

도로포장 구조해석을 위한 점탄성 유한요소 해석코드 개발

Development of Viscoelastic Finite Element Analysis Code for Pavement Structures

이창준	Lee, Chang Joon	정회원 · 경북대학교 건축토목공학부 연구교수 (E-mail: cjlee0000@gmail.com)
유평준	Yoo, Pyeong Jun	정회원 · 한국건설기술연구원 도로연구실 연구위원 (E-mail: pjyoo@kict.re.kr)
최지영	Choi, Jiyoung	정회원 · 한국건설기술연구원 도로연구실 연구원 (E-mail: legion@kict.re.kr)
엄병식	Ohm, Byungsik	정회원 · 한국건설기술연구원 도로연구실 연구원 (E-mail: bseom@kict.re.kr)

ABSTRACT

PURPOSES : A viscoelastic axisymmetric finite element analysis code has been developed for stress analysis of asphalt pavement structures.

METHODS : Generalized Maxwell Model (GMM) and 4-node isoparametric element were employed for finite element formulation. The code was developed using C++ computer program language and named as KICTPAVE. For the verification of the developed code, a structural model of a pavement system was constructed. The structural model was composed of three layers: asphalt layer, crushed stone layer, and soil subgrade. Two types of analysis were considered for the verification: (1)elastic static analysis, (2)viscoelastic time-dependent analysis. For the elastic static analysis, linear elastic material model was assigned to all the layers, and a static load was applied to the structural model. For the viscoelastic time-dependent analysis, GMM and linear elastic material model were assigned to the asphalt layer and all the other layers respectively, and a cyclic loading condition was applied to the structural model.

RESULTS : The stresses and deformations from KICTPAVE were compared with those from ABAQUS. The analysis results obtained from the two codes showed good agreement in time-dependent response of the element under the loading area as well as the surface deformation of asphalt layer, and horizontal and vertical stresses along the axisymmetric axis.

CONCLUSIONS : The validity of KICTPAVE was confirmed by showing the agreement of the analysis results from the two codes.

Keywords

viscoelasticity, finite element analysis, code development, asphalt pavement

Main Author : Lee, Chang Joon, Research Professor
School of Architecture and Civil Engineering, Kyungpook National
University, 80 Daehac-Ro, Buk-Gu, Daegu, 702-701, Korea
Tel : +82.53.950.4767 Fax : +82.53.950.4767
email : cjlee0000@gmail.com

International Journal of Highway Engineering
<http://www.ksre.or.kr/>
ISSN 1738-7159 (Print)
ISSN 2287-3678 (Online)

1. 서론

건설분야의 구조물 설계는 일반적으로 구조 역학적인 해석을 통하여, 주어진 하중조건에 의해 구조부재에 발생하는 응력 또는 변형률을 구하고, 이에 따라서 구조물 안전에 요구되는 부재 단면의 크기와 재료의 성능을 결

정한다. 이러한 일반적인 구조물 설계 과정과 달리, 도로포장 구조 설계의 경우 비교적 최근까지 역학적인 해석을 생략하고, 제한된 시험 결과 바탕의 경험적 설계를 수행해왔다(AASHTO, 1993). 그러나 새로운 형태의 포장 구조, 재료, 하중 조건 등으로 인해서 경험적 설계

방법의 적용은 그 한계점을 보였다. 이를 개선하기 위하여 구조 해석을 통한 역학적 거동 정보를 이용하는 설계 방법이 연구되고 있으며, 이는 현재 국내외에서 여전히 진행 중인 중요한 연구 주제 중의 하나이다.

역학적 해석 정보를 이용하는 도로포장 설계 방법으로 국외의 경우 미국 AASHTO(American Association of State Highway and Transportation Officials)의 역학적-경험적 도로포장 설계 방법(AASHTO, 2004)을 들 수 있고, 국내의 경우 한국형 도로포장 설계법(MLTM, 2008)을 들 수 있다. 이들 도로포장 설계법에서는 역학적-경험적 설계 방법을 사용한다. 역학적-경험적 설계 방법에서는 주어진 교통 조건과 환경 조건에 의한 도로포장 구조체의 응력 또는 변형률 등의 역학적 해석 정보를 예측하고, 이들을 현장에서 수집한 도로포장 구조물의 파손 정보와 결부시키는 전이함수를 이용하여 도로포장 구조의 수명을 예측한다. 이들 도로포장 설계법과 더불어 도로포장 연구분야에서 역학적 해석을 통한 새로운 설계 방법론을 제시하기 위한 다양한 연구가 진행되고 있으며, 이들 중 대표적인 예로 다기능 복합 포장 개발을 들 수 있다(KICT, 2010).

역학적 해석을 위해서는 구조 해석을 위한 도구가 필수적이다. 탄성재료 만을 사용한 도로포장의 경우는, 다층 탄성 이론(Multi-Layered Elastic Theory)으로도 훌륭히 구조 해석을 수행할 수 있으나, 재료 및 층간 경계조건의 복잡성이 커지면서, 유한요소해석 등과 같은 수치 해석적인 방법의 사용이 필수적이다. 현재 유한요소해석을 위한 다양한 코드들이 개발되어 있으며, 범용으로 제작된 ABAQUS와 같은 상용 제품(HKS, 2000)이나 도로포장 전용으로 제작된 ILLIPAVE와 같은 연구용 코드(Road and Figueroa, 1980)를 들 수 있다. 이들 해석 코드들은 도로포장 구조의 역학적 거동해석 등의 연구용 해석도구로서는 훌륭하나, 역학적 도로포장 설계 방법의 한 요소로서 사용할 경우 다음과 같은 몇 가지 어려운 점이 있다.

먼저 상용 범용 코드를 사용할 경우 경제적인 추가비용이 발생한다. 상용 범용 코드는 도로포장 구조해석에서 요구하는 것 이외에 많은 기능들을 제공하여 연구목적의 경우 그 활용도가 우수하나, 도로포장 구조 기술자가 설계 목적으로 사용하기에는 발생 비용이 과대함은 물론 사용 방법의 복잡성으로 인하여 현실적으로 적용하기에는 어려움이 있다. 도로포장 구조해석 전용 코드의 경우 대부분 부가비용 없이 사용이 가능한 코드들이나, 국외에서 개발되었으며 개발된 시기가 비교적 오래되었기 때문에

최초 개발 이후 개선을 하지 않아 상용 코드에 비해 그 성능이 상대적으로 떨어진다. 이와 더불어 소스 코드 수준에서의 접근이 제한적이거나 불가능 하며, 따라서 재료나 요소의 추가는 거의 불가능 하다. 기존 개발된 코드들의 이러한 이용상의 한계점에도 불구하고 이들을 도로포장 설계를 위한 구조해석 요소로서 사용한다면, 그 경제적 비용 또는 성능적 한계를 감수해야만 한다. 이러한 문제를 해결할 수 있는 최선의 방법은 국내에서 자체적으로 도로포장 전용 유한요소 코드를 개발하는 것이다.

현재 이러한 요구에 대응하는 국내의 도로포장 전용 유한요소 해석 코드 개발에 대한 성과는 다른 건설분야에 비해 상대적으로 부족하다. 이는 국내의 기술적인 한계가 아니라, 다른 분야에 비해 상대적으로 그 필요성이 적었다는 데 있다고 판단된다. 그러나 서두에서 언급한 바와 같이, 국내 도로포장 구조 설계 방법론의 개발에 있어서 역학적 해석 정보의 이용이 필수적인 단계로 진행됨에 따라 도로 포장 구조 해석을 위한 전용코드의 개발은 시급하다. 이에 본 연구의 저자들은 도로포장 구조 해석 전용 코드를 개발하였으며 이를 보고하고자 한다.

현재까지 개발된 도로포장 전용 유한요소 해석 코드를 KICTPAVE로 명명하였다. KICTPAVE는 C++ 컴퓨터 프로그램 언어를 사용하여 개발하였으며, 아스팔트 포장에 적용 가능한 축대칭 점탄성 문제의 시간 이력 해석이 가능한 해석코드이다. 본 논문에서는 KICTPAVE에 구현된 축대칭 점탄성 유한요소 해석 정식화 방법과 개발된 코드의 수치적 검증과정을 기술한다.

2. 점탄성 축대칭 문제

2.1. 축대칭 문제

아스팔트 도로포장은 사용되는 재료의 낮은 강성으로 인해 포장 구조체에 가해지는 하중영역 근처의 변형이 매우 크며, 그 변형이 하중영역에서 멀어짐에 따라 급격하게 줄어든다. 따라서, 하중이 가해지는 영역을 원형으로 가정하며, 하중 중심을 기준으로 축대칭을 이루는 여러 개의 층을 가지는 구조 문제로서 다룰 수 있다(Huang, 1993).

일반적으로 축대칭 문제란 Fig. 1에서 보이는 바와 같이, 해석해야 하는 문제의 기하구조와 작용하는 하중이 축에 대해서 축대칭 조건을 만족하는 경우를 의미한다. 이 경우, 변형이 방사방향(r)과 대칭축 방향(z)로만 발생하기 때문에, 변형률 및 응력의 회전방향(θ) 성분의 값이 다른 방향의 성분 값에 종속되어 평면상의 2차원 문제로서 다룰 수가 있다. 따라서 축대칭 문제에서는 2

개의 독립적인 변위(u, w), 4개의 독립적인 변형률($\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z, \gamma_{rz}$), 그리고 4개의 독립적인 응력($\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$)을 가지게 된다.

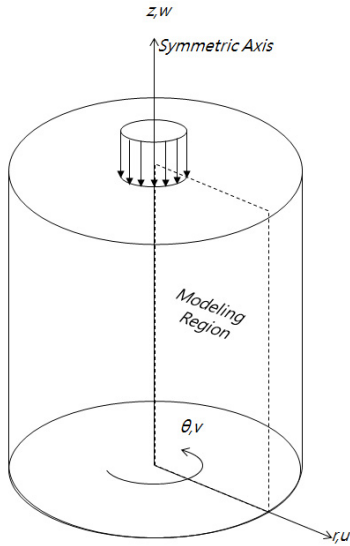


Fig. 1 Definition of Axisymmetric Problem

축대칭 조건을 가정하였을 때 변형률-변위관계는 Eq. (1)과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \epsilon_\theta &= \frac{2\pi(r+u) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{u}{r} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z$ 는 축대칭 좌표계의 각 축에 해당하는 축변형률을 나타내고, γ_{rz} 는 $r-z$ 평면의 전단변형률을 나타낸다. 각 변형률 요소의 아래첨자 r, θ, z 는 각각 방사방향(radial), 회전방향(circumferential), 수직방향(vertical)을 나타낸다.

2.2. 재료모형

아스팔트 도로 포장의 구조해석에 있어서, 축대칭 조건과 더불어 또 다른 중요한 요소는 아스팔트 재료의 점탄성 성질의 고려이다. 아스팔트 재료는 낮은 강성과 더불어 시간 의존적인 점탄성 성질이 다른 구조 재료에 비해 상온에서 뚜렷하게 나타난다(Masad et. al., 2004).

따라서 아스팔트 도로포장 구조의 하중에 대한 반응을 정확하게 모사하기 위해서는 점탄성 재료 모형을 사용해야 한다. 이를 위해 KICTPAVE는 점탄성 재료 모형으로서 일반화 맥스웰 모형(Generalized Maxwell Model; GMM)을 지원한다. GMM은 Fig. 2에 보이는 것과 같은 스프링(Spring)과 대쉬팟(Dash-pot)의 조합으로 구성되어 있다.

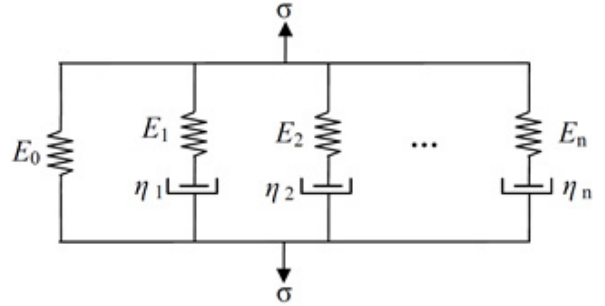


Fig. 2 Generalized Maxwell Model

GMM의 일차원 응력-변형률의 관계는 Eq. (2)과 같이 구할 수 있다(Christensen, 1982).

$$\sigma(t) = \sum_{i=0}^n \int_0^t E_i e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\epsilon} d\tau \quad (2)$$

여기서,

$\sigma(t)$ = 시간 t 에서의 응력,

$\dot{\epsilon}$ = 변형률의 시간에 대한 미분값,

$\lambda_i = \frac{\eta_i}{E_i}$ reduced time,

E_i = GMM의 i 번째 요소의 스프링 상수,

η_i = GMM의 i 번째 요소의 대쉬팟 상수.

유한요소 해석에서 GMM을 이용하기 위해서는 Eq. (2)를 증분 형태의 식으로 변환해야 효율적이다. 짧은 시간 간격 동안 변형률의 선형적 증가를 가정한다면, Eq. (2)로부터 다음과 같은 증분 형태의 응력-변형률 관계를 구할 수 있다(DIANA, 2002).

$$\Delta\sigma = \sum_{i=0}^n \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}}\right) \left(\lambda_i E_i \frac{\Delta\epsilon}{\Delta t} - \bar{\sigma}^{(i)}\right) \quad (3)$$

여기서,

$\Delta\sigma$ = 시간간격 Δt 동안의 응력증분,

$\Delta\epsilon$ = 시간간격 Δt 동안의 변형률 증분,

$\bar{\sigma}^{(i)}$ = 시간간격 시작시점에서의 i 번째 맥스웰 체인의 응력

Eq. (2) 및 Eq. (3)은 일차원 응력-변형률 관계식이다. 이를 축대칭 문제에 이용하기 위해서는 다차원 관계식이 필요하다. 상수의 점탄성 포이손비(Poisson's ratio) 가정과 Eq. (3)을 이용하면, 축대칭 문제에 사용할 수 있는 응력-변형률 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\sigma = \sum_{i=0}^n \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}}\right) \left(\frac{\lambda_i E_i}{\Delta t} \bar{D} \Delta\epsilon - \bar{\sigma}^{(i)}\right) \quad (4)$$

여기서,

$\Delta\sigma$ = 시간간격 Δt 동안의 응력증분 벡터,

$\Delta\epsilon$ = 시간간격 Δt 동안의 변형률증분 벡터,

$\bar{\sigma}^{(i)}$ = 시간간격 시작시점에서의 i 번째 맥스웰 체인의 응력벡터,

$$\bar{D} = \frac{1}{E} D,$$

$$D = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & & 1 & 0 \\ \text{symm.} & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix},$$

E = 탄성계수,

ν = 점탄성 포이손비,

$$\sigma = [\sigma_r \ \sigma_\theta \ \sigma_z \ \tau_{rz}]^T,$$

$$\epsilon = [\epsilon_r \ \epsilon_\theta \ \epsilon_z \ \gamma_{rz}]^T.$$

3. 유한요소 정식화

3.1. 형상함수를 이용한 물리적 좌표계 및 변형의 정의

현재 KICTPAVE는 4-절점 축대칭 연속체요소(CAX4)를 사용하며, 이 요소의 각 절점 번호 순서는 Fig. 3과 같다. 이를 바탕으로 요소의 강성 행렬을 구하기 위해 등매개변수 정식화(isoparametric formulation)를 실시하며 이때 사용하는 형상함수는

Eq. (5)와 같이 정의한다.

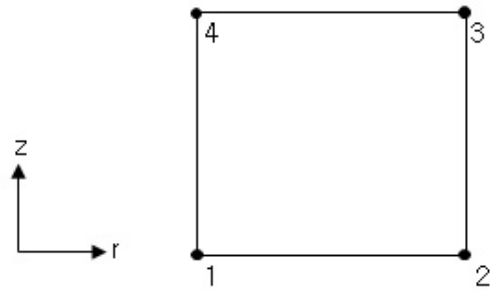


Fig. 3 Nodal Numbering Convention of CAX4 Continuum Element

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta),$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta), \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta). \quad (5)$$

Eq.(5)의 형상함수를 이용하여 물리적 $r-z$ 좌표계는 Eq. (6)과 같이 $\xi-\eta$ 좌표계로 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$r(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) r_i, \quad z(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) z_i \quad (6)$$

여기서 r_i 와 z_i 는 i 번째 절점의 r 좌표와 z 좌표를 나타낸다. 이와 유사하게 요소 내부의 변위장을 절점변위와 Eq. (5)의 형상함수를 이용하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) u_i, \quad w(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) w_i \quad (7)$$

여기서 u_i 와 w_i 는 i 번째 절점의 r 방향 변위와 z 방향 변위를 나타낸다.

3.2. 형상함수를 이용한 변형률의 정의

ξ 와 η 로 정의된 임의 함수 $\phi(\xi, \eta)$ 의 물리적 좌표계 축 r 과 z 에 관한 미분값은 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial r} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial \eta} & -\frac{\partial z}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial r}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial \eta} & -\frac{\partial z}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial r}{\partial \xi} \end{bmatrix},$$

$$J = \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial r}{\partial \eta}$$

행렬 J 는 $r-z$ 좌표계와 $\xi-\eta$ 좌표계 간의 자코비안 행렬(Jacobian matrix)이며, J 는 이들 두 좌표계간의 자코비안(Jacobian)이다. Eq. (8)은 다음과 같이 요약된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} &= \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= \frac{1}{J} \left(-\frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Eq. (1)은 Eq. (9)의 관계를 이용하여 $\xi-\eta$ 좌표계에서의 변형률-변위 관계로 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \\ \epsilon_\theta &= \frac{u}{r} \\ \epsilon_z &= \frac{1}{J} \left(-\frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \\ \gamma_{rz} &= \frac{1}{J} \left(-\frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \\ &\quad + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

3.3. 행렬정식화

시간 이력 해석을 위해서, 시간 증분 사이에서 변형률이 선형으로 변한다는 가정을 바탕으로 다음과 같이 정식화하였다. 먼저, 시간 증분 시작 시점 ($t=t_0$)의 절점 변위벡터(\mathbf{d})와 시간 간격 Δt 동안의 증분 절점 변위 벡터($\Delta \mathbf{d}$)를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= \{u_1 \ w_1 \ u_2 \ w_2 \ u_3 \ w_3 \ u_4 \ w_4\}^T \\ \Delta \mathbf{d} &= \{\Delta u_1 \ \Delta w_1 \ \Delta u_2 \ \Delta w_2 \ \Delta u_3 \ \Delta w_3 \ \Delta u_4 \ \Delta w_4\}^T \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 u_i 와 w_i 는 i 번 절점의 r 방향 변위와 z 방향 변위를 나타낸다. 요소내의 변위 벡터 u 는 형상함수행렬 N 을 이용하여,

$$\begin{aligned} u &= N d \\ \Delta u &= N \Delta d \end{aligned} \quad (12)$$

와 같이 표현되며, 여기서 $N = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$ 이다. 요소내의 변형률 벡터는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \epsilon &= \{\epsilon_r \ \epsilon_\theta \ \epsilon_z \ \gamma_{rz}\}^T \\ \Delta \epsilon &= \{\Delta \epsilon_r \ \Delta \epsilon_\theta \ \Delta \epsilon_z \ \Delta \gamma_{rz}\}^T \end{aligned} \quad (13)$$

또한, 요소의 변형률 벡터와 절점변위 벡터와의 관계는 다음과 같이 정의할 수 있다

$$\begin{aligned} \epsilon &= B d \\ \Delta \epsilon &= B \Delta d \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$B = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} B_{r1} & 0 & B_{r2} & 0 & B_{r3} & 0 & B_{r4} & 0 \\ B_{\theta 1} & 0 & B_{\theta 2} & 0 & B_{\theta 3} & 0 & B_{\theta 4} & 0 \\ 0 & B_{z1} & 0 & B_{z2} & 0 & B_{z3} & 0 & B_{z4} \\ B_{z1} & B_{r1} & B_{z2} & B_{r2} & B_{z3} & B_{r3} & B_{z4} & B_{r4} \end{bmatrix},$$

$$B_{ri} = \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial \eta}$$

$$B_{\theta i} = \frac{N_i}{r}$$

$$B_{zi} = -\frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial \eta}$$

• 가상일의 원리

요소 내의 응력 벡터를 다음의 식으로 정의한다.

$$\begin{aligned} \sigma &= \{\sigma_r \ \sigma_\theta \ \sigma_z \ \tau_{rz}\}^T \\ \Delta \sigma &= \{\Delta \sigma_r \ \Delta \sigma_\theta \ \Delta \sigma_z \ \Delta \tau_{rz}\}^T \end{aligned} \quad (16)$$

응력 증분벡터와 변형률 증분 벡터와의 관계를 GMM 모형을 사용할 경우 Eq. (4)을 사용할 수 있으며, 아래 식에 좀더 단순화된 형태로 다시 나타내었다.

$$\Delta \sigma = \mathbf{D}_1 \Delta \epsilon + \mathbf{D}_2 \quad (17)$$

여기서,

$$D_1 = \sum_{i=0}^n \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}}\right) \left(\frac{\lambda_i E_i}{\Delta t} \bar{D}\right),$$

$$D_2 = -\sum_{i=0}^n \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}}\right) (\bar{\sigma}^{(i)})$$

가상일의 원리를 이용하면 요소 절점의 변위와 힘의 관계를 다음과 같이 유도할 수 있다. 먼저 $time=t_0+\Delta t$ 에서의 내부 가상일(IW)과 외부 가상일(EW)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$IW = \int_V \delta \epsilon^T (\sigma_0 + \Delta \sigma) dV$$

$$= \int_V \delta \epsilon^T (\sigma_0 + D_1 \Delta \epsilon + D_2) dV \quad (18)$$

$$EW = \int_A \delta u^T f_s dA + \int_V \delta u^T f_B dV \quad (19)$$

Eq. (12)와 Eq. (14)를 Eq. (18)과 Eq. (19)에 각각 대입하고, 가상일의 원리 $IW=EW$ 를 이용하면,

$$\int_V B^T D_1 B dV \Delta d = \int_A N^T f_s dA$$

$$+ \int_V N^T f_B dV - \int_V B^T (\sigma_0 + D_2) dV \quad (20)$$

와 같은 관계를 얻을 수 있다. 좀 더 간략한 형태로

$$k \Delta d = f \quad (21)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서,

$$k = \int_V B^T D_1 B dV$$

$$f = \int_A N^T f_s dA + \int_V N^T f_B dV - \int_V B^T (\sigma_0 + D_2) dV$$

정리하면, Eq. (21)은 시간이 t_0 에서 $t_0+\Delta t$ 로 증가하는 동안 생기는 요소 절점의 변위 증분을 계산하는데 사용할 수 있다. 요소 절점의 변위 증분을 구하면 요소의 변형률 증분 및 응력 증분을 계산할 수 있다. 각 증분 값들은 시간 t_0 에서의 변위, 변형률, 응력에 각각 더해지며, 따라서 시간 $t_0+\Delta t$ 에서의 값들을 구할 수 있다. 이 과정을 적절히 작은 시간 간격 Δt 단위로 반

복하여 시간 이력 해석을 수행한다.

이상의 유한요소 정식화는 하나의 요소에 대해서만 기술하였다. 구조물 전체의 해석을 위해서는 요소의 조립과정이 필요하며, 이는 일반적인 유한요소 해석 방법에서 사용하는 기술을 이용할 수 있다(Cook et al, 2002).

4. 수치적 검증

KICTPAVE의 수치적 검증을 위해서 Fig. 4에 보이는 아스팔트 도로포장 구조 모형을 사용하였다. 도로포장 구조 모형은 그림에서 보이는 바와 같이 3개 층으로 구성되어 있으며, 최 하부 층의 하단부에 수평 방향(r -축) 롤러 경계조건을 설정하였으며, 각 층의 최 우측 변에 수직 방향(z -축) 롤러 경계조건을 설정하였다. 대칭 축을 중심으로 반경 150mm의 원형 하중을 가하였다.

구조 해석은 모든 층에 선형 탄성 재료만을 사용한 경우와 아스팔트 콘크리트 층에 GMM을 사용한 경우를 고려하였다. 선형 탄성 재료만을 사용한 경우는 정적 하중을 적용하여 정적 구조해석을 수행하였으며, GMM을 사용한 경우는 반복 하중을 적용하여 시간 이력 구조 해석을 수행하였다. 각 해석 결과를 ABAQUS를 이용한 동일 조건 문제의 해석 결과와 비교하는 것으로 KICTPAVE의 수치적 검증을 수행하였다.

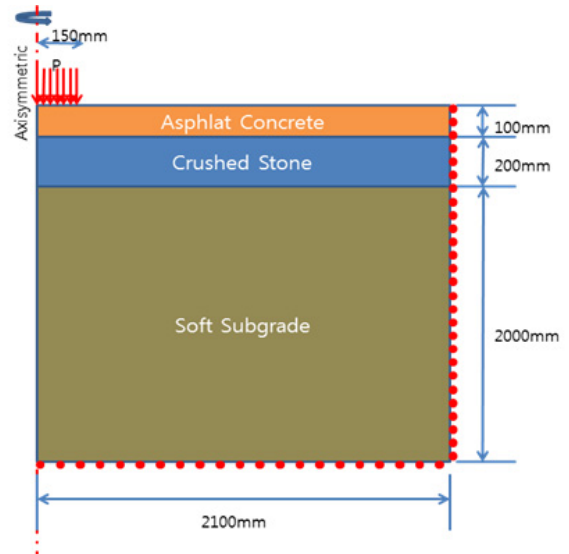


Fig. 4 Pavement Structure Model with Boundary Conditions

4.1. 정적해석

정적 구조 해석을 위해서 각층에 선형 탄성 재료를 사

용하였으며, Table 1에 각 층에 사용된 선형 탄성 재료의 재료 상수를 보인다.

Table 1. Material Parameters for Static Analysis

Layer	Young's Modulus (MPa)	Poisson's Ratio
Asphalt Concrete	3500	0.35
Crushed Stone	350	0.40
Soft Subgrade	100	0.30

정적 하중으로서 Fig. 4에 보이는 반경 150mm의 원형 영역에 0.15MPa의 압력을 적용하였으며, KICTPAVE와 ABAQUS의 해석결과를 Fig. 5~Fig. 7에 보인다.

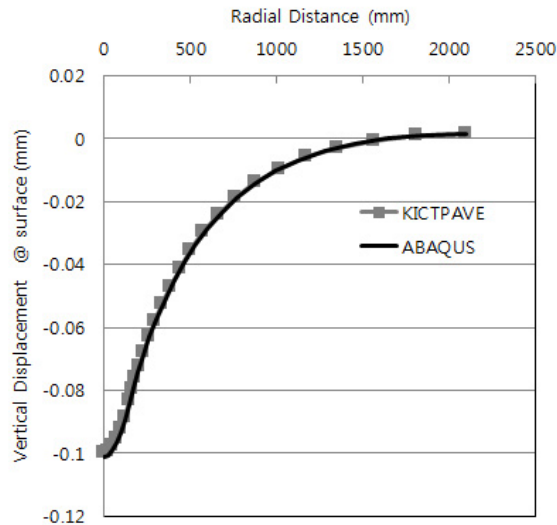


Fig. 5 Surface Deflection of Asphalt Layer w.r.t. Distance from the Axisymmetric Axis

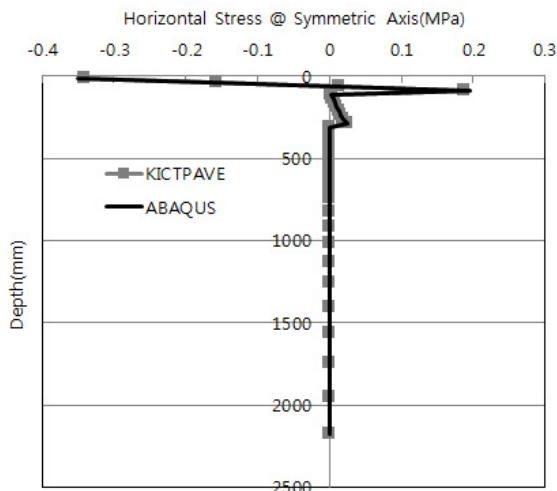


Fig. 6 Horizontal Stress Along the Axisymmetric Axis w.r.t. Depth

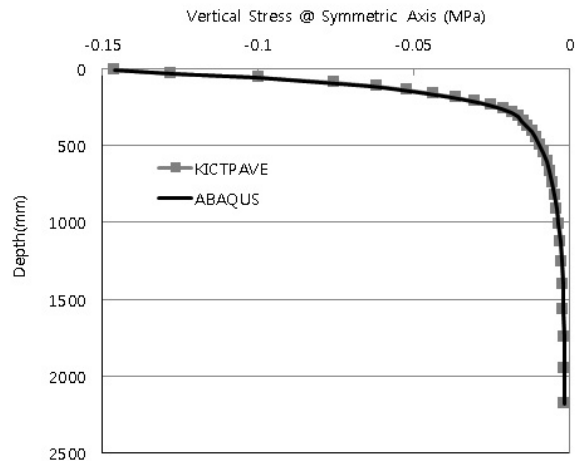


Fig. 7 Vertical Stress Along the Axisymmetric Axis w.r.t. Depth

Fig. 5에 아스팔트 포장층 표면의 처짐(수직변형)을 대칭축(하중의 중심)으로부터의 거리에 대한 함수로 표시하였다. 그림에서 보듯이 주어진 조건에서 최대 처짐 0.1mm정도가 대칭축에서 발생하며, 대칭축에서 멀어질수록 급격히 감소함을 알 수 있다. 또한 KICTPAVE와 ABAQUS의 결과는 서로 잘 부합됨을 알 수 있다.

Fig. 6은 대칭축 상의 수평 방향 응력을 포장 깊이에 따른 함수로 각각 표시하였다. 표층 상부에서 압축 응력이 0.34MPa 정도로 나타났으며 표층 하부로 갈수록 급격히 변화되어, 표층 하부에서는 인장응력 0.19정도를 나타내고 있다. 표층의 하부와 보조기층 상부의 응력은 비교적 큰 차이를 보이며, 유사한 현상을 보조기층 하부와 노상 상부의 응력도 볼 수 있으며, 이는 서로 다른 물성을 가지는 다층 포장 구조에서 볼 수 있는 일반적인 현상이다. 그림에서 알 수 있듯이 KICTPAVE와 ABAQUS의 결과는 서로 잘 부합됨을 알 수 있다.

Fig. 7은 대칭축 상의 수직 방향 응력을 포장 깊이에 따른 함수로 각각 표시하였다. 표층 상부에서 압축 응력이 0.145MPa 정도로 나타났으며, 표층 하부로 갈수록 급격히 감소함을 알 수 있다. 그림에서 알 수 있듯이 KICTPAVE와 ABAQUS의 결과는 서로 잘 부합됨을 알 수 있다

4.2. 시간이력 해석

시간이력 구조 해석을 위해서 아스팔트 층에는 GMM 재료모형을 그 이외의 층에 선형 탄성 재료 모형을 사용하였다. Table 2에 아스팔트 층에 사용된 GMM의 Normalized Prony 상수를 보인다. 각 층의 탄성 재료 상수는 Table 1에 보인 값과 동일한 값을 사용하였다.

Table 2. Model Parameters of GMM for Asphalt Concrete

Relaxation Time(sec)	Normalized Spring Coefficient
1e-2	6.500E-01
1e-1	2.250E-01
1	8.520E-02
1e1	2.470E-02
1e2	1.070E-02
1e3	1.790E-03
1e4	7.280E-04

시간이력 해석을 위해서 Fig. 8에 보이는 바와 같은 삼각형 형태의 반복 하중을 Fig. 4의 반경 150mm의 원형 영역에 최대치 0.15MPa의 압력으로 적용하였다.

Fig. 9에 KICTPAVE에서 해석한 구조 모형의 특정 시점에서의 변형 예를 보여주며, Fig. 10은 시간에 따른 수직 변위를 보인 것으로, Fig. 9에 표시한 최 좌측 상단의 절점에서 획득한 값이다. 최초 3초간 하중은 선형으로 0.15MPa까지 증가하였으며, 이에 따른 처짐은 약 0.175mm 정도이다, 이는 탄성 재료의 동일한 크기의 정적 하중 조건에서 구한 처짐 0.1mm에 비해 크며, 그 차이 0.075mm는 정적 하중 해석과 반복 하중 해석에 사용된 표층의 탄성 계수가 동일함을 고려할 때, 재료 모형의 점성 성분에 의한 것이다. 시간 3초부터 6초 사이는 하중이 0.15MPa에서 0MPa까지 선형으로 감소하는 구간으로 하나의 하중 사이클이 완료된다. 시간 6초에서의 처짐은 하중이 0MPa로 완전히 제거되었음에도 불구하고, 약 0.035mm 정도의 잔류 변형이 존재한다. 첫 번째 반복 하중에 대한 처짐과 유사하게 시간 6초에서 12초사이의 두 번째 반복하중에 의한 처짐 또한 잔류 변형을 보이며 그 값이 더욱 커짐을 알 수 있다. 그림에서 알 수 있듯이 KICTPAVE와 ABAQUS의 결과는 서로 잘 부합됨을 알 수 있다.

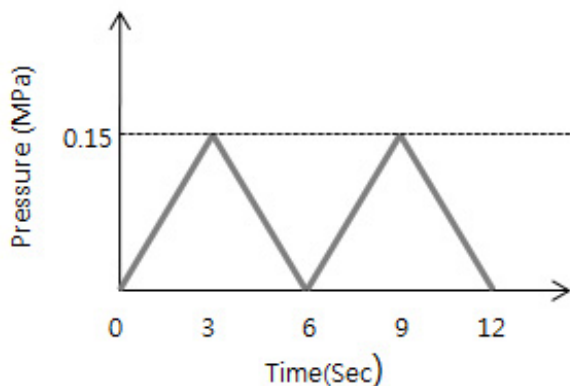


Fig. 8 Repeated Load for Time-Dependant Analysis

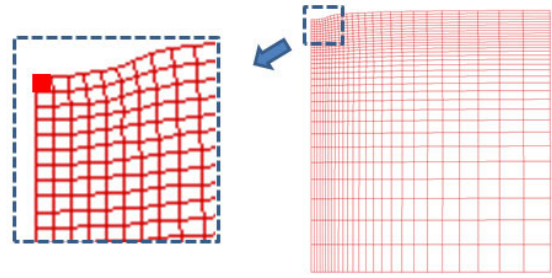


Fig. 9 Typical Deformation Map and the Element of Interest

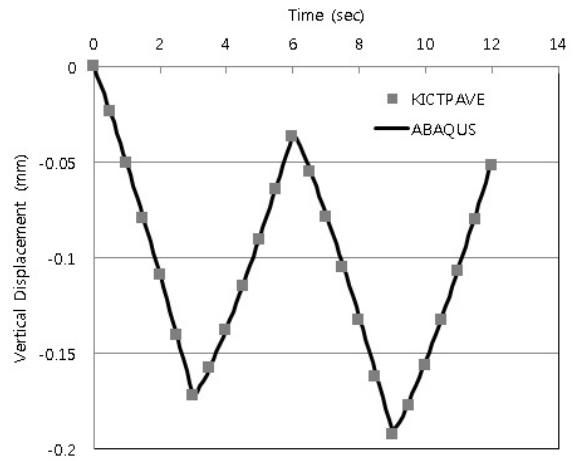


Fig. 10 Vertical Displacement of the Top-Left Node w.r.t. Analysis Time

Fig. 11과 Fig. 12는 각각 시간에 따른 수평 응력 및 수직 응력을 보인 것으로 Fig. 9에 표시한 최 좌측 상단 요소의 중심점에서 획득한 값이다. 수평 응력의 경우 첫 번째 하중 반복의 최초 재하가 끝나는 시점인 3초 (0.15MPa의 하중)에서 약 0.12MPa의 압축응력을 보이다가 하중이 완전히 제거된 시점인 6초에서 약 0.03MPa의 인장응력을 보인다. 수직 응력의 경우 수

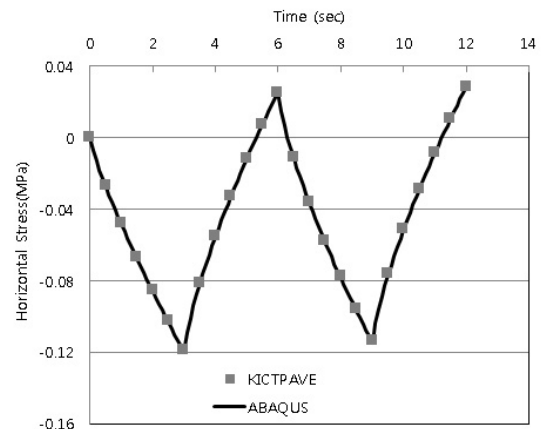


Fig. 11 Horizontal Stress of the Top-Left Element w.r.t. Analysis Time

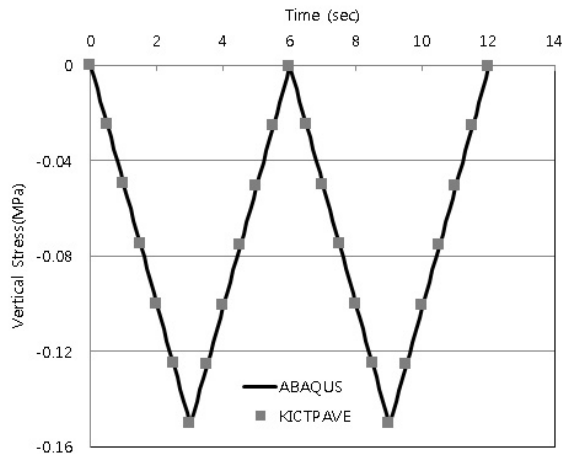


Fig. 12 Vertical Stress of the Top-Left Element w.r.t. Analysis Time

평 응력과 달리, 외부에서 가해지는 하중의 변화와 시간에 대해 동일한 거동을 보인다. 그림에서 보이는 것과 같이 KICTPAVE와 ABAQUS의 결과는 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 결론

도로 포장구조 해석을 위한 축대칭 점탄성 유한요소 해석 코드를 개발하였으며, KICTPAVE로 명명하였다. KICTPAVE는 GMM 재료 모형과 4-절점 등매개변수 요소를 사용한다. 개발한 코드의 수치적 검증을 위해 도로포장 구조의 일례를 모형화하였으며, 해석 결과를 상용코드의 해석 결과와 비교 검증하였다. KICTPAVE는 도로포장 구조 해석에 이용할 경우 정적 하중 해석은 물론 재료의 크리프나 응력 완화 등의 응답을 볼 수 있는 시간 이력 해석에 사용할 수 있다. KICTPAVE는 또한

역학적 해석 정보가 필수적으로 요구되는 도로 포장 설계 방법의 한 부품으로서 사용 가능하다. 현재 KICTPAVE는 재료 모형으로서 일반화 켈빈 모형 (Generalized Kelvin Model)과 층간의 접촉면 거동을 모사할 수 있는 인터페이스(interface) 요소의 추가를 계획하고 있다.

References

- AASHTO, 1993. *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures*, American Association of State Highway and Transportation Officials.
- AASHTO, 2004. *Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Design*, Association of State Highway and Transportation Officials.
- Christensen, R.M., 1982. *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*, Academic Press, New York.
- Cook R.D. et al, 2002. *Concepts and application of finite element analysis*, 4th ed. Wiley, New York
- DIANA, 2002. *DIANA-8.1 User's Manual*, TNO-DIANA Inc.
- HKS, 2000. *ABAQUS/ Standard User's Manual*, Hibbitt, Karlson & Sorensen, inc.
- Huang, Y.H., 1993. *Pavement Analysis and Design*, Prentice-Hall
- Masad E. et. al., 2004. *Asphalt Concrete: Simulation, Modeling, and Experimental Characterization*, ASCE.
- MLTM 2008. *Korea Pavement Research Program: Report #3-3*, Korea Minister of Land, Transport and Maritime Affairs.
- KICT, 2010. *Fiber Reinforced Asphalt Concrete Mixture and Structural Analysis System Development: Report #2*, Korea Institute of Construction Technology.
- Raad, L. and J.L. Figueroa, 1980. "Load response of transportation support systems," *ASCE Transportation Engineering Journal*, vol 16, no. TE1.
- (접수일 : 2011. 5. 17 / 심사일 : 2011. 6. 10 / 심사완료일 : 2012. 8. 1)