

다단 압연기에서의 롤 변형 프로파일 예측 모델 - Part I : 모델 개발

조준호¹ · 황상무[#]

An FE-based Model for the Prediction of Deformed Roll Profile in Multi-high Rolling Mills - Part I : Development of the Model

J. H. Cho, S. M. Hwang

(Received July 18, 2012 / Revised September 24, 2012 / Accepted September 28, 2012)

Abstract

A new model is suggested for the prediction of radial displacements of a roll in order to analyze multi-high rolling mills. The model was developed from predictions based on finite element simulations. This model utilizes the compliance coefficient, which is expressed as a function of three dimensionless parameters, and is approximated by using the same interpolation function as used in the finite element method. The prediction accuracy of the model is demonstrated through comparison with the predictions from the FE model.

Key Words : Deformed Roll Profile, Compliance, Finite Element Method, Radial Displacement

1. 서론

압연 공정에서 판 프로파일을 목표치에 정밀하게 제어하는 능력이 어는 때보다도 중요해지고 있다. 이를 위해서는 롤 변형 프로파일을 정확히 예측하는 온라인 모델이 필수적이다.

다양한 압연기들에 사용되는 기존 모델들은 크게 롤 처짐(roll deflection) 예측 모델과 롤 편평(roll flattening) 예측 모델로 이루어져 있다[1~3]. 그러나 롤을 단순히 보(beam)나 반무한체(semi-infinite solid)로 취급할 수 없다. 따라서 이러한 기존의 접근방법에 의해 얻어진 예측 정밀도는 정밀하게 형상을 제어하기에는 충분치 않다[4].

현업에서 가동 중인 압연기의 종류에는 기하학적으로 상하 조합인 4단 압연기로부터 임의의 배열 조합을 가진 20단 압연기까지 다양하다. 그러

므로 이러한 다단 압연기에서의 롤 변형을 해석하기 위해서는 롤의 반경방향 변위 예측 모델 개발이 필요하다.

본 논문에서는 롤 간 접촉과 판과 롤 접촉으로 인한 롤의 반경방향 변위 예측 모델을 개발하였다. 모델의 검증을 위해 임의의 압연 조건 하에서 유한요소 모델과 비교하였다.

2. 반경방향 변위 예측 모델

Fig. 1 에서 보는 바와 같이, 쟈지미어 압연기(Sendzimir mill)의 각각의 롤은 압연 시 롤 간 접촉 혹은 판과 롤 간 접촉으로 인해 동시에 여러 개의 접촉력을 받는다. 이와 같은 다단 압연기의 해석을 위해서는 반경방향 모델 개발이 필수적이다.

1. 포항공과대학교 기계공학과
교신저자: 포항공과대학교 기계공학과,
E-mail: smhwang@postech.ac.kr

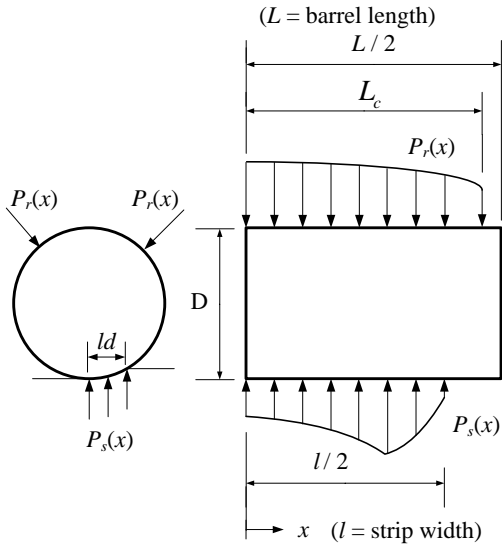


Fig. 1 Two kinds of forces acting on a roll, $P_r(x)$ is generated by roll-to-roll contact, and $P_s(x)$ is generated by roll-to-strip contact

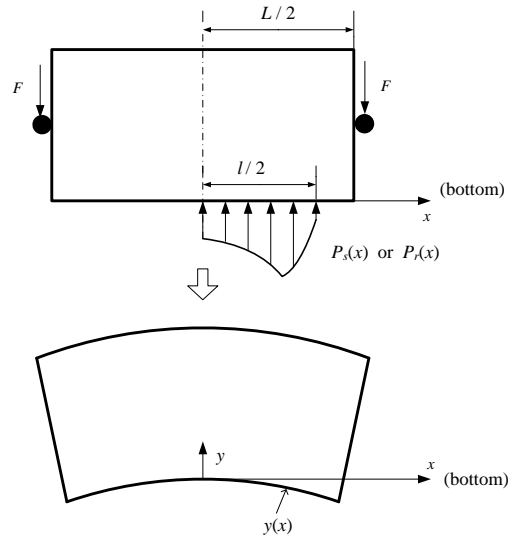


Fig. 2 Roll deformation due to force profile $P_r(x)$ or $P_s(x)$, acting at the bottom of the roll

2.1 롤에 작용하는 힘 프로파일의 수학적 표현

롤 간 접촉으로 인한 단위 폭당 힘 프로파일은 다음과 같이 다항식으로 표현될 수 있다.

$$P_r(x) = \sum_{i=1}^5 q_i^r \left(\frac{x}{L_c/2} \right)^{2(i-1)}, \quad 0 < x < \frac{L_c}{2} \quad (1)$$

여기서 L_c 는 접촉길이를 나타내고 q_i^r 는 상수이다.

반면, 판과 롤 간 접촉으로 인한 실제 힘 프로파일은 다항식으로 나타내기에는 복잡한 경우가 많다. 본 논문에서는 $P_r(x)$ 와 같이 다항식 형태의 힘 프로파일만 다루기로 한다.

$$P_s(x) = \sum_{i=1}^7 q_i^s \left(\frac{x}{l/2} \right)^{2(i-1)}, \quad 0 < x < \frac{l}{2} \quad (2)$$

2.2 변형된 롤 프로파일의 수학적 표현

Fig. 2에서 보는 것처럼 롤 하부에 $P_r(x)$ 혹은 $P_s(x)$ 의 작용으로 인한 단순 지지된 롤의 변형을 고려해 보자. 변형 전 임의의 한 점은 변형 후 다른 점으로 이동될 것이다. 이러한 이동을 Fig. 3에서 보는 바와 같이 변위벡터로 나타낼 수 있다.

$$\vec{u}(\theta, x) = u_y(\theta, x)\vec{j} + u_z(\theta, x)\vec{k} \quad (3)$$

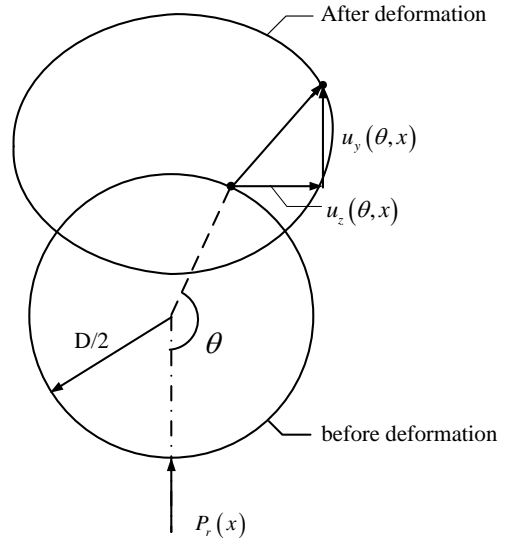


Fig. 3 The cross sectional view of the deformed roll, the force profile is $P_r(x)$, acting at the bottom ($\theta = 0$) of the roll

우리의 관심 대상은 θ 와 x 에 의해 정의된 선상의 한 점에서의 상대적인 반경방향 변위이다. 이 때, 그 선을 따르는 그와 같은 양의 집합을 변형된 롤 프로파일이라 명명할 수 있다. 이러한 관점에서 상대적인 변위 벡터의 성분을 다음과 같

이 정의할 수 있다.

$$\Delta u_y(\theta, x) = u_y(\theta, x) - u_y(\theta, 0) \quad (4)$$

$$\Delta u_z(\theta, x) = u_z(\theta, x) - u_z(\theta, 0) \quad (5)$$

따라서 변형된 롤 프로파일은 다음과 같다.

$$\Delta u_r(\theta, x) = -\Delta u_y(\theta, x)\cos\theta + \Delta u_z(\theta, x)\sin\theta \quad (6)$$

유한요소 시뮬레이션의 결과 $P_r(x)$ 가 작용할 때 Δu_y 혹은 Δu_z 는 Fig. 4-5에서 보는 바와 같이 원의 호를 따라서 정현파 형태의 곡선을 나타낼 수 있다.

$$\Delta u_y(\theta, x) = \frac{A-B}{2}\cos 2\theta + \frac{A+B}{2} \quad (7)$$

$$\Delta u_z(\theta, x) = C\sin 2\theta \quad (8)$$

여기서

$$A = \Delta u_y(\theta = \pi, x) \quad (9)$$

$$B = \Delta u_y(\theta = \frac{\pi}{2}, x) \quad (10)$$

$$C = \Delta u_z(\theta = \frac{\pi}{4}, x) \quad (11)$$

Fig. 4-5에서 보는 바와 같이 근사모델이 유한요소 시뮬레이션 결과와 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

$P_r(x)$ 의 경우는, $\theta = 0$ 에 작용하는 집중하중이 아니라 접촉영역을 따라서 분포하중 형태를 가지고 있다. 결과적으로 Δu_y 와 Δu_z 는 Fig. 6-7에서 보는 바와 같이 $\theta = \pi$ 에 대해서 비대칭적 분포를 나타낸다. 따라서 다음과 같은 식을 제안할 수 있다.

$$\Delta u_{y_i} = \frac{A_i - B_i}{2}\cos a_i(\theta - (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{a_i}) - \pi\delta_{ij}) + \frac{A_i + B_i}{2} \quad (12)$$

여기서 $i = 1, 2$ 이고 $j = 2$ 이다. $i = 1$ 은 $0 < \theta < \pi + \varphi$ 인 영역을 나타내고 $i = 2$ 는 $\pi + \varphi < \theta < 2\pi$ 인 영역을 나타낸다.

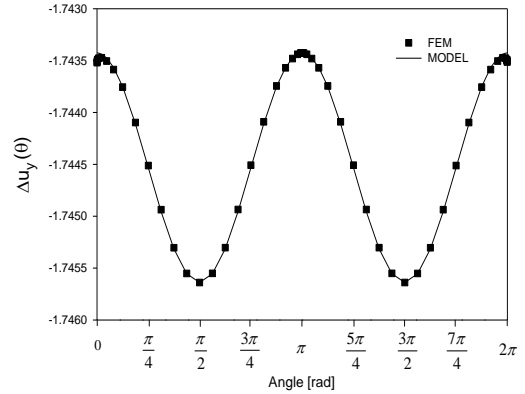


Fig. 4 Distribution of $\Delta u_y(\theta, x)$ along the circumferential direction, the force profile is $P_r(x)$, acting at the bottom ($\theta = 0$) of the roll

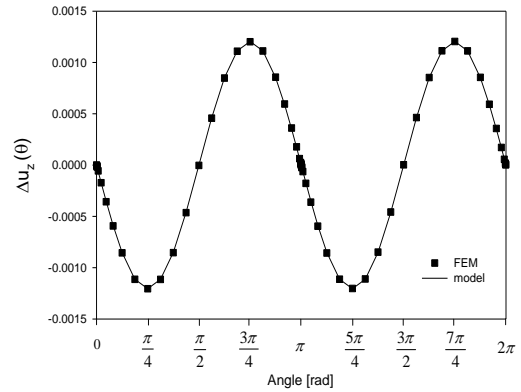


Fig. 5 Distribution of $\Delta u_z(\theta, x)$ along the circumferential direction, the force profile is $P_r(x)$, acting at the bottom of the roll, where $\theta = 0$

$$A_1 = \Delta u_y(\theta = \pi + \varphi, x) \quad (13)$$

$$B_1 = \Delta u_y(\theta = \frac{\pi}{2}, x) \quad (14)$$

$$A_2 = A_1 \quad (15)$$

$$B_2 = \Delta u_y(\theta = \frac{3\pi}{2}, x) \quad (16)$$

$$a_1 = \frac{2\pi}{\pi + (1 + b_1)\theta} \quad (17)$$

$$a_2 = \frac{2\pi}{\pi - (1 + b_2)\theta} \quad (18)$$

$$\Delta u_z|_i = \frac{C_i - D_i}{2} \sin a'_i \left(\theta - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{a'_i} \right) - \pi \delta_{ij} \right) + \frac{C_i + D_i}{2} \quad (19)$$

이 때, i 와 j 값은 위에 정의된 것과 동일하다.

$$C_1 = \Delta u_z \left(\theta = \frac{\pi}{4}, x \right) \quad (20)$$

$$D_1 = \Delta u_z \left(\theta = \frac{3\pi}{4}, x \right) \quad (21)$$

$$C_2 = \Delta u_z \left(\theta = \frac{5\pi}{4}, x \right) \quad (22)$$

$$D_2 = \Delta u_z \left(\theta = \frac{7\pi}{4}, x \right) \quad (23)$$

$$a'_1 = \frac{2\pi}{\pi + (1 + b'_1)\theta} \quad (24)$$

$$a'_2 = \frac{2\pi}{\pi - (1 + b'_2)\theta} \quad (25)$$

무차원 매개변수 b_1, b_2, b'_1, b'_2 는 유한요소 시뮬레이션을 통해 여러 공정조건 하에서 각각의 변수들의 영향을 해석한 결과 오로지 ld/D 만의 선형함수 형태임을 발견할 수 있었다.

$$b_1 = -1.691 \left(\frac{ld}{D} \right) + 1.202 \quad (26)$$

$$b_2 = 1.987 \left(\frac{ld}{D} \right) + 1.023 \quad (27)$$

$$b'_1 = -4.515 \left(\frac{ld}{D} \right) + 2.407 \quad (28)$$

$$b'_2 = 3.631 \left(\frac{ld}{D} \right) + 2.393 \quad (29)$$

Fig. 6-7에서 보는 바와 같이 모델의 예측과 유한요소 시뮬레이션의 예측이 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

2.3 기본함수들의 결정 - $P_r(x)$ 의 적용

롤 하부에 $P_r(x)$ 이 작용할 때 임의의 각 θ 에서의 변형된 롤 프로파일을 예측하기 위해서는 함수 A, B, C 에 대한 정보가 필요함을 앞에서 보았다. 한편, 식 (6)은 롤의 최하단점에서의 변형된 롤 프로파일 즉, $\Delta u_y(\theta=0, x)$ 값을 정밀히 예측하는

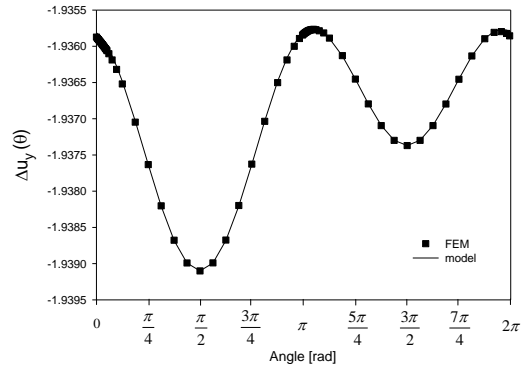


Fig. 6 Distribution of $\Delta u_y(\theta, x)$ along the circumferential direction, the force profile is $P_s(x)$, acting at the bottom of the roll, $0 < \theta < \varphi$, where φ is the bite angle

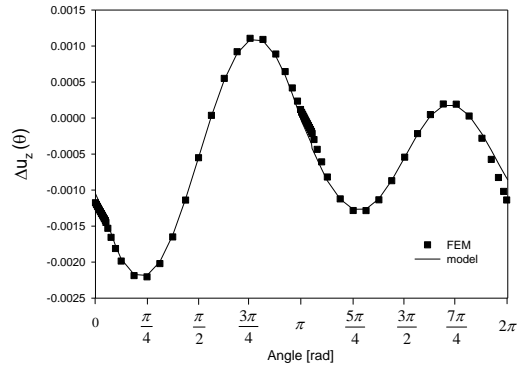


Fig. 7 Distribution of $\Delta u_z(\theta, x)$ along the circumferential direction, the force profile is $P_s(x)$, acting at the bottom of the roll, $0 < \theta < \varphi$, where φ is the bite angle

데에는 한계가 있다. 그렇기 때문에 이 지점에서의 표현식을 독립적으로 구할 필요가 있다. 이러한 4가지 기본함수들을 결정하기 위해서 중첩이론에 기초한 Yun 등[4]이 제안한 것과 비슷한 방법을 사용할 수 있다.

$$A = \Delta u_y(\theta = \pi, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 k_{ij}^{Ar} q_j^r \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (30)$$

$$B = \Delta u_y(\theta = \frac{\pi}{2}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 k_{ij}^{Br} q_j^r \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (31)$$

$$C = \Delta u_z(\theta = \frac{\pi}{4}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 k_{ij}^{Cr} q_j^r \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (32)$$

여기서 q_j^r 은 물에 작용하는 힘 성분의 크기를 나타내고, 모든 k_{ij}^r 은 컴플라이언스(Compliance) 계수를 나타내는데 앞으로 결정되어질 양이다.

$\Delta u_y(\theta=0, x)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Delta u_y^{<1>}(\theta=0, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 k_{ij}^{ar} q_j^r \left(\frac{x}{L_c/2} \right)^{2i} + \sum_{j=1}^5 k_{sj}^{ar} q_j^r \frac{\cosh 2\alpha x / L_c - 1}{\cosh \alpha - 1} \quad (33)$$

$$\Delta u_y^{<2>}(\theta=0, x) = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 k_{ij}^{a'r} q_j^r \left(\frac{L/2-x}{L/2-L_c/2} \right)^{\sigma(i)} \quad (34)$$

여기서 $\alpha = 350$, $\sigma(i) = 0, 1, 4, 6, 8$ for $i = 1 \sim 5$, 그리고 k_{ij}^{ar} 와 $k_{ij}^{a'r}$ 은 결정되어질 컴플라이언스 계수들을 나타낸다. $<1>$ 은 접촉하중이 작용하는 영역을 나타내고, $<2>$ 는 그 나머지 영역을 나타낸다.

2.4 기본함수들의 결정 - $P_s(x)$ 의 적용

롤 하부에 작용하는 힘이 $P_r(x)$ 일 때, 임의의 각 θ 에서 변형된 롤 프로파일을 예측하기 위해서는 함수 $A_1, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$ 에 대한 정보가 필요함을 앞에서 보았다. 그리고 $P_r(x)$ 의 경우와 마찬가지로 $\Delta u_y(\theta=0, x)$ 값은 독립적으로 표현식을 구하고자 한다. 이러한 8개의 기본 함수를 결정하기 위해서 Yun 등[4]에 의해서 제안된 것과 비슷한 방법을 다음과 같이 사용할 수 있다.

$$A_1 = A_2 = \Delta u_y(\theta = \pi + \varphi, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{As} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (35)$$

$$B_1 = \Delta u_y(\theta = \frac{\pi}{2}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{B1s} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (36)$$

$$B_2 = \Delta u_y(\theta = \frac{3\pi}{2}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{B2s} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (37)$$

$$C_1 = \Delta u_z(\theta = \frac{\pi}{4}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{C1s} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (38)$$

$$C_2 = \Delta u_z(\theta = \frac{5\pi}{4}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{C2s} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (39)$$

$$D_1 = \Delta u_z(\theta = \frac{3\pi}{4}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{D1s} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (40)$$

$$D_2 = \Delta u_z(\theta = \frac{7\pi}{4}, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{D2s} q_j^s \left(\frac{x}{L/2} \right)^{2i} \quad (41)$$

여기서 q_j^s 은 물에 작용하는 힘 성분의 크기를 나타내고, 모든 k_{ij}^s 들은 컴플라이언스 계수를 나타내는데 앞으로 결정되어질 양이다.

$\Delta u_y(\theta=0, x)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Delta u_y^{<1>}(\theta=0, x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{as} q_j^s \left(\frac{x}{l/2} \right)^{2i} + \sum_{j=1}^7 k_{sj}^{as} q_j^s \frac{\cosh 2\beta x / l - 1}{\cosh \beta - 1} \quad (42)$$

$$\Delta u_y^{<2>}(\theta=0, x) = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 k_{ij}^{a's} q_j^s \left(\frac{L/2-x}{L/2-l/2} \right)^{\sigma(i)} \quad (43)$$

여기서 $\beta = 600$, $\sigma(i) = 0, 1, 4, 6, 8$ for $i = 1 \sim 5$, 그리고 k_{ij}^{as} 와 $k_{ij}^{a's}$ 은 결정되어질 컴플라이언스 계수들을 나타낸다.

3. 컴플라이언스 계수의 결정

컴플라이언스 계수는 롤의 기하학적 형상, 롤의 재료, 경계조건에 영향을 받는다. 포아송비가 주어졌다고 가정할 때 컴플라이언스 계수는 다음과 같이 무차원 형태로 표현될 수 있다.

$$Ek_{ij}^r = f_{ij}^r \left(\frac{L}{D}, \frac{b}{D}, \frac{L_c}{L} \right) \quad (44)$$

$$Ek_{ij}^s = f_{ij}^s \left(\frac{L}{D}, \frac{ld}{D}, \frac{l}{L} \right) \quad (45)$$

여기서 E 는 롤의 탄성계수이고, b 는 $P_r(x)$ 이 가해지는 접촉길이이고, ld 는 $P_s(x)$ 가 가해지는 접촉길이를 나타낸다. 그리고 b 의 경우 Foppl의 이론에 근거해서 계산될 수 있다[2].

식 (44-45)는 유한요소법에 사용되는 보간함수로서 근사화될 수 있다.

$$Ek_{ij}^s(x_1, x_2, x_3) = \sum_{K=1}^8 N_K(s, r, t) Ek_{ij}^s_K \quad (46)$$

$$Ek_{ij}^r(x_1, x_2, x_3) = \sum_{K=1}^8 N_K(s, r, t) Ek_{ij}^r_K \quad (47)$$

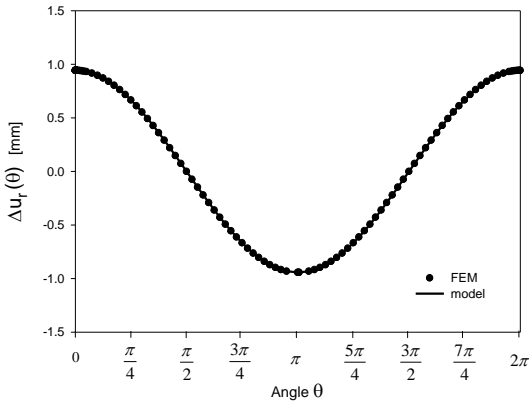


Fig. 8 Distribution of $\Delta u_r(\theta, x)$ along the circumferential direction, at the cross-section 600mm apart from the center of the roll

여기서 x_1, x_2, x_3 는 식 (46-47)의 무차원 변수들을 나타내고, $N_k(s, r, t)$ 은 선형 육면체 요소의 형상 함수를 나타낸다. 그리고 Ek_{ij} 는 절점 K 에서의 Ek_{ij} 값을 나타내고 유한요소 시뮬레이션에 의해서 얻을 수 있다.

4. 결과 및 토론

개발한 롤의 반경방향 변위 예측 모델의 예측 정밀도를 검증하기 위해서 단순 지지된 단일 롤 (single roll)에 대해서 유한요소 모델의 예측값과 비교하였다. 공정조건으로 탄성계수 200GPa, 배럴 길이 2000mm, 직경 142mm인 롤에 대하여 관 폭

1400mm를 따라서 7ton의 하중을 균일하게 가하였다. Fig. 8에서 볼 수 있듯이, 모델의 결과와 유한요소 시뮬레이션의 결과가 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 유한요소 시뮬레이션을 기반으로 해서 롤 간 접촉과 판과 롤 간 접촉 이 두 가지로 인한 변형된 롤 프로파일 예측 모델을 개발하였다. 이 두 가지 모델을 이용해서 4 단 압연기로부터 20 단 압연기에 이르기까지 다양한 압연기들에 적용할 수 있다. 이를 통해 여러 가지 압연기에서의 정밀한 형상 제어가 가능할 것으로 본다.

참고 문헌

- [1] K. N. Shohet, N. A. Townsend, 1968, Roll Bending Methods of Crown Control in Four-high Plate Mills, J. Iron Steel Inst., pp. 1088~1098.
- [2] A. Foppl, 1920, Technische Mechanik, 4th ed., Vol. 5, B. G. Teubner, Leipzig, Deutschland, p. 350.
- [3] R. J. Roark, 1938, Formulas for Stress and Strain, 4th ed., McGraw-Hill, New York, p. 96.
- [4] K. H. Yun, T. J. Shin, S. M. Hwang, 2007, A Finite Element-based On-line Model for the Prediction of Deformed Roll Profile in Flat Rolling, ISIJ Int., Vol. 47, No. 9, pp. 1300~1308.