

초등학생의 공간시각화능력 및 수학적성취도에 관한 연구

박 성 선 (춘천교육대학교)

공간능력은 수학의 직관적 관점과 수학적 이해 및 수학적 성취도와도 밀접한 관련이 있다는 점에서 매우 중요한 능력으로 평가될 수 있다. 본 연구에서는 초등학교 4, 5, 6학년 학생 1228명을 대상으로 공간시각화능력을 조사하였다. 이를 통하여 다음과 같은 연구결과를 얻을 수 있었다. 첫째, 공간시각화 능력과 수학적성취도, 공간시각화 능력과 공간시각화 검사시간 사이에 상관관계가 있다. 둘째, 공간능력은 남녀 사이에 차이가 있었으며, 남학생이 여학생보다 더 높게 나타났다. 셋째, 공간능력은 학년수준에서 4학년보다는 5학년이 높았으며, 5학년보다는 6학년이 더 높게 나타났다.

I. 연구의 필요성 및 목적

공간능력은 공간감각, 공간지각력, 공간시각화 등과 같이 함께 사용되고 있다. 7차 교육과정에서는 공간능력이라는 표현 대신에 공간 감각이라는 용어를 사용하였으며, 공간 감각을 다음과 같이 설명하고 있다. “공간 감각은 자기 주위의 상황과 그 물체에 대한 직감의 일부분으로, 공간 감각을 기르기 위해서 학생들은 기하학적 관계, 공간에서의 물체의 방향, 도형이나 물체의 상대적 모양에 초점을 둔 경험을 해야 한다”(교육인적자원부, 1997). 7차 교육과정에서 두드러진 특징 중의 하나는 도형 영역에서 공간 감각이라는 항목을 신설한 것이다. 이것은 이제까지 학교교육에서 강조되었던 Euclid의 정적인 기하에서 동적인 기하의 배양에 역점을 둔 것이라고 할 수 있다.

공간감각은 자신의 주변과 그 안에 있는 대상에 대한 직관적 느낌이며, 대상을 효과적으로 이해하고 이에 필요한 기능을 수행하는데 필수적이다(NCTM, 1989). 더욱이 기하는 우리가 살고 있는 공간에 대한 학습이기 때문에, 공간능력은 도형의 학습에서 매우 중요한 역할을 한다. 도형의 학습이 모양과 공간의 과

학이며(Baroody & Coslick, 1998), 공간과 관련된 기호 체계를 취급하는 공간 과학이라는 측면에서(Davis, 1981), 공간 능력은 기하 학습에 있어서 일차적으로 개발해야 하는 중요한 능력이다(Freudenthal, 1973). 특히, 공간추론이 공간상의 대상, 이미지, 관계, 그리고 변형을 이해하고, 분석하고, 사고하는 능력이라는 측면에서도 공간능력은 공간추론과 밀접한 관련이 있다(Battista, 2007).

수학교육에서 공간능력은 수학적 문제해결과도 관련이 있다. 공간시각화는 수학 문제를 단순히 그림을 그려서 수학을 인식하는 것뿐만 아니라, 수학적 상황을 시각적으로 표상하는 것으로 기호화의 단계로 나아가기 위한 중요한 발판이 된다. 이 점에서 NCTM(2000)에서도 기하에 관련된 최근의 연구 결과들을 반영하여 수학교육에서 공간에 대한 이해의 중요성을 강조한 바 있다.

또한, 공간능력과 수학적성취도 사이에는 유의미한 상관관계가 있으며(Battista, 1990), 시각적 표상은 여러 수학 분야에서 직관적 관점과 직관적 이해에 도움이 되기 때문에 수학 학습에 있어서 매우 중요하다는 점에 대부분의 학자들은 동의하고 있다(Krutetskii, 1976; Usiskin, 1987). 일부 학생들 중에는 공간능력이 산술적 기능보다 뛰어난 경우도 있기 때문에, 학생들은 자연스럽게 기하에 흥미를 느끼고 호기심을 갖는다. 수학에 대한 학생들의 흥미를 유발하고 그에 대한 적절한 수업방법을 고안할 수 있다면, 수학적 성취도도 높아질 것이다(NCTM, 1989).

수학적성취도에서 성별 차이에 대해서는 학자들마다 차이가 있다. 남학생이 여학생보다 높은 수학적성취도를 보인다는 연구(Beller & Gafni, 1996; Hedges & Nowell, 1995)가 있지만, 남녀 사이에는 성차가 거의 존재하지 않으며 존재하더라도 그 효과는 매우 작다는 연구(Hyde, Fennema, & Lamon, 1990)도 있다. 수학적성취도에서 남녀의 성별 차이를 설명하기 위하여 연구자

* 접수일(2013년 11월 17일), 게재확정일(2013년 12월 9일)
* ZDM분류 : G22
* MSC2000분류 : 97C40
* 주제어 : 공간능력, 공간시각화, 3차원 공간회전, 수학적성취도

들은 그 차이에 대한 또 다른 매개 요인을 추적하는 연구를 시도하였다. Benbow & Lubinski(1993)는 수학적 성취도에서의 성차에 영향을 주는 매개 요인으로 공간 능력을 주장하였으며, Crawford, Chaffin, & Fitton(1995)은 수학에 대한 태도를 주장하였다. 특히, Casey, Nuttall, & Pezaris(1997)는 이 공간능력과 수학에 태도를 비교한 연구에서, 수학적 성취도에서의 성차에는 수학에 대한 태도보다는 공간능력이 더 밀접한 매개 요인이라는 점을 밝혔다.

더욱이, 이 이외에도 공간능력이 수학적 성취도에서 성차를 유발하는 매개 요인이라는 점은 다른 많은 연구들(Casey, Nuttall, & Pezaris, 1997; Casey, Nuttall, Pezaris, & Benbow, 1995; Voyer, Voyer, & Bryden, 1995; Masters & Sander, 1993)을 통해서 밝혀졌다. 수학적 성취도에서 공간능력의 또 다른 역할은 문제해결 전략과 관련이 있다는 점이다. 문제해결 전략에는 크게 두 가지 방식 즉, 알고리즘적 과정과 공간적 표상이 그것이다. McGuinness(1993)는 문제해결 전략으로 알고리즘적 과정은 일반적으로 그리 효과적이거나 효율적이지 못하는데, 이렇게 알고리즘적 전략이 여학생들에게 많이 나타나며 이것이 수학적 성취도에서 성차를 유발한다고 주장하였다.

공간능력의 중요성과 그 영향에 비추어 볼 때, 학생들 특히, 초등학생의 공간능력을 측정하고 분석하는 것이 필요하다. Bishop(1983)은 공간능력에서 두 가지 능력을 측정해야 한다고 주장하였다. 첫째, 도형에 대한 정보를 해석하는 능력이다. 둘째, 시각적 과정에 대한 능력이다. 이것은 추상적 관계와 시각적 형식으로 시각화하기 및 번역하기, 그것을 시각적 정보와 시각적 이미지로 조작 및 변환하기를 포함한다.

본 연구에서는 초등학생들의 공간능력 중에서 3차원 공간의 시각화 능력을 측정하여 성별, 학년별 차이를 고찰하고, 이를 바탕으로 수학적 성취도와와의 관련성을 분석하였다. 이를 위하여 본 연구에서는 공간능력을 공간회전능력으로 범위 좁혀서 3차원 회전의 시각화능력을 측정하기 위한 도구로 공간시각화검사를 사용하였다.

II. 이론적 고찰

공간 능력에 대한 정의는 학자마다 다양하며, 공간

능력의 구성 요소에 대해서도 많은 견해 차이가 있다. McGee(1979)는 공간 능력을 '상(image)으로 제시된 대상을 머릿속으로 조작하거나, 회전하거나, 방향을 바꾸는 능력'으로 정의하고, 그 하위 요인으로 공간 시각화(spatial visualization)와 공간 방향화(spatial orientation)를 제시하였다. 한편, Lohman(1979)은 McGee(1979)의 두 가지 하위 요인에 공간 관계(spatial relation)를 추가하였다. Linn & Peterson(1985)은 공간 능력을 '주어진 공간적 정보를 머릿속으로 시각화하여 그려보는 능력'이라고 정의하고, 그 하위 요인을 공간 지각(spatial perception), 공간 회전(mental rotation), 공간 시각화(spatial visualization)의 3가지 범주로 제시하였다. 황정규(1984)는 공간 능력을 '공간 속에 있는 내적 표상을 기호화하거나 만들거나 기억하며, 이것을 다른 사물이나 공간 위치에 관계시키는 능력'이라고 정의한 바 있다(황정규, 1984). 이상의 정의를 정리하면, 공간 능력이란, '사람이 외부로부터 자극을 받았을 때 머리 속에서 상(image)을 형성하는 능력과 그 상을 머릿속에서 조작하는 능력으로써, 어떤 대상을 시각적으로 지각할 수 있거나 그렇지 않을 때에도 그것에 관한 이미지를 정신적으로 생성하고 회전하고 방향을 바꾸고 재배열하는 등 다양한 방법으로 조작하는 능력'이라고 할 수 있다(류현아 외, 2007).

비록 학자들에 따라 공간 능력에 대한 정의와 그 하위 요인에 대한 구분에 차이가 있지만, 공간 능력에서 공통적으로 중요한 요인으로 취급되는 하위 요인이 바로 공간 시각화이다. 공간 능력의 하위 구성 요인을 공간 시각화, 공간 방향화, 공간 관계로 보았던 Lohman(1979)에 따르면, 공간 시각화는 공간적인 관계와 공간적인 방향의 두 특징을 함께 가지는 능력이라고 하였다. Fennema(1975)는 공간 시각화를 물체나 움직임에 대한 시각적 이미지이며, 물체 그 자체의 변화, 혹은 물체의 변화라고 정의하였다. 또한, Clements(1981)는 공간 시각화를 공간적 요인의 하나로서 3차원 대상들의 운동을 상상하는 능력, 시각적인 상을 마음속으로 조작하는 능력이라고 정의하였다. Tarte(1990)와 Kersh & Cook(1979)는 공간 시각화를 회전(mental rotation)과 변환(mental transformation)의 두 가지 하위 요인으로 보고 있다. 여기서 회전은 마음속으로 임의의 물체를 2차원 또는 3차원의 공간상에서

회전시켜 원래의 물체와 같은지를 결정하는 능력이다. 변환은 서로 다른 조작을 통하여 서로 분리된 부분들의 정신적 상을 형성하는 능력이다. 이상의 연구들을 종합해보면, 공간 시각화란 2차원 또는 3차원의 물체를 마음속으로 조작하여 재구성하는 능력이라고 할 수 있다.

공간 능력에 대해서는 Linn & Peterson(1985), McGee(1979)의 개념 모형을 살펴볼 필요가 있다. Linn & Peterson(1985)은 공간 능력을 공간 지각(spatial perception)과 공간 회전(mental rotation), 공간 시각화(spatial visualization)로 분류하였다. 또한, McGee(1979)는 공간 능력에 관한 여러 연구를 토대로, 공간 능력을 구성하는 요인을 크게 공간 시각화(spatial visualization), 공간 방향화(visual orientation)로 보고 있다.

초기 지능연구에서부터 공간능력은 지능(intelligence)의 한 영역으로 연구되어 왔으며, 특히 최근에는 공간능력을 영재성의 한 영역으로 보고 STEM(과학, 기술, 공학, 및 수학) 분야에서의 성취도 및 업적과의 연관성이 강조된 연구 결과가 연이어 보고되고 있다(Lubinski & Benbow, 2006; Wai, Lubinski & Benbow, 2009; Webb, Lubinski & Benbow, 2007). 공간능력과 영재성 및 STEM 분야의 관련성이 강조되면서, 공간능력에 대한 측정에 대한 관심이 높아지고 있으며(Eliot & Smith, 1983), 그에 따른 공간능력 측정 도구들이 개발되었다. 예를 들어, 'Purdue Spatial Visualization Tests: Visualization of Rotations, PSVT:R'(Guay, 1976), 'The Revised PSVT:R'(Yoon, 2011), 'Mental Rotations Test: MRT'(Vandenberg & Kuse, 1978)와 'Redrawn MRT'(Peters, Laeng, Lathan, Jackson, Zaiouna, & Richardson, 1995) 이 있다.

또한, Chan(2010)은 21세기에 공간 능력의 중요성을 인지하며, 홍콩에서 492명의 초, 중, 고, 대학생들을 대상으로, 공간 능력의 영재성을 판별하기 위한 도구, Impossible Figures Task를 개발하였다. 이 전에, 이미 미국의 Lohman (2005)과 Naglieri와 Ford(2003)도 공간 능력을 중요하게 고려한 비언어 능력 검사 도구인 CogAT과 NNAT를 각각 개발하여, 다양한 학습자들을 대상으로 표준화 작업에 주력하고 있다(Lohman, 2008, Naglieri & Ford, 2005).

II. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구에서는 서울과 강원도 지역의 초등학교 4학년, 5학년, 6학년 학생들을 연구대상으로 하였다. 이를 위하여 2013년 9월 16일~2013년 10월 11일까지 군집 표집을 통하여 서울에서 2개 학교(I초등학교, O초등학교), 강원도에서 2개 학교(S초등학교, B초등학교)의 4학년, 5학년, 6학년을 선정하였다. 처음에 연구에 참여한 학생들은 총 1391명이었으나 연구 도중에 개인적 사정으로 인하여 평가에 참여하지 못한 103명은 연구대상에서 제외하였다. 최종적으로 본 연구에 참여한 연구대상은 총 1288명이었으며, 4학년 417명 5학년 448명, 6학년 423명이었고, 남학생은 661이었고 여학생은 626명이었다.

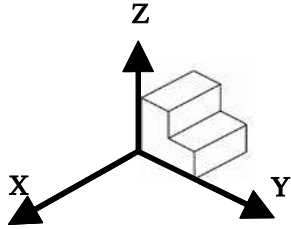
2. 검사도구

본 연구의 검사 도구는 공간시각화검사와 수학적취도검사이다. 공간시각화검사는 학생들의 공간능력을 측정하기 위한 도구이며, 수학적취도검사는 수학적 능력을 측정하기 위한 도구이다.

1) 공간시각화검사

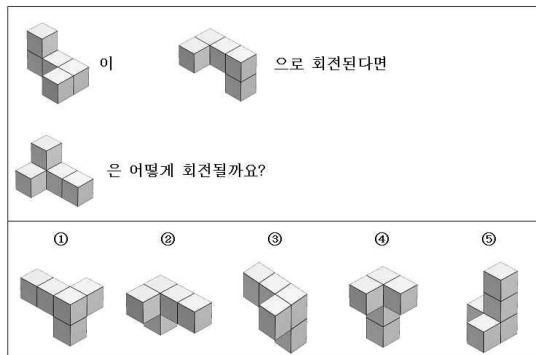
본 연구에서는 여러 가지 공간능력 중 3차원 회전의 공간시각화 능력에 초점을 두고 있다. 이러한 3차원 회전의 공간시각화 능력을 측정하기 위하여, 박성선(2012)이 개발한 초등학생용 공간시각화검사를 사용하였다. 공간시각화검사는 비언어 검사로 초등학생을 대상으로 개발되었으며, 3차원 도형의 회전을 시각화하는 검사로서 24문항으로 이루어졌다.

초등학생용 공간시각화검사는 회전 특성(각도, 회전축)에 따라 문항이 구성된다. [그림 1]과 같이. 회전의 방향은 3차원 공간에서 X축, Y축, Z축을 중심으로 시계 방향으로 회전하는 것을 의미한다. 회전의 각도, 회전축에 따라, 24문항은 두 가지 유형으로 구분된다. 유형 I: X축, Y축, Z축 중 한 축을 중심으로 시계방향으로 90°, 180°, 270° 회전(문항1~문항9), 유형 II: X축, Y축, Z축 중 서로 다른 두 축을 중심으로 90°씩 회전, 90° 회전과 180° 회전(문항10~문항24).



[그림 1] 3차원 공간에서 X축, Y축, Z축
[Fig. 1] x, y, z axes in 3-dimensional space

응답자들은 각 문항에서 주어진 도형이 제시된 방향과 똑같이 회전된 도형을 5가지 선택 중에서 찾아야 한다. 예시 문항은 [그림 2]와 같다. 초등학생용 공간시각화검사의 신뢰도는 Cronbach's $\alpha=.796$ 로 양호하게 측정되었다.



[그림 2] 공간시각화검사의 예시문항
[Fig. 2] Example of the spatial visualization test

2) 수학적취도검사

학생들의 수학적력을 검사하기 위하여 수학적취도검사를 실시하였다. 이를 위하여 2012년에 I교육기관에서 개발한 문항을 사용하였다. 수학적취도검사는 각 학년별로 구성되어 있으며, 검사문항은 객관식 20문항, 주관식 5문항으로 총 25문항으로 구성되었으며, 해당 학년에서 취급하는 모든 영역의 내용이 포함되었다. 수학적취도검사의 신뢰도는 4학년 Cronbach's $\alpha=.863$, 5학년 Cronbach's $\alpha=.880$, 6학년 Cronbach's $\alpha=.872$ 로 매우 양호하게 나타났다.

3. 연구절차 및 자료분석

본 연구는 2013년 9월 16일부터 2013년 10월 11일 사이에 서울지역 2개 초등학교(I초등학교, O초등학교), 강원도지역 2개 초등학교(S초등학교, B초등학교)의 4학년, 5학년, 6학년을 대상으로 공간시각화검사와 수학적취도검사를 실시하였다. 공간시각화검사와 수학적취도검사는 각 학급의 담임교사가 실시하였으며, 검사시간은 각각 40분으로 하였다. 다만, 공간시각화검사의 경우에는 칠판에 있는 시계를 보고 검사를 마친 시간을 검사지에 적도록 하였다.

공간시각화검사와 수학적취도검사에 대한 기술통계 분석을 실시하기 위하여, 공간시각화검사, 공간시각화검사시간, 수학적취도검사 대한 평균 및 표준편차를 구하였으며, 본 연구에서 설정한 연구문제를 해결하기 위한 통계적 방법을 적용하기 위한 가정들(정규분포, 등분산성)이 충족하는지를 조사하였다. 검사도구 사이의 상관관계는 Pearson 상관계수를 구하여 검증되었다. 공간시각화능력과 공간시각화 검사시간, 수학적취도에서 성별 차이는 t-검정으로 분석되었다. 공간시각화능력과 공간시각화 검사시간, 수학적취도에서 학년별 차이는 일원분산분석으로 분석되었으며 사후검정으로는 Scheffé 검정을 실시하였다. 성별과 학년수준에서 상호작용 효과가 있는지는 알아보기 위하여 이원분산 분석을 실시하였다.

III. 연구결과 및 논의

1. 검사도구의 기술 통계치

공간시각화검사와 수학적취도검사를 통하여 연구대상자 1288명을 대상으로 측정된, 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학적취도에 대한 기술 통계치는 [표 1]과 같다. 통계적 정보는 성별, 학년별로 평균, 표준편차를 제시하였다. 공간시각화검사의 전체 평균은 13.01(만점=24)로 나타났으며, 남학생의 평균은 14.25 여학생의 평균은 11.69로 남학생이 높게 나타났다. 학년별로 6학년(14.49), 5학년(12.91), 4학년(11.60)의 순으로 높게 나타났다.

공간시각화 검사시간은 전체적으로 평균 774초 걸

렸으며, 남학생이 743초 여학생이 808초로 남학생의 검사시간이 더 적은 것으로 나타났다. 학년별로는 4학년의 검사시간이 가장 오래 걸렸으나, 5학년보다 6학년의 검사시간이 더 오래 걸렸다. 수학성취도는 평균 16.11로 나타났으며, 6학년, 5학년, 4학년의 순서로 높게 나타났다.

[표 1] 공간시각화능력, 공간시각화검사시간, 수학성취도에 대한 집단별 기술 통계치

[Table 1] Statistics of the spatial visualization ability, test time, and mathematics achievement

	공간시각화능력		검사시간		수학성취도		
	N	M	SD	M	SD	M	SD
성별							
남학생	662	14.25	4.906	743	311.3	15.87	5.725
여학생	626	11.69	4.081	808	319.2	16.35	5.407
학년별							
4학년	417	11.60	4.400	801	325.7	15.22	5.429
5학년	448	12.91	4.578	751	266.5	15.33	5.721
6학년	423	14.49	4.672	773	353.0	17.81	5.174
전체	1288	13.01	4.697	774	315.6	16.11	5.576

2. 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학성취도, 성별, 학년별 사이의 상관관계

[표 2]는 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학성취도, 성별, 학년별 사이의 상관관계를 나타낸 것이다. 공간시각화능력과 공간시각화능력 검사시간($\rho r = .085, p < .01$), 수학성취도($\rho r = .392, p < .01$), 성별($\rho r = -.272, p < .01$), 학년별($\rho r = .249, p < .01$) 사이에는 유의수준 $\alpha = .01$ 에서 유의미한 상관관계가 있는 것으로 나타났다. 공간시각화능력 검사시간과 수학성취도($\rho r = .069, p < .05$), 성별($\rho r = .102, p < .05$) 사이에는 유의수준 $\alpha = .05$ 에서 유의미한 상관관계가 있었으나, 공간시각화능력 검사시간과 학년별 사이에는 유의미한 상관관계가 없는 것으로 나타났다. 수학성취도와 성별, 학년별 사이에는 유의미한 상관관계가 없는 것으로 나타났다.

[표 2] 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학성취도, 성별, 학년수준 사이의 상관관계

[Table 2] Correlations among the spatial visualization ability, test time, and mathematics achievement, gender, grade

	2	3	4	5
1. 공간시각화	.085**	.392**	-.272**	.249**
2. 검사시간	—	.069*	.102*	-.035
3. 수학성취도		—	.042	.188**
4. 성별			—	.015
5. 학년수준				—

* $p < .05$, ** $p < .01$

3. 성별에 따른 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학성취도의 차이

공간시각화능력에 있어서 남학생과 여학생은 유의미한 차이를 보였으며($t = 10.121, p < .001$), 남학생이 여학생보다 더 우수하였다([표 3]). 공간시각화능력 검사시간에 있어서도 남학생과 여학생은 유의미한 차이를 보였으며($t = -3.669, p < .001$), 남학생이 여학생보다 검사시간이 더 짧았다. 수학성취도에 있어서는 남학생이 여학생보다 평균이 높았으나, 통계적으로 유의미하지 않은 것으로 나타났다.

[표 3] 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학성취도에 대한 성별 차이(t-검정)

[Table 3] Mean comparisons of students' performance by gender in spatial visualization ability and test time, mathematics achievement(t-test)

	성별	M	SD	t	p
공간회전 능력	남	14.25	4.906	10.121	.000***
	여	11.69	4.081		
검사 시간	남	743.55	311.288	-3.669	.000***
	여	808.04	319.167		
수학 성취도	남	15.87	5.725	-1.514	.130
	여	16.25	5.407		

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

4. 학년수준에 따른 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학적성취도의 차이

공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학적성취도에 있어서 학년별(초등학교 4학년, 5학년, 6학년) 차이를 알아보기 위하여 일원분산분석(ANOVA)을 실시하였다. [표 4]와 같이, 공간시각화능력에 있어서 학년별로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다($F=42.450$, $p=.001$). 사후분석(Scheffé) 결과, 4학년보다는 5학년($p=.000$)이 5학년보다는 6학년($p=.000$)이 더 높게 나타났다. 공간시각화능력 검사시간에서는 4학년의 검사시간이 좀 더 걸리는 것으로 나타났으나, 학년별로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 수학적성취도에서는 학년별로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다($F=30.742$, $p=.00$). 사후분석(Scheffé) 결과, 4학년과 5학년 보다는 6학년의 수학적성취도에서 유의미하게 높게 나타났으나, 4학년과 5학년 사이에는 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

[표 4] 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학적성취도에 대한 학년별 차이(일원분산분석)

[Table 4] Mean comparisons of students' performance by grade in spatial visualization ability and test time, mathematics achievement(one way-ANOVA)

	학년	M	SD	F	p
공간시각화 능력	4	11.60	4.400	42.450	.001***
	5	12.91	4.578		
	6	14.49	4.672		
검사 시간	4	801.20	325.736	2.695	.068
	5	751.30	266.462		
	6	773.48	353.038		
수학 성취도	4	15.22	5.429	30.742	.000***
	5	15.33	5.721		
	6	17.81	5.174		

* $p<.05$, ** $p<.01$, *** $p<.001$

5. 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학적성취도에서 성별과 학년수준의 상호작용 효과

성별과 학년수준에서 상호작용 효과가 있는지는 알아보기 위하여 이원분산분석을 실시하였다([표 5]). 공간시각화능력에 있어서는 성별과 학년수준에 있어서

상호작용효과가 없는 것으로 나타났으며($F=1.291$, $p=.275$), 검사시간에 있어서는 성별과 학년수준에 상호작용의 효과가 없는 것으로 나타났다($F=.021$, $p=.979$). 수학적성취도에 있어서는 성별과 학년수준에 상호작용의 효과가 있는 것으로 나타났다. 즉, 수학적성취도에서 전체적으로는 남학생이 여학생보다 높았으나, 학년별로 차이가 있었다. 남학생의 경우에는 6학년, 4학년, 5학년의 순서로 높았으나, 여학생의 경우에는 6학년, 5학년, 4학년의 순서로 높게 나타났다.

[표 5] 공간시각화능력, 공간시각화능력 검사시간, 수학적성취도에 대한 학년별 차이(이원분산분석)

[Table 5] Mean comparisons of students' performance by grade in spatial visualization ability and test time, mathematics achievement(two way-ANOVA)

	소스	df	평균제곱	F	p
공간시각화 능력	성별	1	2169.2	113.788	.000
	학년	2	911.5	47.815	.000
	성별*학년	2	24.6	1.291	.275
검사 시간	성별	1	1335914.5	13.466	.000
	학년	2	268113.6	2.703	.067
	성별*학년	2	2108.4	.021	.979
수학 성취도	성별	1	51.5	1.743	.187
	학년	2	896.6	30.343	.000
	성별*학년	2	128.1	4.334	.013

IV. 결론

공간능력은 지능의 한 요소로 그 중요성이 인정되고 있으며, 수학적 성취도와도 밀접한 관련이 있다는 점에서 매우 중요한 능력으로 평가되고 있다. 공간능력과 수학적 성취도 사이의 상관관계를 고려해 볼 때, 수학적 능력이 있는 학생들을 파악하고 그렇지 못한 학생들에게 수학적 능력을 길러 주기 위한 출발점으로서는 학생들의 공간능력을 조사할 필요가 있다.

따라서 본 연구는 우리나라 초등학생들의 공간능력을 조사하고 성별, 학년별 차이를 분석하여 공간능력의 향상과 수학적성취도 향상에 시사점을 제공하는 것을 목적으로 한다. 이를 위하여 초등학교 4, 5, 6학년 학생 1228명을 대상으로 공간시각화능력을 조사하였다.

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 첫째, 3차원 공간시각화 능력과 수학적성취도 사이에는 정적인 상관관계가 있었다. 이러한 결과는 공간능력과 수학적성취도 사이에 정적 상관관계가 있음을 밝힌 여러 연구들(Battista, 1990; Fennema & Tartre, 1985; McGee, 1979; Sherman, 1979)과 일치하며, 공간시각화 학습이 수학적 학습능력의 향상에 효과적이라는 연구들(김혜정, 2003; 신준식, 1992)에 부합한다고 볼 수 있다. 이러한 연구결과는 학생들의 수학적성취도를 예측하기 위한 측정도구로 공간능력이 의미가 있으며, 수학 영재와 같은 수학적 재능이 있는 학생들을 판별할 때도 공간능력을 검사해야 할 필요가 있다는 점을 시사한다.

둘째, 공간시각화 검사시간은 평균적으로 774초였으며, 공간시각화 능력과 공간시각화 검사시간에는 정적인 상관관계가 높은 것으로 나타났다. 공간시각화검사의 검사시간이 길수록 공간시각화능력이 우수하다고 볼 수 있다. 즉, 성급하고 빠르게 응답하는 학생들보다는 시간을 가지고 길게 생각하는 학생들의 공간시각화 능력이 우수하다고 볼 수 있다. 이러한 연구결과는 Reams, Charmrad, & Robinson(1990)의 연구결과와 일치한다. 검사시간에 있어서 남녀 간의 성차에 대해서는 상반된 연구결과들이 있었지만, 본 연구에서 나타난 남녀 간의 검사시간 차이는 Strumpf(1998)의 연구와 일치하는 것으로 남학생보다 여학생의 검사시간이 더 길었다. 여기서 의문으로 남는 것은 공간능력과 검사시간은 정적인 상관관계가 있는데, 검사시간이 길었던 여학생이 남학생보다 공간능력이 우수하지 못하였다는 점이다. 여기에는 다른 여러 요인이 작용하겠지만, 문항의 난이도에 따라 검사시간에 차이가 있었을 것으로 보인다.

셋째, 공간시각화 능력은 남녀 사이에 차이가 있었으며, 남학생이 여학생보다 더 높게 나타났다. 이 결과는 남학생이 여학생보다 공간능력이 우수하다는 연구들(예를 들어, (Beller & Gafni, 1996; Hedges & Nowell, 1995, 성은현; 1997)을 지지한다. 그러나, 수학적성취도에서는 남학생과 여학생 사이에 유의미한 차이가 없었다는 점에서 볼 때, 수학적 성취도에 공간능력이 상관관계는 있지만, 수학적성취도에 영향을 미치는 결정적 요인으로 보기는 어렵다는 것을 의미한다. 다시 말해서, 공간능력이 수학적성취도에 미치는 영향이

남학생보다는 여학생에게서 더 뚜렷하게 나타난다고 볼 수도 있을 것이다(Fennema & Tartre, 1985).

넷째, 공간시각화 능력은 학년별로 4학년보다는 5학년이 높았으며, 5학년보다는 6학년이 더 높게 나타났다. 성별과 학년별 상호작용은 없는 것으로 나타났다. 즉, 남학생과 여학생 모두에서 학년별로 4학년보다는 5학년이 높았으며, 5학년보다는 6학년이 더 높게 나타났다. 이는 학년수준이 높아짐으로 해서 여러 가지 공간감각 등의 경험을 통하여 공간능력이 향상된 것으로 볼 수 있다.

본 연구는 초등학생들의 공간시각화능력과 수학적성취도를 평가하고 이를 성별, 학년수준에 따라 분석하였으며, 이를 통하여 수학적 성취도에서 공간능력의 중요성을 확인하였다. 이러한 점에서, 공간능력이 우수한 학생들의 잠재력을 더욱더 높여주고, 공간능력이 부족한 학생들의 문제점을 개선할 수 있는 효과적이고 체계적인 교육적 기회가 부여되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 교육인적자원부 (1997). 초등학교 7차 교육과정. 서울: 대한교과서주식회사.
- Ministry of Education, Science and Technology (1997). *7th elementary school curriculum manual IV: Mathematics, Science, Practical Course*. Seoul: Daehan Textbook.
- 교육과학기술부 (2012). 수학 지도서 6-1. 서울: 두산동아.
- Ministry of Education, Science and Technology (2012). *Mathematics teachers' guide 6-1*. Seoul: Doosan-Donga.
- 김혜정 (2003). 공간시각화 활동을 통한 기하학습이 공간감각능력과 의사소통능력에 미치는 효과. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Kim, H. J. (2003). *The effects of geometry learning through spatial visualization activities on spatial sensibility and communicative ability*. Unpublished Master's thesis, Korea National University of Education.

- 류현아·정영옥·송상현 (2007). 입체도형에 대한 6-7학년 수학영재들의 공간시각화 능력분석. 학교수학, **9(2)**, 277-289.
- Ryue, H. A., Chong, Y. O., & Song, S. H. (2007). Analysis of the mathematically gifted 6th and 7th graders' spatial visualization ability of solid figures. *School Mathematics*, *9(2)*, 277-289.
- 박성선 (2012). 초등학생용 공간 시각화 검사지 개발 및 표준화. 한국연구재단연구보고서.
- Park, S. S. (2012). *The Development of Spatial Visualization Test for Elementary Students*. Research Report. National Research Foundation of Korea.
- 성은현 (1997). 여성과 남성은 인지적 측면에서 다른가?: 창의력, 공간지각력, 시각화 전략을 중심으로. 한국심리학회지, **2(1)**, 30-43.
- Sung, E. H. (1997). Is there a gender difference in the cognitive aspect?: Creative thinking, ability of the visuo-spatial perception, strategy of the visualization. *Korean Journal of Psychology: Women*, *21*, 30-43.
- 신준식 (1992). 공간감각 배양을 위한 교수-학습 방법 및 자료개발. 과학교육연구, **26**, 39-68.
- Shin, J. S. (2002). Development of teaching-learning methods and materials for cultivation of spatial sense. *Journal of Research in Science Education*, *26*, 39-68.
- 황정규 (1984). 인간의 지능. 서울: 민음사.
- Hwang, J. G. (1984). *Intelligence of human*. Seoul: Minum.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*, 47-60.
- Battista, M. (2007). Learning with understanding: Principles and processes in the construction of meaning for geometric ideas. In G. Martin, M. Strutchens, & P. Elliot (Eds.), *The learning of mathematics, 2007 Yearbook of the NCTM* (pp. 65-80). Reston, VA: NCTM.
- Beller, M., Gafni, N. (1996). The 1991 international assessment of educational progress in mathematics and science: The gender differences perspective. *Journal of Educational Psychology*, *88*, 365-377.
- Benbow, C. O., & Lubinski, D. (1993). Consequences of gender differences in mathematical reasoning ability and some biological linkages. In J. Haug, R. E. Whale, C. Aron, & K. L. Olsen (Eds.), *The development of sex differences and similarities in behavior* (pp.87-110). Boston: Kluwer Academic.
- Bishop, M. A. (1983). *Spatial abilities and mathematical thinking*. Proceeding of the 4th International Congress on Mathematical Education, Boston: Brikhauser Boston.
- Casey, M. B., Nuttall, R. L., & Pezaris, E. (1997). Mediators of gender differences in mathematics college entrance test scores: A comparison of spatial skills with internalized beliefs and anxieties. *Developmental Psychology*, *33*, 669-680.
- Casey, M. B., Nuttall, R. L., Pezaris, E., & Benbow, C. P. (1995). The influence of spatial ability on gender differences in mathematics college entrance test scores across diverse samples. *Developmental Psychology*, *31*, 697-705.
- Chan, D. W. (2010). Developing the Impossible Figures Task to assess visual-spatial talents among Chinese students: A Rasch measurement model analysis. *Gifted Child Quarterly*, *54*, 59-71.
- Clements, M. A. (1981). *Spatial ability, visual imagery, and mathematical learning*.(ERIC Document Reproduction Service, NO.ED202696).
- Crawford, M., Chaffin, R., & Fitton, L. (1995). Cognition in social context. *Learning and Individual Differences*, *7*, 341-362.

- Eliot, J., & Smith, I. M. (1983). *An international directory of spatial tests*. Windsor, Berkshire: NFER-Nelson.
- Fennema, E. (1975). Spatial ability, mathematics, and the sexes. In E. Fennema (Ed.), *Mathematics learning: What research says about sex differences* (pp. 33-43). Columbus, OH: ERIC Clearing house for Sciences, Mathematics, and Environmental Education.
- Fennema, E., & Tartre, L. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 184-206.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Guay, R. B. (1976). *Purdue Spatial Visualization Test*. West Lafayette, IN: Purdue Research Foundation.
- Hedges, L. V., Nowell, A. (1995). Sex differences in mental tests scores, variability, and numbers of high-scoring individuals. *Science*, 269, 41-45.
- Hyde, J. S., Fennema, E., & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, 139-155.
- Kersh, M. E., & Cook, K. H. (1979). *Improving mathematics ability and attitude: A manual*. Seattle, WA : University of Washington. Mathematics Learning Institute.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. E. (1979). Spatial ability: A review and re-analysis of correlational literature. *Technical Report*, 8, 25-27.
- Lohman, D. F. (2005). The role of nonverbal ability tests in identifying academically gifted students: An aptitude perspective. *Gifted Child Quarterly*, 49, 111-138.
- Lohman, D. F. (2008). Identifying academically gifted English-language learners using nonverbal tests: A comparison of the Raven, NNAT, and CogAt. *Gifted Child Quarterly*, 52, 275-296.
- Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2006). Study of Mathematically Precocious Youth after 35 years: Uncovering antecedents for the development of math-science expertise. *Perspectives on Psychological Science*, 1, 316-345.
- Masters, M. S., & Sanders, B. (1993). Is the gender differences in mental rotation disappearing? *Behavior Genetics*, 23, 337-341.
- McGuinness, D. (1993). Sex differences in cognitive style: Implications for mathematics performance and achievement. In L. A. Penner, G. M. Batsche, H. M. Knoff, & D. L. Nelson (Eds.), *The challenge of mathematics and science education: Psychology's response* (pp.251-274). Washington, DC: American Psychological Association.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86, 889-918.
- Naglieri, J. A., & Ford, D. Y. (2003). Addressing underrepresentation of gifted minority children using the Naglieri Nonverbal Ability Test (NNAT). *Gifted Child Quarterly*, 47, 155-160.
- Naglieri, J. A., & Ford, D. Y. (2005). Increasing minority children's participation in gifted classes using the NNAT: A response to Lohman. *Gifted Child Quarterly*, 49, 29-36.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Peter, M., Laeng, B., Lathan, K., Jackson, J., Zaiouna, R., & Richardson, C. (1995). A redrawn Vandenberg and Kuse Mental Rotations Test: Difference versions and factors that affect performance. *Brain and Cognition, 28*, 39-58.
- Reams, R., Charmard, D., & Robinson, N. (1990). The race is not necessarily to the swift: Validity of WISC-R bonus point for speed. *Gifted Child Quarterly, 34*, 108-110.
- Sherman, J. A. (1979). Predicting mathematical performance in high school girls and boys. *Journal of Educational Psychology, 71*, 242-249.
- Strumpf, H. (1998). Gender-related differences in academically talented students' scores and use of time on tests of spatial ability. *Gifted Child Quarterly, 42*, 157-171.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial skills, gender & mathematics. In E. Fennema & G. Leder (Eds.), *Mathematics and gender: Influences on teachers and students* (pp. 27-59). New York: Teachers' College Press.
- Usiskin, Z. (1987). Resolving the continuing dilemmas in school geometry. In M. M. Lindquist & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry, K-12* (pp. 17-31). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Voyer, D., Voyer, S., & Bryden, M. P. (1995). Magnitude of sex differences in spatial abilities: A meta-analysis and consideration of critical variables. *Psychological Bulletin, 117*, 250-270.
- Vandenberg, S. G., & Kuse, A. R. (1978). Mental rotations: A group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor skills, 47*, 599-604.
- Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology, 101*, 817-835.
- Webb, R.M., Lubinski, D., & Benbow, C.P. (2007). Spatial ability: A neglected dimension in talent searches for intellectually precocious youth. *Journal of Educational Psychology, 99*, 397 - 420.
- Yoon, S. Y. (2011). *Psychometric properties of the Revised Purdue Spatial Visualization Tests: Visualization of Rotations(The Revised PSVT:R)*. Unpublished Doctoral Dissertation, Purdue University.

Spatial Ability and Mathematical Achievement of Elementary School Students

Sungsun Park

Chuncheon National University of Education, Chuncheon 200-703, Korea

E-mail: starsun@cnue.ac.kr

Spatial ability has been valued as one component of intelligence and associated with the achievements in science, technology, engineering, and mathematics (STEM) disciplines and important in STEM education. The purpose of this study is to assess elementary school students' spatial ability and analyze the relationship with mathematical achievement, gender and grade level. This study explored the spatial visualization ability of 1288 elementary school students (grade 4-6) in Seoul and Gangwon province and investigated association between spatial ability and students' mathematics achievement, the students' spatial ability according to their gender and grade level.

As a result, this study showed that there were significant correlations between spatial ability and mathematical achievement. And also, boy students were better than girl students in spatial ability and higher grader were better than lower graders in spatial ability. According to these results, spatial ability should be included as one of the important components in identifying students for gifted education programs. Furthermore, more research is needed on how to effectively structure educational opportunities to students both who have high spatial ability and have low spatial ability.

* ZDM Classification : G22

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40

* Key Words : spatial ability, spatial visualization, 3-D mental rotation, mathematical achievement