한국동력기계공학회지 제17권 제6호 pp. 33-39 2013년 12월 (ISSN 1226-7813) Journal of the Korean Society for Power System Engineering, Vol. 17, No. 6, pp. 33-39, December 2013 Research paper

# 축대칭 하중을 받는 원통형 셸의 동적응답 해석

Dynamic Response Analysis of Cylindrical Shell with Axisymmetric Loading

# 최명수\*\* · 여동준\*\*

Myung-Soo Choi\*\* and Dong-Jun Yeo\*\*

(접수일 : 2013년 04월 28일, 수정일 : 2013년 08월 26일, 채택확정 : 2013년 08월 27일)

Abstract : It is very important to analyze the dynamic responses of the shell structures from the viewpoint of the design of shell structures with a variety of axisymmetric loadings. In this paper, the computational algorithm for the dynamic response analysis of an cylindrical shell with axisymmetric loading is formulated by the transfer mass coefficient method based on the transfer of mass coefficient. After the computational programs for obtaining the dynamic responses of cylindrical shells with axisymmetric loading are made by the transfer mass coefficient method and the finite element method, the computational results by both methods are compared. From the computational results, we can confirm that the transfer mass coefficient method has the effectiveness in the dynamic response analyses of cylindrical shells with a variety of axisymmetric loadings.

Key Words : Dynamic Response, Cylindrical Shell, Axisymmetirc Loading, Trasnfer Mass Coefficient Method, Finite Element Method

## 1. 서 론

기계 시스템이나 구조물에 충격력과 같은 갑작 스런 하중이 작용할 경우 설계자는 시스템의 안정 성을 확보하기 위하여 동적응답 해석을 수행할 필 요가 있다.

현재 기계나 구조물의 동적응답 해석에 가장 많 이 사용되는 해석 알고리즘으로는 유한요소법이 있다. 이 방법은 장점이 많지만, 자유도가 큰 시스 템의 동적응답을 계산할 경우에 대규모의 컴퓨터 의 메모리를 요구하고 계산 시간이 급증하는 취약

\*\* 최명수(교신저자) : 전남대학교 해양경찰학과 E-mail : engine@chonnam.ac.kr, Tel : 061-659-7183 \*\*여동준 : 전남대학교 해양기술학부 점이 있다<sup>1)</sup>. 따라서 Yamakawa는 이러한 유한요소 법의 취약점을 극복하기 위하여 중분전달행렬법<sup>1)</sup> 을, Ohga는 유한요소-전달행렬법<sup>2)</sup>을 제안한 바 있 다. 이 방법들은 전달행렬법에 사용된 전달의 개 념을 도입하여 동적응답 해석을 효율적으로 처리 하는 것을 목적으로 한다. 그러나 상기 전달의 개 념을 이용하는 방법들은 동적응답 해석에서 시간 간격이 아주 작은 경우 또는 구조물 중간에 경탄 성지지(rigid elastic support)가 존재하는 경우에는 해석이 불안정해지는 취약점이 알려져 있다<sup>3,4)</sup>. 이 연구의 저자들은 퍼스널 컴퓨터에 적합한 동

<sup>\*†</sup> Myung-Soo Choi(corresponding author) : Department of Maritime Police Science, Chonnam National University.
E-mail : engine@chonnam.ac.kr, Tel : 061-659-7183
\*Dong-Jun Yeo : Faculty of Marine Technology, Chonnam National University.

적응답 해석용 알고리즘의 개발에 많은 연구를수 행해 왔고, 그 결과로써 전달질량계수법<sup>5)</sup>을 제안 한 바 있다. 그리고 저자들은 최근에 주위에서 널 리 볼 수 있고 공학적으로도 중요성이 높은 원통 형 셸 구조물을 대상으로 응력해석<sup>6)</sup> 및 자유진동 해석<sup>7)</sup>에 관한 연구를 수행한 바 있다.

이 연구에서는 전달질량계수법을 이용하여 축 대칭 하중을 받는 원통형 셸 구조물의 동적응답 해석을 수행할 수 있는 해석 알고리즘 및 전산 프 로그램을 개발하고, 기존의 유한요소법에 의한 수 치계산 결과와의 비교를 통해 이 연구에서 제안된 해석 알고리즘의 유효성을 확인한다.

### 2. 동적응답 해석 알고리즘

이 장에서는 축대칭 하중을 받는 원통형 셸을 대상으로 전달질량계수법을 이용하여 동적응답을 해석하는 알고리즘을 기술한다.

#### 2.1 모델링

이 연구에서 고려된 해석 모델은 Fig. 1과 같이 탄성 스프링과 점성 감쇠기로 지지된 축대칭 원통 형 셸이다. 축대칭 원통형 셸은 일정한 반경과 두 께를 갖는 다수의 축대칭 원통형 셸요소(Fig. 2 참 고)들의 연속으로 모델링할 수 있다. 탄성 스프링 과 점성 감쇠기는 원통형 셸의 중심축을 기준으로 기초로부터 대칭적으로 지지하며, 하중 또한 대칭 적으로 작용하는 것으로 가정한다.

셸의 좌단과 우단 그리고 셸요소의 결합점을 통 틀어 원주 절점(circular node, 이하에서는 '절점'으 로 생략함)이라 정의하고, Fig. 1과 같이 셸을 n개 의 셸요소로 모델링하면, 각 절점은 좌단에서 우단 으로 각각 절점 1, 절점 2, …, 절점 (n+1)로 지정한 다. 임의의 절점 i의 변위벡터 $(\mathbf{d}_i = \{u, w, \theta\}_i)$ 는 셸요소의 길이방향의 변위 u, 반경방향의 변위 w및 각변위  $\theta$ 로 구성되며, 각 절점의 자유도 수는 3이다. 절점 i의 힘벡터 $(\mathbf{f}_i = \{f_u, f_w, M\}_i)$ 는 셸요 소의 길이방향의 힘  $f_u$ , 반경방향의 힘  $f_w$  및 모 멘트 M으로 구성된다.







Fig. 2 Cylindrical shell element

탄성 스프링과 점성 감쇠기도 절점당 3방향의 스프링과 감쇠기로 각각 구성되며, 탄성 스프링의 방향별 스프링상수를 각각  $\hat{k}_u$ ,  $\hat{k}_w$ ,  $\hat{K}$ 로 정의하 고, 점성 감쇠기의 방향별 감쇠계수도 각각  $\hat{c}_u$ ,  $\hat{c}_w$ ,  $\hat{C}$ 로 정의한다. 그리고 절점 *i*에 작용하는 하 중벡터( $\hat{\mathbf{q}}_i = \{\hat{q}_{u}, \hat{q}_{w}, \hat{Q}\}_i$ )는 방향별로 각각  $\hat{q}_u$ ,  $\hat{q}_w$ ,  $\hat{Q}$ 로 구성된다.

임의의 *i*번째 축대칭 원통형 셸요소의 좌우 양 절점의 변위벡터(**d**<sup>e</sup><sub>i</sub>), 속도벡터(**v**<sup>e</sup><sub>i</sub>), 가속도벡터 (**a**<sup>e</sup><sub>i</sub>) 및 힘벡터(**f**<sup>e</sup><sub>i</sub>) 사이의 관계는 다음 식으로 나 타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}_{i}^{e} \mathbf{a}_{i}^{e}(t) + \mathbf{C}_{i}^{e} \mathbf{v}_{i}^{e}(t) + \mathbf{K}_{i}^{e} \mathbf{d}_{i}^{e}(t) = \mathbf{f}_{i}^{e}(t)$$
(1)

여기서  $\mathbf{M}_{i}^{e}$ ,  $\mathbf{C}_{i}^{e}$ ,  $\mathbf{K}_{i}^{e}$ 는 *i*번째 축대칭 원통형 셸 요소의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬이고,

$$\mathbf{a}_{i}^{e}(t) = \begin{cases} \mathbf{a}_{i}^{L}(t) \\ \mathbf{a}_{i}^{R}(t) \end{cases}, \ \mathbf{v}_{i}^{e}(t) = \begin{cases} \mathbf{v}_{i}^{L}(t) \\ \mathbf{v}_{i}^{R}(t) \end{cases},$$
(2)  
$$\mathbf{d}_{i}^{e}(t) = \begin{cases} \mathbf{d}_{i}^{L}(t) \\ \mathbf{d}_{i}^{R}(t) \end{cases}, \ \mathbf{f}_{i}^{e}(t) = \begin{cases} \mathbf{f}_{i}^{L}(t) \\ \mathbf{f}_{i}^{R}(t) \end{cases}$$

이고, 식 (2)의 하첨자 *i*와 상첨자 *L*과 *R*은 *i*번째 셸요소의 좌측과 우측을 의미한다.

#### 2.2 전달식의 유도

해석 알고리즘의 이해를 돕기 위하여, 각 절점 을 절점의 좌측과 절점의 우측으로 분할하여 생각 하고, 구별을 위하여 절점의 좌측은 상태변수명 위에 '-'를 붙이고, 절점의 우측은 동일 상태변수 명 위에 아무런 표시를 하지 않는 것으로 한다.

임의의 시간 t에서 절점 i의 좌측에서 힘벡터  $(\overline{\mathbf{f}}_i)$ 와 가속도벡터 $(\mathbf{a}_i)$  사이의 관계를 절점 i 좌측 의 질량계수행렬 $(\overline{\mathbf{J}}_i)$  및 힘보정벡터 $(\overline{\mathbf{b}}_i)$ 를 이용하 여 다음 식과 같이 정의한다.

$$\overline{\mathbf{f}}_{i}(t) = \overline{\mathbf{J}}_{i} \, \mathbf{a}_{i}(t) + \overline{\mathbf{b}}_{i}(t) \tag{3}$$

여기서 가속도벡터 기호  $\mathbf{a}_i(t)$  위에 '-'를 붙이 지 않은 것은 절점 좌측과 절점 우측의 변위벡터, 속도벡터, 가속도벡터는 연속성에 의해 항상 같기 때문이다.

임의의 시간 t에서 절점 *i*의 우측에서 힘벡터 (**f**<sub>i</sub>)와 가속도벡터(**a**<sub>i</sub>) 사이의 관계를 절점 *i* 우측 의 질량계수행렬(**J**<sub>i</sub>) 및 힘보정벡터(**b**<sub>i</sub>)를 이용하 여 다음 식과 같이 정의한다.

$$\mathbf{f}_{i}(t) = \mathbf{J}_{i} \, \mathbf{a}_{i}(t) + \mathbf{b}_{i}(t) \tag{4}$$

임의의 시간 t에서 절점 (*i*+1)의 좌측에서도 동 일한 방법으로 다음 식과 같이 정의한다.

$$\overline{\mathbf{f}}_{i+1}(t) = \overline{\mathbf{J}}_{i+1} \, \mathbf{a}_{i+1}(t) + \overline{\mathbf{b}}_{i+1}(t) \tag{5}$$

한편, 수치해석 분야에서 사용되는 뉴마크법 (Newmark's method)<sup>8)</sup>을 정리하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{i}(t) &= \beta (\Delta t)^{2} \mathbf{a}_{i}(t) + \mathbf{y}_{i}(t - \Delta t), \\ \mathbf{v}_{i}(t) &= \gamma \Delta t \, \mathbf{a}_{i}(t) + \mathbf{z}_{i}(t - \Delta t) \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{i}(t - \Delta t) &= \mathbf{d}_{i}(t - \Delta t) + \Delta t \mathbf{v}_{i}(t - \Delta t) + \\ & (0.5 - \beta)(\Delta t)^{2} \mathbf{a}_{i}(t - \Delta t), \\ \mathbf{z}_{i}(t - \Delta t) &= \mathbf{v}_{i}(t - \Delta t) + (1 - \gamma)\Delta t \mathbf{a}_{i}(t - \Delta t) \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$
(7)

임의의 시간 t에서, 탄성 스프링과 점성 감쇠기 가 부착된 절점 i에 외력  $\hat{\mathbf{q}}_i(t)$ 가 작용하면, 힘의 평형식은 다음 식과 같고

$$\overline{\mathbf{f}}_{i}(t) + \widehat{\mathbf{C}}_{i} \mathbf{v}_{i}(t) + \widehat{\mathbf{K}}_{i} \mathbf{d}_{i}(t) = \mathbf{f}_{i}(t) + \widehat{\mathbf{q}}_{i}(t)$$
(8)

여기서

$$\hat{\mathbf{C}}_{i} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{u} & 0 & 0\\ 0 & \hat{c}_{w} & 0\\ 0 & 0 & \hat{C} \end{bmatrix}_{i}, \quad \hat{\mathbf{K}}_{i} = \begin{bmatrix} \hat{k}_{u} & 0 & 0\\ 0 & \hat{k}_{w} & 0\\ 0 & 0 & \hat{K} \end{bmatrix}_{i}, \quad (9)$$

$$\mathbf{\hat{q}}_{i}(t) = \begin{bmatrix} q_{u}(t) \\ \hat{q}_{w}(t) \\ \hat{Q}(t) \end{bmatrix}_{i}$$

식 (8)에 식 (3), 식 (4) 그리고 식 (6)을 대입하 여 정리하면, 다음 식들을 유도할 수 있고

$$\mathbf{J}_{i} = \overline{\mathbf{J}}_{i} + \gamma \Delta t \, \hat{\mathbf{C}}_{i} + \beta (\Delta t)^{2} \, \hat{\mathbf{K}}_{i}$$
(10)

$$\mathbf{b}_{i}(t) = \mathbf{\bar{b}}_{i}(t) - \mathbf{\hat{q}}_{i}(t) + \mathbf{\hat{C}}_{i}\mathbf{z}_{i}(t - \Delta t) + \mathbf{\hat{K}}_{i}\mathbf{y}_{i}(t - \Delta t)$$
(11)

이 식들을 질량계수행렬 및 힘보정벡터의 포인 트(point) 전달식이라 부른다.

*i*번째 축대칭 셸요소 좌우측의 상태벡터를 절점 좌우측의 상태벡터로 표기하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{i}(t) &= \mathbf{a}_{i}^{L}(t), \ \mathbf{a}_{i+1}(t) = \mathbf{a}_{i}^{R}(t), \end{aligned} \tag{12} \\ \mathbf{v}_{i}(t) &= \mathbf{v}_{i}^{L}(t), \mathbf{v}_{i+1}(t) = \mathbf{v}_{i}^{R}(t), \\ \mathbf{d}_{i}(t) &= \mathbf{d}_{i}^{L}(t), \ \mathbf{d}_{i+1}(t) = \mathbf{d}_{i}^{R}(t), \\ \mathbf{f}_{i}(t) &= -\mathbf{f}_{i}^{L}(t), \ \overline{\mathbf{f}}_{i+1}(t) = \mathbf{f}_{i}^{R}(t) \end{aligned}$$

식 (2)와 식 (12)를 이용하여 식 (1)을 정리하면

한국동력기계공학회지 제17권 제6호, 2013년 12월 35

$$\mathbf{M}_{i}^{e} \left\{ \mathbf{a}_{i}(t) \\ \mathbf{a}_{i+1}(t) \right\} + \mathbf{C}_{i}^{e} \left\{ \mathbf{v}_{i}(t) \\ \mathbf{v}_{i+1}(t) \right\} + \mathbf{K}_{i}^{e} \left\{ \mathbf{d}_{i}(t) \\ \mathbf{d}_{i+1}(t) \right\}$$
(13)  
$$= \left\{ \frac{-\mathbf{f}_{i}(t)}{\mathbf{f}_{i+1}(t)} \right\}$$

식 (13)에 식 (6)을 대입하여 정리하면,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i} \mathbf{Q}_{i} \\ \mathbf{R}_{i} \mathbf{S}_{i} \end{bmatrix} \left\{ \mathbf{a}_{i+1}(t) \right\} + \left\{ \frac{\mathbf{w}_{i}(t - \Delta t)}{\mathbf{w}_{i+1}(t - \Delta t)} \right\} = \left\{ \frac{-\mathbf{f}_{i}(t)}{\mathbf{f}_{i+1}(t)} \right\}$$

$$(14)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i} \ \mathbf{Q}_{i} \\ \mathbf{R}_{i} \ \mathbf{S}_{i} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{i}^{e} + \gamma \Delta t \mathbf{C}_{i}^{e} + \beta (\Delta t)^{2} \mathbf{K}_{i}^{e},$$

$$\{ \frac{\mathbf{w}_{i}(t)}{\mathbf{w}_{i+1}(t)} \} = \mathbf{C}_{i}^{e} \{ \frac{\mathbf{z}_{i}(t)}{\mathbf{z}_{i+1}(t)} \} + \mathbf{K}_{i}^{e} \{ \frac{\mathbf{y}_{i}(t)}{\mathbf{y}_{i+1}(t)} \}$$

$$(15)$$

식 (14)에 식 (4)와 식 (5)를 대입하여 정리하면, 다음 식들을 유도할 수 있고

$$\overline{\mathbf{J}}_{i+1} = \mathbf{R}_i \mathbf{H}_i + \mathbf{S}_i \tag{16}$$

$$\overline{\mathbf{b}}_{i+1}(t) = \mathbf{R}_{i}\mathbf{e}_{i}(t) + \overline{\mathbf{w}}_{i+1}(t - \Delta t)$$
(17)

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{i} &= \mathbf{G}_{i} \mathbf{Q}_{i}, \ \mathbf{G}_{i} = -(\mathbf{J}_{i} + \mathbf{P}_{i})^{-1}, \\ \mathbf{e}_{i}(t) &= \mathbf{G}_{i} \{ \mathbf{w}_{i}(t - \Delta t) + \mathbf{b}_{i}(t) \} \end{aligned}$$
(18)

이고, 식(16)과 식(17)을 질량계수행렬 및 힘보정벡 터의 필드(field) 전달식이라 부른다.

### 2.3 동적응답 계산

좌단의 경계조건을 첫 번째 절점에 부착된 지지 스프링으로 모델링하면, 절점 1 좌측의 힘벡터는  $\overline{\mathbf{f}}_1(t) = \mathbf{0}$ 로 고려된다. 따라서, 식(8)의 *i*에 1을 대 입한 식은

$$\widehat{\mathbf{C}}_{1}\mathbf{v}_{1}(t) + \widehat{\mathbf{K}}_{1}\mathbf{d}_{1}(t) = \mathbf{f}_{1}(t) + \widehat{\mathbf{q}}_{1}(t)$$
(19)

가 되고, *i*에 1을 대입한 식 (4)와 식 (6)을 식 (19)

에 대입하면, 절점 1 우측의 질량계수행렬(**J**<sub>1</sub>) 및 힘보정벡터(**b**<sub>1</sub>)을 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{J}_{1} = \gamma \Delta t \, \hat{\mathbf{C}}_{1} + \beta (\Delta t)^{2} \, \hat{\mathbf{K}}_{1}$$
<sup>(20)</sup>

$$\mathbf{b}_{1}(t) = -\,\hat{\mathbf{q}}_{1}(t) + \hat{\mathbf{C}}_{1}\mathbf{z}_{1}(t - \Delta t) + \hat{\mathbf{K}}_{1}\mathbf{y}_{1}(t - \Delta t)$$
(21)

식 (20)을 시작으로 필드 전달식인 식 (16)과 포 인트 전달식인 식 (10)을 반복적으로 적용하면 마 지막 절점인 절점 (*n*+1) 우측의 질량계수행렬 (J<sub>n+1</sub>)을 구할 수 있다. 한편, 힘보정벡터는 식 (21)을 시작으로 필드 전달식인 식 (17)과 포인트 전달식인 식 (11)을 반복적으로 적용하면 마지막 절점인 절점 (*n*+1) 우측의 힘보정벡터(**b**<sub>n+1</sub>)를 구 할 수 있다.

우단의 경계조건을 마지막 절점인 절점 (*n*+1)에 부착된 탄성 스프링으로 모델링하면, 절점 (*n*+1) 우측의 힘벡터는 항상 **f**<sub>n+1</sub>(*t*) = **0**이 된다. 따라 서, *i*에 (*n*+1)을 대입한 식 (4)로부터, 절점 (*n*+1) 우측의 가속도벡터를 구할 수 있다.

$$\mathbf{a}_{n+1}(t) = -(\mathbf{J}_{n+1})^{-1} \mathbf{b}_{n+1}(t)$$
(22)

한편, 식 (14)에 식 (4)와 식 (5)를 대입하여 정 리하면,

$$\mathbf{a}_{i}(t) = \mathbf{H}_{i} \, \mathbf{a}_{i+1}(t) + \mathbf{e}_{i}(t) \tag{23}$$

가 되고, 따라서, 식 (23)을 순차적으로 우단에서 좌단으로 적용하면, 즉, i = n, (n-1), (n-2), ...,1을 식 (23)에 대입하면 시간 t에서 모든 절점의 가속도벡터를 구할 수 있다. 시간 t에서 모든 절점 의 변위벡터와 속도벡터는 뉴마크법인 식 (6)으로 부터 계산할 수 있다.

## 3. 계산 결과의 비교

축대칭 하중을 받는 3가지 원통형 셸 구조물을 대 상으로 전달질량계수법(TMCM)과 유한요소법(FEM) 으로 동적 응답을 계산하고 그 결과를 비교하였다.

#### 3.1 계산 모델 1

Fig. 3의 계산 모델 1은 일정한 내압을 받고 양 단의 경계조건이 고정인 원통형 셸이다. 원통형 셸의 길이는 2 m, 지름은 1 m, 두께는 0.01 m이다. 셸 재료의 물성치는 종탄성계수가 206 GPa, 푸아 송 비가 0.3, 밀도가 7860 kg/m<sup>3</sup>, 구조감쇠비가 0.0001 이다. 계산 모델 1의 원통형 셸을 총 400개 의 축대칭 셸요소로 모델링하고, 1000 Pa의 내부 압력이 스텝함수로 주어질 때, 시간 간격(time step) Δt를 1.0E-5 s로 설정하여 계산 모델 1의 동 적 응답을 계산하였다.

Fig. 4와 Fig. 5는 각각 전달질량계수법과 유한 요소법으로 계산 모델 1의 중앙 부분에서 반경방 향의 동적 응답을 구한 결과이다. Fig. 4와 Fig. 5 에서 두 방법의 동적 응답을 계산한 결과가 일치 하였다. 그리고 계산 모델 1에 대하여 정적 구조 해석<sup>60</sup>을 수행하였고, 그 결과 중앙 부분에서 반경 방향의 처짐량은 1.1099E-4 m이었다. 이 값은 Fig. 4와 Fig. 5의 동적응답의 수렴치와 일치한다.







Fig. 4 Dynamic response of computational model 1 by TMCM



Fig. 5 Dynamic response of computational model 1 by FEM

#### 3.2 계산 모델 2

Fig. 6의 계산 모델 2는 경계조건이 고정-자유이 고, 자유단에서 하중을 받는 원통형 셸이다. 원통 형 셸의 길이는 10 m, 지름은 24 m, 두께는 0.01 m이다. 셸 재료의 물성치는 종탄성계수가 206 GPa, 푸아송 비가 0.3, 밀도가 7860 kg/m<sup>3</sup>, 구조감 쇠비가 0.0001 이다. 계산 모델 2의 원통형 셸을 총 400개의 축대칭 셸요소로 모델링하고, 자유단 에서 셸의 길이방향으로 정현과(진폭 1 MN 및 주 파수 67 Hz) 형태의 하중이 주어질 때, 시간 간격 Δt를 1.0E-4 s로 설정하여 계산 모델 2의 동적 응 답을 계산하였다.

Fig. 7과 Fig. 8은 각각 전달질량계수법과 유한 요소법으로 계산 모델 2의 우단에서 길이방향의 동적 응답을 구한 결과이다. Fig. 7과 Fig. 8에서 두 방법으로 동적 응답을 계산한 결과가 일치하였 다. 그리고 계산 모델 2에 대하여 자유진동 해석<sup>7)</sup> 을 수행하였고, 그 결과 67 Hz는 원통형 셸의



Fig. 6 Computational model 2



Fig. 7 Dynamic response of computational model 2 by TMCM



Fig. 8 Dynamic response of computational model 2 by FEM

1차 고유진동수에 해당되므로, Fig. 7과 Fig. 8에 서 동적 응답이 공진되어 진폭이 점차 증가하고 있음을 알 수 있다.

## 3.3 계산 모델 3

계산 모델 3은 원통형 셸의 치수, 재질 그리고 경계조건 등이 계산 모델 2와 동일하다. 계산 모 델 3의 원통형 셸을 총 400개의 축대칭 셸요소로 모델링하고, 원통형 셸의 중앙에 반경방향으로 임 펄스(크기 50.0 MN) 형태의 하중이 주어질 때, 시 간 간격 △t를 1.0E-5 s로 설정하여 계산 모델 3의 동적 응답을 계산하였다. Fig. 9과 Fig. 10은 각각 전달질량계수법과 유한 요소법으로 계산 모델 3의 중앙에서 반경방향의 동 적 응답을 구한 결과이다. Fig. 9과 Fig. 10에서 두 방법의 동적 응답을 계산한 결과가 일치하였다. 따 라서, 계산 모델 3에서도 동적 응답 해석을 통해 전 달질량계수법의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

#### 3.4 계산 시간 및 계산 메모리 비교

상기 계산 모델 1, 2, 3에 대하여 전달질량계수 법과 유한요소법으로 동적응답을 계산하는데 소요 되는 계산 시간을 Table 1에 나타내었다. Table 1 로부터 전달질량계수법이 유한요소법보다 계산 속 도가 2배 이상 빠르다는 것을 알 수 있었다.



Fig. 9 Dynamic response of computational model 3 by TMCM



Fig. 10 Dynamic response of computational model 3 by FEM

	TMCM	FEM	Number of time steps
Model 1	3.7	9.0	300
Model 2	24.3	57.2	2000
Model 3	121.8	287.3	10000

Table 1 Computational times (unit: s)

상기 계산 모델들은 모두 각각 400개의 축대칭 요소로 모델링되었으므로, 각각 401개의 절점을 갖는다. 각 절점은 3자유도를 가지므로, 전체 자유 도는 1203이 된다. 유한요소법으로 동적응답을 해 석할 경우에는 전체 질량행렬 및 강성행렬을 일시 에 사용해야 되는데 이들의 크기는 각각 전체 자 유도인 1203에 해당된다. 반면에 전달질량계수법 은 질량계수행렬의 크기가 절점의 자유도인 3에 해당되어 계산에 사용되는 행렬의 크기가 크게 줄 어들어 메모리 사용량이 유한요소법에 비해 상대 적으로 극히 줄어드는 이점이 있다.

# 4. 결 론

이 연구에서는 절점의 힘벡터와 가속도벡터 사 이의 관계인 절점의 질량계수행렬을 시스템의 좌 단에서 우단으로 전달하여 시스템의 동적응답을 계산하는 전달질량계수법을 이용하여 축대칭 하중 을 받는 원통형 셸의 동적응답 해석을 위한 전산 알고리즘을 정식화하였다. 그리고 정식화된 전산 알고리즘을 토대로 다양한 형태의 하중을 받는 원 통형 셸의 동적응답 해석을 위한 전산 프로그램을 개발한 후, 비교를 위해 유한요소법으로 동일한 해석이 가능한 전산프로그램을 만들었다.

스텝 함수, 정현파 함수 그리고 임펄스 함수 형 태의 축대칭 하중을 받는 원통형 셸을 대상으로 동적응답 해석을 전달질량계수법과 유한요소법으 로 수행한 후, 양 방법의 계산 결과를 비교하였다. 그 결과, 전달질량계수법이 축대칭 하중을 받는 원통형 셸의 동적응답 해석에 효과적인 알고리즘 임을 확인할 수 있었다.

# 후 기

이 논문은 2011년도 전남대학교 학술연구비 지

원에 의하여 연구되었음.

# 참고문헌

- N. Hirami, K. Hirano and H. Yamakawa, 1986, "A Non-Linear Dynamic Response Analysis of Structures by the Incremental Transfer Matrix Method", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (Series C), Vol. 52, No. 484, pp. 3168-3174.
- M. Ohga and T. Shigematsu, 1987, "Transient Analysis of Plates by a Combined Finite Element-Transfer Matrix Method", Computers and Structures, Vol. 26, No. 4, pp. 543-549.
- A. S. Kumar and T. S. Sankar, 1986, "A New Transfer Matrix Method for Response Analysis of Large Dynamic Systems", Computers and Structures, Vol. 23, No. 4, pp. 545-552.
- T. Inoue, A. Sueoka and T. Fusimoto, 1996, "Time Historical Response Analysis of Large-Scaled Structures", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (Series C), Vol. 62, No. 604, pp. 4558-4566.
- M. S. Choi, D. J. Yeo, J. H. Byun, J. J. Suh and J. K. Yang, 2009, "Development of Dynamic Response Analysis Algorithm for Beam Structures Using Transfer of Mass Coefficient", Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 23, pp. 389-400.
- M. S. Choi and D. J. Yeo, 2012, "Stress Analysis of Axisymmetric Cylindrical Shell", Journal of the Korean Society for Power System Engineering, Vol. 16, No. 6, pp. 45-51.
- M. S. Choi and D. J. Yeo, 2013, "Free Vibration Analysis of Axisymmetric Cylindrical Shell by Sylvester-Transfer Stiffness Coefficient Method", Journal of the Korean Society for Power System Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 64-68.
- D. L. Logan, 1993, "A First Course in the Finite Element Method Using Algor", PWS, Boston, pp. 740-752.