

반성군 문항 해결과정에 나타난 초등 수학 영재 아동들의 반응과 인식 분석

조 영 미(공주교육대학교)

이 논문에서는 국내 교육현장에서 적용 사례를 찾아보기 힘든 반성군 문항을 소재로 하여 그 개념과 구체적인 문항 사례, 적용에 따른 학생들의 반응 등을 알아보고, 더불어 반성군 문항을 해결한 후 학생들의 인식을 설문조사하였다. 이를 위해 초등학교 6학년 영재아동을 대상으로 반성군 문항 중심의 문제해결 수업을 진행하였다. 수업에 투입한 반성군 문항에 대한 학생들의 반응을 분석하였으며, 기존 수학 수업 또는 영재 수업에서의 문항에 대비하여 반성군 문항에 대한 인식 등을 살펴보았다. 이는 우리나라에 반성군 문항의 도입이나 영재 프로그램 개발에 기초자료가 될 것으로 보인다.

I. 서론

최근 학교 현장에서는 아이들의 사고 능력을 이해하고 알아보기 위한 서술형 평가가 강화되고 있다. 현장의 교사들은 서술형 평가가 강화되면서 여러 어려움을 겪고 있다. 서술형 평가를 실시하고 있는 학교의 교사들을 대상으로 한 설문조사에 따르면, 교사들은 서술형 평가와 관련하여 어려운 점의 하나로, '서술형 평가에 사용할 문항들을 개발하는 것'을 꼽았다(도주원 외, 2009). 선택형 문항이나 단답형 문항 등은 기존 자료로 많이 나와 있고, 교사 개인적으로 출제 경험이 풍부한 편이지만, 서술형 평가 문항에 대해서는 사정이 그렇지 못한 것이다.

그동안 국내에서 서술형 평가와 관련하여 보고된 논문들로는 초등교사의 서술형 평가에 대한 인식과 그 실태를 조사한 연구(도주원 외, 2009; 임해경 외, 2010), 서술형 평가가 학생에 미치는 영향 연구(김남준 외, 2006; 박금란 외, 2008), 서술형 평가를 위한

문항 개발 연구(홍지연 외, 2008; 조미경 외, 2008) 등을 들 수 있다. 이 연구들에서는 교사들은 서술형 평가의 가치나 의의는 십분 공감하면서도 평가 문항을 개발하기가 쉽지 않다는 점에서 어려움을 토로하고 있음을 말하고 있다.

이에 본 연구에서는 서술형 평가 문항의 개발과 관련하여 기존 연구뿐만 아니라 학교 현장에서도 거의 다루어지지 않은 '반성군 문항'을 소재로 하였다. 그동안 수학과와 서술형 평가 문항으로 흔히 사용된 문제 유형들과 반성군 문항의 유형은, 본문에서 드러나겠지만, 차이가 적지 않다. 따라서 서술형 평가 문항의 한 유형으로의 가능성을 살펴보기 위해 반성군 문항에 대해 알아본다. 이를 위해 학생들의 반성군 문항 풀이를 살펴보고, 또한 학생들의 반성군 문항에 대한 전반적인 인식을 조사하고 분석하였다.

특히 이 연구는 수학 영재 아동을 대상으로 실시하였다. 수학 영재 아동들은 보통 일반 학생들에 비해 다양한 문제해결 경험을 가지고 있으며, 또한 고차원적인 사고력을 필요로 하는 문제에 친숙한 편이다. 이 학생들이 반성군 문항에 어떻게 반응하는지를 알아보고, 어떻게 인식하는지를 살펴봄으로써, 영재교육에서 반성군 문항의 가능성을 알아보고자 한다.

이러한 연구결과는 반성군 문항이 서술형 평가의 한 유형으로 자리 잡을 수 있는지 여부를 판단하는 기초자료로 사용할 수 있을 것이며, 나아가 수학 영재 교육을 위한 프로그램 개발에도 일조할 것으로 기대된다.

II. 반성군 문항의 개념 및 주요 특징

반성군 문항(Reflection Cluster Items)이라는 용어는 PISA의 수학 평가 문항 구분에서 연유한 것이다. 2000년까지만 해도 PISA에서는 '수학적 능력'을 1수

* 접수일(2012년 6월 6일), 게재 확정일(2012년 7월 5일)
* ZDM 분류 : D43
* MSC2000 분류 : 97D50
* 주제어 : 반성군 문항, 수학 영재, 문제해결

준, 2수준, 3수준으로 명명하고 각 수준을 다음과 같이 구분하였다. 그런데 수준이라는 말이 서로 엄격한 위계를 이룬다는 선입견을 준다는 지적에 따라 2003년부터는 재생군, 연결군, 반성군이라는 용어를 사용하여 구분하였다(이미경, 2003).

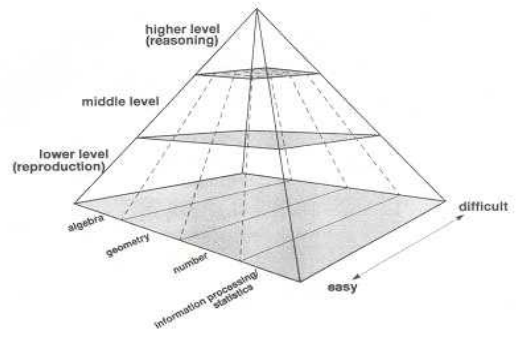
<표 1> PISA 수학 평가틀

PISA 1주기(2000년)		PISA 2주기(2003)	
1 수준	· 재생, 정의, 계산 · 수학적 과정이 결여되거나 미약한 경우	재생군	표준적인 표현과 정의, 기계적 계산, 기계적 절차, 기계적 문제
2 수준	· 문제해결을 위한 연결과 통합 · 표준적인 수학적 과정이 일어나는 경우	연결군	모델링, 표준적인 문제해결, 변형, 해석, 다중적으로 잘 정의된 방법
3 수준	· 수학적 사고, 일반화와 통찰 · 복잡한 수학적 과정을 수반하는 경우	반성군	복잡한 문제의 해결과 문제의 제기, 반성과 통찰, 독창적인 수학적 접근, 다중적으로 복잡한 방법

반성군 문항은, 재생군과 연결군에서 필요로 하는 능력은 물론, 더 나아가 고차원적인 추론 능력, 토론 능력, 추상화와 일반화 능력, 새로운 맥락에 적합하도록 모델링하는 능력 등을 필요로 한다(OECD, 2003). 이를 좀 더 구체적으로 살펴보면, 먼저, 고차원적인 사고와 추론 능력이 필요하다. 반성군 문항을 풀려면 학생 스스로 “해결 전략이나 답을 어떻게 찾아낼까?”, “수학 내용 중에 뭘 적용할 수 있을까?” 등을 생각해 야 하며, 그에 걸맞게 답을 알아내어야 한다. 완전히 새롭거나 여러 가지로 복합적인 상황에서 수학적 개념을 적절히 다룰 줄 알아야 하며, 주어진 수학적 개념이 가지고 있는 한계와 가능성을 조절할 줄 알아야 하며, 결과를 일반화할 줄 알아야 한다. 둘째, 논쟁 능력이 필요하다. “이렇게 되면 어떤 일이 일어날까, 저렇게 되면 어떻게 될까?”, “왜 그렇게 될까?”, “우리가 뭘 알고 있는 걸까?”, “결과적으로 우리는 무엇을 얻으려고 하는 걸까?”, “대상들이 어떻게 연결되어 있는 걸까?” 등과 같은 질문을 하고 답할 줄 알아야 한다. 셋째, 의사소통 능력이 필요하다. 말로 자신의 생각을 표현하는 것, 적절한 용어 선택과 성질에 대한 재생이 가능한 상태에서 수학적 글쓰기가 가능하고, 계산 과정과 그 결과를 설명할 수 있고, 더 나아가 논리적

관계 등과 같이 복잡한 관계를 표현할 줄 아는 것이다. 다른 사람이 작성한 자료나 말로 한 것을 이해할 수 있는 능력도 포함한다. 넷째, 모델링 능력이 필요하다.

Jan de Lange는 그의 책 『The Great Assessment Picture Book』에서 수학 평가틀과 관련하여 Jan de Lange의 피라미드를 제시한 바 있다. 이 피라미드에서 그는 이해의 수준을 제 1 수준(재생), 제 2 수준, 제 3 수준(추론)으로 구분하였다. 여기서 제 3 수준을 본 논문의 주제인 반성군 문항과 연결 지어 볼 수 있다. 제 3 수준은 수학적 사고와 추론, 일반화와 통찰로 특징지을 수 있다. 이 수준에 있는 학생은 상황을 수학적으로 나타낼 수 있으며, 상황에 숨어 있는 수학을 인식하고 끄집어낼 수 있으며, 복잡한 문제를 푸는데 필요한 수학적 도구를 정할 수 있으며, 수학적 내용을 다른 맥락 문제 내의 수학적 내용과 비교할 수 있으며 일반화할 수 있다. 이 수준에서 필요한 학생들의 능력은, 비판적 요소와 과정에 대한 성찰 능력이다. 학생들은 문제를 푸는 것뿐만 아니라 문제를 만들고 의사소통할 수 있어야 한다. 올바른 수학적 추론이 필요하며, 수학적 모델을 비판할 수 있으며, 필요한 경우 모델을 다시 만들어야 할 것이다.



<그림 1> Jan de Lange의 수학학습 평가틀

기존 우리나라에서 논의되고 있는 내용 중에서 반성군 문항과 연관 지어 볼 수 있는 것은 개방형 문제이다. 『개방형교수법』(구광조 외, 2004)에 따르면, 일본에서는 고차원적인 수학적 사고를 어떻게 평가할 것인가를 고민하면서 개방형 문제라는 아이디어를 생각해 왔고 그것이 발전하여 개방형 교수법으로가

지 확장되었다. 반성군 문항이 추론 능력을 비롯하여 고차원적인 사고 능력을 평가하려는 목적을 가지고 있다는 점에서 유사점이 있다.

흔히 개방형 문제 유형으로 관계법칙을 찾는 문제, 수량화 문제, 역 문제, 분류하는 문제, 조건 불비의 문제, 구성 활동적 문제로 구분 짓는다. 이 논문에서 다루는 반성군 문항은 ‘조건 불비의 문제’에 가깝다. 개방형 문제의 유형 구분에는 ‘학생들의 이해수준’이 반영되어 있지 않은 반면에, Lange의 반성군 문항에는 그 내용이 반영되어 있다. 따라서 학생들의 이해력 정도를 도모하는 교육에서는 반성군 문항이라는 구분과 타이틀이 좀더 장점을 갖는다고 본다.

III. 연구 방법 및 연구 대상

1. 반성군 문항의 사례

반성군 문항을 선정하기 위하여 Jan de Lange의 ‘The Great Assessment Picture Book’(2001)을 참조하였다. 먼저 Lange는 Freudenthal 연구소의 소장으로서 있으면서 PISA의 수학 평가문항을 개발하는 일을 담당하였다. 그는 GAP에서 PISA의 수학 평가들의 재성군, 연결군, 반성군이라는 아이디어를 소개하고 있으며, 그 책에서 반성군 문항의 사례를 제시하고 있다.

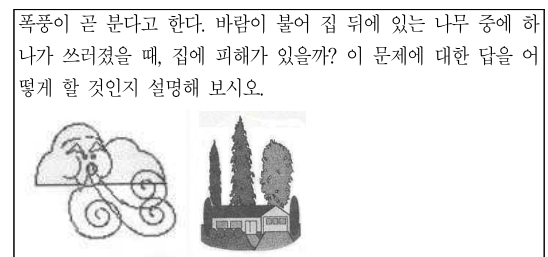
[문제 1]은 외형상 우리나라에서도 흔히 볼 수 있는 문항으로 보인다. 하지만 우리나라 문항에서는 넓이를 비교할 경우 보통 가로와 세로의 길이가 주어진다. 가로와 세로의 길이가 주어지면 보통 직사각형의 넓이를 구하고 그 값을 소 마리 수로 나누어서 얻은 몫을 비교하는 방식을 취하게 된다. 그런데 이 문제에서는 일부터 그와 같은 조건들을 생략하였다. 학생들은 가로, 세로 길이를 이용한 전략 이외의 것을 생각해야 한다.

[문제 2]는 우리나라에서는 전혀 찾아보기 힘든 문항이다. 문제 진술 자체에는 우리가 흔히 보아온 수학적인 단서가 없지만, 학생이 그 문제에 필요한 요소들을 추가해가면서 문제를 해결해 간다. 따라서 학생이 가용 가능한 수학적 또는 다른 교과의 지식과 기능을 선택할 수 있는 능력이 중요해진다. 더불어 자기 주도

적으로 문제를 해결해 가는 능력이 중요한 요소로 부각된다.



<그림 2> [문제 1] 풀밭 위의 소



< 그림 3> [문제 2] 폭풍 속의 집

2. 연구 대상

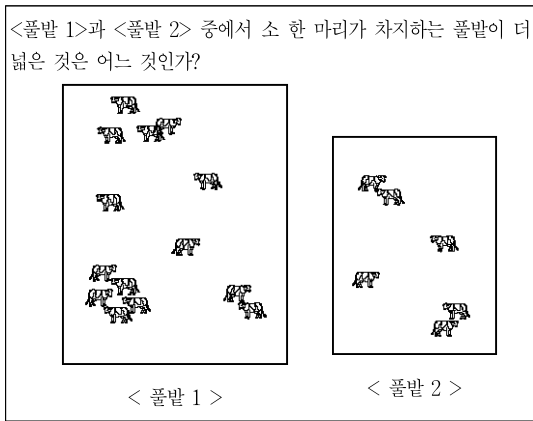
이 연구의 대상은 충청남도 소재한 대학부설영재교육원에 다니고 있는 학생들로 모두 15명이었다. 실험은 2011년 5월 28일 경에 1차시에 40분씩 4차시에 걸쳐 진행되었다. 연구자인 교사의 지도에 따라 학생들을 몇 개의 그룹으로 나누고 각 그룹별로 문제를 해결한 후에 전체 학생들 앞에서 각 그룹의 문제해결 과정과 결과를 발표하도록 하였다. 한편 학생들이 연구자인 교사에게 자유롭게 문제해결 과정에서 생긴 질문들을 할 수 있도록 하였다.

IV. 초등 영재아동의 반성군 문항에 대한 반응

1. 학생들의 문항별 반응 분석

가. [문제 1] 풀 발 위의 소 문제

보통 우리나라 수학 문제에서는 가로와 세로의 길이를 주고, 두 풀밭에서 한 마리당 차지하는 풀밭의 크기를 비교하도록 한다. 그런데 위의 문제에서는 그에 관한 정보를 일부러 주지 않고 있다. 조건이 제시되지 않음으로써 학생들은 더욱 다양한 문제해결 전략을 찾게 된다.



<그림 4> [문제 1] 풀 발 위의 소

1) 학생들의 질문

이 문제를 접하고 한 학생이 다음과 같은 질문을 하였다.

S₁ : 선생님, 가로와 세로의 길이는 없는 거예요?

T : 예

S₂ : 문제에 나와 있는 것만 이용해서 푸는 거예요?

T : 그렇지요.

S₂ : 정말 황당하다.

S₃ : 소의 크기는 같은 거지요.

T : 그렇다고 봐야 되겠지.

S₄ : 소는 움직이는 거겠지요?

T : 그렇게 봐도 될 것 같은데.

이 학생의 질문에서 학생들이 평소 풀던 수학 문제와 이 문제의 차이점이 어디에 있다고 생각하는지를 유추할 수 있다. 보통의 수학 문제에서는 가로와 세로의 길이를 제시해 주는데, 이 문제에서는 그 조건이 생략되어 있는 점이 생소한 것이다. 학생들은 ‘문제의 이해’ 단계에서 난처함을 겪고 있는 것이다. 몇몇 학생들이 문제를 이해하는 것과 관련된 질문을 한 후에 학생들은 문제해결 방법을 찾아가기 시작했다.

S₁ : 두 개(두 풀밭의 전체)의 크기도 힌트가 되는 거예요?

T : 당연하지요.

S₂ : 자로 재서 해도 돼요?

T : 그렇지요.

S₂ : (조원들을 보며) 자로 재서 해도 되네.

학생들은 ‘자로 재서 해도 된다’는 말을 듣자마자 각각의 풀밭의 가로와 세로의 길이를 구하고 그에 따라 넓이를 구하였다. 각 풀밭에 있는 소의 마리 수로 넓이를 나누어 어느 풀밭이 소 한 마리가 차지하는 넓이가 넓은지를 알아내었다. 연구자는 학생들에게 넓이를 이용한 방식이 아닌 또 다른 풀이를 더 찾아보도록 유도하였다.

2) 학생들이 제시한 답

① 각 풀밭의 넓이를 구하고, 넓이와 소 마리 수의 비를 이용하여 풀기

큰 풀밭 : 약 7.5 × 36 = 45

45 ÷ 14 = 3.214... (약)

작은 풀밭 : 약 4.5 × 27 = 27

27 ÷ 6 = 4.5 (약)

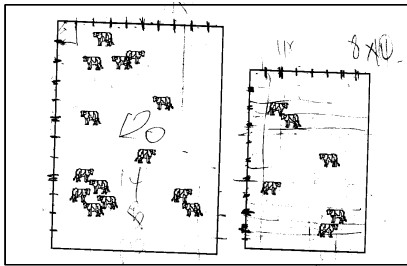
3.214 < 4.5

∴ 작은 풀밭에 있는 한 마리의 소가 차지하는 풀밭의 크기가 넓다.

1번
 들판 A의 넓이 : 456 (가로 6, 세로 6)
 // 소의 마리 : 14마리 $45.6 \div 14 = 3.24$
 한마리당 차지하는 넓이 : 3.24
 들판 B의 넓이 : 264 (가로 4.4 세로 6)
 // 소의 마리 : 6마리
 $26.4 \div 6 = 4.4$
 한마리당 차지하는 넓이 : 4.4
 B는 A보다 넓이 더 크므로 B

<그림 5> [문제 1] 풀밭 위의 소 문제 풀이 사례

학생들이 가장 많이 제시한 답이다. 자를 이용하여 가로와 세로의 길이를 재었다. 그 길이를 이용하여 넓이를 구한다. 각 풀밭의 넓이에 대해 소의 마리 수와의 비 관계를 이용하여 작은 들판이 더 넓다는 것을 알아내었다.

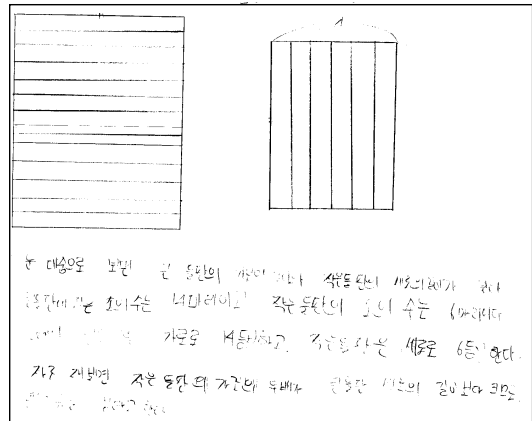


풀이) 첫번째 그림을 정사각형으로 나누면 전체 넓이를 구하면 120이고 소의 마리수는 14마리이므로 $\frac{120}{14}$ 를 차지한다.
 두번째 그림은 넓이가 80이고 소의 마리수는 6마리이므로 $\frac{80}{6}$ 를 차지한다.
 $\frac{120}{14} = \frac{60}{7} = 8.6$, $\frac{80}{6} = \frac{40}{3} = 13.3$
 따라서 오른쪽 그림이 더 크다.

<그림 6> [문제 1] 풀밭 위의 소 문제 풀이 사례

② 단위정사각형을 이용하여 넓이를 구하고, 그 넓이와 소 마리 수의 비를 이용하여 풀기

<그림 7>을 보면, 이 학생들은 큰 풀밭과 작은 풀밭의 가로와 세로를 일정한 길이를 단위로 하여 분할하였음을 알 수 있다. 이 학생들은 단위 정사각형이 몇 개 들어가는지를 통해 넓이를 구하고자 하였다.



<그림 7> [문제 1] 풀밭 위의 소 문제 풀이 사례

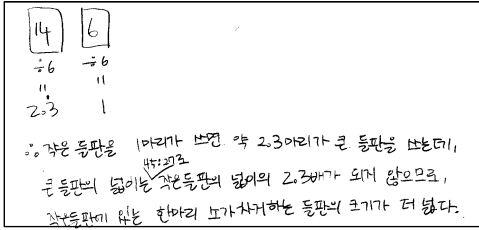
큰 풀밭은 가로 10칸, 세로 12칸으로 모두 120개의 단위 정사각형으로 이루어지며, 작은 풀밭은 가로 8칸, 세로 10칸으로 모두 80개의 단위 정사각형으로 이루어진다. 이후의 작업은 ①번과 동일하다.

③ 등분할을 활용한 풀이

눈짐작을 해보면, 큰 풀밭의 가로와 작은 풀밭의 세로의 길이가 비슷함에 착안하여 이 풀이를 생각해 내었다. 큰 풀밭에는 14마리의 소가 있으므로, 14등분, 작은 풀밭에는 6마리의 소가 있으므로 6등분을 한다. 큰 풀밭의 1등분의 크기와 작은 풀밭의 1등분의 크기를 비교하면, 후자가 더 넓다는 것을 알 수 있다.

④ 비례 개념을 활용한 풀이

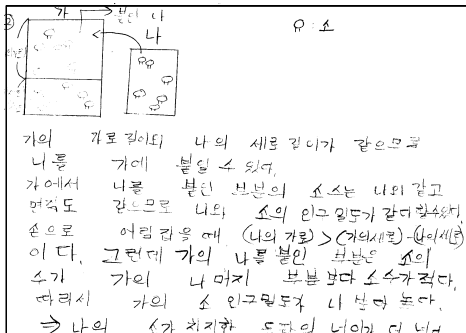
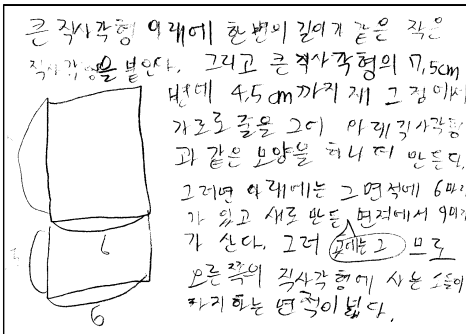
두 풀밭 각각에서 소 한 마리가 차지하는 넓이가 같으려면, 소의 마리 수가 늘어난 것에 비례하여 넓이도 늘어나야 한다. 그 아이디어를 활용하여 소의 마리 수가 늘어난 것에 비례하여 넓이가 늘어난 것이 아니기 때문에, 작은 풀밭에서 소 한 마리가 차지하는 넓이가 넓다고 이끌어내는 것이다.



<그림 8> [문제 1] 풀밭 위의 소 문제 풀이 사례

⑤ 두 직사각형에서 비슷한 길이의 변을 활용하여 넓이를 비교하는 풀이

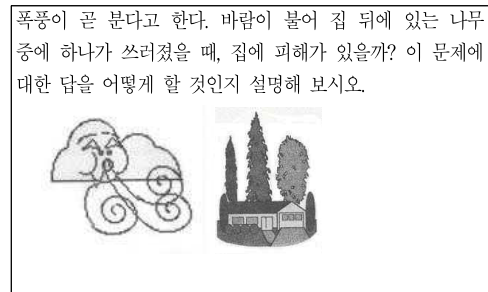
주어진 문제에서 큰 직사각형의 가로와 작은 직사각형의 세로의 길이는 눈으로 보았을 때 매우 비슷하다. 따라서 작은 직사각형을 큰 직사각형에 이어 붙여 더 큰 직사각형을 만들 수 있으며, 반대로 큰 직사각형을 작은 직사각형을 이용하여 분할할 수 있다. 그 사실과 소의 마리 수를 이용하여 비교함으로써 어느 쪽이 소 한 마리 당 차지하는 비율이 높은지를 알아낼 수 있다.



<그림 9> <문제 1> 풀밭 위의 소 문제 풀이 사례

나. <문제 3> 폭풍 속의 집 문제

이 문항은 일반적으로 학생들에게 친숙하지 않은 것이다. 반성군 문항의 경우, 상황 안에 숨어 있는 수학적 내용이 대수, 기하, 수 등에서 무엇인지가 명확하게 드러나지 않는 경우들이 많다. 그리고 문제를 해결하는 사람에 따라 다양한 해결전략과 답이 가능하기 때문에, 대수로도, 기하로도, 수로도 풀 수 있는 문제이다. 학생들은 저 나름대로 해결 전략을 찾아 문제를 해결할 수 있지만, 또한 그 문제의 해결에 좀 더 적합한 문제해결 전략을 찾고 대수적, 기하적 방법들을 찾아갈 수 있도록 독려할 수 있다.



<그림 10> [문제 2] 폭풍 속의 집

학생들이 저마다의 방법으로 풀었다면, 그것을 공개함으로써 다른 학생들이 어떻게 생각하는지를 알 수 있는 기회가 만들어진다. 교사는 다양한 결과들을 학생과 공유할 수 있게 되며, 다른 것보다 어떤 것이 더 적절한 이유에 관해 학생들과 논의할 수 있다.

1) 학생들의 질문

학생들은 이 문항을 두고 가장 질문이 많았다. 학생들이 한 질문 중에서 문제의 조건에 관련된 것이 많았다. 학생들은 문제의 조건이 부족하다는 생각을 하는 것으로 보였다.

"나무가 얼마나 높은지를 알 수 있나요?"

"집 뒤에 나무 말고 뭐가 더 있을까요?"

"태풍의 폭이 좁아요, 넓어요?"

"집 옆에 있는 이 작은 건, 나무인가요?"

"폭풍이 센 거예요, 얼마나 센 거예요?"

"오른쪽으로 부는 거예요?"

"폭풍이 집으로 와요?"

"바람이 어디서 부는지 어떻게 알아요?"

"이 집에 대해서 나무의 크기가 대략 몇 배인지요? 그림에 나

와 있는 것 만큼이라고 생각하고 풀어요?”

학생들의 질문 중에는 이것이 수학 문제인지에 대해 의문을 갖는 것도 있었다.

“이것도 수학 문제예요? 사고력 문제예요?”
 “수학적으로 볼 수 있어요?”

2) 학생들의 반응

① 피해가 반드시 발생한다고 답한 경우

이 문제에서 피해가 발생하는가, 발생하지 않는가 여부는 그다지 쟁점이 되기 어렵다. 중요한 것은, 자신이 어떤 결론을 내릴 때, 그 결론에 이르는 과정에서 적절한 수학적 도구와 추론 과정을 거쳐, 또는 필요한 경우, 다른 과목의 지식을 사용하여 타당한 결론으로 이끌었느냐이다. 다음의 학생은 피해가 반드시 발생한다고 보고, 그에 관한 자신의 논거를 제시하였다(<그림 11>).

태풍

① ② ③

집

태풍이 올때, 또는 오기전, A가 먼저 쓰러지는 이유는 A가 가장 약한 약하기 때문이다. 그러므로 A가 길을 먼저 끊는뒤, 태풍의 중심지가 다오오면, 나머지 나무도 부러 집은 무너질 것이다.
 그러므로 집에 피해를 있을 것이다.

피해

- ① A가 쓰러져 지붕파손
- ② 창문 파손
- ③ 인명 피해 (사망 또는 부상)
- ④ 문을 막아 감히게끔
- ⑤ 태풍으로 인해 파손된 부분으로 물(바람)이 들어감.

<그림 11> [문제 2] 폭풍 속의 집

의견 : 피해가 없다.

병명 : ① 한 나무가 다른 나무 쪽으로 쓰러지면 도미노처럼 넘어갈 테. 이 방향은 집 쪽 방향이 아니기 때문.
 ② 같이 먼저 바람으로 인해 넘어가면 나무가 쓰러져도 아무 도움이 없기 때문.
 ③ 나무의 원뿔이 태풍으로 강려나가면 나무가 쓰러져도 없기 때문.

의견 : 피해가 있다.

병명 : ① 바람이 불어 나무가 집을 덮치면 강려 피해가 가기 때문.
 ② 나무가 강려 걸을 밖을 두 있기 때문.
 ③ 나무가 도미노처럼 쓰러져다가 방향이 바뀌면 집 위로 쓰러지기 때문.
 ④ 나무의 뿌리가 집을 들이 칠 수 두 있기 때문.

나무가 쓰러짐, 피해

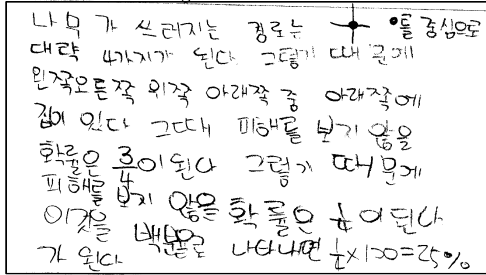
<그림 12> [문제 2] 폭풍 속의 집

② 피해가 발생할 수도 있고 발생하지 않을 수도 있다고 답한 경우

어떤 상황에 있는가에 따라 피해가 발생할 수도, 그렇지 않을 수도 있다고 답한 경우이다. 이는 ①번의 답보다 좀 더 수준이 높다고 여겨진다. 사실 위의 문제에서는, 문제를 푸는 사람이 위에 어떤 조건을 부여 하느냐에 상황이 완전히 달라지며, 그에 따라 답이 완전히 다를 수 있다. 그런 가정을 하고 풀고 있는 것이다(<그림 12>).

③ 가능성을 수치화하여 나타낸 경우

학생들 중에는 가능성을 수치화하여 ‘25% 확률’이라는 답을 제시하였다. 문제에서 수학적 지식을 추출해내기가 어려운 상황에서 학생이 나름대로 확률 개념을 적용하여 수치화한 것이다.



<그림 13> [문제 2] 폭풍 속의 집

2. 반성군 문항에 대한 학생들의 인식 조사

가. 반성군 문항과 학교 수업 수학 문항과 비교
 ‘보통 학교 수학수업에서 풀던 문항들과 반성군 문항은 차이가 있는가?’라는 질문에 대해 ‘많이 차이가 난다’고 답한 학생들이 34%, ‘차이가 난다’고 답한 학생들이 59%로, 차이를 느끼는 학생들이 93%에 이르렀다. 이 자료로 볼 때, 학생들이 학교 수학에서 반성군 문항을 접할 기회는 매우 제한된 것으로 보인다.

<표 2> 학교 수학수업 문항과 반성군 문항 차이

설문 문항	차이가 많이 난다	차이가 난다	차이가 없다	총계
학교 수학수업에서 풀던 문항들과 반성군 문항은 차이가 있는가?	11 (34%)	19 (59%)	2 (6%)	32 (100%)

나. 반성군 문항과 영재수업 수학 문항의 비교
 ‘영재교육을 받으면서 풀던 문항들과 반성군 문항은 차이가 있는가?’라는 질문에 대해 ‘차이가 많이 난다’고 답한 학생들이 3%, ‘차이가 난다’고 답한 학생들이 72%로, 차이를 느끼는 학생들이 75% 정도였으며, 25% 정도의 학생들은 차이가 없다고 답하였다. 이러한 자료로 볼 때, 영재교육에서는 그나마 접하고는 있지만 그 비율이 높지 않은 것으로 나타났다.

<표 3> 영재수업 문항과 반성군 문항 차이

설문 문항	차이가 많이 난다	차이가 난다	차이가 없다	총계
영재교육을 받으면서 풀던 문항들과 반성군 문항은 차이가 있는가?	1 (3%)	23 (72%)	8 (25%)	32 (100%)

다. 반성군 문항의 풀이에서 난이도 체감
 ‘반성군 문항의 풀이는 쉬운가, 어려운가?’라는 질문에 대해, 38% 정도의 학생들이 문항의 특성에 따라 어려운 것도 있고 쉬운 것도 있다는 응답을 하였다. 하지만 똑같은 비율인 38% 정도의 학생들이 ‘어렵다’고 답하고, 25% 정도의 학생들이 ‘쉽다’고 답한 것으로 보아, 학생들에게는 어렵게 다가가는 경향이 좀더 강하다는 것을 알 수 있다.

<표 4> 반성군 문항 풀이의 난이도

설문 문항	어려웠다	어려운 것도 있고 쉬운 것도 있었다.	쉬웠다	합계
반성군 문항의 풀이는 어려운가, 쉬운가?	12 (38%)	12 (38%)	8 (25%)	32 (100%)

한편 반성군 문항의 풀이가 어려웠다고 답한 학생들의 이유를 다음과 같이 분류할 수 있다. ‘이와 답의 다양함에 따른 어려움’, ‘생각하기의 어려움’으로 분류될 수 있는 이유들이 비교적 많이 제시되었다. 이 밖에도 ‘유사 문제해결 경험의 부재’, ‘필요한 지식과 능력의 부족’, ‘문제의 의미 파악의 어려움’, ‘논리적 기술의 어려움’을 이유로 들었다.

<표 5> 반성군 문항 풀이가 어려운 이유

■ 풀이와 답의 다양함에 따른 어려움	<ul style="list-style-type: none"> · 푸는 방법을 정하는 것이 쉽지 않다. · 여러 방법을 생각해내고 답도 여러 가지가 나오기 때문이다. · 정확한 답이 없기 때문이다. · 여러 가지 방법을 생각하기 어렵다. · 경우의 수가 많았기 때문이다. · 정확한 답을 원하지 않았다.
■ 생각하기의 어려움	<ul style="list-style-type: none"> · 과학적, 추리적 사실도 들어가야 해서 어려웠다. · 많은 논리가 필요하다.

	<ul style="list-style-type: none"> · 생각할 게 많다. · 사고적인 수학을 원하는 문제가 많다. · 자신의 생각을 묻는 문제였다.
■유사 문제 해결 경험의 부재	<ul style="list-style-type: none"> · 이러한 문제를 푼 적이 없다. · 전에 풀어 본 적이 없다.
■필요한 지식과 능력의 부족	<ul style="list-style-type: none"> · 내가 알고 있는 상식만 가지고는 풀 수 없었다. · 일반 수학 상식뿐만 아니라 다른 능력도 필요하기 때문이다.
■문제의 의미 파악의 어려움	<ul style="list-style-type: none"> · 문제의 파악하는 것이 어려웠다. · 문제에 숨겨진 진짜 의미를 찾는 것이 어려웠다.
■논리적 기술의 어려움	<ul style="list-style-type: none"> · 논리적으로 써야 해서 어려웠다.

라. 반성군 문항을 푸는 재미

‘반성군 문항을 푸는 것은 재미있습니까?’라는 질문에 대해 ‘재미있다’고 답한 비율이 90%가 되어, 대부분의 학생들이 흥미를 느꼈음을 알 수 있었다.

<표 6> 반성군 문항 풀이의 재미

답변	매우 재미있다	조금 재미있다	재미없다	합계
반성군 문항을 푸는 것은 재미 있습니까?	26(81%)	3(9%)	3(9%)	32(100%)

한편 재미있는 이유를 물어보았는데 학생들의 답을 다음과 같이 분류할 수 있었다. 가장 빈도수가 높은 대답은 ‘생각하는 즐거움이 있기 때문’으로 분류될 수 있었다. 다음으로 ‘풀이와 답이 다양하기 때문에’, ‘새로운 문제이기 때문에’, ‘어려운 문제이기 때문에’, ‘성취감이 있기 때문에’와 같은 이유들을 제시하였다.

마. 협동학습으로 반성군 문항 풀기

“반성군 문항을 협동학습으로 해결하는 것은 좋았습니까?”라는 질문에 대해 좋았다는 답이 97%로 압도적으로 많았다. 반성군 문항에는 다양한 사고와 문제해결 전략이 필요하기 때문에 혼자서 푸는 것보다는 여러 사람이 논의를 하면서 다양한 아이디어를 교류를 하는 것이 바람직할 것으로 예상하여 협동학습으로 진행하였다.

<표 7> 반성군 문항 풀이가 재미있는 이유

생각하는 즐거움이 있기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 생각을 하다가 재미있는 생각이 나오기 시작한 생각이 나면 흥미가 생기기 때문이다. · 생각하는 문제가 좋기 때문이다. · 계산하는 문제보다 생각하면서 푸는 것이 좋았다. · 생각을 활발하게 하면 답도 맞는 것 같으면서 이상하고 재미있는 답이 나올 수 있기 때문이다. · 생각을 많이 해야 하기 때문이다. · 문제를 깊이 생각하면서 재미있는 생각이 많이 나서이다. · 가장 명확한 답을 찾기 위한 과정이 재미있었다. · 생각을 하면 할수록 엉뚱한 발상부터 복잡한 지식까지 모든 것을 총동원하여 풀다보면, 문제에 흥미를 느껴 빠지게 된다.
풀이와 답이 다양하기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 다양한 방법으로 풀어 본다. · 여러 가지 해답을 찾는 것이 좋았다. · 다양한 방법으로 풀 수 있었다. · 여러 가지 방법으로 풀기 때문이다. · 답이 여러 개여서 여러 가지로 생각해서 풀 수 있기 때문이다. · 답이 정해져 있지 않기 때문이다. · 여러 가지 방면으로 생각하는 일들이 재미있다.
새로운 문제이기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 새로운 문제여서 새롭게 접근할 수 있다. · 평소에 볼 수 없는 문제라서 흥미롭다. · 평소에 많이 접해 보지 못했기 때문이다. · 내가 겪어보지 못한 새로운 문제를 풀 수 있기 때문이다. · 새로운 상상이나 유형을 풀 수 있기 때문이다. · 새로운 도전이므로 재미있었다.
어려운 문제를 푸는 것 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 어려운 문제를 풀며 수학 실력을 기를 수 있고 창의력도 기를 수 있다. · 어려운 문제에 대해 오래 고민해서 좋았다.
성취감이 있기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 내가 풀 수 있는 문제이기 때문이다. · 성취감이 있기 때문이다.

<표 8> 반성군 문항을 협동학습으로 풀 때의 좋은 정도

답변	매우 좋았다	좋았다	좋지 않았다	합계
반성군 문항을 협동학습으로 해결하는 것은 좋았습니까?	3 (9%)	28 (88%)	1 (3%)	32 (100%)

반성군 문항의 풀이에서 협동학습이 좋은 이유를 물어보았으며, 그 이유는 다음과 같이 분류할 수 있었다. ‘다른 사람과 여러 가지 의견을 나누는 과정이 좋았다’는 의견이 가장 많았으며, 다음으로 ‘문제해결이 잘 되는 점’, ‘친구를 사귄 수 있는 점’, ‘나를 알 수 있는 점’ 등을 이유로 제시하였다.

<표 9> 반성군 문항을 협동학습으로 풀 때 좋은 이유

다른 사람과 여러 가지 의견을 나눌 수 있기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 내가 미처 생각해보지 못했던 의견도 알 수 있었다. · 내 생각뿐 아니라 다른 아이들의 생각도 알게 되어 ‘이런 방법도 있구나’라는 생각을 하게 되었다. · 친구들과 풀이를 얘기하면서, 다양한 풀이를 얻으니까 너무 좋다. · 서로 의견을 나누는 것이 좋았다. · 서로의 관점에 따라 다양한 방법으로 문제를 풀 수 있다는 것을 깨달았다. · 색다른 의견을 나눌 수 있었다. · 서로 생각을 나눌 수 있어 좋았다. · 각자의 의견을 들어 문제를 푸는 것이 좋았다.
문제해결이 잘 되기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 각자의 장단점이 합해지니까 놀라운 힘이 탄생해서 문제를 풀 때 좋았다. · 다른 친구들의 의견도 들어보고 차근차근 고쳐 나가는 재미가 있다. · 혼자 풀면 내 생각의 한계 내에서 풀게 되는데 협동을 하면 새로운 방법을 알게 되고 친구들의 생각을 알 수 있기 때문이다. · 모르는 문제를 같이 해결해서 풀 수 있으므로 · 혼자 끙끙대는 것보다 낫다. · 실수를 잘 고쳐 나갈 수 있다. · 반성군 문항은 과정이 여러 개가 나오는데 그것을 혼자 찾아내기란 어렵다. 같이 하는 것이 좋다. · 좀더 빨리 풀린다. · 서로의 의견을 나누고 부족한 구멍을 도와주어 좋은 것 같았다.
친구를 사귄 수 있기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 친구도 사귄 수 있다. · 친구들과 여러 가지 의견을 나누면서 쉽게 친해져서 좋았다.
나를 알 수 있기 때문에	<ul style="list-style-type: none"> · 내가 의문이 가는 점을 친구들과 상의를 해보면 내가 몰랐던 지식을 새로 알게 되고, 친구들이 모르는 것을 알려줌으로써 나 자신의 실력을 다시 한번 시험해 보는 계기가 되었다.

VI. 나오며

이 논문에서는 반성군 문항의 의미와 주요 특징을 알아보고, 실제로 반성군 문항에 해당하는 두 문항을 학생들과 함께 풀어보는 문제해결 수업을 한 후에 수학 영재 학생들의 다양한 문제 풀이 결과와 반성군 문항에 대한 인식을 알아보았다.

대표적인 반성군 문항을 2문항 추출하여 수학 영재 수업에 적용해 보았다. 그 결과로 학생들의 반응을 살펴봐왔는데, 흔히 보는 수학문제에 비해 조건이 부족하다고 여겨지는 <문제1>에서 학생들은 ‘문제의 이해’ 단계에서 처음에는 난처하거나 황당하게 생각하는 학생들이 있었지만, 학생들의 질의에 교사가 응답을 몇 차례 한 후로는 문제를 조별로 해결해 가면서 여러 가지 풀이를 찾았다. 한편 우리나라에서 흔히 보기 어려운 <문제2>의 경우, 학생들은 문제의 조건에 대해 상세한 질문들을 하였다. 사실 문제에 제시된 조건이 없기 때문에 학생들이 스스로 조건들을 만들어가면서 풀어야 하는 것인데, 스스로 조건을 만들고 부여할 생각보다는, 교사가 숨겨져 있는 조건들을 말해 주기를 기대하였다. 심지어는 이 문제가 수학 문제인지 여부에 의문을 가졌다. 학생들은 이 문제에서 가정을 세우고 그 가정에 따라 자신들의 결론을 내는 답안을 제시하였으며, 그 중에 일부 학생들은 수량화가 쉽지 않은 문제임에도 이를 수량화하여 답을 제시하였다.

반성군 문항에 대한 학생들의 인식을 설문 조사한 결과에 따르면, 학생들은 기존의 영재 수업에서 본 문항과 차이가 난다고 보는 학생들이 75% 가량이었으며, 문항의 난이도에 있어 어렵기도 하고 쉽기도 하다는 답이 38%였다. 반성군 문항을 푸는 것이 재미있다는 응답은 90% 가량이었으며, 그 이유로 ‘생각하는 즐거움’ 유형의 답을 한 학생들이 많았다. 협동학습으로 반성군 문항을 푸는 것에 대해 좋았다고 답한 학생이 95%였으며, 그 이유로는 ‘다른 사람과 의견을 나눌 수 있다’는 점을 가장 많이 꼽았다.

반성군 문항을 처음 대하고 나서 “조건이 더 제시되어야 하는데 뭔가 빠진 것 같다”, “이것도 수학 문제인가?”라는 반응을 보인 학생들이 적지 않았다. 이는 학생들이 수학 문제에 대해 어떤 고정 관념을 가지고 있음을 역으로 나타내는 것이다. 영재수업 뿐만

아니라 일반 수업에서도 반성군 문항을 기회가 닿는 대로 사용함으로써 학생들이 수학 문제에 대한 고정 관념으로부터 벗어나는 기회를 주는 것이 의미 있을 것으로 보이며, 교사들도 그런 점을 염두에 두고 보통의 시험에서 반성군 문항을 개발하여 도입할 필요가 있겠다.

이 논문에서 다룬 반성군 문항을 통해 학생들은 수학 문항의 새로운 유형을 접하는 기회가 되며, 자신의 수학적 능력을 펼칠 수 있는 새로운 기회를 가진 것으로 파악된다. 아직까지는 우리나라에서 생소한 반성군 문항이 좀더 다양하게 개발되어, 학생들이 창의적인 수학의 세계를 펼칠 수 있는 기회가 많아지길 기대해 본다.

참 고 문 헌

- 김남준·배종수(2006). 서술형 평가가 초등학생의 수학적 성향에 미치는 영향 연구. 한국초등수학교육학회지, **10(2)**, 195-219.
- 도주원(2009). 초등 교사들의 수학과 서술형 평가에 대한 인식 및 실태. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, **12(2)**, 63-80.
- 박금란(2008). 서술형 평가를 통한 초등학교 6학년 학생들의 수학과 기본 지식 이해에 관한 실태조사. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이미경(2004). OECD/PISA 2003 평가를 및 예시문항: 수학과 과학 문제해결력 소양 영역 -2004년도 OECD 학업성취도 국제 비교 연구. 한국교육과정평가원 연구보고서.
- 임해경(2010). 초등 교사의 수학 및 수학 교수-학습에 대한 신념의 변화. 한국초등수학교육학회지, **14(1)**, 103-121.
- 구광조·전평국·박성선·문성길(2004). 개방형 교수법. 서울: 경문사.
- 홍지연·김민경·노선숙·권점례(2008). 수학과 서술형 평가의 문항개발 사례 연구. 대한수학교육학회 수학교육학연구, **18(3)**, 335-352.
- Lange, J. D.(2001). The Great Assessment Picture Book. http://www.fisme.science.uu.nl/GAP_book/intro.html

Analysis on the Responses and Recognitions of the Gifted Students in Solving Reflection Cluster Problems

Cho, Youngmi

Gongju National University of Education
Bongwhangdong 376, Gongju City, Chungchungnamdo, Korea
E-mail : ymcho@gjue.ac.kr

In this paper we introduced the reflection cluster problems. They are not well known in Korea education field. We used two reflection cluster problems and analysed the responses of the gifted students. Finally, we asked how they felt about reflection cluster problems. The results of this paper will help to make new assessment items and develop new programs for the gifted education.

* ZDM Classification : D43

* 2000 Mathematics Classification : 97D50

* Key Words : Reflection Cluster Problems, Gifted Students