

오염된 공정을 위한 로버스트 관리도의 설계

김용준* · 김동혁* · 정영배**†

* 인천대학교 대학원 산업경영공학과

** 인천대학교 산업경영공학과

The Design of Robust Control Chart for A Contaminated Process

Yong-Jun Kim* · Dong-Hyuk Kim* · Young-Bae Chung**†

* Graduate School of Industrial & Management Engineering, University of Incheon

** Department of Industrial & Management Engineering, University of Incheon

Purpose: In this study, we research the hurdle rate method to suggest the robust control chart for a contaminated process less vulnerable to fault values than existing control charts.

Methods: We produce the results of p, ARL values to compare the performance of two control charts, $\bar{x}-s$ that has been used typically and TM-TS that is suggested by this paper. We implement the simulation focusing on three cases, change of deviation, mean and both of them.

Results: We draw a conclusion that the TM-TS control chart has better efficiency than $\bar{x}-s$ control chart over the three cases.

Conclusion: We insist that applying TM-TS control chart for a polluted process is more effective than $\bar{x}-s$ control chart.

Key Words : Contaminated Process, Robust Control Chart, $\bar{x}-s$ Control Chart

1. 서 론

현재 많은 산업 분야에서 경쟁력을 갖추기 위한 무기로써 고품질 제품의 생산을 그 수단으로 하고 있다. 이는 기업이 고품질의 제품으로 인해 소비자들에게 매력적으로 다가갈 수 있고, 다른 기업과의 경쟁력에서도 우위를 점할 수 있기 때문이며, 제품 품질의 향상을 통해 살아남는 방법을 모색하고 있다. 품질을 향상시키는데 있어 문제가 발생하게 되는데 그 이유는 생산 환경을 아무리 철저히 통제한다고 해도 품질은 산포를 하기

때문이다. 이러한 품질의 산포를 제어하기 위한 방법론으로서 대두된 것이 통계적 공정관리(SPC: Statistical Process Control) 기법이다. SPC에서는 산포의 원인을 불가피 원인인 우연원인(random cause)과 가피원인인 이상원인(special cause)으로 분류하며, 통제 가능한 이상 원인의 발생 여부를 탐지하고 현장조치를 통해 해결하고자 하는 것이 SPC의 목적이라 할 수 있다. 이러한 SPC의 목적을 달성하기 위해 대표적으로 사용되는 도구로써 1920년대에 Shewhart에 의해 3 σ 법 관리도(3 σ Control Chart method)가 소개되었다. 이 방법론은 공정에 이상 원인이 침투하는 것을 가능한 조기에 탐지하여 적절한 현장 조치를 통해 공정 내 산포가 우연원인에 의한 산포로만 존재하게 하는 것이 목적으로 SPC의 목적과 부합한다. Shewhart가 소개한 관리도에는 공정 평균치를 감시하는 관리도와 산포를 감시하는 관

† Corresponding Author

Department of Industrial and Management Engineering,
University of Incheon, 119 Academy-ro, Yeonsu-gu,
Incheon, 406-772 Korea
Tel: +82.32.835.8483 Fax: +82.32.835.0777
E-mail: ybchung@incheon.ac.kr

리도가 존재하며 평균치 관리도에 의해 군내, 군간 산포를 관리하고, 산포 관리도를 이용하여 군내 산포를 관리한다.

현재 가장 널리 사용되는 공정 관리도로는 $\bar{x}-R$, $\bar{x}-s$ 관리도가 있는데 과거 계산 도구가 적절치 못하였을 때는 산포의 계산을 최대값과 최소값만 사용하여 구하기 때문에 다루기 편한 R관리도를 사용하였으나, 근래에는 컴퓨터 등의 기술 발달로 인해 모든 데이터를 고려하는 표준편차를 계산해 내는 것이 상대적으로 표본의 정보를 더 많이 사용하므로 s관리도를 사용하는 것이 부분군의 크기가 커질수록 공정변동을 감시하는 관리도로서의 통계적 효율성이 높다고 할 수 있다 [Chung Youngbae and Yeom Gyeongcheol 2010].

그러나 이러한 전통적인 관리도는 공정이 오염되어 있을 경우 그 한계를 드러내게 되는데 \bar{x}, R, s 등의 경우 데이터가 정상상태가 아닌 상황, 즉 공정에 오염이 관측될시 관리선이 민감하게 반응하여 변화하기 때문에 관리도가 해야 하는 본연의 기능인 이상원인 탐지 능력에 문제가 생긴다. 이러한 이유로 여러 학자들에 의해 \bar{x}, R, s 등의 추정치 보다 공정변화에 효과적으로 저항할 수 있는 대안적인 강건한 추정치에 대한 연구가 다양하게 진행되어 왔다.

Rocke(1989)는 표본 평균과 범위의 절사 평균, 표본 평균과 범위의 중앙값, 표본평균과 사분위수 범위의 절사평균 등을 비교함으로써 강건한 관리도를 위한 추정치에 대하여 제안하였다. Tukey(1977)와 Wang et al. (2007)은 표본의 중앙값과 다른 두 사분위수의 가중평균에 근거한 trimean이라는 평균 추정치를 개발하였고, Wu et al.(2002)은 중앙값으로부터 절대편차의 중앙값(MDM: Median of absolute Deviation from Median), 중앙값으로부터 절대편차의 평균(ADM: Average absolute Deviation from Median) 등의 대안적인 추정치를 제안하였다.

Tatum(1997)은 관리도를 위한 강건한 표준편차를 제안하는 과정에서 공정 변화로 인한 방해요소가 전체 부분군에 동등하게 영향을 주는 경우(diffuse disturbance)와 특정 부분군에만 영향을 주는 경우(localized disturbance)의 두 가지로 분류하여 데이터가 오염되었을 경우에도 강건하게 관리한계를 설정해 줄 수 있는 효율적인 평균, 표준편차 추정치에 대한 연구를 하였다.

Schoonhoven et al.(2011)은 앞서 제안되었던 평균, 표준편차의 대안적인 추정치와 본인들이 새롭게 제안하는 방법에 의한 추정치들의 효율성을 비교하였고, 이

과정에서 Tatum(1997)에 의해 채택된 바 있는 각 추정치들의 평균 제곱 오차(MSE: Mean Squared error)를 비교하는 방법을 사용하였다.

본 연구에서는 Schoonhoven et al.(2011)의 연구에서 각 추정치들의 MSE를 비교하였을 때, 기존의 \bar{x}, R, s 등에 견주어 공정변화에 강건하게 저항하는 절사 평균의 원리를 사용한 추정치인 $\overline{TM}_\alpha, \overline{s}_\alpha$ 를 사용하고자 한다. 이 강건한 추정치들을 이용하여 공정의 변화에 강건하게 저항할 수 있는 TM-TS 관리도($\overline{TM}_\alpha - \overline{s}_\alpha$ 관리도)를 만들고, 현재 가장 대표적인 관리도로 사용되고 있는 $\bar{x}-s$ 관리도와 성능 비교에 의해 어느 관리도를 선택하는 것이 공정 변화를 더 강건하게 관리할 수 있는지 알아 볼 것이다.

2. 기존 연구 고찰

2.1 $\bar{x}-s$ 관리도

$\bar{x}-s$ 관리도는 대량생산되는 제품의 품질특성인 연속형 데이터를 관리하는데 사용되는 대표적인 계량값 관리도이다.

2.1.1 \bar{x} 관리도

\bar{x} 관리도는 부분군의 계산된 \bar{x} 를 타점함으로 공정의 중심이 변화되고 있는가를 감시하는 관리도로 표준값이 정해져 있는 경우 μ 와 σ 대신 표준값 μ_0, σ_0 를 사용한다. 그 이외에는 현실적으로 공정 모수 μ 와 σ 를 모르는 경우가 대부분이므로 이들의 추정치 $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 를 사용하여 관리선(중심선, 관리한계선)을 구하게 된다. 따라서 \bar{x} 관리도의 중심선(center line; CL)과 관리한계선(upper and lower control limit; UCL and LCL)은 다음과 같이 정의되어 진다.

$$CL = E(\bar{x}) = \hat{\mu} = \bar{\bar{x}} \quad (1)$$

\bar{x} 관리도에서 모수 추정치 $\hat{\mu}$ 와 $\hat{\sigma}$ 는 관리도에서 타점된 점들에 의해 구해진 평균 $\bar{\bar{x}}$ 와 시료편차 s 를 사용한 값으로, 각각, $\bar{\bar{x}}$ 와 \bar{s}/c_4 를 사용한다. 여기서 $\hat{\mu} =$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i}{k}, \hat{\sigma} = \bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^k s_i}{k} \text{로 계산되고, } A_3 = 3/c_4 \sqrt{n}$$

이며, n의 크기에 따라 정해지는 상수이다.

$$\begin{aligned}
 UCL &= E(\bar{x}) + 3D(\bar{x}) \\
 &= \hat{\mu} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\
 &= \bar{x} + 3 \frac{c_4}{\sqrt{n}} \bar{s} \\
 &= \bar{x} + \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \bar{s} = \bar{x} + A_3 \bar{s}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 LCL &= E(\bar{x}) - 3D(\bar{x}) \\
 &= \hat{\mu} - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\
 &= \bar{x} - 3 \frac{c_4}{\sqrt{n}} \bar{s} \\
 &= \bar{x} - \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \bar{s} = \bar{x} - A_3 \bar{s}
 \end{aligned} \tag{3}$$

2.1.2 s 관리도

s 관리도는 부분군의 계산된 s를 타점함으로 공정의 산포가 변화되고 있는가를 감시하는 관리도로 표준값이 정해져 있는 경우는 σ 대신 표준값 σ₀를 사용한다. 표준값이 정해져 있지 않은 경우는 모수값 대신 모수 추정치를 사용하여 관리선(중심선, 관리한계선)을 구하게 되고, 모수 추정치 $\hat{\sigma}$ 는 \bar{s}/c_4 를 사용한다. 따라서 s 관리도의 중심선(CL)과 관리한계선(UCL, LCL)은 다음과 같이 정의되어 진다.

$$\begin{aligned}
 CL &= E(s) = c_4 \hat{\sigma} \\
 &= c_4 \frac{\bar{s}}{c_4} \\
 &= \bar{s}
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 UCL &= E(s) + 3D(s) \\
 &= c_4 \hat{\sigma} + 3c_5 \hat{\sigma} \\
 &= (c_4 + 3c_5) \hat{\sigma} \\
 &= (1 + 3 \frac{c_5}{c_4}) \bar{s} \\
 &= B_4 \bar{s}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 LCL &= E(s) - 3D(s) \\
 &= c_4 \hat{\sigma} - 3c_5 \hat{\sigma} \\
 &= (c_4 - 3c_5) \hat{\sigma} \\
 &= (1 - 3 \frac{c_5}{c_4}) \bar{s} \\
 &= B_3 \bar{s}
 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서 c₄, c₅, B₃, B₄는 n에 의해 정해지는 상수이며 이들 상수를 구하는 식은 아래와 같다.

$$c_5 = \sqrt{1 - c_4^2} \text{ 이고,}$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}, B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \text{ 이다.}$$

또한, n ≤ 5 인 경우 B₃의 값은 음의 값이 나타나기 때문에 관리도를 그릴 때 s 관리도의 관리하한선은 의미가 없으므로 표기하지 않는다.

2.2 Tukey의 trimean 추정치 소개

Tukey(1977)는 자신의 저서에서 median(중앙값)과 hinge들의 결합을 통해 중심 위치를 측정하는 방법을 제시하였다. hinge는 데이터를 크기순으로 배열 하였을 때 중앙값을 중심으로 양 옆으로 배열되는 데이터들을 말하며, 이때 trimean은 중앙값에 가중치를 주고 다른 두 hinge들과 합의 평균을 구하는 방식으로 산출식은 다음과 같다.

$$trimean = \frac{lower\ hinge + 2(\text{median}) + upper\ hinge}{4} \tag{7}$$

여기서 lowerhinge, upperhinge는 크기순으로 배열 된 데이터들 중에서 각각 1/4지점(Q₁), 3/4지점(Q₃)의 데이터를 의미한다. Tukey(1977)에 의하면 중앙값 대신 trimean을 사용하는 것이 중심위치를 측정하는데 더 유용하다고 할 수 있다.

2.3 Schoonhoven, 의 \bar{s}_α 추정치 소개

Schoonhoven et al.(2011)은 표준편차를 관리하기 위한 관리도의 강건한 추정치에 대한 연구를 수행한 바 있다. 이들은 기존에 사용 되던 \bar{R} , \bar{s} 관리도의 문제점을 지적하였고, 이러한 전통적인 산포 추정치의 단점을

보완하기 위해 선행 연구에서 제안된 추정치와 자신들이 제안한 방법을 함께 소개하였다. 그 중에서 샘플군의 표준편차 관리도에 절사평균의 원리를 사용한 추정치인 \bar{s}_α 를 소개하였으며, 그 산출식은 다음과 같다.

$$\bar{s}_\alpha = \frac{1}{k - \lceil k\alpha \rceil} \times \left[\sum_{v=1}^{k - \lceil k\alpha \rceil} \bar{s}_{(v)} \right] \quad (8)$$

여기서 α 는 잘라낼 부분군의 백분율(절사율)이며, $\lceil x \rceil$ 은 천정함수를 나타내는 것으로 x 보다 작지 않은 정수들 중 가장 작은 것을 의미한다. $\bar{s}_{(v)}$ 는 v 번째 부분군 값의 표본 표준편차 값을 나타낸다.

3. Robust 관리도 설계

3.1 TM-TS 관리도

우리가 제안하는 TM-TS 관리도($\overline{TM}_\alpha - \bar{s}_\alpha$ 관리도)는 기존의 대표적인 관리도 $\bar{x} - s$ 관리도보다 공정의 변화에 강건하게 저항할 수 있으리라 생각되는 관리도이다. TM관리도는 부분군의 계산된 TM_i 값을 타점함으로 공정의 중심이 변화되고 있는가를 감시하는 관리도로 Tukey(1977)에 따르면 중앙값(Me) 대신 trimean을 사용하는 것이 중심을 가늠하는데 더 유용하다고 언급하였다. trimean은 가중 표본 중앙값과 다른 두 사분위수와 합의 평균을 의미하며 그 산출 식은 아래와 같다.

$$TM_i = (Q_{i,1} + 2Q_{i,2} + Q_{i,3})/4 \quad (9)$$

여기서 $Q_{i,q}$ 은 부분군 i 에서 q 번째 사분위수로 정의하며, $q = 1, 2, 3$ 으로 정의된다 [Tukey, 1997, Wang et al., 2007]. TM관리도의 중심선(center line; CL)과 관리한계선(upper and lower control limit; UCL and LCL)은 다음과 같이 정의되어 진다.

$$CL = E(TM) = \hat{\mu} = \overline{TM}_\alpha \quad (10)$$

$$\begin{aligned} UCL &= E(TM) + 3D(TM) \\ &= \hat{\mu} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{TM}_\alpha + \frac{3}{\sqrt{n}} \times \bar{s}_\alpha \\ &= \overline{TM}_\alpha + A_t \times \bar{s}_\alpha \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} LCL &= E(TM) - 3D(TM) \\ &= \hat{\mu} - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{TM}_\alpha - \frac{3}{\sqrt{n}} \times \bar{s}_\alpha \\ &= \overline{TM}_\alpha - A_t \times \bar{s}_\alpha \end{aligned} \quad (12)$$

\overline{TM}_α 의 산출식은 아래와 같이 구해진다.

$$\overline{TM}_\alpha = \frac{1}{k - 2 \lceil k\alpha \rceil} \times \left[\sum_{v=\lceil k\alpha \rceil+1}^{k - \lceil k\alpha \rceil} TM_{(v)} \right] \quad (13)$$

α 는 잘라낼 부분군의 백분율(절사율)이며, $\lceil x \rceil$ 은 천정함수를 나타내는 것으로 x 보다 작지 않은 정수들 중 가장 작은 것을 의미한다. k 는 부분군의 총수, $TM_{(v)}$ 는 v 번째 군에서의 샘플 trimean을 의미한다. C 는 부분군의 크기 n 에 따라 결정되는 상수이며, 시물레이션에 의해 구해지며, $A_t = \frac{3}{C \times \sqrt{n}}$ 이고 n 에 의해 결정되는 상수이다.

s관리도는 기존 s관리도에 절사율의 개념을 더한 것으로 Rocke(1989)는 자신의 강건한 관리도를 위한 연구에서 공정변화가 존재할 경우 기존의 산포 감시통계량에 비해 그 영향에 합리적으로 저항할 수 있는 방법으로 절사된 표본 범위를 소개한 바 있다. 하지만 통계량이 데이터의 최대와 최소값을 사용하게 되는 범위는 그것을 계산 할 때 침투해 있는 이상 값을 사용하게 될 위험이 있어 민감하게 반응하게 되므로 그 효율이 떨어진다고 할 수 있다.

Schoonhoven et al.(2011)은 자신들의 연구에서 각 추정치들의 MSE값을 비교 하였을 때, 공정이 오염되어 있을 경우 표본 trimean의 20% 절사평균을 중심값으로 사용 하였을 때 모든 공정 오염에 합리적으로 저항하여 가장 좋은 성능을 낸다는 것을 증명하였다.

따라서, 우리의 연구에서는 범위보다 공정변화에 강건하게 저항 할 수 있는 통계량인 표본 표준편차를 각 군에서 산출하고 이들 중 $\alpha\%$ 의 데이터를 잘라내 평균화된 추정치의 산포를 통계량으로 사용하고자 한다. 다시 말해 k 개의 부분군에서 각각의 s_i 를 산출하고 이들 중 가장 큰 $k\alpha$ 개만큼의 s_i 를 제거하여 관리한계를 설정하여 공정 변화가 있을시 효과적으로 이상원인 존재 여부를 감시할 수 있게 하기 위한 관리도이다.

$$CL = E(s) = c_4 \hat{\sigma} = c_4 \frac{\bar{s}_\alpha}{C} \tag{14}$$

$$UCL = E(s) + 3D(s) = c_4 \hat{\sigma} + 3c_5 \hat{\sigma} = (c_4 + 3c_5) \frac{\bar{s}_\alpha}{C} = B_{t_U} \bar{s}_\alpha \tag{15}$$

$$LCL = E(s) - 3D(s) = c_4 \hat{\sigma} - 3c_5 \hat{\sigma} = (c_4 - 3c_5) \frac{\bar{s}_\alpha}{C} = B_{t_L} \bar{s}_\alpha \tag{16}$$

여기서 \bar{s}_α 는 식 (8)로 얻어질 수 있으며, C 는 부분군의 크기 n 에 따라 결정되는 상수이다.

3.2 관리도의 성능

본 장에서는 위에서 제안한 TM-TS관리도의 성능을 평가할 것이다. 관리도 성능은 관리한계선을 벗어날 확률인 p 와 타점된 관측치가 처음으로 관리한계를 벗어날 때까지의 타점 수인 런 길이(RL: Run Length)의 평균(ARL: Average Run Length)에 의해 평가될 것이다. 우리는 평가의 비교대상으로 $\bar{x}-s$ 관리도를 삼았으며, 공정의 변화가 있는 경우 3가지 경우에서 각각 비교함으로써 관리도의 공정관리 능력을 비교 할 것이다. 첫째, 공정에 산포의 변화가 모든 부분군에 동등하게 영향을 미치는 경우, 둘째 공정에 평균의 변화가 모든 부분군에 동등하게 영향을 미치는 경우, 마지막으로 공정에 평균과 산포의 변화가 동시에 모든 부분군에 동등하게 영향을 미치는 경우이다.

3.2.1 시뮬레이션 설계

우리는 E_i 를 관리한계선 밖에 있는 사건이라 정의하고 $P(E_i)$ 를 그 확률이라고 정의하고, 첫 번째로 관리한계선을 벗어나는 TM_i (평균의 경우), s_i (산포의 경우)가 나오기 전까지의 표본의 수를 RL이라고 표현한다. σ 가 알려져 있는 경우 일반적으로 RL은 $p = P(E_i) = \alpha$ 로 기하분포를 따른다. 평균 런 길이(ARL)은 $1/p$ 로 런 길이의 표준편차(SDRL)은 $\sqrt{1-p}/p$ 의 확률을 따른다. σ 가 알려져 있지 않은 경우는 $p = E(P(E_i|\hat{\mu}, \hat{\sigma}))$ 와

$ARL = E(\frac{1}{P(E_i|\hat{\mu}, \hat{\sigma})})$ 로 정의한다. 이러한 기대값들은

충분한 반복을 통한 데이터 세트를 발생시킴으로 구해질 수 있다. 우리는 $\hat{\mu} = \overline{TM}_\alpha$, $\hat{\sigma} = \bar{s}_\alpha$ 를 사용하고, α 는 가장 대표적으로 사용되는 절사율인 10%로 설정하여 시뮬레이션을 진행한다.

3.2.2 공정변화 설계

공정의 변화 설계는 정상적인 경우와 프로세스에서 발생할 수 있는 비정상적인 경우(산포, 평균의 변화)를 고려하여 시뮬레이션을 실시한다.

① 관측치가 $N(0,1)$ 80%, $N(0,b\sigma)$ 20%의 비율로 $b=2.0, 4.0, 6.0$ 으로 산포의 변화가 모든 부분군에 동등하게 영향을 미치는 좌우대칭의 확률분포를 따르는 경우의 모델이다.

② 관측치가 $N(0,1)$ 80%, $N(\mu+a, 1)$ 20%의 비율로 $a=1.0, 3.0, 5.0$ 으로 평균의 변화가 모든 부분군에 동등하게 영향을 미치는 좌우대칭의 확률분포를 따르는 경우의 모델이다.

③ 관측치가 $N(0,1)$ 80%, $N(\mu+a, b\sigma)$ 20%의 비율로 $a, b=2.0, 4.0, 6.0$ 으로 산포와 평균의 변화가 동시에 모든 부분군에 동등하게 영향을 미치는 좌우대칭의 확률분포를 따르는 경우의 모델이다.

$n=5, k=30$ 을 기준으로 시뮬레이션을 실시하였고, 시뮬레이션 횟수 N 은 각 case별 50회를 실시하였다.

4. 시뮬레이션

본 논문에서 제안하고자 하는 새로운 강건한 관리도인 TM-TS 관리도와 기존 $\bar{x}-s$ 관리도의 계수 값을 비교하기 위하여 다음과 같이 비교표를 작성하였다.

Table 1. Comparison with the $\bar{x}-s$, TM-TS coefficient values

$\bar{x}-s$	TM-TS
c_4	C
A_3	A_t
B_4	B_{t_U}
B_3	B_{t_L}

TM-TS 관리도의 C 값은 150번의 시물레이션을 통해 0.851로 구해졌고, 이 값에 따라 A_{TL} , B_{TL} , B_{TL} 값이 결정되었다.

4.1 수치 예

시물레이션 ①의 경우에 나타나는 $\bar{x}-s$ 와 TM-TS 관리도의 p 값과 ARL값의 비교표 및 그림은 Table 2와 Fig. 1의 (a),(b),(c),(d)를 통해 확인할 수 있고, 시물레이션 ②의 경우에 나타나는 p 값과 ARL값의 비교표 및 그림은 Table 3과 Fig. 2의 (a),(b),(c),(d)를 통해 확인할 수 있다. 마지막으로 시물레이션 ③의 경우에 나타나는 p 값과 ARL값의 비교표 및 그림은 Table 4와 Fig. 3의 (a),(b),(c),(d)를 통해 확인할 수 있다.

4.2 시물레이션 결과

본 연구에서 제안한 새로운 강건한 관리도인 TM-TS 관리도와 기존에 공정관리를 위해 널리 이용되고 있는 $\bar{x}-s$ 관리도의 성능 비교를 위하여 p 와 ARL값을 비교하여, Table 2에서 Table 4로 보여주었고, 설계모델의 각각 첫 번째 경우의 관리도 형태를 대표적으로 Fig. 1에서 Fig. 3로 보여주었다. 두 관리도 방법의 객관적인 비교를 위해 본 논문에서는 관측치를 동일하게 조절한 상태에서 p 값과 ARL값을 비교하였다.

일반적으로 데이터가 오염되어 있는 경우 p 값이 높고, ARL값이 작은 관리도법이 공정관리에 더욱 우수한 방법론을 제공한다고 할 수 있다. 앞서 제안한 공정변화 설계의 3가지 경우 첫째 산포의 변화가 있을 경우 Table 2는 $b=2.0, 4.0, 6.0$ 의 세 가지 모든 경우에서, 둘째 평균의 변화가 있을 경우 Table 3은 $a=1.0, 3.0, 5.0$ 의 세 가지 모든 경우에서, 셋째 산포, 평균 변화가 모두 있을 경우 Table 4는 $a, b=2.0, 4.0, 6.0$ 의 세 가지 모든 경우에서 \overline{TM}_{10} 의 p 값이 \bar{x} 의 p 값보다 높은 값, ARL값은 작은 값을 형성하고 있음을 보여주었다. Fig. 1에서 Fig. 3의 평균치와 산포의 관리도 형태를 통해서 TM-TS 관리도가 $\bar{x}-s$ 관리도에 비해 더 강건한 관리도임을 증명하고 있다. 이와 같이 제안한 3가지 모델

모든 경우에 TM-TS 관리도가 $\bar{x}-s$ 관리도에 비해 공정 변화를 탐지하는 능력이 우수함을 보였다.

5. 결 론

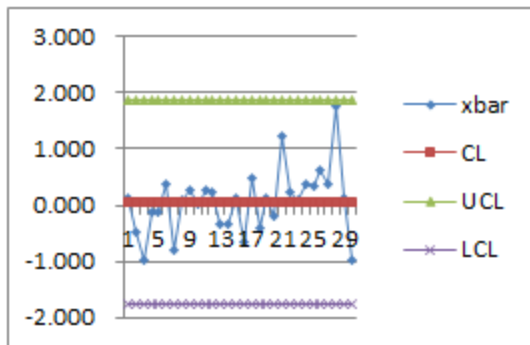
본 논문에서는 오염된 공정을 위한 강건한 관리도를 제안하기 위해 기존의 관리도에 비해 관측치 이상 값의 영향에 강건하게 대응할 수 있는 절사율이라는 방법론을 제시하였다. 제시한 절사율 이론은 평균의 경우 높은 값과 낮은 값을 $\alpha\%$ 의 비율로 제거하게 되고, 산포의 경우 높은 값을 $\alpha\%$ 의 비율로 제거 하게 됨으로 공정에 변화를 주는 이상 값을 제거 할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 본 논문에서 이러한 절사율 이론을 기반으로 하여 관리 한계선을 설정하여 기존 관리도의 한계점을 개선시키기 위하여 제안한 기법은 새로운 강건한 관리도인 TM-TS 관리도이다.

일반적으로 기업에서 공정관리를 함에 있어 여러 가지 문제 요소들이 발생하게 되는데 작업자의 숙련도 차이, 부적합한 자재의 유입 등으로 인한 공정의 평균 변화, 제어하지 못하는 환경인자나 초기공정 경우 등으로 발생하는 공정의 산포 변화 또는 두 가지의 변화가 모두 발생하게 되는 공정 변화를 겪게 될 수 있다. 이러한 경우 오염된 관측치를 어떠한 여과의 기법도 없이 기존의 관리도로 공정관리를 하게 되면 오염된 관측치 값의 영향을 받은 관리선으로 관리를 하게 될 것이다. 이는 실제 공정에서 공정을 제대로 관리하지 못하여 발생하는 물질적, 시간적인 불필요한 손실을 야기시킬 수 있다. 본 논문에서 제안한 방법은 강건한 공정관리를 행함으로써 기업의 불필요한 손실을 줄여줄 수 있을 것이라 기대되기 때문에 중요한 의미를 갖는다.

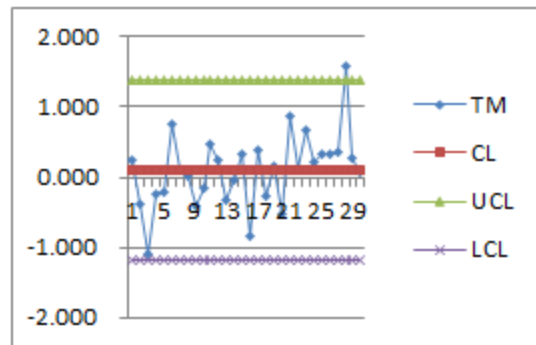
본 연구에서는 첫째 가장 일반적인 분포인 정규분포를 가정한 상태에서 시물레이션을 설계하여 결과를 도출하였다. 비단 정규분포와 같은 정상적인 분포뿐만 아니라, 다른 분포를 따르는 경우에도 제시한 TM-TS 관리도가 기존의 관리도보다 더 좋은 성능을 보이는지 확인해 볼 필요가 있을 것이다. 둘째 본 논문에서는 기존에 일반적으로 널리 사용되는 절사율 10%로 시물레이션을 실시하였는데 최적의 절사율을 찾는 연구도 진행되어 짐이 바람직할 것이다.

Table 2. p , ARL values for $N(0,1)$ and $N(0,b\sigma)$

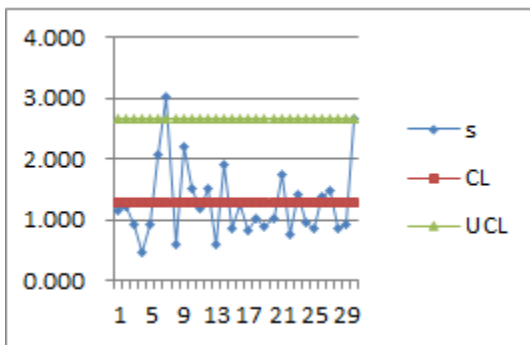
N=50	b=2.0	b=4.0	b=6.0		b=2.0	b=4.0	b=6.0
\bar{x}	$p_{\bar{x}}$			\overline{TM}_{10}	$p_{\bar{x}}$		
	0.026	0.031	0.047		0.078	0.109	0.123
	ARL $_{\bar{x}}$				ARL $_{\bar{x}}$		
	39.07	32.76	21.40		12.89	9.20	8.15
s	b=2.0	b=4.0	b=6.0	\bar{s}_{10}	b=2.0	b=4.0	b=6.0
	p_s				p_s		
	0.055	0.083	0.095		0.083	0.121	0.140
	ARL $_s$				ARL $_s$		
	18.20	12.08	10.54		11.20	8.26	7.13



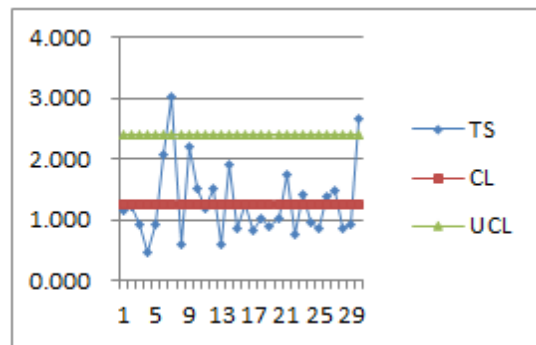
(a)



(b)



(c)

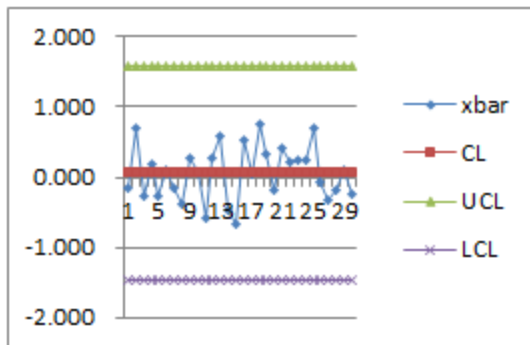


(d)

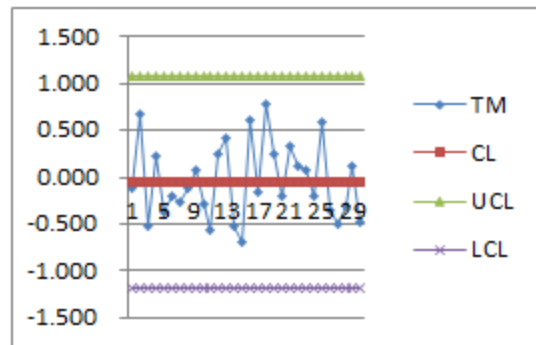
Fig. 1. Comparison with $\bar{x}-s$, TM-TS for $N(0,1)$ and $N(0,2)$

Table 3. p, ARL values for N(0,1) and N(μ+a,1)

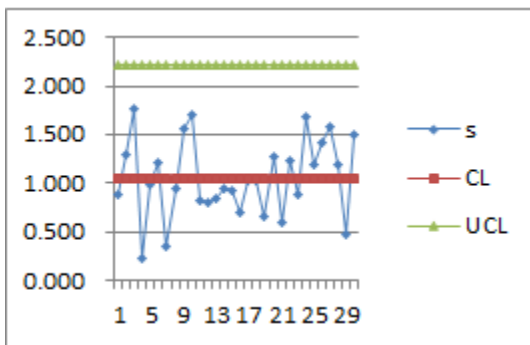
N=50	a=1.0	a=3.0	a=5.0		a=1.0	a=3.0	a=5.0
\bar{x}	p값			\overline{TM}_{10}	p값		
	0.008	0.004	0.001		0.036	0.021	0.010
	ARL값				ARL값		
	126.99	243.19	702.50		27.97	47.62	97.46
s	a=1.0	a=3.0	a=5.0	\bar{s}_{10}	a=1.0	a=3.0	a=5.0
	p값				p값		
	0.017	0.008	0.006		0.029	0.014	0.011
	ARL값				ARL값		
60.27	123.52	160.98	34.42	71.08	93.35		



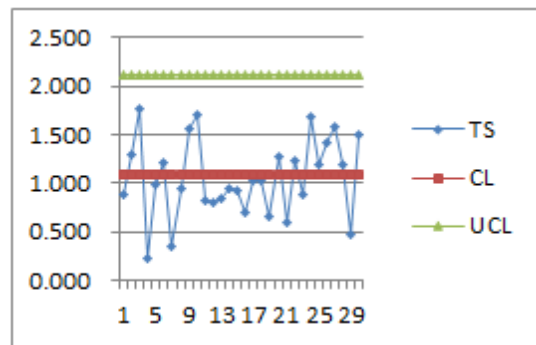
(a) \bar{x} 관리도



(b) TM 관리도



(c) s 관리도

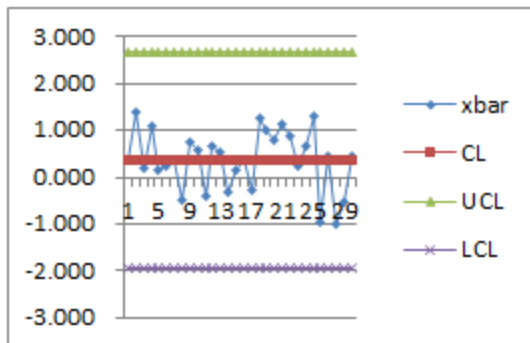


(d) TS 관리도

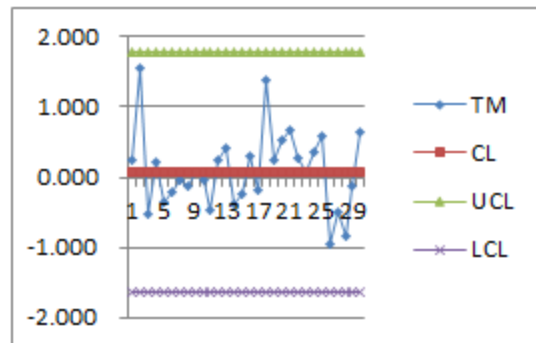
Fig. 2. Comparison with $\bar{x}-s$, TM-TS for N(0,1) and N(1,1)

Table 4. p , ARL values for $N(0,1)$ and $N(\mu+a,b\sigma)$

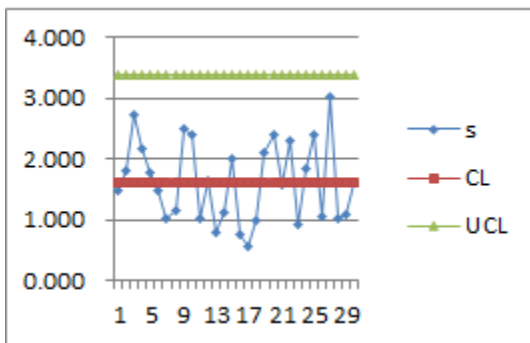
N=50	a=2, b=2	a=4, b=4	a=6, b=6		a=2, b=2	a=4, b=4	a=6, b=6
\bar{x}	p 값			\overline{TM}_{10}	p 값		
	0.020	0.011	0.008		0.034	0.021	0.020
	ARL값				ARL값		
	50.62	89.12	131.18		29.40	47.62	49.64
s	a=2, b=2	a=4, b=4	a=6, b=6	\bar{s}_{10}	a=2, b=2	a=4, b=4	a=6, b=6
	p 값				p 값		
	0.023	0.049	0.055		0.039	0.080	0.425
	ARL값				ARL값		
43.72	20.36	18.14	25.53	12.53	2.35		



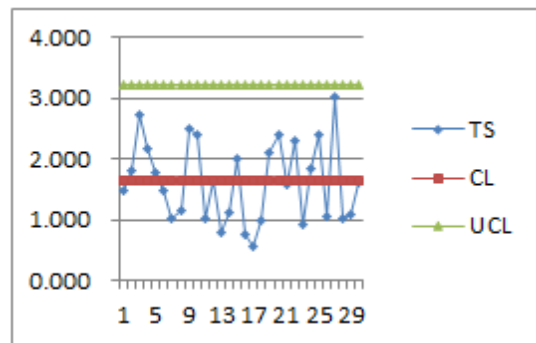
(a) \bar{x} 관리도



(b) TM 관리도



(c) s 관리도



(d) TS 관리도

Fig. 3. Comparison with $\bar{x}-s$, TM-TS for $N(0,1)$ and $N(2,2)$

참고문헌

- [1] Kang, Jihoon and Kim, Seungbum(2011), "Bootstrap-Based Fault Identification Method", *The Korean Society for Quality Management*, Vol. 39, No. 2, pp. 234-243.
- [2] Chung, Youngbae and Yeom, Gyeongcheol(2010), *Statistical Quality Management*, Seongandang.
- [3] Braun, W. J. and Park, D.(2008), "Estimation of σ for Individuals Charts", *Journal of quality technology*, Vol. 40, pp. 332-344.
- [4] Rocke, D. M.(1989), "Robust Control Charts", *Technometrics*, Vol. 31, No. 2, pp. 173-184.
- [5] Schoonhoven, M., Riaz, M. and Does, R. J. M. M. (2011), "Design and Analysis of control charts for Standard Deviation with Estimated Parameters", *Journal of Quality technology*, Vol. 43, No. 4, pp. 307-333.
- [6] Schoonhoven, M. and Does, R. J. M. M.(2012), "A Robust Standard Deviation Control Chart", *Technometrics*, Vol. 54, No. 1, pp. 73-82.
- [7] Tatum, L. G.(1997), "Robust Estimation of the Process Standard Deviation for Control Charts", *Technometrics*, Vol. 39, No. 2, pp. 127-141.
- [8] Tukey, J. W.(1977), *Exploratory data analysis*, Reading, MA: Addison-Wesley.
- [9] Wang, T., Li, Y. and Cui, H.(2007), "On Weighted Randomly Trimmed Means", *Journal of Systems Science and Complexity*, Vol. 20, No. 1, pp. 47-65.
- [10] Woodall, W. H. and Montgomery, D. C.(1999), "Research Issues and Ideas in Statistical Process Control", *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, No. 4, pp. 376-386.

2012년 7월 26일 접수, 2012년 8월 9일 수정, 2012년 8월 9일 채택