

비선형 Kalman Filter를 사용한 타이어 횡력 추정 시스템

이 동 훈¹⁾ · 김 인 근¹⁾ · 허 건 수^{*2)}

한양대학교 대학원 자동차공학과¹⁾ · 한양대학교 미래자동차공학과²⁾

Tire Lateral Force Estimation System Using Nonlinear Kalman Filter

Donghun Lee¹⁾ · Inkeun Kim¹⁾ · Kunsoo Huh^{*2)}

¹⁾Department of Automotive Engineering, Graduate School, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

²⁾Department of Automotive Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received 14 February 2012 / Revised 9 May 2012 / Accepted 30 May 2012)

Abstract : Tire force is one of important parameters which determine vehicle dynamics. However, it is hard to measure tire force directly through sensors. Not only the sensor is expensive but also installation of sensors on harsh environments is difficult. Therefore, estimation algorithms based on vehicle dynamic models are introduced to estimate the tire forces indirectly. In this paper, an estimation system for estimating lateral force and states is suggested. The state-space equation is constructed based on the 3-DOF bicycle model. Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter and Ensemble Kalman Filter are used for estimating states on the nonlinear system. Performance of each algorithm is evaluated in terms of RMSE (Root Mean Square Error) and maximum error.

Key words : Tire lateral force(타이어 횡력), Sideslip angle(사이드슬립 앵글), Lateral velocity(횡방향 속도), Extended kalman filter(확장 칼만 필터), Unscented kalman filter(언센티드 칼만 필터), Ensemble kalman filter(앙상블 칼만 필터)

Nomenclature

- ΔC : adaptive linear coefficient
- V : velocity, m/s
- β : sideslip angle, degree
- $\dot{\psi}$: yaw rate, rad/s

Subscripts

- f, r : front tire, rear tire
- l, r : left, right
- x, y : longitudinal, lateral

1. 서론

최근 자동차는 친환경, 안전성이 중요한 기술 개발의 경향을 이루고 있으며 연구들 또한 관련 주제로 이루어지고 있다. 통상 ADAS(Advanced Driver Assistant System)로 통칭되는 안전 향상을 위한 시스템에서 요구되는 자동차 주행 정보는 현재 상용 차량에 일반적으로 장착되어 있는 횡 방향 가속도 센서, yaw rate 센서등과 같은 정보를 사용할 수 있으나 일반적으로는 그보다 더 많은 정보를 필요로 하게 된다. 하지만 센서의 추가로 인한 가격의 상승과 여러 주행 환경을 극복하지 못하는 센서의 기술력 한계로 필요한 모든 정보를 센서를 통해 얻는 것은 어렵다. 때문에 사용 가능한 최소한의 센서 정보를

*Corresponding author, E-mail: khuh2@hanyang.ac.kr

이용하여 차량 동역학 모델에 근거한 추정 알고리즘을 사용, 필요한 정보를 추정하는 방법이 많이 사용되고 있다.

추정 시스템의 방법 및 모델의 적용은 여러 가지 방법으로 연구되고 있다. Guillaume Baffet, Gerald Dherbomez등²⁾은 Extended Kalman Filter를 사용하여 sideslip angle등을 추정하는 논문을 발표하였으며 Qi Cheng, Alessandro Correa-Victorino등⁴⁾은 Dugoff tire model을 사용하여 sideslip angle등을 추정하는 논문을 발표하였다. 위 논문들은 3자유도의 bicycle 이나 single track 모델을 사용하여 횡 방향에 대한 추정 시스템을 설계하였고 하나의 비선형 추정 방법을 사용하여 시스템을 설계하였다.

본 논문에서는 자동차의 sideslip angle과 횡 방향 속도와 같은 횡 방향 운동에 관련된 변수들을 추정하는 시스템을 설계하고자 한다. 횡 방향 차량 동역학 모델은 3자유도의 bicycle 모델을 기반으로 설계하였으며 side slip angle, C.G의 속도 그리고 yaw rate 이 아닌 종 방향 속도, 횡 방향 속도 그리고 yaw rate 을 사용하여 방정식을 구성하였다. 모델에 요구되는 횡 방향 힘은 타이어 모델의 linear 구간을 대상으로 사용하였다. 타이어 모델의 선형 계수는 변수로 설정하여 sideslip angle에 따른 변화를 보정하였으며 그 구조는 Fig. 1과 같다.

본 논문에서는 세 가지 서로 다른 방법을 갖는 Kalman Filter 기반의 비선형 추정시스템을 적용하였다. 세 가지 Filter는 각각 Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter, Ensemble Kalman Filter이다. 세 가지 Kalman Filter는 각각 RMSE(Root Mean Square Error)를 통해 성능을 평가하였다.

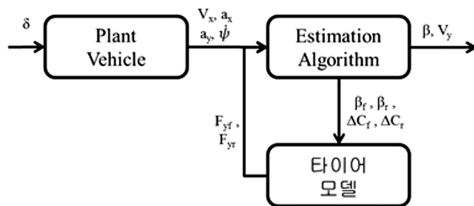


Fig. 1 Scheme of estimation system

2. 차량 횡 방향 변수 추정 시스템

2.1 차량 횡 방향 동역학 모델

2.1.1 3-DOF bicycle model

차량 횡 방향 동역학 모델은 3 자유도를 갖는 bicycle 모델이 사용 되었다. 각각 종 방향, 횡 방향, yaw rate에 대한 자유도를 가지며 이는 Fig. 2에 도시 되어 있다.

Fig. 2에서 각 종 방향, 횡 방향 그리고 yaw에 대한 방정식을 세운 후 state space equation으로 표현하면 식 (1)과 같다.⁷⁾

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2x_3 + \frac{1}{m} \{x_6 \cos(\delta) - (C_f + x_4)\beta_f \sin(\delta)\} \\ -x_1x_3 + \frac{1}{m} \{x_6 \sin(\delta) + (C_f + x_4)\beta_f \cos(\delta) + (C_r + x_5)\beta_r\} \\ \frac{1}{I_z} \{l_f x_6 \sin(\delta) + l_r (C_f + x_4)\beta_f \cos(\delta) - l_r (C_r + x_5)\beta_r\} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

각각의 state들과 변수는 식 (2)와 같고 측정 변수는 식 (3)과 같다. x_4, x_5, x_6 에 대해서는 random walk model을 적용하여 시스템 방정식을 수립하였다.^{1,2)}

$$\begin{aligned} x_1 &= V_x, \quad x_2 = V_y, \quad x_3 = \dot{\psi}, \\ x_4 &= \Delta C_f, \quad x_5 = \Delta C_r, \quad x_6 = F_{xf} \end{aligned} \quad (2)$$

위 state의 각각은 종 방향 속도, 횡 방향 속도, yaw rate, 타이어 전 후륜의 적응 변수, 전륜 타이어의 종 방향 힘을 나타낸다.

$$y = \begin{bmatrix} V_x \\ \dot{\psi} \\ a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ \frac{1}{m} \{x_6 \cos(\delta) - (C_f + x_4)\beta_f \sin(\delta)\} \\ \frac{1}{m} \{x_6 \sin(\delta) + (C_f + x_4)\beta_f \cos(\delta) + (C_r + x_5)\beta_r\} \end{bmatrix} \quad (3)$$

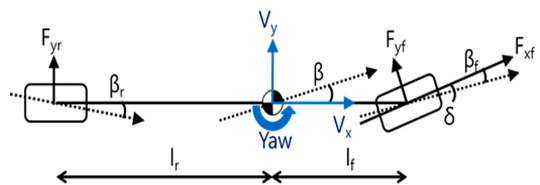


Fig. 2 3-DOF bicycle model

추정 변수는 종 방향 속도, yaw rate, 종 방향 가속도, 횡 방향 가속도로 이루어져 있다. 일반적 승용차량에서 기 장착 되어있는 wheel speed 센서와 ESC에 장착된 센서로 측정 할 수 있는 값들을 고려 선정하였다. 본 시스템은 횡 방향 bicycle 모델을 대상으로 종 방향의 속도 변화는 크지 않다고 가정하며, 이에 종 방향 속도는 휠 속도 센서를 통해 구할 수 있는 네 개 휠 속도의 평균을 통해 구한다. 계산 과정에서의 side slip angle은 radian을 단위로 하여 계산을 수행한다.

2.1.2 타이어 모델

본 논문에서는 타이어 모델을 선정함에 있어서 linear 구간을 우선 대상으로 선정한다. 일반적으로 linear 구간을 대상으로 한 타이어 힘 계산식은 식 (4)로 표현된다.

$$F = C \beta \quad (4)$$

여기서 C 는 선형 계수이고 β 는 sideslip angle이다. 하지만 실제 타이어 모델에서 선형 계수 C 는 sideslip angle에 대하여 일정하지 않고 다른 값을 갖는다. 이에 이러한 sideslip angle 변화에 따른 선형 계수 변화의 변화 값을 반영하는 변수 ΔC 를 도입하여 식 (5)와 같이 타이어 힘을 결정한다.

$$F = (C + \Delta C) \beta \quad (5)$$

2.2 비선형 Kalman Filter

2.2.1 Extended Kalman Filter

Extended Kalman Filter는 비선형 Kalman Filter 중 가장 많이 쓰이는 것으로 system matrix의 Jacobian을 사용하여 추정을 하는 Kalman Filter이다. 식 (1)과 식 (3)은 식 (6)과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u) + w_{k-1} \\ y_k &= h(x_k, u) + v_k \end{aligned} \quad (6)$$

w_{k-1} 와 v_k 는 시스템 불확실성과 측정 잡음을 나타내며 Gaussian 분포를 따른다고 가정한다.

먼저 모델의 priori state와 priori covariance matrix를 식 (7)로 구하고 Kalman gain을 식 (8)을 통해 계산한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= f(\hat{x}_{k-1}^+, u) \\ P_k^- &= AP_{k-1}^+ A^T + Q \end{aligned} \quad (7)$$

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (8)$$

이 때 Q 와 R 은 시스템 불확실성(w_{k-1})과 측정 잡음(v_k)의 covariance matrix이다. K 는 Kalman gain이다.

Matrix A 와 H 는 식 (9)와 같이 Jacobian을 이용한 matrix이다.

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x = \hat{x}_{k-1}^+} \quad H = \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right|_{x = \hat{x}_k^-} \quad (9)$$

이렇게 구한 Kalman gain을 이용하여 현 스텝에서의 추정 변수 값과 covariance matrix를 구한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_k (y_k - h(\hat{x}_k^-, u)) \\ P_k^+ &= P_k^- + K_k H P_k^- \end{aligned} \quad (10)$$

y_k 는 센서를 통해 얻은 data를 나타낸다.

2.2.2 Unscented Kalman Filter

Unscented Kalman Filter는 Extended Kalman Filter가 Jacobian을 사용한다는 점과 달리 확률기반의 sigma point와 weight factor를 통해 Kalman gain을 구하는 비선형 Kalman Filter이다.⁵⁾ 식 (6)과 같은 형태의 모델에서 초기 값을 사용하여 sigma point와 weight factor를 식 (11)과 식 (12)를 통해 구해낸다.

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \hat{x}_{k-1}^+ \\ \chi_{i+1} &= \hat{x}_{k-1}^+ + c_i \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \chi_{i+n+1} &= \hat{x}_{k-1}^+ - c_i \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{\kappa}{(n + \kappa)} \\ W_{i+1} &= \frac{1}{2(n + \kappa)} \quad \kappa \in R \end{aligned} \quad (12)$$

n 은 시스템 방정식 변수의 개수이며 κ 는 일반적으로 $n + \kappa$ 값이 3이 되도록 설정하는 상수이다. c_i 는 식 (13)을 통해 구한 matrix C 의 요소 값으로 Cholesky decomposition으로 구한 값이다.

$$C^T C = (n + \kappa) P_{k-1}^+ \quad (13)$$

P 는 covariance matrix이다.

위에서 구한 sigma point와 weigh factor를 가지고 unscented 변환을 수행하게 되며 이를 사용하여 Kalman gain을 구하는데 필요한 priori covariance matrix도 같이 구하게 된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= \sum_{i=1}^{2n+1} W_i f(\chi_i) \\ P_k^- &= \sum_{i=1}^{2n+1} W_i [f(\chi_i) - \hat{x}_k^-][f(\chi_i) - \hat{x}_k^-]^T + Q \\ \hat{z}_k^- &= \sum_{i=1}^{2n+1} W_i h(\chi_i) \\ P_z &= \sum_{i=1}^{2n+1} W_i [h(\chi_i) - \hat{z}_k^-][f(\chi_i) - \hat{z}_k^-]^T + R \end{aligned} \quad (14)$$

Kalman gain을 구하면

$$\begin{aligned} P_{xz} &= \sum_{i=1}^{2n+1} W_i [f(\chi_i) - \hat{x}_k^-][h(\chi_i) - \hat{z}_k^-]^T \\ K_k &= P_{xz} P_z^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

이를 통해 현 스텝에서의 추정 변수 값과 covariance matrix를 구한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{z}_k^-) \\ P_k^+ &= P_k^- - K_k P_z K_k^T \end{aligned} \quad (16)$$

2.2.3 Ensemble Kalman Filter

Ensemble Kalman Filter는 Unscented Kalman Filter와 유사하게 확률 기반의 비선형 Kalman Filter이나 특정 초기 값에 대하여 sigma point와 weight factor가 늘 같은 값을 갖는 점과 다르게 monte carlo simulation을 사용, ensemble member를 매번 구하는 방법을 취한다.⁶⁾ 식 (6)과 같은 형태의 모델에서 초기 값을 사용하여 변수와 계측 값에 대하여 ensemble member를 구한다.

$$\begin{aligned} x_k^{fi} &= f(x_{k-1}^{ai}, u) + w \quad i = 1, 2, \dots, q \\ y_k^i &= y_k + v \quad i = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 ensemble member는 설계변수이며 많은 member 수를 선택 할수록 낮은 오차를 보이거나 연산 양이 증가하는 단점이 있다. 이렇게 구한 ensemble member들의 ensemble mean을 구하고 ensemble error matrix를 구한다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_k^f &= \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q x_k^{fi} \quad i = 1, 2, \dots, q \\ \bar{y}_k &= \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q y_k^i \quad i = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} E_k^f &= [x_k^{f1} - \bar{x}_k^f, \dots, x_k^{fq} - \bar{x}_k^f] \\ E_{z_k}^f &= [z_k^1 - \bar{z}_k, \dots, z_k^q - \bar{z}_k] \end{aligned} \quad (19)$$

Ensemble error matrix는 Kalman gain을 구하는데 쓰이며 Kalman gain은 식 (20), 식 (21)을 통해 구한다.

$$P_{xy_k}^f = \frac{1}{q-1} E_k^f (E_{y_k}^f)^T \quad (20)$$

$$P_{yy_k}^f = \frac{1}{q-1} E_{y_k}^f (E_{y_k}^f)^T$$

$$K_K = P_{xy_k}^f (P_{yy_k}^f)^{-1} \quad (21)$$

P 는 covariance matrix이다.

이를 사용하여 현 스텝에서의 추정 변수 값을 계산하게 된다.

$$\begin{aligned} x_k^{ai} &= x_k^{fi} + K_k (y_k^i - h(x_k^{fi}, u)) \quad i = 1, 2, \dots, q \\ x_k &= \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q x_k^{ai} \end{aligned} \quad (22)$$

2.3 Observability

본 논문에 사용된 모델의 observability를 Lie derivative를 사용하여 구하였다.³⁾ 식 (6)의 모델에 Lie derivative를 적용하여 observability function을 구성하면

$$L_f^1 h_i(\hat{x}) = \frac{\partial h_i(\hat{x})}{\partial \hat{x}} f(\hat{x}, u) \quad (23)$$

$$L_f^{p+1} h_i(\hat{x}) = \frac{\partial L_f^p h_i(\hat{x})}{\partial \hat{x}} f(\hat{x}, u)$$

$$o_i = \begin{pmatrix} dh_i(\hat{x}) \\ dL_f^1 h_i(\hat{x}) \\ \dots \\ dL_f^5 h_i(\hat{x}) \end{pmatrix} \text{ where, } dh_i = \left(\frac{\partial h_i}{\partial x_1} \dots \frac{\partial h_i}{\partial x_6} \right) \quad (24)$$

와 같다.

observability function들로 구성된 observability matrix는 식 (25)가 되며 이 matrix의 rank로 관측 가

능성을 판단한다.

$$O = \begin{pmatrix} o_1 \\ \vdots \\ o_6 \end{pmatrix} \quad (25)$$

본 논문에 사용된 시스템은 대부분의 영역에서 full rank를 가지며 이로써 해당 시스템은 ‘locally observable’ 시스템임을 알 수 있다. 단, 조향각 δ , 횡방향 차량의 속도, yaw rate이 0이 되는 경우에는 해당 시스템의 observability matrix는 full rank가 되지 않으며 이 경우 관측 불가능하다.

3. 결과

Carsim software와 MATLAB/Simulink를 통하여 Simulation을 수행하였다. 맑은 날의 마른 노면을 가정하여 maximum 노면 마찰계수를 0.9로 놓고 simulation을 수행하였다.

3.1 Simulation 결과

Simulation의 시나리오는 중 방향 속도 약 90kph에서 DLC를 수행하는 내용이다. 이 때 입력되는 steering wheel angle input은 Fig. 3과 같다.

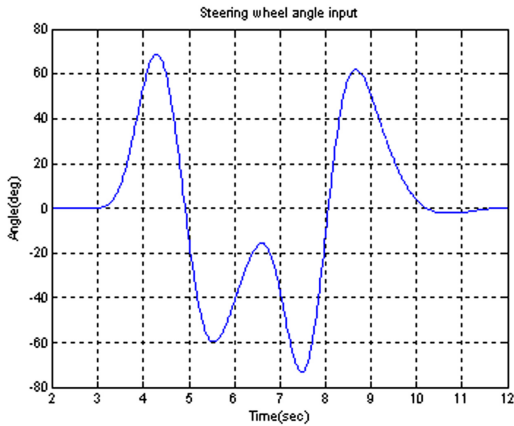


Fig. 3 Steering wheel angle input

이 때 추정된 lateral velocity, sideslip angle, lateral tire force는 Figs. 4-6과 같다.

Lateral velocity, side-slip angle, lateral force는 본 추정 시스템에서 추정하는 값들로서 모두 sensor를

통한 직접 측정이 어려운 값들이다. 이런 값들을 본 추정 시스템을 통하여 Figs. 4-6과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

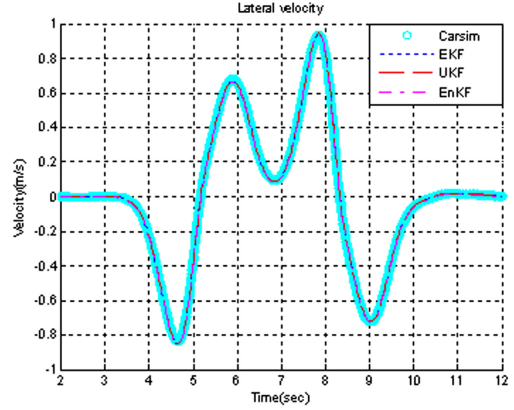


Fig. 4 Lateral velocity

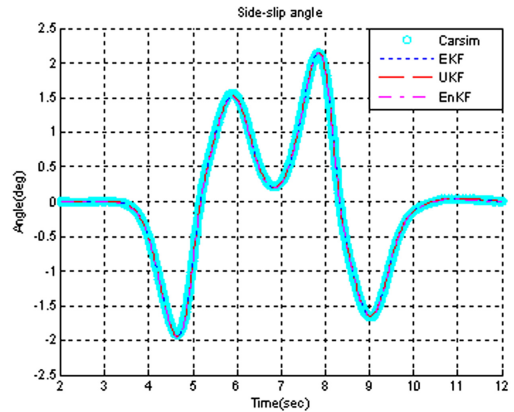


Fig. 5 Sideslip angle

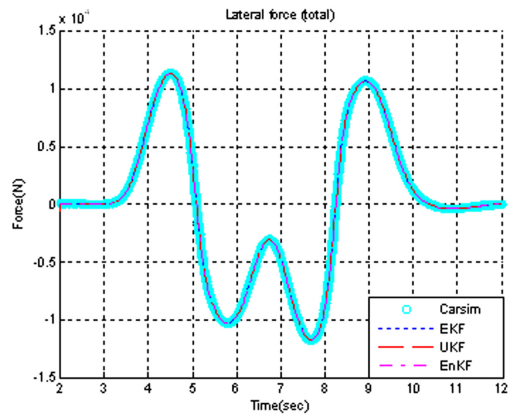


Fig. 6 Lateral tire force

추정 시스템의 평가는 maximum error와 RMSE (Root Mean Square Error)를 사용하여 많이 이루어지며 본 논문에서는 RMSE로 Table 1과 같이 나타내었다.

일반적으로 RMSE의 값이 낮을수록 추정 시스템의 성능은 더 좋다고 평가할 수 있다. Table 1을 살펴보면 세 Kalman Filter의 성능 차이는 크지 않았으나 Unscented Kalman Filter는 sideslip angle, Lateral velocity 추정에서 더 나은 성능을 보여 주었으며 lateral force에서는 미세하게나마 Extended Kalman Filter가 나은 성능을 보여주었다.

Table 1 Root mean square error

	RMSE		
	EKF	UKF	EnKF
Side-slip angle (o)	0.0201	0.0192	0.0236
Lateral velocity (m/s)	0.0088	0.0084	0.0103
Lateral force (N)	21.55	21.56	21.63

4. 결 론

비선형 Kalman Filter인 Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter 그리고 Ensemble Kalman Filter를 사용하여 차량의 횡력을 추정하였다. 차량은 bicycle model, 타이어는 linear model을 사용하여 시스템을 모델링 하였으며 측정값으로는 종 횡 방향 가속도, yaw rate 그리고 종 방향 속도를 사용하였다. 본 논문에서 사용한 세 Kalman Filter 모두 RMSE가 시뮬레이션에서 나온 최고 값 대비 5% 이내의 추정 성능을 보여 주었으며 이는 만족스러운 수준이다. 본 논문에서 수행한 Simulation 결과를 보았을 경우 Unscented Kalman Filter가 전체적으로 근소하게 나은 성능을 보인다.

후 기

이 논문은 2011 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2011-0003250).

본 연구는 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 IT융합 고급인력과정 지원사업의 연구결과로 수행되었음(NIPA-2012-H0401-12-2003).

References

- 1) J. Kim and K. Huh, "Development of Tire Lateral force Monitoring Systems Using Nonlinear Observer," Transactions of KSAE, Vol.8, No.4, pp.169-176, 2000.
- 2) G. Baffet, A. Charara and J. Stephant, "Sideslip Angle, Lateral Tire Force and Road Friction Estimation in Simulations and Experiments," International Conference on Control Applications, IEEE, pp.903-908, 2006.
- 3) G. Baffet, A. Charara and G. Dherbomez, "An Observer of Tire-road Forces and Friction for Active Security Vehicle Systems," Transactions on Mechatronics, IEEE/ASME, pp.651-661, 2007.
- 4) Q. Cheng, A. Correa-Victorino and A. Charara, "A New Nonlinear Observer Using Unscented Kalman Filter to Estimate Sideslip Angle, Lateral Tire Road Forces and Tire Road Friction Coefficient," Intelligent Vehicles Symposium, IEEE, pp.709-714, 2011.
- 5) S. J. Julier, J. K. Uhlmann and H. F. Durrant-Whyte, "A New Approach for Filtering Non-linear Systems," Proceedings of the American Control Conference, pp.1628-1632, 1995.
- 6) S. Gillijns, O. B. Mendoza, J. Chandrasekar, B. L. R. De Moor, D. S. Bernstein and A. Ridley, "What is the Ensemble Kalman Filter and How Well Does it Work?," Proceedings of the 2006 American Control Conference, IEEE, pp.4448-4453, 2006.
- 7) S. Han and K. Huh, "Monotoring System Design for Lateral Vehicle Motion," IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol.60, No.4, pp.1394-1403, 2011.