

## 유추 사상의 명료화를 통한 문장제 해결에 관한 연구

김 지 은 (한국교원대학교대학원)

신 재 홍 (한국교원대학교)<sup>†</sup>

본 연구의 목적은 문장제에서 사상 명료화 활동을 통한 문제해결과정을 살펴보고, 문제를 해결할 때 드러나는 사고 과정의 특징을 유사성 관점에서 분석함으로써 사상 명료화 과정을 활용한 교수 학습 자료의 개발 및 학생들의 문제 해결활동 향상에 기여하는 것이다. 중학교 2학년 남학생 33명을 대상으로 총 3차시의 서술형 검사지를 제작하여 수업을 실시하였고, 이들 33명 중 서로 다른 결과를 보이는 학생 5명을 선정하여 개별 면담을 통해 보다 구체적으로 분석적 사고와 의사 분석적 사고의 관점에서 그 사고 특성을 분석하였다. 연구결과 사상 과정에서 대응되는 성분들을 직접적으로 짚기기를 하는 사상 명료화 활동이 학생들의 문제해결에 무조건 도움이 되는 것은 아니며, 문제에 따라 또는 문제가 유사하더라도 구조적 변형의 정도에 따라 문제 해결과정에 미치는 영향이 달랐다. 이는 사상 명료화 활동이 유사한 문장제 해결에 있어서 도움을 주지만 이전 문제의 모방을 통해 바람직하지 않은 사고로 정답을 구하는 의사 분석적 사고가 발생할 수 있음을 시사한다.

### I. 서론

유추적 사고는 일상적인 사고는 물론 수학, 과학, 문학 등과 같은 전문 영역의 문제를 해결하고 창의적인 사고를 하는데 중요한 심성 과정으로 알려져 있다. 문제 해결 상황에서의 유추란 어떤 새로운 문제를 해결해야 할 때 이전에 풀었던 비슷한 문제를 생각해 내서 그 해결책을 새로운 문제 상황에 맞도록 변형시켜 문제를 해결하는 것인데, 수학 교육의 핵심적인 목표가 학생들 스스로 기존의 수학적 아이디어에 기초한 이해를 바탕으로 새로운 문제 해결에 이를 적용하는 수학적 사고를 할 수 있도록 돕는 것이라고 한다면, 수학 문제해결에서 새로운 지식과 기존 지식 사이의 유사성을 인식하고 이를 새로운 아이디어에 연결시키기 위해 그 구조적인 관계를 능동적으로 구성하는 학습을 강조하는 것은 매우 중요한 것이라 할 수 있다(이종희, 이진향, 김부미, 2003).

수학적 사고능력의 발달에 있어 가장 근원적인 것은 유추이며(Dreyfus & Eisenberg, 1996, 최효진, 2004 재인용), 유추는 구조적 정보의 전이이며 기억으로부터 인출된 유사한 것의 구조를 새로운 대상에 사상시킴으로써 그 대상의 구조를 추측하는 것이므로, 구조와 패턴을 연구하는 학문인 수학과 관련된 사고과정에서 유추는 중추적인 역할을 한다(Sternberg, 1977, 이승우, 2001 재인용). 이렇듯 유추는 학생들이 패턴을 발견하여 문제를 해결하게 할 뿐만 아니라, 새로운 영역으로 이미 알고 있는 지식을 확장하여 보다 발전시키는 기능을 하지만, 한 대상의 속성을 다른 대상도 가지고 있을 것이라는 일종의 확률적인 추리이므로 도출된 결론은 논리적 오류 가능성을 내포하고 있다. 또한 유추적 문제 해결은 목표 문제가 제시되었을 때, 도움이 될 수 있는 바탕지식에 접근하고 인출할 수 있을 때와 인출된 바탕 문제를 목표문제를 해결하는데 적합하도록 변형하여 적용할 수 있을 때 성공을 담보할 수 있으므로 학생들에게 구조적 유사성을 인식을 통한 문제해결은 결코 쉬운 과정이 아니며(성창

\* 접수일(2013년 7월 6일), 심사(수정)일(1차: 2013년 8월 14일, 2차: 2013년 10월 1일), 게재확정일(2013년 10월 6일)

\* ZDM 분류 : C33

\* MSC2000 분류 : 97C30

\* 주제어 : 유추, 사상 명료화 활동, 문장제

† 교신저자 : jhshin@knue.ac.kr

근, 박성선, 2012), 수학영재아들조차도 피상적인 속성에 의존하여 유추하려는 성향을 보이기도 한다(이경화, 2009b).

유추 과정에서 발생하는 어려움을 살펴보면 이전에 풀어보았던 비슷한 문제인 근거문제와 풀어야 할 새로운 문제인 목표문제의 부정확한 표상이 유추사상을 방해할 수 있고, 근거문제와 목표문제가 정확하게 표상이 되어도 이전 경험과 관련된 표상이 인출되지 않으면 사상단계로 진행되지 않으며 문제가 정확하게 표상이 되고 인출이 되었어도 사상 과정은 여전히 틀릴 수 있다(Rattermann, 1997). 즉 학생들이 이전 문제와의 유사성만으로는 유추에 성공하기에는 어려움이 있으며, 특히 문장제의 경우 많은 학생들이 언어로 쓰여진 것을 수학적 언어로 전환함에 있어 많은 어려움을 느끼고 있다(김진호, 2009). 수학 문장제에서 유추의 활용은 근거문제와 목표문제의 구조적인 유사성을 발견하고, 이미 알고 있는 근거문제를 사용하여 미지의 목표문제를 해결하는 전형적인 유추 과정이 수학 문장제를 해결하는 과정에 포함되는 것이며(Novick & Holyoak, 1991), 수학 문장제는 기존의 이야기 과제에 비해 문제의 구조를 비교적 엄격히 유지하면서도 문제의 표면적인 특징이나 해결 절차를 다양하게 변화시킬 수 있다는 특징이 있다(최효진, 2004). 이종희 외 (2003)의 연구 결과에 따르면 문장제에서 사상 명료화 단계를 거친 학생들이 유사 목표문제로의 전이에서 다른 문제 유형의 경우보다 높은 성공률을 보였다. 여기서 사상이란 근거문제와 목표문제 또는 이전 문제와 현 문제에서 유사한 것의 성분을 서로 대응시키는 과정인데, 유추의 핵심이 사상 과정에 의해 한 영역의 지식을 다른 영역에 전이시키는 것이라 한다면, 사상 명료화는 이러한 사상 과정을 학생들이 문장제를 통해 경험하게 하는 것이다. 이종희 외는 학생들이 문장제의 해결에 특히 어려움을 느낀다는 사실을 고려할 때 문장제에서 사상 명료화 과정이 구체적으로 어떠한 영향을 미치는지에 대한 더욱 구체적인 분석이 필요하다고 제안하였고, 이것이 본 연구 수행의 주요 목적 중 하나가 되었다.

근거문제와 목표문제 사이의 관계를 고려한 사상을 명확히 하고 학생들의 사고를 자극하여 학생들이 유추를 하도록 유도하는 것이 교사의 중요한 역할이며 또한 교사는 학생들이 유추를 잘할 수 있도록 구조적 전이를 용이하게 하는 다양한 방법을 개발해야할 필요성(최효진, 2004)을 고려하여, 본 연구에서는 학생들의 사상 명료화 활동을 통한 문제해결 과정을 알아보고 더 나아가 유사한 문장제들 사이에서 학생들이 구성하는 유사성은 무엇인지 알아보고자 한다. 또한 유사한 문제를 해결할 때 의사 분석적 사고가 나타날 수 있으므로 유사한 문제해결 과정에서 학생들의 구체적인 사고 과정의 특성을 알아보기 위해 분석적 사고와 의사 분석적 사고로 구분하여 알아보고자 한다. 분석적 사고는 문제해결 과정에서 교사들이 학생들에게 기대하는 바람직한 사고로서 반성과 조절이 가능한 사고를 말하며 의사 분석적 사고는 겉으로 보기에는 바람직한 사고로 보이지만 결과적으로는 문제해결에 대한 정답을 제시하게 되는 통제나 조절이 되지 않은 즉흥적인 사고를 말한다(Vinner, 1997b, 박현정, 2007 재인용). 유사한 문장제를 사상 명료화 활동을 이용하여 해결하려 할 때 유사성 관점에서 Vinner의 분석적 사고와 의사 분석적 사고가 어떻게 나타나는지를 구체적으로 알아봄으로써 학생들이 사상 명료화 활동을 통해 진정한 이해를 통한 문제해결을 하였는지를 알아보고자 하였다.

정리하면 본 연구의 목적은 학생들이 문장제에서 사상 명료화 활동을 통해 문제를 해결하는 과정을 살펴보고, 보다 구체적으로 유사성 관점에서 문제해결 과정 중 드러나는 사고 과정의 특징을 분석하고자 함이며, 이를 통해 앞으로 문장제에서 사상 명료화 과정을 활용한 교수 학습 자료를 개발하는데 도움을 줄 수 있을 뿐 아니라, 학생들의 문제해결력을 향상시키는데 기여할 수 있을 것이라 여겨진다.

## II. 이론적 배경

### 1. 유추 및 유추에 의한 문제 해결

유추는 새로운 문제를 해결하거나 새로운 것을 배울 때 이전에 경험했던 유사한 지식과 관련시키고 이를 바탕으로 추론하는 것을 말한다. 즉 유추는 유사성을 바탕으로 어떤 대상에서 성립하는 성질로부터 그와 유사한 대상의 성질을 추측하는 것이다. 유추의 핵심은 서로 다른 영역사이에서 서로 대응이 되는 관계를 찾고 만들어 내는데 있다고 할 수 있으며 유사성을 바탕으로 이루어지는 관계 비교에 있다. 따라서 유추는 어떤 새로운 문제를 해결해야 할 때 이전에 풀었던 유사한 문제를 생각해 내서 그 해결책과 문제해결 과정을 새로운 문제의 해결에 맞도록 변형시켜 새로운 문제를 해결하는데 이용되기도 한다(이종희 외, 2003). 유추의 문제는 크게 비율적 유추(proportional analogy)와 영역간의 유추(interdomain analogy)로 나눌 수 있다. 비율적 유추는  $A : B :: C : D$  라는 형태로 나타낼 수 있고 고전적 유추(classical analogy)라고도 하며 대표적인 귀납추론이다. 영역간의 유추는 유추적 전이(analogical transfer) 또는 유추적 문제해결(analogical problem solving)이라고도 하며 이는 서로 다른 두 영역을 하나로 접합시키는 추상적인 관계 체계를 지각하는데서 시작하는 것으로 이전에 유사한 문제를 해결하였던 경험을 사용하여 새로운 문제를 해결하는 것이다(정승윤, 2007).

이와 관련된 연구로서 이경화(2009a)는 유추적 사고는 수학의 주요한 도구로 활용되고 있으므로, 수학교육에서도 유추적 사고를 활용하는 방안에 대한 연구가 필요하다고 지적하며 이를 위해서는 수학자들의 유추적 사고 활용의 주요 양상이나 세부 과정, 특징에 대한 연구가 필요하기 때문에 수학자들이 유추적 사고를 어떤 맥락에서 어떻게 활용했는지 파악함으로써, 유추적 사고 모델을 개발하였고, 이종희(2003)는 수학 문장제를 해결하고자 할 때 유추가 어떻게 사용되는지를 알아보기 위해서 유추를 비율적 유추와 유추적 전이의 두 유형으로 나누어 그 과정을 알아보고 수학 문장제를 해결하기 위해서는 유추적 전이의 관점이 유효하므로 이를 중심으로 분석하고, 유추의 과정과 유추에 의한 문장제 해결에 영향을 주는 요인을 논의하였다. 이승우, 우정호(2002)는 원형, 유추, 은유 등을 수학 개념의 이해와 관련된 중심 문제로 간주하고, 중학교 교과서에서 사용되고 있는 원형과 관련되어 제시된 예, 유추나 은유를 이용하는 그림이나 표현 등을 조사하여 봄으로써 수학교육에 있어 이들 이론의 적용가능성을 살펴보았으며, 학생들은 대부분 활용문제를 매우 어려워하므로 활용문제의 예제와 유제는 구조적 유사성을 높임으로써 문제해결 과정에서 유추의 전이를 용이하게 하고, 기저인 유추 모델과 표적인 개념 사이의 관계의 대응을 명확히 하고 학생들의 사고를 자극함으로써 학생들이 유추를 통하여 이해하도록 유도해야 한다고 하였다.

이렇게 유추는 여러 분야에서 사고하는데 없어서는 안 될 사고 도구이며 수학 문제를 해결하는데 있어서 중요한 역할을 한다. 유추는 다양한 개념과 영역, 상황 사이의 지식을 전이시키는데 큰 역할을 하며 추론과 문제해결 더 나아가 새로운 영역을 이해하는데 사용된다. 또한 창의적인 사고와 의사소통을 위한 수단이 되며 개념형성과 단어의 의미를 이해하기 위해 필요한 인지적 처리과정의 기초가 된다(Holyoak & Thagard, 1995). 따라서 이러한 유추적 사고를 기르는 것은 수학 문제를 해결하는 데 있어 핵심적인 과제라 할 수 있다.

## 2. 유사성과 유사성을 통한 문제해결

유사성(similarity)은 새로이 학습해야 할 내용과 밀접한 관련이 있는 지식을 활성화하기 위해 기억 속에 이미 존재하는 지식을 새로운 사실과 연결시키는데 중요한 역할을 한다. 이러한 유사성을 지각하는 능력은 인지적인 활동을 하는데 가장 근본적인 측면 중의 하나이다(신현정, 2000). 사람들이 대상을 비교할 때는 개념에 대한 주요한 현상의 하나인 유사성을 토대로 다양한 비교를 한다(Holyoak & Thagard, 1989). 유추는 유사성보다는 체계적이고 한 차원 더 높은 사고로 관계들이 서로 연결된 체계로 대응되는 경향이 있는데 유추와 유사성은 관계적 구조의 정렬(alignment)을 포함한다는 공통점이 있다. 유사한 문제를 해결하는 과정에서 대부분의 사람들은 근거(source) 문제를 바탕으로 유사한 목표(target) 문제의 해결 방법을 생각한다. 동일하고 유사한 부분들을 바탕으로 추론을 하며, 이때 목표문제가 이전에 해결하였던 근거문제의 내용과 해법에 관련된 지식을 생각할 수

있는 단서가 된다. 목표문제와 근거문제를 연결해 주는 것이 유사성이고 그 때 작용하는 것은 표면적 정보와 구조적 관계 모두에 관련된 유사성이며 구조를 강조하는 유추인 것이다(Gentner & Markman, 1997).

유사성은 대상들의 특징이나 속성을 어떠한 시각으로 바라보느냐에 따라 다양하게 구분될 수 있다(신현정, 2000). 유사성의 유형을 첫째, 표면적 유사성(surface similarity)과 심층적 유사성(deep similarity), 둘째, 총체적 유사성(global similarity)과 차원적 유사성(dimensional similarity)으로 크게 두 가지의 관점으로 나눌 수 있다. 표면적 유사성은 개념들에 대해 접근하기 용이한 구성 성분들을 근거로 사고될 수 있는 것이며 심층적인 유사성은 중심적인 관점의 유사성으로 개념에 대한 핵심적인 특성에 대한 것이다(Medin & Ortony, 1989). 표면과 심층에 대한 유사성 구분을 연구자에 따라서 다르게 표현하기도 한다. Gentner(1989)는 유사성을 표면적 유사성과 구조적 유사성(structural similarity)으로 구분하였으며 표면적 유사성은 문제에서 서술된 정보를 바탕으로 구체적인 단어나 문구 등의 서술적 정보의 유사성으로 보았고 구조적 유사성은 공유하는 해법원리나 주요 구성요인들 사이의 인과적인 관계의 유사성으로 보았다(박현정, 이종희, 2006, 재인용). 총체적 유사성과 차원적 유사성은 Smith(1989)에 의해 구분되었다. 이러한 두 유사성은 대상들 사이에서 전체적인 시각의 관점으로 보느냐 아니면 특정한 차원에서 제한적으로 비교하느냐에 따라서 구분되는 것이다. 따라서 총체적 유사성은 두 대상을 어떤 특정 차원을 바탕으로 비교하여 유사하다고 하는 것이 아니라, 전체적으로 유사하다는 경우로 보는 것이고, 차원적 유사성은 보다 제한적인 방법으로 두 대상을 어떤 특정 관점에서 유사하다는 경우로 보는 것이다. 이러한 관점 외에도 Chen(2002)에 의해 절차적 유사성(procedure similarity)이라는 다른 종류의 유사성이 연구되었으며 절차적 유사성을 일반적인 해법 원리나 아이디어를 목표 달성을 위한 구체적인 연산들로 변형하는 과정의 유사성으로 보았다(박현정, 이종희, 2006, 재인용).

유사성과 관련한 문제해결에서의 추론은 근거문제의 관계적 구조를 목표문제의 유사한 구조에 대응시킬 수 있도록 하는 것으로 문제를 성공적으로 해결하기 위한 토대가 된다. 수학 문제해결에서 전문가는 해법과 문제의 구조적인 면을 기억하는 경향이 있고 초심자인 학생들은 문제에서의 문맥적인 정보나 질문의 형태, 커브스토리 와 같은 표면적인 문제 정보의 세부적인 부분만을 기억하는 경향이 있기 때문에 전문가와 다르게 즉흥적이고 자연스러운 연상을 토대로 현 문제에 대한 해법을 생각하기도 하며, 진정한 의미를 이해를 하지 못했으면서도 문제에 대한 교사의 질문이나 정답을 바르게 함으로써 마치 잘 알고 있는 것처럼 보일 수 있다(박현정, 2007). 이러한 측면에서 의사 분석적 사고는 학생들이 유사한 문제를 해결하거나 전형적인 문제를 해결하는 상황에서 주로 나타나는 사고 유형이다. 이것은 교사들이 학생들에게 기대하는 바람직한 분석적 사고에 의해 문제를 해결 하지 못하였음에도 불구하고 학생들이 문제를 분석적으로 해결하고 있는 것처럼 보이는 것을 말한다. Vinner(1997a)는 문제해결에서 의사 분석적 사고를 매우 즉흥적이며 자연스럽게 시작하지만 통제가 되지 않는 연상(associations)이라고 하였다. 이러한 의사 분석적 사고 과정은 분석적 사고 과정에 비해 단순하며 간단하고 임의적이며 주관적인 것으로서 우연히 정답을 구하여 교사나 다른 평가체계로부터 인정을 받을 수도 있다. 하지만 의사 분석적 사고과정에 대한 해답이 항상 옳은 것은 아니며 주어진 문제의 양적 정보나 문제 구조에 따라 학생들의 답안은 정답이 될 수도 있지만 오답으로 나타날 수 있다. 여기서 중요한 것은 의사 분석적 사고를 하는 경우는 표면적 유사성과 그에 대한 희미한 기억에 의존하여 즉흥적인 사고과정으로 문제를 해결하는 것이다. 따라서 의사 분석적 사고로는 진정한 수학적 지식을 얻을 수 없다(김남희, 1997, 박현정, 2007 재인용).

이와 관련된 최효진(2004)의 연구에서 근거문제와 목표문제의 구조가 동일임에도 학생들은 같은 구조를 갖는 문제로 깨닫지 못하고 있음을 볼 수 있는데, 이는 구조가 같은 동일한 문제라도 그 문제에 대한 표상과 추론이 다를 수 있음을 시사하며 근거문제와 새로운 목표문제가 표면적 유사성뿐만 아니라 구조적 유사성도 고려되어야 유추적 전이가 잘 일어날 수 있음을 시사하였고, 근거문제와 목표문제 간 관계의 사상을 명확히 하고 학생들의 사고를 자극함으로써 학생들이 유추를 하도록 유도하는 것은 교사의 중요한 역할이라고 하였으며, 구조적 전이를 용이하게 하는 다양한 방법을 개발해야 한다고 하였다. 이종희, 김진화, 김선희(2003)의 연구에서는 정교

한 모범풀이가 주어진 학습문제는 해결 절차를 수정해야 하는 유사문제를 푸는 데 별로 도움이 되지 않고 동치 문제에만 전이 효과가 있었으며 학생들은 그림, 도표가 있는 없는, 참고가 허용되는 아니든 이야기 맥락까지 유사한 동치문제를 동형문제보다 더 잘 해결하였고, 그림, 도표가 주어진 경우나 참고가 허용된 경우에만 동형그룹의 학생들이 유의한 차이로 유사문제를 잘 해결하였다. 이는 학생들이 학습한 내용에 구조적으로 접근하여 구조의 규칙을 추상화하는 데에는 어려움이 존재한다는 것을 나타내며, 유추적 전이에서 사상을 명료하게 하고 추상적인 스키마가 형성될 수 있도록 유추적 전이 과정과 그에 관련된 요인의 조사에 더 많은 교육적 노력이 필요함이 지적되었다.

### III. 연구 방법 및 절차

#### 1. 연구대상

전라북도 익산시에 소재한 한 중학교의 수학 성적 상, 중, 하 수준이 고르게 분포되어있는 2학년 남학생 33명을 대상으로 총 세 차시에 걸쳐 실험이 실시되었다<sup>2)</sup>. 이를 바탕으로 사상 명료화 활동을 통한 문제해결 과정을 조사한 뒤, 문장제에서 사상 명료화 활동으로부터 학생들이 구성하는 유사성 측면의 사고특성을 보다 구체적으로 알아보기 위해 33명중 서로 다른 특성을 보이는 5명의 학생을 선정하여 면담을 실시하였다. 면담을 통해 문제의 해법을 인식하는 과정과 문제를 구체적으로 해결하는 풀이 과정을 알 수 있었고 사상 명료화 활동에 대한 참여 학생들의 생각과 도움이 되었던 점 등을 알 수 있었다. 질적 연구에서는 연구 대상자를 연구 목적을 가지고 선발한다. 따라서 본 연구에서는 다섯 명의 연구 대상을 의도적인 표본선정에 의해 선정하였다. 의도적인 표본선정은 연구자가 발견하고 이해하고 통찰력을 얻기 위해 필요한 것으로 가장 많은 정보를 얻을 수 있는 방법이다(Merriam, 1998). 면담대상자의 선정기준은 첫째, 문제를 해결할 때 사상 명료화 활동을 한 학생 둘째, 사상 명료화 활동을 통해 문제를 성공적으로 해결하였거나 혹은 문제해결에 실패한 학생, 셋째 문제 풀이 과정이 자세히 드러나는 학생이었다. 다섯 명의 면담 참여 학생 중 학생A와 학생E는 전 학기 기말시험 성적이 중위권인 학생으로 서로 비슷했지만, 학생A의 경우 문제 풀이 과정이 자세했고, 사상 명료화 활동지의 빈 칸을 잘 채워 문제들을 해결하였다. 하지만, 학생E의 경우에는 사상 명료화 활동을 했는데도 문제 해결에 실패하기도 하였다(예를 들어 3차시 유사문제1과 유사문제2). 학생B와 학생D의 경우에도 시험 성적이 하위권으로 비슷했지만, 학생B의 경우 1차시에는 사상 명료화 활동지를 이용하지 않고 난이도가 좀 더 높은 2차시와 3차시의 검사과제의 대부분을 사상 명료화 활동을 통해 해결하였고, 학생D의 경우에는 전체적으로 사상 명료화 활동이 문제 해결에 크게 도움이 되지 않는 것처럼 보였다. 마지막으로 학생C는 상위권 학생으로 모든 문제들을 잘 풀 것이라는 예상과는 달리 2차시의 유사문제2의 해결에 어려움을 보여 면담대상자로 선정하였다.

#### 2. 검사 도구

문장제에서 유추 사상의 명료화를 통한 학생들의 문제해결을 알아보기 위하여 중학교 1학년 과정의 문제들로 1차시는 시간 문제, 2차시는 일 문제, 3차시는 최소공배수의 활용 문제로 검사지를 구성하였다. 1차시 문제는 최효진(2004)의 검사지 문제와 서혜련(2011)의 검사지 문제를 참고하여 구성하였고 2차시 문제는 이종희, 김진화,

2) 검사 도구를 구성하고 있는 문장제들은 중학교 1학년 일차방정식 활용에 관련된 문제들이나, 실험 목적상 이미 학습한 학생들을 선택해야 했으므로, 실험 당시 가장 최근에 관련 문장제를 학습한 경험이 있다고 할 수 있는 중학교 2학년을 연구 대상으로 하였다.

김선희(2003)의 검사지 문제와 박현정(2007)의 검사지 문제를 참고하였으며 3차시의 목표, 근거, 유사문제1은 이 중희, 이진향, 김부미(2003)의 검사지를 본 연구의 내용에 맞게 적절히 변형하여 활용한 것이며, 3차시의 유사문제2는 Novick & Holyoak(1991)의 검사지 문제를 번역하여 사용하였다. 각 차시마다 목표문제, 근거문제, 사상 명료화 활동지, 유사문제1, 유사문제2로 구성하였으며 목표문제와 근거문제, 유사문제1, 2는 동형문제이다. 동형 문제(isomorphic problem)는 이야기 맥락(물리적인 세부내용)은 다르지만, 해결 절차(풀이방법, 문제구조)가 같은 문제를 말한다(Reed, 1987). 제작된 검사지는 수학교육 전문가 3인의 검토를 받아 타당성을 검증 받았다. 다음은 2차시의 근거문제, 목표 문제, 유사문제1, 유사문제2 및 이에 대한 사상명료화 활동지의 예시이다.

<표 III-1> 2차시 활동의 목표문제, 근거문제, 유사문제1, 유사문제2

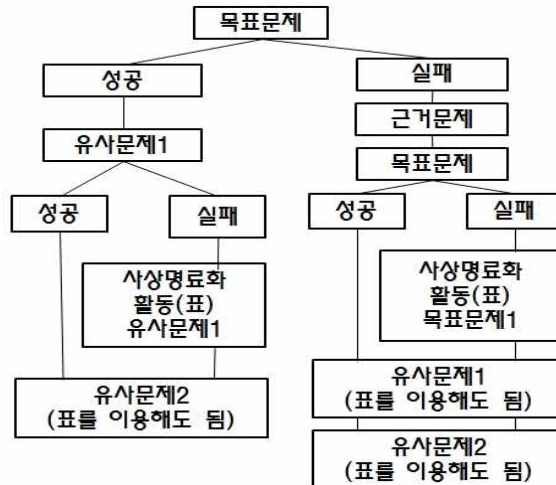
목표 문제	어머니와 딸이 대문을 페인트칠하려고 한다. 딸이 혼자서 페인트칠을 마치는데 6시간 걸리고 어머니 혼자서 하시면 4시간 걸린다. 그렇다면 쉬지 않고, 어머니와 딸이 둘이서 함께 대문을 페인트칠을 한다고 할 때, 완성하는데 걸린 시간은 얼마인가? (단, 어머니가 혼자서 1시간 먼저 페인트칠을 하신 후에, 나머지를 딸과 함께 페인트칠을 하셨다.)
근거 문제	작은 파이프는 15시간 만에 기름 탱크를 채울 수 있고 큰 파이프는 10시간 만에 그것을 채울 수 있다. 만약에 두 파이프가 동시에 사용된다면 탱크를 채우는데 얼마의 시간이 걸리겠는가? (단, 작은 파이프는 큰 파이프보다 5시간 먼저 사용되었다)
유사 문제1	형은 그의 집 정원에 있는 문의 페인트칠을 완성하는데 9시간이 걸리고, 동생은 12시간이 걸린다. 형과 동생이 4시간 동안 함께 페인트칠을 한 뒤 동생은 쉬고, 형 혼자서 나머지를 페인트칠하였다. 형이 혼자서 페인트칠을 마치는데 걸린 시간은 얼마인가?
유사 문제2	아들이 거실의 페인트칠을 완성하는 시간은 12시간이며, 아버지는 8시간이다. 이 때 먼저 아버지가 전체 거실의 $\frac{1}{4}$ 을 먼저 페인트칠을 하시고 난 후에 나머지 거실을 아버지와 아들이 함께 페인트칠을 하려고 할 때, 그 일을 마치는데 몇 시간이 걸리겠는가?

<표 III-2> 2차시 사상 명료화 활동지1

	근거문제	목표문제
무엇을 구해야 하나?	두 파이프를 동시에 사용할 때 걸리는 시간	
혼자 일을 하는 데 걸리는 시간은?	작은 파이프: 15시간 큰 파이프: 10시간	
전체 일의 양은?	30	
1시간 동안 각각 할 수 있는 일의 양은?	작은 파이프: 2 큰 파이프: 3	
주어진 조건은?	작은 파이프가 5시간 먼저 사용	
식을 세우면?	$2x + 3x + 10 = 30$	
정답은?	4시간	

### 3. 실험 절차

위의 절차에 따라 구성된 3차시 분량의 서술형 검사지를 활용하여 2012년 8월에 중학교 2학년 남학생 33명을 대상으로 검사를 실시하였다. 검사에 대한 응답을 할 때에는 다른 사람과 의논하지 않을 것과 충분히 생각하고 최대한 자세히 써줄 것을 강조하였고, 1차시 실험시간은 40분 내외로 하였다. 세부적인 실험절차는 다음과 같다. 기본적으로 목표문제, 유사문제1, 유사문제2순으로 풀되 실패한 경우에 사상 명료화 활동을 실시하여 문제해결에 도움을 주고자 하였다. 단, 처음에 목표문제를 실패한 학생들은 근거문제를 5분간 스스로 탐색하여 문제를 풀어볼 기회를 준 다음 연구자가 문제의 내용을 설명하고 풀이를 제시해 주어 근거문제를 참고하여 목표문제를 다시 한 번 풀어보도록 하였다. 근거문제 풀이 후에 목표문제를 다시 제시하는 이유는 학생들이 근거 문제를 인출한 경우만으로 유추에 성공할 수 있는지 알아보기 위해서다. 근거문제 풀이 후에도 목표문제를 해결하지 못한 학생들은 사상 명료화 활동을 통해 목표문제를 다시 풀어본다. 이는 사상 과정에서 대응되는 성분들을 직접적으로 짚기기를 하는 사상 명료화 활동이 유추의 성공을 가져오는지를 알아보기 위한 것이다. [그림 III-1]은 실험 과정의 세부 절차를 정리한 것이다.



[그림 III-1] 검사지를 활용한 차시별 실험 절차

검사 실시 후 유추 사상의 명료화가 문장제에서 어떤 영향을 미치며 학생들이 문제를 해결할 때 어떠한 사고를 하는지를 구체적으로 알아보기 위해 학생 5명을 검사지에 서술된 내용을 토대로 선별하여 개별 면담을 실시하였다. 학생들에게 처음에 문제를 접했을 때 문제를 인식하는 단계에서 문제들의 유사성과 차이점을 구별할 수 있었는지, 문제를 어떻게 해결하려고 했는지 또한 문제를 어떻게 해결했는지, 사상 명료화 활동이 문제를 해결하는데 어떠한 도움을 주었는지를 물어보고 학생들의 구체적인 설명을 들었다. 모든 면담 내용은 녹음을 하였고 면담자와 학생 간에 이루어진 대화 내용은 전사 작업을 통하여 문서화하였다.

### 4. 자료 분석

사상 명료화 활동을 통한 문제해결과정의 어떠한지 구체적으로 알아보기 위해 연구 대상자들이 활동한 검사

지를 토대로 한 기초통계자료와 관찰을 통한 현장기록 자료가 활용되었고, 문장제에서 사상 명료화 활동으로부터 유사성 관점에서 학생들이 구성하는 사고특성이 무엇인지 알아보기 위해서는 질적 사례 분석 방법을 적용하여 연구 대상자들의 검사지와 문서화된 면담 자료를 심층적으로 분석하고 학생들이 유사한 문장제에서 사상 명료화 활동을 통해 구성하는 유사성과 사고 특성을 분석하였다. 유사성은 표면적 유사성, 구조적 유사성, 절차적 유사성으로 구분하였는데 표면적 유사성은 문제에서 서술된 정보를 바탕으로 구체적인 단어나 문구 등의 서술적 정보의 유사성을 인식한 경우이며 구조적 유사성은 주어진 문제를 해결하기 위하여 어떤 공식이나 원리를 이용하면 풀 수 있다는 설명을 하는 경우이며, 절차적 유사성은 식을 세우고 전개하는 구체적인 연산 과정에 대한 경우에 대하여 분석하였다. 또한 분석적 사고와 의사 분석적 사고에 대한 Vinner(1997a, 1997b)의 연구내용을 근거로 학생들의 사고 과정의 특성을 분석하였다. 분석틀 및 구체적 자료 분석 절차는 아래 [그림 III-2]와 같다.

연구대상	학생A	B	C	D	E
실험	1차시	2차시	3차시		
분석	표면적 유사성 구조적 유사성 절차적 유사성				
분류	분석적 사고 or 의사분석적 사고				

[그림 III-2] 분석틀 및 자료 분석 절차

#### IV. 결과 분석 및 논의

##### 1. 사상 명료화 활동을 통한 문제해결 과정 분석

사상 명료화 활동을 통한 학생들의 문장제 해결과정을 보고자 하는 연구 목적을 고려하여, 본 논문에서는 처음 주어진 목표 문제에 대해 실패한 학생들의 사상 명료화 활동을 통한 문장제 해결과정에 주목하여 분석결과를 제시할 것이다. 1차시 검사과제에서 연구 대상 33명 중 처음에 목표문제를 해결한 학생은 26명, 해결하지 못한 학생은 7명 이었는데, 이들 중 3명은 근거문제를 풀이 후에 목표문제를 성공하였고, 4명이 실패하였다. 실패한 4명 중 표를 이용한 사상 명료화 활동을 통해 3명이 목표문제를 해결하였고 무응답은 1명이었다. 이어 유사문제1에서는 처음에 실패한 7명 중 6명(표이용: 3명, 표없이: 3명)이 해결에 성공하였고, 유사문제2도 7명 중 5명(표이용: 1명, 표없이: 4명)이 해결에 성공하였다. 33명 중 다수라고 할 수 있는 26명이 처음에 성공한 비교적 쉬운 난이도의 문제임에도 불구하고 실패한 7명의 학생 중 4명은 근거문제를 인출한 경우만으로 유추에 성공하지 못하였으나, 사상 명료화 활동을 통해 그 4명 중 3명이 문제를 해결하였다. 이는 사상 명료화 활동이 어느 정도 도움이 되었다고 볼 수 있는 것이며, 또한 유사문제2에서는 유사문제1의 경우보다 1명이 적은 5명이 해결에 성공하였으나, 이는 구조적 유사성의 변형으로 인해 유사문제2의 난이도가 목표문제, 근거문제, 유사문제1에 비해 조금 높아졌음을 감안하면 자연스러운 결과라 할 수 있고, 오히려 사상 명료화 활동을 위한 표사용이 줄어든 것은 학생들이 이미 목표문제와 근거문제, 유사문제1을 풀면서 문제들이 유사한 문제이며 풀이 과정 또한 유사하다는 것을 인식하여 사상 명료화 활동의 도움 없이도 유추에 성공하여 유사문제2를 해결할 수 있었던 경우도 발생했음을 추측해 볼 수 있다.



2차시의 검사과제는 연구 대상 33명 중 1명만이 처음에 목표문제를 성공하였으며, 나머지 32명은 문제해결에 실패하였다. 이들 중 다시 1명만이 근거문제 풀이 후에 목표문제를 바로 성공하였고, 31명이 해결하지 못하였는데, 실패한 31명중 표를 이용한 사상 명료화 활동을 통해 21명이 성공, 7명이 실패, 무응답은 3명이었다. 이어 유사문제1에서는 처음에 실패한 32명 중 21명(표이용: 14명, 표없이 7명)이 해결에 성공하였고, 5명이 실패, 무응답은 6명 이었고, 유사문제2에서는 11명(표이용:7명, 표없이: 4명), 10명이 실패, 무응답은 11명이었다. 이러한 결과는 목표문제는 근거문제를 인출한 경우만으로는 유추에 성공하여 문제를 해결하기 힘들었으며 사상 명료화 활동이 학생들의 문제해결에 긍정적인 영향을 준 것임을 보여준다. 유사문제1에 대해서도 높은 성공률을 보여주었으나, 유사문제 2에 대하여는 절반 정도인 11명만이 문제를 해결하였다. 이는 1차시의 검사과제의 경우와 마찬가지로 구조적 유사성의 변형으로 인해 실제 문제해결과정에서 약간의 식의 변형이 필요한 문제였기 때문으로 보인다.

3차시의 경우 연구 대상 33명 모두 처음에 목표문제 해결에 실패하였다. 이들 중 다시 1명만이 근거문제 풀이 후에 목표문제를 바로 성공하였고, 실패한 32명중 표를 이용한 사상 명료화 활동을 통해 25명이 성공, 5명이 실패, 무응답은 2명이었다. 유사문제1에서는 전체 33명 중 19명(표이용: 19명, 표없이 0명)이 해결에 성공하였고, 11명이 실패, 무응답은 3명 이었고, 유사문제2에서는 23명(표이용:23명, 표없이: 0명), 7명이 실패, 무응답은 3명이었다. 이는 근거문제의 단순한 제시는 학생들의 문제해결에 충분하지 않음을 다시 한 번 보여주는 것이라 볼 수 있으며, 많은 학생들이 사상 명료화 활동을 통해 목표문제, 유사문제1, 유사문제2 해결에 성공하는 것을 볼 때, 사상 명료화 활동이 학생들의 문제해결에 도움을 주고 있음을 알 수 있다. 하지만 그럼에도 불구하고 구조적 변형이 가장 두드러진 유사문제2에 대한 낮은 성공률을 고려하면 사상 명료화 활동이 반드시 유추를 활용한 문제 해결 활동의 성공을 보장하는 것은 아니라는 것을 보여준다. 즉, 사상 과정에서 대응되는 성분들을 직접적으로 짚기기를 하는 사상 명료화 활동이 학생들의 문제해결력과 성공률을 무조건 높여주는 것이 아니라 문제마다 차이가 있고 미치는 영향이 다르다는 것이다. 따라서 위의 결과는 학생들의 문장제 해결과정에서 드러나는 사상 명료화 활동의 역할에 대해 보다 면밀한 조사가 필요함도 동시에 제시하고 있다고 하겠다.

전체적으로 사상 명료화 활동에서 드러나는 학생들의 문제 해결과정에서의 특징은 표의 답을 그대로 보고 따라하지 않고 문제를 구조를 이해하며 해결하였으며 풀이 과정은 표의 순서에 맞게 표의 빈 칸을 채워나가며 문제를 성공적으로 해결해 나갔다는 것이다. 즉, 사상 명료화 활동을 크게 어렵게 느끼지 않고 잘 활용한 것으로 보인다. 그럼에도 불구하고, 사상 명료화 활동을 통하여도 문제를 해결하지 못한 사례가 있었다. 차시별로 살펴보면 1차시에서는 구문의 이해부족으로 혼동하여 문제를 해결하지 못한 경우, 식은 잘 세웠으나 단순 계산의 실수로 정답을 구하지 못하거나, 문제를 이해하지 못했을 뿐만 아니라 표의 질문을 이해하지 못하여 표의 빈 칸을 채우는데 어려움을 느끼는 경우도 있었다. 2차시에서는 식은 잘 세웠으나 계산 실수로 오답을 한 경우, 구문의 이해부족으로 적절하지 않은 식을 세운 경우, 문제를 이해하지 못하여 잘못된 식을 세운 경우가 있었다. 특히 유사문제2의 경우에는 '전체 거실의  $\frac{1}{4}$ ' 부분이 학생들에게 혼란을 주어 식을 세우는데 어려움을 주었다. 3차시에서는 표의 빈 칸을 잘 채웠으나 마지막 단계에서 제한 조건을 반영하지 못하였거나 숫자가 큰 경우에는 계산 실수를 하여 정답을 구하지 못하는 경우가 있었고 사상 대응은 잘 하였으나 문제에 대한 이해가 부족하여 '우리가 구해야 하는 수를 말로 나타내 보면?'의 부분을 해결하지 못하였다. 또한 사상 대응을 하는 것 자체를 어려워하는 경우도 있었으며 선수 지식인 최소공배수 개념을 잘 알지 못하여 문제해결을 어려워하는 경우도 있었다. 특히, 2차시에서는 사상 명료화 활동 외에도 전체 일의 양을 무엇으로 놓고 푸느냐가 학생들의 문제해결에 영향을 주었는데 2차시는 일 문제로 대부분의 학생들은 전체 일의 양을 1이나 혼자 일하는데 걸리는 시간들의 최소공배수로 놓고 푸는 경향이 있었다. 전체 일의 양을 1로 놓을 경우 학생들은 1시간 동안 혼자 할 수 있는 일의 양을 구하는데 분수연산이 필요하기 때문에 이로 인해 식을 세우는데 있어서 어려움을 겪거나 식을 잘 세운다

하더라도 통분하는 과정에서 계산 실수 때문에 문제를 해결하지 못하는 경우가 있었고, 전체 일의 양을 최소공배수로 놓고 푼 경우에는 분수연산을 할 필요가 없으므로 문제를 이해하는데 큰 어려움 없이 식을 잘 세우고 상대적으로 단순한 식을 계산함으로써 문제를 잘 해결하는 경향을 보였다.

## 2. 사상 명료화 활동으로부터 드러나는 사고 특성

선별된 학생 5명에 대한 면담 자료를 바탕으로 문장제에서 사상 명료화 활동으로부터 유사성 관점에서 학생들이 구성하는 사고 특성을 분석하기 위해 Vinner(1997b)의 유사한 문제를 해결하는 경우에서 발생할 수 있다는 의사 분석적 사고와 분석적 사고의 측면에서 분석하였다. 그 결과 아래의 <표 IV-1>에서와 같이 학생A는 2차시와 3차시에서 분석적 사고를 하였고, 학생B와 D는 2차시에서는 분석적 사고를 3차시에서는 의사 분석적 사고를 하였으며 학생C와 E는 1, 2, 3차시에서 분석적 사고를 하였다고 분류되었다. 본 논문에서는 분석적 사고와 특성을 구체적으로 설명하기 위해 학생A의 2차시, 의사 분석적 사고의 설명을 위하여 학생B의 3차시에 대한 분석을 제시하기로 한다.

<표 IV-1> 사상 명료화 활동으로 문제를 해결한 학생의 사고 유형<sup>3)</sup>

학생 차시	학생A	학생B	학생C	학생D	학생E
1차시			분석적사고		분석적사고
2차시	분석적사고	분석적사고	분석적사고	분석적사고	분석적사고
3차시	분석적사고	의사 분석적사고	분석적사고	의사 분석적사고	분석적사고

### 가. 분석적 사고의 특징: 학생A의 2차시 분석

학생A는 처음에 목표문제를 해결하지 못하고 근거문제 풀이 후에도 목표문제를 해결하지 못하였으나 사상 명료화 활동을 통해 목표문제를 성공적으로 해결하였다. 이 때 목표문제는 다만 틀렸는데 면담과정에서 단순한 계산 실수임을 인정하였고 문제를 충분히 이해하여 식을 세웠으므로 성공적으로 문제를 해결한 것으로 보았다. 유사문제1, 2도 사상 명료화 활동을 이용해서 문제해결에 성공하였다. 학생A는 분석적 사고를 했다고 볼 수 있는데, 이는 학생 A가 문제에서 서술된 정보를 바탕으로 표면적 유사성을 구성하고 문제들 사이에서 차이점을 구분하여 이를 토대로 해법 원리나 공식을 인식하는 구조적 유사성을 구성하였음을 보였기 때문이다. 또한 구성된 해법 원리를 바탕으로 사상 명료화 활동을 통해 단순히 사상 대응만을 한 것이 아니라 문제를 제대로 이해하면서 절차적 유사성을 구성하여 문제를 성공적으로 해결하였기 때문이다. 학생A의 사고 과정의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

#### (1) 표면적 유사성과 차이점 인식

3) 학생A, 학생B, 학생D의 1차시의 경우 사상 명료화 활동 없이 목표문제와 유사문제 1, 2를 성공적으로 해결하였으므로 사고 유형구분의 대상이 되지 않았다.

발췌문 1 : 문제들의 유사성과 차이점 인식

- 1 연구자 : 2차시 검사과제의 문제들의 비슷한 점은 뭘까?
- 2 학생 : 똑같은 하나의 일이 있고, 그 일을 특정시간동안 할 수 있는 일의 양이 정해져 있고 또 일의 양에 제한이, 시간 변화가 없고, 그러니까 시간에 따른 일의 양이 변하지 않고, 항상 일정한 일의 양을 할 수가 있고, 전체 양에서 누군가가 그 일을 먼저 하거나 같이 실행해서 해 가지고 남는 양을 이용해서 문제를 푸는 공통점이 있었어요.
- 3 연구자 : 차이점은?
- 4 학생 : 혼자서 다 한다고 하거나 아니면 둘이 합쳐놓고 합쳐서 둘이 함께 그 일을 한 다음에 남은 사람 한 사람이 그 일을 하거나 아니면 한 사람이 먼저 하고 두 사람이 함께 일을 하거나...
- 5 연구자 : 목표문제와 유사문제1의 차이점은 뭘까?
- 6 학생 : 차이점은 형과 동생이 함께 페인트를 칠한 뒤 형 혼자서 나머지를 페인트를 칠하는 부분이 다르다고 느꼈어요.

[발췌문 1-2]에서와 같이 학생A는 문제들이 ‘똑같은 하나의 일이 있고’, ‘시간에 따른 일의 양이 변하지 않고’, ‘전체 양에서 누군가가 그 일을 먼저 하거나 같이 실행해서 해 가지고 남는 양을 이용해서 문제를 푸는’ 이라는 부분이 유사하다고 설명함으로써 ‘일을 하는 상황’이라는 표면적 유사성을 구성하였다. 또한, 목표문제와 유사문제1에서는 [1-6]에서와 같이 ‘형 혼자서 나머지를...’ 이 부분이 문맥상으로 봤을 때 차이가 있다고 하면서 목표문제는 어머니가 혼자서 1시간 일한 뒤 어머니와 딸이 함께 일을 완성하는데 걸리는 시간을 구하는 것이고 유사문제1은 형과 동생이 함께 일한 뒤에 형이 혼자서 남은 일을 마치는데 걸리는 시간을 구하는 것이 차이점이라는 것을 인식하여 표면적인 정보를 바탕으로 문제들 사이에서 동일한 부분과 다른 부분을 구분하였다. 유사문제2도 마찬가지로 유사성을 구성하였다. 즉 학생A는 문제의 정보를 이해하는 단계에서 주어진 문제와 이전 문제 사이에서 서술된 표면 정보들 사이의 표면적인 유사성을 인식하면서 동시에 차이점도 인식하였다. 이러한 차이점의 인식은 문제 구조를 인식하는데 영향을 미쳤으며 문제와 관련된 해법에 대한 통제와 반성을 가능하게 하는 근원이 되었다.

## (2) 구조적 유사성 구성: 문제 상황과 연결

발췌문 2 : 유사문제1의 해법 원리 인식

- 1 연구자 : 유사문제1은 처음에 어떻게 풀어야 할지 알았어?
- 2 학생 : 네. 전체 일의 양을 놓고, 동생과 형이 할 수 있는 일의 양을 구한 다음, 형과 동생이 함께 페인트를 칠한 양을 정해놓고, 식을 세워서 풀면 될 거 같았어요.

학생A는 문제에 서술된 문맥적인 정보를 바탕으로 ‘일을 하는 상황’이라는 것을 인식하고 문제에 주어진 숫자 정보나 ‘먼저’, ‘함께’, ‘전체 거실의  $\frac{1}{4}$ ’와 같은 단어를 통해서 이전 문제를 풀기 위하여 사용하였던 ‘일의 비율’과 ‘일의 양’에 대한 개념을 해법 원리로 생각하는 이전 문제와의 구조적 유사성을 구성하였다. 또한 학생A가 이전 문제로부터 기억하는 해법은 [2-2]와 같이 문제를 해결하는 절차나 순서에 대한 지식이었다. 이는 문제를 이해하는 과정에서 단지 문제에서 서술된 단어나 문구만이 아니라 문제 상황에 대한 이해가 필요한 것으로 학생A가 이전 문제와의 유사성을 바탕으로 생각하는 해법 공식은 문제 상황과 연결되어 구성된 것으로서 구조적 유사성이 구성된 것이다.

(3) 절차적 유사성 구성: 문제를 이해하며 사상 명료화 활동 해결

발췌문 3 : 유사문제1, 2의 풀이 과정 설명

- 1 연구자 : 유사문제1의 표에서의 식이 왜 이렇게 나왔는지 설명해볼까?
- 2 학생 : 36은 최소공배수를 이용해서 만든 전체 일의 양이었고, 4x와 3x는 동생과 형이 할 수 있는 일의 양, 형과 동생이 함께 페인트를 칠한 양을 정해놓고, 식을 세워서 풀었어요.
- 3 연구자 : 유사문제2는 왜 이런 식을 세웠는지 설명해볼까?
- 4 학생 : 앞의 문제랑 비슷하긴 한데, 전체일의 양을 이렇게 두고, 아버지가 먼저 4분의 1을 칠하셨다고 해서 순간 좀 헷갈리긴 했는데 이 문제와 비슷하게 아버지가 먼저 일한 양을 놓고..
- 5 연구자 : 아버지가 한 양이 왜 6이야?
- 6 학생 : 아버지가 한 양은 4분의 1하고 한 양하고 매치를 시켜서... 전체일의 양 24에다가 4분의 1을 곱했어요. 3x, 2x는 아버지하고 아들이 함께 일을 한 양으로 냈어요.

학생A는 목표문제, 유사문제1, 2를 사상 명료화 활동을 이용해서 해결하였다. 문제들이 일을 하는 상황이라는 일 문제라는 것을 인식하고, ‘일의 비율’, ‘일의 양’이라는 개념을 해법 원리로 생각한 후에 [그림 IV-1]과 같이 표의 빈칸을 채워가면서 절차적으로 유사함을 느꼈으며 문제들의 풀이과정을 우선 전체 일의 양을 최소공배수로 정한 후에 각자 1시간에 할 수 있는 일의 양을 구한 후, 문제의 조건에 맞게 식을 세워 문제를 해결하였다. 이는 일반적인 해법 원리나 아이디어를 목표 달성을 위한 구체적인 연산들로 변형하는 과정의 유사성 즉, 문제를 해결하기 위해 관련된 원리를 적용하고, 구체화하기 위한 식을 세우고 전개하는 과정인 절차적 유사성이 구성된 것이다.

< 사상 명료화 활동(표1) >			유사문제1	유사문제2
무엇을 구해야 하나?	근거문제 두 파이프를 동시에 사용할 때 걸리는 시간	목표문제 어머니 할 줄까지 아버지는 칠할여 볼 줄까지 10인	형이 칠리니 페인트를 칠하는데 걸리는 시간	아버지, 아들이 함께 페인트 칠하는데 걸리는 시간
혼자 일을 하는데 걸리는 시간은?	작은파이프: 15시간 큰파이프: 10시간	형 = 6시간 아버지 = 8시간	형 = 9시간 동생 = 12시간	아들 = 12시간 아버지 = 8시간
전체 일의 양은?	30	12	36	24
1시간 동안 각각 할 수 있는 일의 양은?	작은파이프: 2 큰파이프: 3	형 = 2 아버지 = 3	형 = 4 동생 = 3	아들 = 2 아버지 = 3
주어진 조건은?	작은 파이프가 5시간 먼저 사용	어머니 먼저 칠할 줄까지	형과 동생이 함께 4시간 할 줄까지	아버지가 전체 칠을 할 줄까지
식을 세우면?	$2x + 3x + 10 = 30$	$2x + 3x + 3 = 12$	$4x + 3x + 28 = 36$	$2x + 3x + 6 = 24$
정답은?	4시간	2시간	2시간	$\frac{18}{5}$

[그림 IV-1] 학생A의 2차시 문제들의 사상 명료화 활동 과정

발췌문 4 : 사상 명료화 활동을 통해 문제를 이해하여 해결

- 1 연구자 : 유사문제1, 2도 짝짓기(사상 대응)를 한 거야?

- 2 학생 : 짝짓기를 하긴 했지만 앞의 문제처럼 보고 바로 대조시켜서 하지 않구요. 앞에서 문제를 풀어봤으니까 이제 좀 풀 줄 아니까 문제를 보고 질문을 보고 쓰고 이걸 쓴 다음에 일단 이것을 보고 내용이 비슷한지 본 다음에 문제를 다시 한 번 보고 질문 본 다음에 맞는지 매치를 시켰어요.
- 3 연구자 : 그럼 앞의 문제랑 비슷하게, 모방을 한 것이 아니라 너가 문제를 보고 이해를 하고 칸을 채운거야?
- 4 학생 : 네. 그게 더 중요하다고 생각을 했어요.
- 5 연구자 : 식을 세우는 의미를 잘 알고 있구나?
- 6 학생 : 네.
- 7 연구자 : 왜 이렇게 식을 세우는지를 잘 이해하고 있는 것 같아, 공식처럼 외워서 푸는 것이 아니라 의미를 알고 문제를 푸는 것 같아.
- 8 학생 : 네. 답보다는 내가 이해하고 식을 세워서 푸는 것이 더 중요하다고 생각을 했어요.

학생A는 [발췌문 4]에서와 같이 목표문제와 유사문제1, 2를 표를 이용하여 사상 명료화 활동을 하면서 문제를 이해하고 해법원리를 이해하여 올바르게 적용함으로써 문제들을 해결하였다. 사상 명료화 활동을 했지만 근거문제의 답과 학생 자신이 푼 목표문제의 칸의 내용을 그대로 사상대응을 한 것이 아니라 문제들을 주의 깊게 읽어본 후, 이에 대한 이해를 바탕으로 표의 질문에 답을 하면서 모르는 부분은 근거문제의 답을 참고하여 문제를 해결하였다. 또한, 식을 세울 때에도 왜 이렇게 식을 세워야하는지 이해하며 식을 세웠다. 목표문제에서는 전체 일의 양을 최소공배수인 12로 놓고, 어머니와 딸이 1시간 동안 할 수 있는 일의 양을 구한다음, 조건에 맞게 식을 잘 세웠고, 유사문제1에서는 먼저 표의 빈 칸을 채우면서 문제를 이해하고 문제의 구조를 파악한 다음, 전체 일의 양을 최소공배수인 36으로 놓고 형과 동생이 1시간동안 할 수 있는 일의 양을 구하고, 형과 동생이 함께 1시간 동안 할 수 있는 일의 양인 7을 구한 후에 조건에 맞는 식을 잘 세웠다.

발췌문 5 : 유사문제2의 차이점 인식

- 1 연구자 : 목표문제와 유사문제2의 차이점은?
- 2 학생 : 분수를 이용해서 아버지가 한 일을 했다는거... 처음에 했던 문제에서 더 보충을 해주는 도움이 되는 문제인거 같아요. 처음에 풀었던 문제가 좀 어렵다고 느꼈었는데 그걸 푼 다음에, 문제집 보면 C단계 같은 보충해주는 문제가 있잖아요.
- 3 연구자 : 아 그럼 이 문제가 어려운 문제, C단계 문제?
- 4 학생 : 네. 그런 문제 역할을 해준 거 같아요.
- 5 연구자 : 그럼 앞에서 푼 문제가 B단계 수준의 문제였다면 이 문제(유사2)는 조금 더 어려운 문제였다고 생각한 거야?
- 6 학생 : 네. 식을 세우는데 약간의 변형이 있었기 때문이에요.
- 7 연구자 : 유사문제2가 가장 어려웠구나?
- 8 학생 : 네. 여기서 제 생각엔 그랬어요.

학생A는 유사문제2의 경우 위의 [발췌문 5]에서와 같이 근거문제, 목표문제, 유사문제1 보다 처음에 접했을 때 어렵게 느껴졌다고 했다. 그 이유는 ‘전체 거실의  $\frac{1}{4}$ ’의 부분에서 이전 문제와는 다름을 느낀 것이다. 이전 문제에서는 함께 일하기 전 먼저 얼마만큼의 일을 하거나 함께 일하고 나중에 혼자 일을 할 때 시간이 기준이 되었었는데 유사문제2는 시간이 나오지 않고 전체일의 비율이 나오다보니 분수가 나와서 이전 문제들 보다 어렵게 느껴진 것이다. 그러나 근거문제와 목표문제, 유사문제1과 절차적 유사성을 구성하여 우선 전체일의 양을

최소공배수인 24로 놓고 아버지와 아들이 1시간동안 할 수 있는 일의 양을 각각 구한 다음, 이전 문제와는 다른 부분인 ‘전체 거실의  $\frac{1}{4}$ ’ 부분을 ‘전체일의 양  $\times \frac{1}{4}$ ’ 즉  $24 \times \frac{1}{4}$ 로 옳게 생각하여 조건에 맞게 식을 세웠다. 이처럼 학생A는 일 문제를 해결하는데 문제 상황과 연결된 변형이 가능한 식을 구성하였다. 따라서 학생A는 문제들의 유사성과 차이점을 인식하고 문제 정보의 의미를 파악하고 이해를 바탕으로 문제 상황과 연결된 변형이 가능한 식을 구성하였으며 사상 명료화 활동에서 단지 사상 대응만을 한 것이 아니라 모르는 부분을 참고하여 이해를 바탕으로 올바른 식을 세워 문제를 해결하였으므로 분석적 사고를 한 것으로 볼 수 있다.

#### 나. 의사 분석적 사고의 특징: 학생B의 3차시 분석

학생B는 처음에 목표문제를 해결하지 못하였고 근거문제 풀이 후에도 목표문제를 해결하지 못하여 사상 명료화 활동을 통해 목표문제를 해결하였다. 유사문제1은 사상 명료화 활동을 이용하여 문제해결에 성공하였고 유사문제2는 답은 맞았으나 풀이 과정이 옳지 않았다. 학생B가 의사 분석적 사고를 했다고 판단하는 이유는 목표 문제와 유사문제1, 2를 사상 명료화 활동을 이용하여 표의 빈 칸을 채우며 정답을 구하여 성공적으로 문제를 해결한 듯 보였지만 학생이 문제를 해결하는데 있어서의 사고 과정은 바람직하지 않은 사고를 보였기 때문이다. 사고 과정의 특징을 유사성 관점에서 살펴보면 다음과 같다.

#### (1) 표면적 유사성은 구성하였으나 차이점은 인식하지 못하는 경향

##### 발췌문 6 : 문제들의 유사점과 차이점

- 1 연구자 : 목표문제와 근거문제의 유사점은?
- 2 학생 : 목표문제는 뭐뭐를 나눴는데도 몇 명이 남고 남고.. 한건데요 식물도요 이렇게 나눴는데 몇 개씩 남고 어떤 것은 2개씩 심을 공간이 더 있고 해서 수가 안 맞아요.. 조건에 맞는 것의 답을 구하는 거예요.
- 3 연구자 : 차이점은?
- 4 학생 : 조건이 달라요. 최소의 수, 45명 이상 200명 이하..
- 5 연구자 : 목표문제가 최소공배수를 이용하는 문제라는 것을 알았어?
- 6 학생 : 최소공배수를 이용해야하는 것은 알았지만 어떻게 풀어야할지 막막했어요.
- 7 연구자 : 유사문제1과 2는 유사했어?
- 8 학생 : 네.
- 9 연구자 : 차이점은?
- 10 학생 : 별로 느끼지 못했어요.

학생B는 [6-2, 4]와 같이 목표문제와 근거문제의 ‘몇 개씩 하면 몇 개가 남고’와 같은 서술된 정보를 바탕으로 구체적인 단어나 문구 등의 서술적 정보의 유사성인 표면적 유사성을 구성하였고, 표면적 정보를 통하여 조건이 다르다는 것을 인식하여 표면적인 정보를 바탕으로 문제들 사이에서 동일한 부분과 다른 부분을 구분하였다. 그러나 유사문제1, 2는 거의 차이점을 느끼지 못하였다. 따라서 어떤 특정 차원을 바탕으로 비교하여 유사하다고 하는 것이 아니라 전체적으로 유사하다고 느끼고, 차이점을 구별하지 않고 전체적으로 비슷하다고 보았다. 즉, 2차시의 문제들에서 표면적 유사성은 구성하였으나 차이점은 인식하지 못하는 경향을 보였다.

#### (2) 사상 명료화 활동을 통해 문제 상황과 연결되지 못한 구조적 유사성 구성

학생B는 이전 문제와의 표면적 유사성을 바탕으로 목표문제와 유사문제1, 2도 최소공배수 개념을 이용하여 해결해야 한다며 최소공배수 개념을 해법 원리로 인식하였으나 어떻게 풀어야 할지를 몰랐으므로[6-6], 구조적 유사성을 구성하지 못하였다. 결국 사상 명료화 활동을 통해서 목표문제와 유사문제1, 2를 해결하면서, 표면적 유사성을 구성하고 [그림 IV-2]에서와 같이 표의 빈 칸을 채우며 각 요소들 간의 사상 대응을 하면서 근거문제를 해결하기 위하여 사용하였던 해법에 대하여 생각하면서 구조적 유사성을 구성하였다. 그러나 절차적 유사성을 구성할 때 문제를 정확히 이해하지 못하고 모방을 통해 문제를 해결한 것을 보면 문제 상황과 연결되지 못한 구조적 유사성을 구성한 것이라 할 수 있다.

< 사상 명료화 활동(표1) >

	정원 문제	밴드행진 문제	바자회 문제	조개 문제
무엇을 구해야 하나?	식물의 수	밴드부원 수	3개의 개수	3개의 개수
같은 나머지를 가지고 있는 약수는 그 때의 나머지는	10, 4, 5	12, 8, 3	16 14 8	5, 6, 9
나머지가 0인 약수는	2	5	6	4
제한 조건은	최소의 수	$45 \leq \text{배수} \leq 200$ 4명	최소의 수	80 ~ 550
먼저 무엇의 최소공배수를 구해야 하나?	10, 4, 5	12, 8, 3	16 14 8	5, 6, 9
우리가 구해야 하는 수를 말로 나타내 보면?	20의 배수에 2를 더한 수로서 6의 배수인 수	20의 배수에 2를 더한 수로서 6의 배수인 수 $5 = 10 \div 2$	12의 배수에 2를 더한 수로서 6의 배수인 수 $6 = 12 \div 2$	10의 배수에 4를 더한 수로서 6의 배수인 수 $n = 10 \div 2$
정답은?	42	145	342	36 4

[그림 IV-2] 학생B의 3차시 문제들의 사상 명료화 활동 과정

(3) 절차적 유사성 구성 : 사상 명료화 활동에서 모방을 통해 문제 해결

발췌문 7 : 이해 없이 모방을 통해 문제해결

- 1 연구자 : 밴드행진 풀이 설명 좀 해줄래?
- 2 학생 : 밴드부원의 수를 구해야하는데요. 나누는 수들은 12명씩, 8명씩, 3명씩인데 그때 나머지는 전체가 다 1이예요. 나머지가 0인 약수는 5예요 그럼 5로 나눴을 때 밴드부원의 수는 분명 5의 배수예요 그런데 제한 조건이 45명 이상 200이하라고 했으니까 공배수를 12, 8, 3의 최소공배수를 구하면.. 1명씩 남았다고 했으니까 1을 빼야 되나 더해야 되나..
- 3 연구자 : 근거문제의 답이 없었다면 문제를 잘 풀 수 있었을까?
- 4 학생 : 힘들었죠...
- 5 연구자 : 그럼 표를 보면서 이해가 갔어?
- 6 학생 : 엄청 조금 이해가 갔어요...
- 7 연구자 : 왜 이렇게 빈 칸을 채워야하는지는 잘 모르겠었어? 이해가 갔어?
- 8 학생 : 배수를 구한 다음에 다시 그에 대한 배수를 또 구해야 되니까요 복잡하잖아요 그래서...

- 9 연구자 : 그럼 헛갈린 부분이 1이 남는다고 했는데 1을 더해야 되는지 빼야되는지가 헛갈렸었는데 표에서 이렇게 힌트를 주니까 1을 더해야 된다고 생각한 거야?
- 10 학생 : 네.
- 11 연구자 : 나머지 부분도 마찬가지로?(유사1,2의 우리가 구하고자 하는 것을 말로 나타내보면)
- 12 학생 : 네.
- 13 연구자 : 도와줬기 때문에 문제를 해결 한 거야?
- 14 학생 : 네.
- 15 연구자 : 이해가 가진 않았던 거야?
- 16 학생 : 정확하게 이해가 가진 않았어요. 바자회, 조개문제는요 앞에서 이미 두 문제를 풀었잖아요. 그러니까 대충 끼워 넣기로 했는데요. 잘 됐어요.
- 17 연구자 : 이해는 잘 안 갔지만 대충 칸을 채워서 답은 맞았구나. 짝짓기를 했는데, 왜 이렇게 풀어야하나 잘 몰랐구나?
- 18 학생 : 네. 짬짬했어요.
- 19 연구자 : 이 표를 가지고 따라는 했지만 완벽하게 네 것이 되지 못했구나. 3차시는 이해는 잘 가지 않았지만 아무튼 표의 도움 때문에 답은 맞았구나?
- 20 학생 : 네.
- 21 연구자 : 전혀 이해가 안 갔던 건 아니지?
- 22 학생 : 네.
- 23 연구자 : 3차시에서 표가 도움이 됐어?
- 24 학생 : 네.
- 25 연구자 : 구체적으로 어떤 도움?
- 26 학생 : 1을 더해야 되는지 빼야 되는지가 이해가 잘 안됐는데요. 표가 비슷하게 짜여 있어서 문제해결에 도움이 됐어요.

학생B는 목표문제와 유사문제1을 [그림 IV-2]에서와 같이 사상 명료화 활동의 표의 절차에 따라 각 부분을 해결하면서 이전 문제와의 절차적 유사성을 구성하여 문제를 성공적으로 해결하였다. 그러나 학생B는 문제 상황과 해법 원리인 최소공배수의 개념을 정확히 이해하지 못한 것으로 보인다. 사상 명료화 활동을 통해 표의 빈 칸을 채우면서 문제를 해결하였지만 [발췌문 7]에서와 같이 표에서 ‘우리가 구해야 하는 수를 말로 나타내 보면?’ 부분에서는 이해를 하지 못하고 유사한 문제들이라 생각해서 근거문제의 답을 보고 숫자들을 단순히 일대일 대응을 시켜 빈 칸을 채웠다. 학생B는 표의 도움을 받아 문제를 해결한 후에도 왜 나머지를 더해야 하는냐는 면담자의 질문에 대답하지 못했다. 그럼에도 불구하고 표의 빈 칸을 정확히 채워 문제를 해결한 것이다. 또한, 유사문제2에서는 같은 나머지를 가지고 있는 약수는 5, 6, 9, 10인데 이전 문제들과 절차적 유사성을 구성하여 앞 문제들과 같이 약수는 3가지라고 생각하여 5, 6, 9라고 답하였고 5, 6, 9의 최소공배수가 90이 나오다 보니 유연히 정답을 맞힐 수 있었다. 따라서 문제해결 과정에 대한 바람직한 사고가 아니면서도 결과적으로 문제해결에 대한 정답을 제시하게 되는 통제나 조절이 되지 않은 의사 분석적 사고가 나타난 것이다. 요약하면 학생B는 3차시의 목표문제와 유사문제1, 2를 사상 명료화 활동을 통해 표의 빈 칸을 잘 채우고 정답을 구해 성공적으로 문제들을 해결한 듯 보였지만 통제나 조절이 되지 않은 즉흥적인 사고를 하여 의사 분석적 사고를 한 것이라 볼 수 있다. 학생B에게서 나타난 의사 분석적 사고 과정의 특징은 문제들 사이에서 표면적 유사성을 구성하였으나 문제들의 차이점을 인식하지 못하는 경향을 보였고 해법을 인식하는 단계에서 이전 문제와의 구조적 유사성을 구성하지 못하고 사상 명료화 활동을 통해 문제 상황과 연결되지 못한 구조적 유사성을 구성하였으며 사상 명



료화 활동에서 이전 문제의 풀이 과정을 이해하지 못한 채 단순히 모방을 통하여 절차적 유사성을 구성, 문제를 해결하였다.

## V. 결론 및 논의

본 연구의 목적은 문장제에서 사상 명료화 활동을 통한 문제해결 과정을 알아보고 유사성 관점에서 학생들이 구성하는 사고 과정의 특징을 분석함으로써 앞으로 문장제에서 사상 명료화 과정을 활용한 교수 학습 자료를 개발하는데 도움을 주어 학생들의 문제해결 능력을 향상시키는데 있다. 자료 분석에서 드러난 바와 같이 사상 명료화 활동이 참여 학생들의 문장제 해결 과정에 긍정적 기여를 했다고 볼 수 있고, 이것에서 드러나는 유사성 관점에서 학생들이 구성하는 분석적 사고의 특징은 다음과 같다.

첫째, 문제의 정보를 이해하는 단계에서 주어진 문제와 이전 문제 사이에서 서술된 표면 정보들 사이의 표면적 유사성을 구성하면서 동시에 차이점도 인식하였다. 차이점의 인식은 문제의 구조를 파악하는데 영향을 미치며 문제와 관련된 해법에 대한 통제와 반성을 가능하게 하는 근원이 되었다. 둘째, 유사한 이전 문제로부터 기억하는 해법은 문제를 해결하는 절차나 순서에 대한 지식이거나 어떤 개념을 해법 원리로 생각하는 문제 상황과 연결된 구조적 유사성을 구성하였다. 셋째, 사상 명료화 활동을 하면서 단순히 이전 문제와의 유사한 점을 찾아 사상 대응을 하지 않고 문제들을 주의 깊게 읽어본 후 이해를 하여 표의 질문에 답을 하면서 모르는 부분은 이전 문제의 답을 사상 대응을 시켜 문제를 이해하며 사상 명료화 활동을 통해 절차적 유사성을 구성하였다.

하지만, 사상 명료화 활동을 통하여 문제를 해결하였더라도, 유사성 관점에서 의사 분석적 사고를 보인 학생B 또는 학생 D와 같은 학생들도 있었다. 학생B는 문제에서 서술된 정보를 바탕으로 표면적 유사성은 구성하였지만 각 문제들마다의 차이점을 느끼지 못하고 전체적으로 비슷하다고 보는 경향이 있었고, 학생D는 문제들의 유사성과 차이점을 명확히 인식하지 못하는 경향을 보여 표면적 유사성을 제대로 구성하였다고 보기 힘들었다. 또한 사상 명료화 활동을 통해 문제 상황과 연결되지 못한 구조적 유사성을 구성하였기 때문에 바람직하지 않은 절차적 유사성을 구성하는 결과를 낳았다.

각 차시마다 사상 명료화 활동이 문장제 해결에 미치는 영향은 차이가 있었다. 1차시의 문제들은 난이도가 낮아서 대부분의 학생들은 굳이 사상 명료화 활동을 하지 않고 문제를 성공적으로 해결하였지만 수학을 어려워하는 하위권 학생들의 경우에는 1차시 문제들도 사상 명료화 활동이 도움이 되었다고 하였다. 2차시 문제는 사상 명료화 활동이 풀이 과정을 정리해주며 풀이 절차를 명확히 안내해 주지만 문제 상황과 연결된 해법 원리를 인식하지 못한 학생들은 식을 세우는 부분에 있어서는 크게 도움을 받지는 못하였다. 문제를 제대로 이해해야만 식을 세울 수 있었기 때문이다. 그렇지만 2차시 문제와 같은 유형이 학생들에게 사상 명료화 활동이 문제를 해결하는데 있어서 안내자의 역할을 하면서도 학생들이 스스로 사고하여 문제를 해결할 수 있도록 도움을 주는 역할을 했다고 판단된다. 3차시의 경우 사상 명료화 활동을 이용한 경우의 성공률이 가장 높았던 차시로 사상 명료화 활동 과정에서 분석적 사고를 한 학생들도 있지만 바람직하지 않은 사고 과정으로 정답을 구하는 의사 분석적 사고를 한 학생들도 있었다. 수학 문제를 해결하여 성공률을 높이는 것도 중요하지만 학생들의 이해를 바탕으로 문제를 해결하는 것이 의미 있는 것이므로 의사 분석적 사고가 일어나지 않는 범위에서 학생들의 문장제 해결에 도움을 주는 사상 명료화 활동이 필요할 것이다. 그러나 전체적으로 보면 사상 명료화 활동이 이해를 통한 문장제 해결에 도움이 되었다는 결론을 내릴 수 있다. 사상 명료화 활동은 구조적 유사성, 절차적 유사성을 구성하는데 도움을 주기 때문에 유사한 새로운 문제를 접했을 때 당황하지 않고 문제해결에 접근 할 수 있어 도움을 준다. 또한 다섯 명의 면담 대상자들은 사상 명료화 활동이 문장제를 해결할 때 집중력을 높여주며, 긴 문장제를 풀 때 풀이과정을 정리해주어 식을 세우는데 도움을 주었다고 하였고 문제를 이해하는데 도움을

주기 때문에 문제해결법에 접근하는 방향을 제시해 주는 활동이라고 하였다. 사상 명료화 활동을 통해 유사한 문제를 해결할 때 의사 분석적 사고가 발생하지 않도록 하기 위해서는 학생들이 단순히 모방을 하지 않고 문제를 이해하면서 모르는 부분을 사상 대응을 하여 문제를 해결할 수 있도록 해야 할 것이다. 또한 문제들 사이의 표면적 유사성과 차이점을 인식하고, 문제이해를 통해 문제 상황과 연결된 해법 원리를 인식하는 구조적 유사성을 구성하고, 단순한 모방이 아닌 진정한 이해를 통해 절차적 유사성을 구성할 수 있도록 도와야 할 것이다. 따라서 사상 명료화를 통한 교수 학습 자료를 개발할 때 학생들의 수학 문장제 해결 과정에서 의사 분석적 사고가 발생하지 않도록 학생들의 사고 과정을 미리 예측하고 대비하여 개발해야 할 것이다.

본 연구에서는 중학교 1학년의 일차방정식활용 단원에서 세 가지 유형의 문장제를 검사과제로 구성하였으나, 사상명료화 활동을 통한 (의사 분석적/분석적 사고를 포함한) 일반적인 문제해결과정에 주로 초점을 맞추어 기술하였으므로, 실제 참여 학생들이 가지고 있는 일차방정식에 대한 내용 지식의 측면을 상세히 다룰 수 없었다. 이는 본 연구가 가지는 제한점이라 할 수 있으며, 따라서 향후 후속연구에서는 다른 단원의 여러 가지 유형의 문장제들로 구성된 검사과제를 이용하여 거시적 관점에서 사상 명료화 활동이 어떠한 영향을 미치는지에 대한 연구도 필요하겠지만, 이와 더불어 각 단원에 관련된 구체적인 수학적 지식의 특성과 참여 학생이 가지고 있는 문장제 해결에 요구되는 수학지식 수준 등을 고려한 보다 세밀하고 구체적인 연구도 이루어져야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- 김남희 (1997). Vinner 이론에 따른 擬似개념적 행동과 擬似분석적 행동에 관한 소고. 수학교육학연구, **7(2)**, 337-348.
- 김진호 (2009). 대수 문장제의 오류 유형과 문제 해결의 관련성 분석. 고려대학교 석사학위논문.
- 박현정 (2007). 유사성 관점에서 본 대수 문장제 해결과정에 대한 사례연구. 이화여자대학교 박사학위논문.
- 박현정 · 이종희 (2006). 중학생들이 수학 문장제 해결 과정에서 구성하는 유사성 분석. 수학교육학연구, **16(2)**, 115-138.
- 서혜련 (2011). 중학교 1학년 학생들의 일차 방정식의 활용에 관한 문장제 해결 전략 및 오류 분석. 공주대학교 석사학위논문.
- 성장근 · 박성선 (2012). 구조화 정도가 다른 수학적 동형 문제 사이의 유추적 전이 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, **15(2)**, 59-75.
- 신현정 (2000). 개념과 범주화. 서울: 이카넷 출판.
- 이경화 (2009a). 수학적 지식의 구성에서 유추적 사고의 역할. 수학교육학연구, **19(3)**, 355-369.
- 이경화 (2009b). 영재아들의 세 유형의 유추 과제 해결. 수학교육학연구, **19(1)**, 45-61.
- 이승우 (2001). 학교수학에서의 유추와 은유. 서울대학교 석사학위논문.
- 이승우 · 우정호 (2002). 학교수학에서의 유추와 은유. 수학교육학연구, **12(4)**, 523-542.
- 이종희 (2003). 수학 문장제 해결과 유추. 교과교육학연구, **7(2)**, 63-79.
- 이종희 · 김진화 · 김선희 (2003). 중학생을 대상으로 한 대수 문장제 해결에서의 유추적 전이. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **42(3)**, 353-368.
- 이종희 · 이진향 · 김부미 (2003). 중학생들의 유추에 의한 수학적 문제 해결 과정: 사상의 명료화를 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **16**, 245-267.
- 정승운 (2007). 중학교 2학년 학생들의 확률적 판단 전략과 유추에 의한 교정 효과 분석. 한국교원대학교 석사학

위논문.

- 최효진 (2004). 대수 문장제의 학습 방법과 문제 유사성에 따른 유추전이 효과. 이화여자대학교 석사학위논문.
- Chen, Z. (2002). Analogical problem solving: A hierarchical analysis of procedural similarity. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **28**(1), 81-98.
- Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (1996) On different fact of mathematical thinking. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zev (Eds.), *The nature of mathematical thinking*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Gentner, D. (1989). The mechanisms of analogical learning. In S. Vosniadou & A. Ortony (Eds.) *Similarity and analogical reasoning* (pp. 199-241). New York: Cambridge University Press.
- Gentner, D., & Markman, A. B. (1997). Structure mapping in analogy and similarity. *American Psychologist*, **52**, 45-56.
- Holyoak, K. J. & Thagard, P. (1989). Analogical mapping by constraint satisfaction, *Cognitive Science*, **13**, 295-355.
- Holyoak, K. J. & Thagard, P. (1995). *Mental leap: analogy in creative thought*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Medin, D. & Ortony, A. (1989). Psychological essentialism. In Vosniadou S. & Ortony, A. (Eds.), *Similarity and analogical reasoning* (pp.179-196). New York: Cambridge University Press.
- Merriam (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. CA: Jossey-Bass. 강운수, 고상숙, 권오남, 류희찬, 박만구, 방정숙, 이중권, 정인철, 황우형 공역 (2005). *정성연구방법론과 사례연구*. 서울: 교우사.
- Novick, L. R., & Holyoak, K. J. (1991). Mathematical problem solving by analogy. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **17**, 398-415.
- Rattermann, M. J. (1997). Commentary: Mathematical reasoning & analogy. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors & images* (pp. 247-264). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Reed, S. K. (1987). A structure-mapping model for word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, and Cognition*, **13**, 124-139.
- Smith, L. B. (1989). A model of perceptual classification in children and adults. *Psychological Review*, **96**, 125-144.
- Sternberg, R. J. (1977). *Intelligence, information processing, and analogical reasoning: The componential analysis of human abilities*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Vinner, S. (1997a). From intuition to inhibition mathematics, education and other endangered species. *Proceedings of the 21th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 63-78.
- Vinner, S. (1997b). The pseudo-conceptual and pseudo-analytical thought processes in mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, **34**(2), 97-127.

## A Study on Solving Word Problems through the Articulation of Analogical Mapping

**Kim, Ji Eun**

Graduate School of Korea National University of Education  
E-mail: hansarang3535@hanmail.net

**Shin, Jaehong<sup>†</sup>**

Korea National University of Education<sup>4)</sup>  
E-mail: jhshin@knue.ac.kr

The aim of this study was to examine how analogical mapping articulation activity played a role in solving process in word problems. We analyzed the problem solving strategies and processes that the participating thirty-three 8th grade students employed when solving the problems through analogical mapping articulation activities, and also the characteristics of the thinking processes from the aspects of similarity. As a result, this study indicates that analogical mapping articulation activity could be helpful when the students solved similar word problems, although some of them gained correct answers through pseudo-analytic thinking. Not to have them use pseudo-analytic thinking, it might be necessary to help them recognize superficial similarity and difference among the problems and construct structural similarity to know the principle of solution associated with the problematic situations.

---

\* ZDM Classification : C33

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

\* Key Words : analogy, mapping articulation activity, word problems

<sup>†</sup> Corresponding author