

## 초음파 탄성 영상 알고리즘

### Algorithms for Ultrasound Elasticity Imaging

권성재

Sung-Jae Kwon

**초 록** 초음파를 사용해 음속도, 감쇠 계수, 밀도, 비선형 B/A 파라미터 등을 측정하여 인체 조직의 특성을 정량적으로 영상화하고자 하는 연구가 1980년대부터 많이 진행되어 왔으나 아직 상용화 단계에는 도달하지 못했다. 하지만 1990년대 초에 시작된 탄성 영상법은 최근 들어 초음파 진단기에 상용화되어 임상에서 B-모드 영상법과 함께 전립선, 유방, 갑상선, 간, 혈관 등을 진단하기 위한 보완적이며 더 정량적인 모드로 사용되고 있는 단계에 진입하였다. 본고에서는 주로 준정적 또는 정적탄성 영상법에 사용되는 여러 가지 알고리즘을 소개하고 특성을 비교하고자 한다. 대부분의 알고리즘은 상호상관함수 또는 자기상관함수 방법에 그 기반을 두고 있으며 전자는 레그를 변화시켜가면서 시간 이동량을 찾지만 후자는 보간 과정 없이 고정된 레그에서의 위상차로부터 시간 이동량을 바로 구해 변위를 추정하는 점이다.

**주요용어:** 압축, 상관, 변위, 탄성 영상법, 변형률, 응력, 초음파

**Abstract** Since the 1980s, there have been many research activities devoted to quantitatively characterizing and imaging human tissues based on sound speed, attenuation coefficient, density, nonlinear B/A parameter, etc., but those efforts have not yet reached the stage of commercialization. However, a new imaging technology termed elastography, which was proposed in the early 1980s, has recently been implemented in commercial clinical ultrasound scanners, and is now being used to diagnose prostates, breasts, thyroids, livers, blood vessels, etc., more quantitatively as a complementary adjunct modality to the conventional B-mode imaging. The purpose of this article is to introduce and review various elastographic algorithms for use in quasistatic or static compression type elasticity imaging modes. Most of the algorithms are based on the crosscorrelation or autocorrelation function methods, and the fundamental difference is that the time shift is estimated by changing the lag variable in the former, while it is directly obtained from the phase shift at a fixed lag in the latter.

**Keywords:** Compression, Correlation, Displacement, Elastography, Strain, Stress, Ultrasound

#### 1. 서 론

기존의 초음파 B-모드 영상은 주로 조직의 임피던스의 차이에 기인하는 반사 계수(reflection coefficient)를 영상화하기 때문에 암이나 종양 같은 병변을 구별하는 데 어려움이 있었다. 반사 계수 외에도 음속도, 감쇠 계수, 밀도, 비선형 B/A 파라미터 등을 영상화하고자 하는 연구가

1980년대 이후부터 많이 진행되었으나 아직까지 실용화되지 못했다[1-4]. 1990년에 일본의 Yamakoshi 등이 팬텀, 돼지 근육, 인체 간 조직의 표면에 저주파의 진동을 가하여 내부에서 생기는 파동의 속도를 도플러 방식으로 측정해 조직의 특성을 규명하는 시도를 하였다[5].

예전부터 의사들은 손으로 환자의 환부를 눌러 보고 그 단단함을 파악해 병변을 진단했다. 이를

촉진법(manual palpation technique)이라고 한다. 하지만 이런 촉진법은 비침습적(noninvasive) 진단법이기는 하지만 의사의 숙련도에 따라 진단 결과에 많은 차이가 있고 재현성이 없을 뿐만 아니라 병변이 깊숙이 위치한 경우에는 진단이 어렵다.

초음파 탄성 영상법은 조직의 탄성을 영상으로 보여주는 기술이다. 미국 텍사스 의과대학의 Ophir 팀은 1991년에 elastography로 명명된 탄성 영상법을 처음으로 발표하였다[6]. 이 방법은 암 또는 종양이 있는 조직은 정상적 조직에 비해 일반적으로 더 단단한 사실에 착안해 외부에서 조직을 눌러주었을 때 조직이 압축되는 정도의 차이를 구해서 해당 조직이 정상인지 비정상인지를 알아낸다[7-9].

탄성 영상법은 외부에서 매체에 힘을 가하기 전과 후의 초음파 펄스 에코 신호 간의 시간 지연(time delay) 또는 시간 이동(time shift)으로부터 변위(displacement)를 구하고 이를 미분해서 변형률(strain)을 얻는다. 단위면적당 가해지는 힘을 응력(stress)  $\sigma$ 이라고 하며, 원래 길이  $L$ 에 대한 변화된 길이  $\Delta L$ 의 비인  $\Delta L/L$ 을 변형률  $\epsilon$ 이라고 한다. 탄성 계수(elastic modulus), 즉 영률(Young's modulus)  $E$ 는  $\sigma/\epsilon$ 로 주어진다. 응력  $\sigma$ 가 동일한 경우 변형률  $\epsilon$ 이 적을수록 탄성 계수는 커진다. 탄성 계수를 제대로 구하기 위해서는 응력 및 변형률을 모두 알아야 하지만 응력의 분포는 일정하다고 가정하고 변형률만을 구해 탄성 계수로 간주하는 방식을 많이 사용한다. 그러므로 완전히 정량적이지 못하고 정성적인 면이 있다고 할 수 있다. 압축되는 매질 내에서 응력의 분포가 어느 정도 균일하도록 누를 때 영상 깊이에 비해 폭이 넓은 판을 사용하기도 한다[6]. 물론 응력까지도 정확히 구해 탄성 계수를 정량적으로 구하는 시도가 진행되고 있지만 경계 조건 등을 포함하는 역문제의 해를 구하는 것이 난제인 만큼 아직까지는 연구 단계에 머물고 있다 [10,11].

매질에 압축을 가할 때 외부에서 손으로 트랜스듀서를 준정적 또는 정적으로 환부에 눌러 (quasistatic or static compression) 매질 내의 산란체(scatterer)를 이동시키는 방법(freehand elastography) 외에도 외부에서 저주파의 진동자(vibrator)를 매질 표면에 얹어 매질 내부로 진동을 전달하는 음향 탄성 영상법(sonoelasticity imaging)[12]이 있다. 또한 고강도의 초음파를 매체 내로 송신 시 발생

하는 음향 복사력(acoustic radiation force)을 이용하여 영상화하는 방법도 있는데, 음향 복사력을 좁은 영역에 국한시켜(localize) 변위를 측정하는 음향 복사력 임펄스(acoustic radiation force impulse; ARFI) 영상법[13], 이때 발생하는 횡파의 이동 속도를 측정하여 횡탄성 계수(shear elastic modulus)를 정량적으로 구하는 횡파 탄성 영상법(shear wave elasticity imaging; SWEI)[14]과 초음속 진단 영상법(supersonic shear imaging; SSI)[15] 등이 있다.

준정적 인가 방법에서 변형률을 구하는 방식에는 변위를 미분해서 변형률을 구하는 방법과 변위를 구하지 않고 직접 변형률을 바로 구하는 방법이 있다. 본고에서는 준정적 인가 방법에서 변형률을 추정하는 여러 가지 알고리즘을 중심으로 살펴보기로 한다. Yoon 등이 개발한 중심주파수 추적위상차(phase difference with center frequency tracking) 방법[16-18], Shiina 등이 발표한 combined autocorrelation(CA) 방법[19-21], Pesavento 등이 제안한 phase root seeking(PRS) 방법[22-24], Bae와 Kim의 angular strain estimation(ASE)[25,26] 방법 순으로 논하기로 한다.

2. 상호상관함수와 자기상관함수

각 방법을 자세히 살펴보기 전에 먼저 시간 영역에서 변위를 구하는 방법을 분류하면 크게 두 가지로 나눌 수 있는데 상호상관함수(crosscorrelation function) 방법과 자기상관함수(autocorrelation function) 방법이다.

트랜스듀서로부터 송신되어 산란체에 의해 반사되어 트랜스듀서에 다시 수신되는 초음파 펄스 에코 신호  $x(t)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$x(t) = a(t)\cos(\omega_0 t + \phi(t)) \tag{1}$$

여기서  $a(t)$ 는 포락선,  $\omega_0$ 는 중심 각주파수,  $\phi(t)$ 는 위상이다. 압축을 하기 전에 수신된 신호를  $x_1(t)$ , 압축을 한 다음 수신된 신호를  $x_2(t)$ 라고 하면 각각은 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= a(t)\cos(\omega_0 t + \phi(t)) \\ x_2(t) &= x_1(t+t_0) = a(t+t_0)\cos(\omega_0(t+t_0) + \phi(t+t_0)) \end{aligned} \tag{2}$$

여기서  $t_0$ 는 압축으로 인해 산란체의 위치가 이동함으로써 발생한 시간 이동(time shift)에 해당한다. 군지연(group delay)이 주파수에 무관하게 평탄한  $t_0$ 인 선형위상(linear phase) 특성을 가지는 시스템에  $x_1(t)$ 를 입력하면  $x_2(t)$ 를 얻을 수 있다.

펄스 에코 신호를 해석 신호(analytic signal) 형태로 나타내면

$$z(t) = a(t)e^{j(\omega_0 t + \phi(t))} \quad (3)$$

로 된다. 압축하기 전과 후의 해석 신호는 Hilbert 변환을 통해 얻을 수 있으므로 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} z_1(t) &= a(t)e^{j(\omega_0 t + \phi(t))} \\ z_2(t) &= z_1(t+t_0) = \\ & a(t+t_0)e^{j(\omega_0(t+t_0) + \phi(t+t_0))} \end{aligned} \quad (4)$$

직각 복조(quadrature demodulation)를 하여 얻을 수 있는 기저대역에서의 해석 신호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_{1b}(t) &= a(t)e^{j\phi(t)} \\ z_{2b}(t) &= a(t+t_0)e^{j(\omega_0 t_0 + \phi(t+t_0))} \end{aligned} \quad (5)$$

상호상관함수  $ccf(\tau)$ 는 주로  $x_1(t)$ 와  $x_2(t)$ 를 사용하여 구하고, 자기상관함수  $acf(\tau)$ 는 위상 정보를 필요로 하기 때문에 주로  $z_{1b}(t)$ 와  $z_{2b}(t)$ 를 사용해서 구한다.

$$\begin{aligned} ccf(\tau) &= \langle x_1(t), x_2(t+\tau) \rangle \\ acf(0) &= \langle z_{1b}^*(t), z_{2b}(t) \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\langle f_1, f_2 \rangle$  연산자는 두 함수  $f_1$ 과  $f_2$ 의 곱의 적분 또는 두 함수 간의 내적을 나타내는 기호인데 본고에서는 이산 시간 영역에서의 처리를 다루므로 내적에 해당한다.  $\tau$ 는 래그(lag) 변수이며 \*는 복소 공액(complex conjugate)을 나타낸다.

탄성 영상 알고리즘에서 상호상관함수와 자기상관함수의 차이는 상관도를 구하는 두 함수가 시간 이동을 제외하고 그 파형이 서로 같든지, 다른지의 여부보다는 래그값의 가변 여부에 있다고 할 수 있다. 즉 래그를 가변시켜 상관도가 최대가 되는 래그를 구하는 것을 상호상관함수 방

법으로, 래그 0에서 상관도, 즉 협대역 신호인 경우 위상차를 구하는 것을 자기상관함수 방법으로 인식해야 한다.

상호상관함수 방법은 정확도를 확보하기 위해 RF 신호에 대해 처리해야 하므로 표본화율(sampling rate)이 높아야 하고 모든 래그에 대해 함숫값을 구해야 하므로 계산 시간이 많이 걸린다. 그리고 이렇게 해서 구한, 상호상관함수를 최대로 하는 래그값은 샘플 간격의 정수배인데 실제의 시간 이동은 정수배가 아니므로 섭샘플(subsample) 단위의 정확한 값을 추정하기 위해서 포물선 보간(parabolic interpolation), 여현 보간(cosine interpolation) 등의 작업이 추가적으로 필요하다[27]. 상호상관함수의 최댓값을  $y_1$ , 그때의 정수 부분(integer part) 래그를  $l_i$ , 좌우의 값을 각각  $y_0$ 와  $y_2$ 로 하면 포물선 보간에서 얻은 소수 부분(fractional part) 래그  $l_f$ 는

$$l_f = \frac{y_0 - y_2}{2(y_0 - 2y_1 + y_2)} \quad (7)$$

로 되고 표본화 시간 간격  $T_s$ 를 고려한 최종 래그  $l_t$ 는

$$l_t = (l_i + l_f)T_s = \left[ l_i + \frac{y_0 - y_2}{2(y_0 - 2y_1 + y_2)} \right] T_s \quad (8)$$

로 주어진다. 한편 여현 보간에서는 다음과 같이 주어진다.

$$l_t = \left( l_i - \frac{\theta_2}{\theta_1} \right) T_s \quad (9)$$

여기서

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{y_0 + y_2}{2y_1} \right), \theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{y_0 - y_2}{2y_1 \sin \theta_1} \right) \quad (10)$$

일반적으로 여현 보간이 포물선 보간보다 더 정확한 결과를 제공한다. 하지만 포물선 보간과 여현 보간은 바이어스가 있는 만큼 이를 없애려면 계산량이 많은 재구성 보간(reconstructive interpolation) 방법을 사용해야 한다. 계산량이 많은 상호상관함수 방법 대신에 스펙클(speckle) 패

턴 추적에도 사용하는, 상관도를 구하는 두 함수 간의 차이를 제공하는 SSD(sum of squared differences; sum squared difference) 방법, 차이의 절댓값을 구하는 SAD(sum of absolute differences; sum absolute difference) 방법을 사용하기도 한다 [28-30].

한편 자기상관함수 방법은 RF 신호는 물론이고 기저대역 신호에 대해서도 적용할 수 있어 계산량을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 보간 과정 없이 바로 정확한 시간 이동량을 제공해주는 장점이 있다. 하지만 자기상관함수 방법은 위상 정보에 기반을 두고 있는 만큼 신호의 대역이 넓거나 신호 대 잡음 비가 낮은 경우에는 상호상관함수 방법에 비해 성능이 못한 편이다. 또한 시간 이동이 크면 위상 감김(phase wrapping) 또는 위상에 일리어싱(aliasing)이 생기므로 이에 대한 대책을 마련해야 한다. 자기상관함수 방법에서는 비교하는 두 신호 간의 위상차가 줄어들도록 한 신호를 다른 신호 쪽으로 이동시켜 주어야 한다.

### 3. 중심주파수 추적 위상차 방법

본 방법[16-18]은 영상 깊이에 따른 중심주파수의 변화를 고려하는 자기상관함수 방법에 속한다. 식 (5)의 두 신호  $z_{1b}(t)$ 와  $z_{2b}(t)$  간의 위상차를  $\theta$ 로 놓고 구하면

$$\theta = \arg[\langle z_{1b}^*(t), z_{2b}(t) \rangle] = \omega_0 t_0 + \phi(t+t_0) - \phi(t) \quad (11)$$

를 얻는다. 여기서  $\arg$ 는 편각(argument), 즉 위상(phase)을 표시한다. 우변의  $\phi(t+t_0)$ 를 Taylor 급수 전개를 하고 1차항까지만 취해 근사화시키면

$$\phi(t+t_0) = \phi(t) + t_0 \phi'(t) \quad (12)$$

로 되고 이를 식 (11)에 대입하면

$$\theta = \omega_0 t_0 + t_0 \phi'(t) \quad (13)$$

로 되고 구하고자 하는 시간 이동  $t_0$ 는

$$t_0 = \frac{\theta}{\omega_0 + \phi'(t)} \quad (14)$$

로 구할 수 있다. 위 식에서 우변의 분모에 있는  $\omega_0 + \phi'(t)$  항이 변화하는 중심주파수를 추적해 보정해주는 것으로 볼 수 있다.  $\phi'(t)$ 를 고려하지 않는다면 영상 깊이에 상관없이 고정된 중심주파수를 사용하므로 오류가 발생한다[31]. 그리고  $\phi'(t)$ 는 복소 기저대역 신호인  $z_{1b}(t)$ 의 위상을 시간에 대해서 미분한 것이므로 순시주파수(instantaneous frequency)에 해당하며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi'(t) = \frac{\arg[\langle z_{1b}^*(t), z_{1b}(t+T_s) \rangle]}{T_s} \quad (15)$$

따라서 시간 이동  $t_0$ 는 다음 식으로 표현된다.

$$t_0 = \frac{T_s \cdot \arg[\langle z_{1b}^*(t), z_{2b}(t) \rangle]}{\omega_0 T_s + \arg[\langle z_{1b}^*(t), z_{1b}(t+T_s) \rangle]} \quad (16)$$

극점(pole)뿐만 아니라 영점(zero)까지도 단위원 안에 있는 최소 위상(minimum phase) 디지털 필터를 사용하여 초음파의 감쇠를 모델링하고[32] 감쇠 계수를 0.5 dB/cm/MHz로 설정하고 송신 펄스의 한 파장당 산란체의 개수를 10으로 해 시뮬레이션을 수행하였다. 수신된 펄스 에코 신호의 중심주파수가 영상 깊이에 따라 변화하는 모습을 Fig. 1에 나타내었다[18]. Fig. 2는 중심주파수의 변화를 추적해 보정했을 때와 하지 않았을 때의 변위 프로파일을 보여준다. 보정을 하지 않은 아래 그래프(파선)는 보정을 한 위의 그래프(실선)에 비해 깊이 갈수록 변위가 줄어드는 경향을 보여주고 있다[18].

본 방법에서는 위상 에일리어싱이 발생하지 않도록 직전 데이터 구간에서 구한 시간 이동량만큼 현재 데이터 구간에서의 압축 후 신호를 시간 이동시킨 후 자기상관함수를 구한다.

### 4. Combined Autocorrelation(CA) 방법

Shiina 등이 제안한 CA 방법[19-21]은 두 단계로 구성된다. 첫 번째 단계에서는 기저대역 신호의 포락선 성분에 대해 상호상관함수를 구해 성긴(coarse) 시간 이동을 추정하고, 두 번째 단계에서는 앞에서 구한 성긴 시간 이동만큼 두 신호

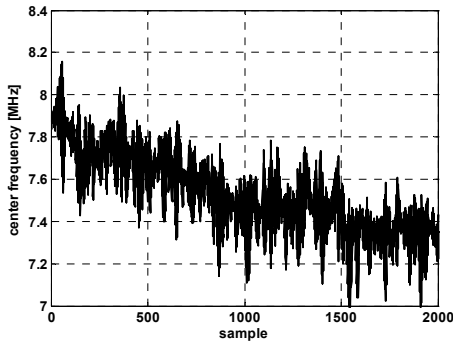


Fig. 1 Variation in center frequency of pulse echo signal with increasing depth

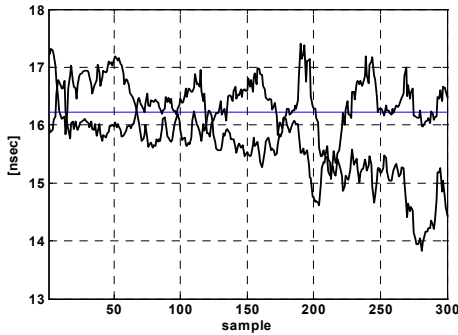


Fig. 2 Displacement profiles with (top solid) and without (bottom dashed) center frequency tracking and compensation

중 한 신호를 이동시켜 자기상관함수를 구한 다음 위상으로부터 미세한(fine) 시간 이동을 구한다. 알고리즘 발표 초기에는 RF 신호에 대해 축방향만을 고려한 1차원으로 공식화했으나[19] 나중에는 복소 기저대역 신호에 대해 축방향까지도 고려한 2차원으로 확장해 성능을 개선시키는 시도를 하였다[20].

1차원 방식을 살펴보도록 하자. 압축 전후의 해석 신호를 각각 다음과 같이 모델링한다.

$$\begin{aligned} y_1(t) &= a(t)e^{j(\omega_0 t + \phi)} \\ y_2(t) &= y_1(t+t_0) = a(t+t_0)e^{j(\omega_0(t+t_0) + \phi)} \end{aligned} \quad (17)$$

Yoon 등[16-18]은 위상이 시간에 따라 변화한다고 모델링하였는데 Shiina 등은 위상을 상수로 간주하였다. 실제 초음파 펄스 에코 신호는 수많은 산란체에 의해 반사되어 돌아온 것이므로 위상이 시간에 따라 변화한다.

두 개의 해석 신호  $y_1(t)$ 와  $y_2(t+nT_s/2)$ 에 대

해  $T_w$ 의 시간 윈도우에 걸쳐 상호상관함수  $R_{y_1 y_2}(t; n)$ 을 구하면

$$\begin{aligned} R_{y_1 y_2}(t; n) &= \int_{-T_w/2}^{T_w/2} y_1^*(t-\tau)y_2(t+nT_s/2-\tau)d\tau = \\ &R_a(t; t_0+nT_s/2)e^{j\omega_0(t_0+nT_s/2)} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서  $R_a(t; t_0+nT_s/2)$ 는 포락선  $a(t)$ 의 자기상관함수로서

$$\begin{aligned} R_a(t; t_0+nT_s/2) &= \\ &\int_{-T_w/2}^{T_w/2} a(t-\tau)a(t+t_0+nT_s/2-\tau)d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

로 주어진다. 식 (18)에서  $n$  대신 0을 대입하면

$$\begin{aligned} R_{y_1 y_2}(t; 0) &= \int_{-T_w/2}^{T_w/2} y_1^*(t-\tau)y_2(t-\tau)d\tau = \\ &R_a(t; t_0)e^{j\omega_0 t_0} \end{aligned} \quad (20)$$

로 된다. 따라서 구하고자 하는 변위  $d(t)$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$d(t) = \frac{\lambda \cdot \arg[R_{y_1 y_2}(t; 0)]}{2\pi} = \lambda f_0 t_0 \quad (21)$$

여기서  $\lambda$ 는 중심주파수  $f_0$ 에 해당하는 파장이다. 하지만 두 신호 간의 위상차가  $\pm\pi$ 를 넘는 경우에는 변위를 제대로 구할 수 없으므로, 다음과 같이 정의되는 포락선 상관 계수  $C_u(t; n)$ 을 도입하고 변위를  $\lambda/4$  이내로 해주는  $n$ 값을 찾는다.  $n$ 값을 구한 다음에 식 (18)을 계산한다.

$$C_u(t; n) = \frac{|R_{y_1 y_2}(t; n)|}{\langle |y_1(t)|, |y_2(t+nT_s/2)| \rangle} \quad (22)$$

본 방법은 포락선을 이용하여 상관상관함수를 연산해 위상차를 적게 해주는 시간 이동을 구하고, RF 신호를 이용해 자기상관함수를 연산해 보간 과정 없이 정확하게 위상차를 구해 변위를 구하는 방법으로서, 포락선에 기반한 상관상관함수 방법과 RF 신호에 기반한 자기상관함수 방법을 서로 결합한 것이다. 물론 자기상관함수를 구할 때 RF 신호 대신에 표본화율이 낮은 복소 기저대역 신호를 사용할 수 있다.

5. Phase Root Seeking(PRS) 방법

Pesavento 등이 제안한 PRS 방법[22-24]은 상관 연산이 행해지는 실수 또는 복소수 값을 가지는 압축 전과 후의 두 시간 함수가 파형은 같지만 시간축 상에서 서로 이동되어 있는 경우에 상호상관함수의 값이 최대로 될 때 그 값은 양의 실수이므로 그때 상호상관함수의 위상이 0이 되는 성질에 그 기반을 두고 있다. 자기상관함수의 관점에서 고려하면, 상호상관함수의 값이 최대가 되는 래그를 구하고 당겨진(advance) 함수를 그 래그만큼 지연시킨(delay) 다음에 나머지 함수와의 자기상관함수를 구하면 그 값은 래그 0에서의 자기상관함수이므로 양의 실수로 되어 그때 자기상관함수의 위상은 0으로 된다는 것과 동일하다.

복소 기저대역 신호 두 개 간의 상호상관함수의 위상  $\theta(\tau)$ 를 0으로 하는 시간 이동  $t_0$ 를 구하는 문제로 귀결된다.

$$\theta(\tau) = \arg[ccf(\tau)] = \arg[\langle z_1^*(t), z_2(t-\tau) \rangle] \tag{23}$$

위 식에서  $\tau$ 가  $t_0$ 일 때

$$\begin{aligned} \theta(t_0) &= \arg[ccf(t_0)] = \arg[\langle z_1^*(t), z_2(t-t_0) \rangle] \\ &= \arg[\langle z_1^*(t), z_1(t) \rangle] = \arg[acf(0)] = 0 \end{aligned} \tag{24}$$

이는  $\theta(t_0) = 0$  방정식을 만족하는  $t_0$ 를 구하는 문제로 귀착되므로 Pesavento 등은 Newton-Raphson(NR) 방법을 사용하였다. 그들은 단순히 Newton 반복법이라고 했지만 정확히는 NR 방법에 해당한다.  $n$ 번째 반복(iteration) 단계에서 구한  $t_0$ 의 근사치를  $t_n$ , 업데이트할 양을  $\delta$ 로 놓고 비선형 방정식을 1차항까지만 취해 선형화시키면

$$\theta(t_{n+1}) = \theta(t_n + \delta) \approx \theta(t_n) + \delta\theta'(t_n) = 0 \tag{25}$$

으로 되고  $\delta = -\theta(t_n)/\theta'(t_n)$ 이므로  $t_{n+1}$ 은  $t_n$ 으로부터 다음과 같이 업데이트된다.

$$\begin{aligned} t_{n+1} &= t_n + \delta = t_n - \frac{\theta(t_n)}{\theta'(t_n)} = \\ t_n - \frac{\theta(t_n)}{\omega_0} &= t_n - \frac{\arg[\langle z_1^*(t), z_2(t-t_n) \rangle]}{\omega_0} \end{aligned} \tag{26}$$

이렇게 몇 회 반복하면  $t_0$ 에 이르게 된다.

NR 방법은 2차 수렴(quadratic convergence) 특성을 가지므로 초기 추정치(initial guess)가 해 근처에 있으면 매우 빨리 수렴한다. 직전 데이터 윈도우 구간에서 구한 시간 이동량을 현재 데이터 윈도우 구간에서의 초기치로 사용하고 샘플단위의 보간을 해서 압축 후 데이터를 시간 이동시켜 위상 에일리어싱 문제를 해결한다.

압축 전후 신호의 스펙트럼 특성으로 인한 비상관도(decorrelation)를 줄이기 위해 신호의 위상은 그대로 두고 진폭에 해당하는 포락선 부분만 로그 압축(logarithmic compression)을 하여 변형률 추정에 생기는 잡음의 영향을 줄이는 기법도 추가로 사용하였다.

본 방법의 장점은 수렴 특성이 빠른 것이지만 단점은 한 스캔 라인에 걸쳐 변형률을 추정하는 과정에서 앞 단계에서 오류가 나면 그다음 단계로 영향이 계속 파급되므로 드랍아웃(dropout)이 발생한다는 것이다. 이를 해결하기 위해 Lindop 등은 해당 스캔 라인 좌우의 인접 라인에서 구한 변위(cross-seeding)를 초기치로 사용하였다[33].

6. Angular Strain Estimation(ASE) 방법

Bae와 Kim이 제안한 ASE 방법[25,26]은 각도 영역에서 시간 이동을 구하는 방법이므로 기본적으로 자기상관함수의 범주에 속한다. 이 방법도 자기상관함수에 기반을 두고 있으므로 위상 에일리어싱을 방지하기 위한 수단이 있어야 한다. 상호상관함수 연산을 통해 비교하는 두 신호 간의 시간 이동량  $t_0$ 를 구해 한쪽 신호를 이동시켜주면 된다. 상호상관함수 연산을 해 정수 단위까지 구한 시간 이동량을  $t_{0i}$ 라고 하면, 한쪽 신호를  $t_{0i}$ 만큼 이동시킨 다음에 자기상관함수를 구한다. 본 방법은 변위를 미분하지 않고 바로 변형률을 구한다.

이산 시간에서 미분은 차분(difference)으로 근사할 수 있으므로 다음과 같이 변위의 차분을 계산해 변형률을 구한다.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{d_2 - d_1}{L} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{\phi_L} = \frac{\phi_{21}}{\phi_L} \quad (27)$$

여기서  $d_1$ 과  $\phi_1$ 은 측방향으로 어떤 깊이에서의 변위와 위상을 각각 나타내고,  $d_2$ 와  $\phi_2$ 는 그 깊이에서  $L$ 만큼 더 진행한 깊이에서의 변위와 위상을 각각 나타낸다.

매질에서의 초음파의 속도를  $c$ 로 놓고, 압축 전후의 복소 기저대역 신호를 각각  $z_{1b}$ 와  $z_{2b}$ 로 나타내면

$$\begin{aligned} \phi_{21} &= \phi_2 - \phi_1 = \\ &\arg \left[ \langle z_{1b}(t), z_{2b}^*(t+t_{0i}) \rangle * \langle z_{1b}(t - \frac{2L}{c}), z_{2b}^*(t - \frac{2L}{c} + t_{0i}) \rangle \right] \end{aligned} \quad (28)$$

를 사용하여  $\phi_{21}$ 을 구할 수 있다. 또는

$$\begin{aligned} \phi_{21} &= \phi_2 - \phi_1 = \\ &\arg \left[ \left\langle z_{1b}(t - \frac{2L}{c}), z_{2b}^*(t - \frac{2L}{c} + t_{0i}) \right\rangle \right] - \\ &\arg \left[ \langle z_{1b}(t), z_{2b}^*(t+t_{0i}) \rangle \right] \end{aligned} \quad (29)$$

을 사용할 수도 있지만 계산 부담이 큰  $\arg$  연산을 두 번 해야 한다. 위상  $\phi_L$ 은  $2L$ 의 길이에 대한 위상이므로  $c = f_0 \lambda$ 와 한 파장의 위상이  $2\pi$ 인 점을 이용하면

$$\phi_L = \frac{2L}{\lambda} 2\pi = \frac{4\pi f_0 L}{c} \quad (30)$$

그러므로 구하고자 하는 변형률  $\epsilon$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{\phi_{21}}{\phi_L} = \\ &\frac{c \cdot \arg \left[ \langle z_{1b}(t), z_{2b}^*(t+t_{0i}) \rangle * \langle z_{1b}(t - \frac{2L}{c}), z_{2b}^*(t - \frac{2L}{c} + t_{0i}) \rangle \right]}{4\pi f_0 L} \end{aligned} \quad (31)$$

위 식에서 볼 수 있듯이 차분 연산 없이 변형률을 구할 수 있다. 두 깊이에서의 변위의 차는 위

상차에 비례하고, 위상차는 두 복소수를 곱할 때 둘 중 하나의 복소 공역을 취해 곱하면 얻을 수 있다는 원리를 이용한 것이다.

자기상관함수 방법을 사용하므로 위상 에일리어싱의 문제가 있을 수 있으므로 이를 해결하기 위해 전체 모션 벡터(gross motion vector)를 구해 자기상관함수를 구하기 전에 한쪽 신호를 미리 시간 이동시켜 위상 에일리어싱 문제가 없도록 한다. 본 방법의 장점은 변위가 커서 두 깊이에서의 신호의 위상이 각각  $\pi$ 보다 클 때에도 두 위상의 차이를 구하므로 에일리어싱이 발생하지 않는다는 것이다. 하지만 위상차가  $\pi$ 를 초과하면 에일리어싱이 발생할 수밖에 없다.

## 7. 주파수 영역 방법

지금까지는 신호의 위상 정보를 이용하는, 즉 코히어런트 추정기(coherent estimator)를 이용해 시간 영역(time domain)에서 시간 이동을 구하는 알고리즘을 살펴보았다. 이러한 시간 영역 알고리즘은 매우 정확하지만 신호 간 비상관도, 측방향 움직임, 낮은 신호 대 잡음 비 등에 취약하다. 그러한 단점을 극복할 수 있는 방법은 바로 주파수 영역(frequency domain)에서 변형률을 추정하는 것이다[30,34-37].

주파수 영역 방법은 추정의 정확도는 코히어런트 추정 방식에 비해 못하지만 비상관도, 잡음 등에 매우 강건한 특성을 가지며 변위를 미분하지 않고 바로 변형률을 구할 수 있는 장점이 있다. 탄성 신호 대 잡음 비(elastographic signal-to-noise ratio;  $SNR_e$ )를 비교하면 인가한 응력이 약 3%보다 적을 때는 시간 영역에서의 코히어런트 방식이 더 우수하고 클 때는 주파수 영역에서의 인코히어런트(incoherent) 방식이 더 우수하다.

압축 전과 후의 신호를 각각  $r_1(t)$ 와  $r_2(t)$ 로 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} r_1(t) &= p(t) * s(t) \\ r_2(t) &= p(t) * s(a(t)) \end{aligned} \quad (32)$$

여기서  $p(t)$ 는 점퍼짐 함수(point spread function),  $s(t)$ 는 매질 내 산란체의 분포에 의한 산란 함수(scattering function),  $a$ 는 압축 계수(compression

coefficient or strain factor), \*는 콘벌루션(convolution)을 나타낸다. 시간 영역 방법에서는 압축 계수  $a$ 를 거의 1로 간주해 무시했으나 주파수 영역에서는  $a$ 값에 기반해 변형률을 추정함에 주목해야 한다. 누르는 경우 압축 계수  $a$ 는 1보다 커지고 산란체 간의 거리는 좁아지므로 이때의 변형률  $\epsilon$ 은

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L - \frac{L}{a}}{L} = 1 - \frac{1}{a} \quad (33)$$

로 표현할 수 있다. 따라서 압축 계수  $a$ 를 주파수 영역에서 추정하면 변형률을 바로 계산할 수 있다. 압축 계수  $a$ 가 양수임을 고려해 식 (32)를 푸리에(Fourier) 변환하면

$$\begin{aligned} R_1(\omega) &= P(\omega)S(\omega) \\ R_2(\omega) &= P(\omega)\frac{1}{a}S\left(\frac{\omega}{a}\right) \end{aligned} \quad (34)$$

로 되므로 압축 후 신호의 전력 스펙트럼(power spectrum; power spectral density)인  $|R_2(\omega)|^2$  과 압축 전 신호의 전력 스펙트럼인  $|R_1(\omega)|^2$  을 서로 비교해 대역폭이 확장된 정도를 알아내면  $a$ 를 얻고  $\epsilon = 1 - 1/a$ 로부터 변형률  $\epsilon$ 을 구할 수 있다(spectral bandwidth method).

이 방법 외에도 압축의 인가로 인해 스펙트럼이 이동한 정도를 파악해 변형률을 구하는 방법(spectral shift method)으로서 중심주파수(spectral centroid)가 변화한 정도를 구하는 방법(spectral centroid shift method)과 스펙트럼 전체가 이동한 양을 구하기 위한 상호상관함수 방법(spectral crosscorrelation method)의 두 가지가 있는데 후자의 방법이 탄성 신호 대 잡음 비 측면에서 더 우수하다.

전력 스펙트럼은 이산 푸리에 변환(discrete Fourier transform)을 통해 추정하거나, AR (autoregressive) 또는 ARMA (autoregressive moving average)와 같은 모델 기반 스펙트럼 추정 방법을 사용할 수 있다[37]. 이산 푸리에 변환 방법을 사용해 주파수 스펙트럼을 추정하는 것이 탄성 추정 성능이 가장 우수하다.

## 8. 결론

변형률을 추정하는 것은 시간 이동, 즉 변위를 구하는 작업으로부터 시작한다. 변위를 구해 미분을 통해 변형률을 구하는 방법도 있고 미분하는 과정을 거치지 않고 바로 변형률을 구할 수 있는 방법도 있다.

상호상관함수 기반 방법은 광대역 신호에도 우수한 성능을 보이지만 함숫값을 최대로 하는 래그를 찾아야 할 뿐만 아니라 섭샘플 시간 이동을 구하기 위해서는 보간을 해주어야 한다.

한편 자기상관함수 기반 방법은 보간은 필요 없으나 위상 에일리어싱 문제가 존재한다. 중심주파수 추적 위상차 방법, CA 방법, PRS 방법, ASE 방법 모두 위상을 이용하는 자기상관함수에 그 기반을 두고 있는 만큼 시간 이동을 시켜 에일리어싱 문제를 해결하고 있다.

본고에 소개된 여러 탄성 추정 알고리즘들은 기본적으로 비슷한 성능을 가지고 있으나 특히 압축을 많이 할 경우 추가로 하는 정교한 신호처리 방식에 따라 성능 차가 많이 날 수 있다. 또한 탄성을 구할 때 응력이 일정하다고 가정하므로 구한 탄성 계수가 완전히 정량적이라고는 할 수 없다. 탄성 영상을 모니터에 실시간으로 보여줘야 하는 만큼 관건은 성능과 계산량의 적절한 절충이라고 할 수 있겠다. 바람직한 탄성 알고리즘은 초음파 검사자(ultrasonographer; sonographer)의 경험, 숙련도에 관계없이 일관되고 재현성 있는 탄성 영상을 제공해줄 수 있어야 할 것이다. 앞으로 상당한 시일이 걸리겠지만 역문제(inverse problem)의 해법을 통한 정량적인 탄성 영상의 획득이 가능하기를 기대한다.

## 감사의 글

이 논문은 2012학년도 대전대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

## 참고문헌

- [1] T. Sato, Y. Yamakoshi and T. Nakamura, "Nonlinear tissue imaging," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 889-900 (1986)



- [2] P. He and A. McGoron, "Parameter estimation for nonlinear frequency dependent attenuation in soft tissue," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 15, No. 8, pp. 757-763 (1989)
- [3] Y. Labyed, T. A. Bigelow and B. L. McFarlin, "Estimate of the attenuation coefficient using a clinical array transducer for the detection of cervical ripening in human pregnancy," *Ultrasonics*, Vol. 51, No. 1, pp. 34-39 (2011)
- [4] D. Yanwu, T. Jie and S. Yongchen, "Relations between the acoustic nonlinearity parameter and sound speed and tissue composition," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 931-934 (1987)
- [5] Y. Yamakoshi, J. Sato and T. Sato, "Ultrasonic imaging of internal vibration of soft tissue under forced vibration," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. 37, No. 2, pp. 45-53 (1990)
- [6] J. Ophir, E. I. Cespedes, H. Ponnekanti, Y. Yazdi and X. Li, "Elastography: A quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues," *Ultrason. Imaging*, Vol. 13, No. 2, pp. 111-134 (1991)
- [7] T. A. Krouskop, T. M. Wheeler, F. Kallel, B. S. Garra and T. Hall, "Elastic moduli of breast and prostate tissues under compression," *Ultrason. Imaging*, Vol. 30, No. 4, pp. 260-274 (1998)
- [8] A. Lyshchik, T. Higashi, R. Asato, S. Tanaka, J. Ito, M. Hiraoka, A. B. Brill, T. Saga and K. Togashi, "Elastic moduli of thyroid tissues under compression," *Ultrason. Imaging*, Vol. 27, No. 2, pp. 101-110 (2005)
- [9] K. J. Parker, L. S. Taylor, S. Gracewski and D. J. Rubens, "A unified view of imaging the elastic properties of tissue," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 117, No. 5, pp. 2705-2712 (2005)
- [10] N. H. Gokhale, P. E. Barbone and A. A. Oberai, "Solution of the nonlinear elasticity imaging inverse problem: The compressible case," *Inverse Problems*, Vol. 24, No. 4, pp. 1-26 (2008)
- [11] S. Goenezen, P. E. Barbone and A. A. Oberai, "Solution of the nonlinear elasticity imaging inverse problem: The incompressible case," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 200, Nos. 13-16, pp. 1406-1420 (2011)
- [12] K. J. Parker, L. Gao, S. K. Alam, D. Rubens and R. M. Lerner, "Sonoelasticity imaging: Theory and applications," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 623-628 (1996)
- [13] K. Nightingale, M. S. Soo, R. Nightingale and G. Trahey, "Acoustic radiation force impulse imaging: In vivo demonstration of clinical feasibility," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 28, No. 2, pp. 227-235 (2002)
- [14] A. P. Sarvazyan, O. V. Rudenko, S. D. Swanson, J. B. Fowlkes and S. Y. Emelianov, "Shear wave elasticity imaging: A new ultrasonic technology of medical diagnostics," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 24, No. 9, pp. 1419-1435 (1998)
- [15] J. Bercoff, M. Tanter and M. Fink, "Supersonic shear imaging: A new technique for soft tissue elasticity mapping," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. 51, No. 4, pp. 396-409 (2004)
- [16] R. Y. Yoon, D. G. Hyun, D. K. Shin, S. J. Kwon, M. H. Bae and M. K. Jeong, "Improved ultrasonic elasticity imaging with center frequency estimation and global shift compensation," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1278-1281 (2006)
- [17] R. Y. Yoon, S. J. Kwon, M. H. Bae and M. K. Jeong, "Implementation of strain imaging modality in medical ultrasonic imaging system," *J. IEEE SC*, Vol. 42, No. 3, pp. 53-62 (2005)
- [18] M. K. Jeong, S. J. Kwon and M. H. Bae, "Real-time implementation of medical ultrasound strain imaging system," *J. Kor. Soc. Nondestructive Testing*, Vol. 28, No. 2, pp. 101-111 (2008)
- [19] T. Shiina, M. M. Doyley and J. C. Bamber, "Strain imaging using combined RF and envelope autocorrelation processing," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1331-1336 (1996)

- [20] T. Shiina, M. Yamakawa, N. Nitta and E. Ueno, "Real-time tissue elasticity imaging using the combined autocorrelation method," Hitachi MEDIX Suppl. (2007)
- [21] D. Ohwada, Y. Okuyama and K. Kuroda, "Implementation of a combined autocorrelation method for real-time tissue elasticity imaging on FPGA," *Proc. IEEE Computer Info. Conf.*, pp. 891-897 (2008)
- [22] A. Pesavento and H. Ermert, "Time-efficient and exact algorithms for adaptive temporal stretching and 2D-correlation for elastographic imaging using phase information," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1765-1768 (1998)
- [23] A. Pesavento, A. Lorenz and H. Ermert, "Phase root seeking and the Cramer-Rao lower bound for strain estimation," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1669-1672 (1999)
- [24] A. Pesavento, C. Perrey, M. Krueger and H. Ermert, "A time-efficient and accurate strain estimation concept for ultrasonic elastography using iterative phase zero estimation," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. 46, No. 5, pp. 1057-1067 (1999)
- [25] U. Bae and Y. Kim, "Direct phase-based strain estimator for ultrasound tissue elasticity imaging," *Proc. IEEE EMBS Conf.*, pp. 1345-1348 (2004)
- [26] U. Bae and Y. Kim, "Angular strain estimation method for elastography," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. 54, No. 12, pp. 2653-2661 (2007)
- [27] I. Cespedes, Y. Huang, J. Ophir and S. Spratt, "Methods for estimation of subsample time delays of digitized echo signals," *Ultrason. Imaging*, Vol. 17, No. 2, pp. 142-171 (1995)
- [28] F. Viola and W. F. Walker, "Comparison of time delay estimators in medical ultrasound," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1485-1488 (2001)
- [29] F. Viola and W. F. Walker, "A comparison of time-delay estimators in medical ultrasound," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. 50, No. 4, pp. 392-401 (2003)
- [30] K. Hoyt, F. Forsberg and J. Ophir, "Comparison of shift estimation strategies in spectral elastography," *Ultrasonics*, Vol. 44, No. 1, pp. 99-108 (2006)
- [31] H. Xie, T. Gauthier and A. T. Fernandez, "The role of local center frequency estimation in Doppler-based strain imaging," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 1965-1968 (2007)
- [32] R. Kuc, "Generating a minimum-phase digital filter model for the acoustic attenuation of soft tissue," *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, pp. 794-796 (1983)
- [33] J. E. Lindop, G. M. Treece, A. H. Gee and R. W. Prager, "Phase-based ultrasonic deformation estimation," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. 55, No. 1, pp. 94-111 (2008)
- [34] E. E. Konofagou, T. Varghese, J. Ophir and S. K. Alam, "Power spectral strain estimators in elastography," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 25, No. 7, pp. 1115-1129 (1999)
- [35] E. E. Konofagou, T. Varghese and J. Ophir, "Spectral estimators in elastography," *Ultrasonics*, Vol. 38, No. 3, pp. 412-416 (2000)
- [36] T. Varghese, E. E. Konofagou, J. Ophir, S. K. Alam and M. Bilgen, "Direct strain estimation in elastography using spectral cross-correlation," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 26, No. 9, pp. 1525-1537 (2000)
- [37] K. Hoyt, F. Forsberg and J. Ophir, "Investigation of parametric spectral estimation techniques for elasticity imaging," *Ultrasound Med. Biol.*, Vol. 31, No. 8, pp. 1109-1121 (2005)