(학사). 2005년~2007년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2007년~2012년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 2012년~현재 동 대학원 박사 후 연구원.

Tel : 043-274-2426

E-mail : hsyoon@chungbuk.ac.kr

서 민 규 (徐 民 圭)

1983년 12월 14일생. 2009년 충북대학교 전기전자공학부 졸업(학사). 2011년~2007년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2011년~현재 LS산전 연구원.

Tel : 010-9417-8103

E-mail : mks25@lsis.biz

고 창 섭 (高 彰 燮)

1986년 서울대학교 전기공학과 졸업(학사). 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1992년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1993~1994년 미국 Florida International University 전기컴퓨터 공학과 박사 후 연구원. 1994~1996년 삼성전기(주) 종합연구소 선임연구원. 2003년 2월~2004년 1월 미국 Texas A&M University, 전기컴퓨터공학과 객원 교수, 1996년~현재 충북대학교 전자정보대학 전기공학과 교수.

Tel : 043-261-2426

Fax : 043-274-2426

E-mail : kohcs@chungbuk.ac.kr