

## 다축 하중 구조물의 동적 피로수명 예측

### The Prediction of Dynamic Fatigue Life of Multi-axial Loaded Structure

윤문영<sup>1</sup>, 김경호<sup>1</sup>, 박장수<sup>2</sup>, 부광석<sup>3</sup>, 김흥섭<sup>3,✉</sup>

Moon Young Yoon<sup>1</sup>, Kyeung Ho Kim<sup>1</sup>, Jang Soo Park<sup>2</sup>, Kwang Seok Boo<sup>3</sup>, and Heung Seob Kim<sup>3,✉</sup>

<sup>1</sup> 인제대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Inje Univ.)

<sup>2</sup> 계양전기 (Keyang Electronic Machinery Co.)

<sup>3</sup> 인제대학교 고안전차량핵심기술연구소 (High Safety Vehicle Core Technology Research Center, Inje Univ.)

✉ Corresponding author: mechhsk@inje.ac.kr, Tel: +82-55-320-3748

Manuscript received: 2012.10.12 / Accepted: 2012.11.28

*The purpose of this paper is to compare with estimation of equivalent fatigue load in time domain and frequency domain and estimate the fatigue life of structure with multi-axial vibration loading. The fatigue analysis with two methods is implemented with various signals like random, sinusoidal signals. Also an equivalent fatigue life estimated by rainflow cycle counting in time domain is compared with results estimated with probability density function of each signal in frequency domain. In case of frequency domain, equivalent fatigue life can estimate through Dirlik's method with probability density function. And the work proposed in this paper compared the fatigue damage accumulated under uni-axial loading to that induced by multi-axial loading. The comparison is preformed for a simple cantilever beam, which is exposed to vibrations of several directions. For verification of estimation performance of fatigue life, results are compared to those of FEM analysis (ANSYS).*

Key Words: Dirlik's Method (Dirlik 법), Power Spectral Density (주파수밀도함수), Fatigue Analysis (피로해석), Probability Density Function (확률밀도함수)

#### 1. 서론

대부분의 구조물들은 반복적인 단축 하중을 받고 있지만 풍하중과 같이 시간에 따라서 진폭과 방향이 변하는 다축 랜덤하중을 받을 수 있다. 이러한 하중들은 비틀림, 굽힘 등을 유발할 수 있고, 지속적으로 반복되다 보면 타코마 다리 (Tacoma bridge)와 같은 큰 사고의 원인이 될 수가 있다. 따라서 개발의 초기 단계에서 수명에 대한 정확한 설계는 구조물의 안전성 측면뿐만 아니라 비용의 절감 측면에서도 상당히 중요한 요인이라고 할 수 있다. 고정밀화, 경량화에 따른 피로설계 기술은 변동하중 하에서 안정성이 보장되어야

하므로 설계단계에서 핵심기술로 분류할 수 있을 것이다.

이런 피로수명 예측에 대한 초기 연구는 주로 시간영역에서 이루어져왔으며 부품이나 구조물이 단순한 형태이거나 하중조건이 간단한 경우로서 일반적인 수식을 이용하여 구할 수 있었다.<sup>1</sup>

그러나 시간영역에서의 피로 수명 예측방법은 동적인 진동하중을 받는 기계구조물의 경우에는 구조물의 공진주파수가 가진주파수 영역에 포함될 수 있기 때문에 효율적이지 않다.<sup>2</sup> 이와 같은 이유로 시간의 하중이력이 아닌 주파수영역에서의 PSD 를 이용하여 피로수명을 예측하는 방법이 활발히 연구되고 있다. 또한 복잡한 구조물 및 하중

조건의 경우에는 수식을 이용한 결과 도출이 쉽지 않기 때문에 유한요소해석(Finite Element Analysis, FEA) 상용 프로그램을 이용한 해석이 이루어지고 있다.<sup>3,4</sup> 이처럼 피로 설계에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있지만, 아직도 다축하중에 관한 실제 실험이나 이론적인 검증이 부족한 실정이다.

본 연구에서는 다축하중에 관한 구조물의 피로 수명을 주파수영역에서 예측할 수 있는 방법을 제시하고 시뮬레이션과 실험의 결과와 비교하여 제안된 다축하중에 관한 피로해석 방법을 검증하고자 한다.

## 2. 랜덤 하중에 대한 등가피로하중 계산

### 2.1 시간영역에서의 등가피로하중

Palmgren 에 의해 처음으로 제안된 선형손상법칙은 Miner 에 의하여 더욱 발전되었다. 일반적으로 이 방법은 Miner's rule 로 알려져 있는데, 손상(D)는 식(1)과 같이 정의된다.<sup>5</sup>

$$D = \frac{n}{N} \tag{1}$$

여기서 N 은 응력에 따른 수명이고 n 은 응력진폭이 가해진 사이클 횟수이다. 누적손상이론에서 파괴는 손상률의 합이 식(2)와 같을 때 일어난다.

$$\sum D \geq 1 \tag{2}$$

위의 Miner's rule 과 S-N 곡선을 정의하는 Wohler 의 식을 이용하여 식(3)을 만들어 낼 수 있다.

$$N_f S^m = K \tag{3}$$

$$D = \frac{N S^m}{K} \tag{4}$$

여기서  $N_f$  는 파손점에서 응력반복 횟수이고 K 는 피로파괴에 대한 재료 상수이다. 또한, 실제 하중에서의 일반적인 정보를 얻어 특정 구성요소의 피로수명을 결정하기 위해서는 복합된 변동 하중을 유용한 일정진폭 시험의 S-N 선도와 비교할 수 있는 몇 개의 단순화된 하중이력으로 줄이는 손상합산법이 필요하다. 본 연구에서는 연속효과를 고려

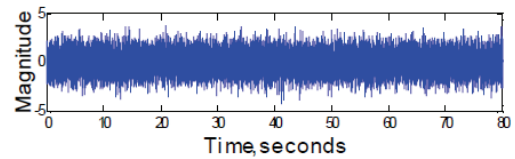


Fig. 1 Random signal in Time-Domain

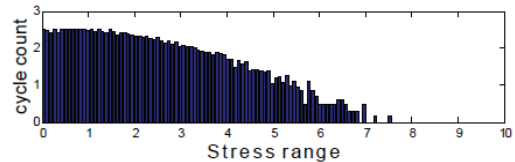


Fig. 2 Result of rainflow cycle counting

한 레인플로우 집계법(rainflow counting)을 이용하여 하중이력을 단순화 하였다. 레인플로우 집계법의 이론과 피로손상의 틀을 맞추는 데 유용한 등가피로하중(Equivalent Fatigue Load, EFL)은 식(5)와 같이 정의 할 수 있다.<sup>6</sup>

$$EFL = \left( \sum_{i=1}^N \frac{S_i^m}{N} \right)^{1/m} \tag{5}$$

$$D = \frac{N(EFL)^m}{K} \tag{6}$$

이러한 이론적 배경을 이용하여 재료지수(material exponent)인 m 을 5 로 가정하고 시간영역에서의 등가피로하중을 계산하였다.

### 2.2 주파수영역에서의 등가피로하중

랜덤하중과 같이 광대역 주파수 영역의 신호에 대한 피로수명 예측은 시간영역보다 주파수영역에서 수행하는 방법이 비용과 시간적인 측면에서 유리하다. Bendat<sup>3</sup>에 의해 발표한 PSD 로부터의 직접적인 피로수명을 계산하는 방법은 광대역 주파수 영역을 가진 랜덤 신호에 적용시키면 피로 수명을 짧게 예측하는 단점이 있다. Dirlik<sup>4</sup> 이 이러한 광대역 주파수 영역의 신호에도 적용이 가능한 실험식을 발표하였는데 식(7)과 같이 정의 된다.

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n P_s(f) df \tag{7}$$

여기서,  $P_s$  는 응력에 대한 주파수밀도함수(Power

Spectrum Density, PSD)를 뜻한다.

Dirlik 은 동적 하중이력에 대한 확률분포함수 (Probability Density Function, PDF)를 식(8)과 같은 실험식으로 나타내었다.

$$p(S) = \frac{\frac{D_1}{Q} e^{-Z/Q} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{-(Z^2/2R^2)} + D_2 Z e^{-Z^2/2}}{2\sqrt{m_0}} \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} \quad (9)$$

$$x_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (10)$$

$$Z = \frac{S}{2\sqrt{m_0}} \quad (11)$$

$$Q = \frac{1.25(\gamma - D_3 - D_2 R)}{D_1} \quad (12)$$

$$R = \frac{\gamma - x_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2} \quad (13)$$

여기서  $D_1 = 2(x_m - \gamma^2)/(1 + \gamma^2)$ ,  $D_3 = 1 - D_1 - D_2$ ,  $D_2 = (1 - \gamma - D_1 + D_1^2)/(1 + \gamma^2)$  이다.

확률밀도함수인  $p(S)$  는 응력 PSD로부터 얻어지는 면적 모멘트인  $m_1, m_2, m_3, m_4$  만의 식으로 정의가 가능한 것을 볼 수 있다. Dirlik 법은 피로해석 분야에서 다른 방법들보다 성능이 우수하고 다양하게 적용 할 수 있어 널리 사용 되고 있다. Dirlik 법을 사용하여 등가 피로 하중을 구하는 식은 식 (14)과 같이 정의 된다.<sup>6</sup>

$$EFL = \left( E[S^m] \right)^{1/m} \quad (14)$$

여기서,  $E[S^m] = \int_0^{\infty} S^m p(S) dS$ .

### 3. 피로수명 시뮬레이션

피로수명 예측 시뮬레이션을 위해 외팔보를 이

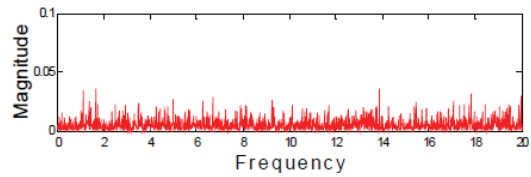


Fig. 3 PSD Magnitude in Frequency-Domain

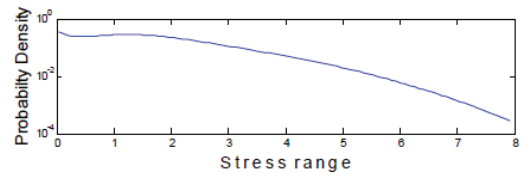


Fig. 4 Probability density function of PSD

Table 1 Material properties of cantilever

|                   |                        |
|-------------------|------------------------|
| Young's Modulus   | 200 Gpa                |
| Poisson's Ratio   | 0.3                    |
| Density           | 7850 kg/m <sup>3</sup> |
| Yield Strength    | 250 Mpa                |
| Ultimate Strength | 460 Mpa                |

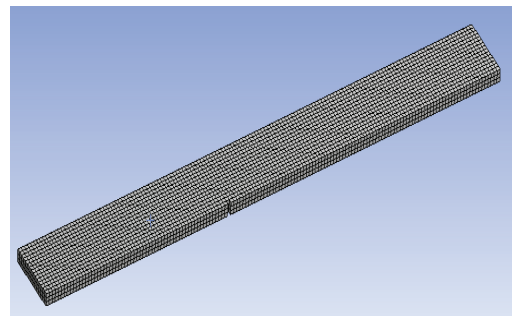


Fig. 5 Analysis model of cantilever

용하였는데 사용된 재료의 물성치를 Table 1 에 나타내었다. 고유진동수에 해당하는 가진주파수의 동적하중을 이용하여 피로수명을 비교하기 위해 실험적 모드해석(EMA)을 수행하였다. 해석모델은 Fig. 5 와 같고 응력집중이 예상되는 노치부분에 정밀옵션을 이용하여 메쉬를 세밀하게 하였다.

### 3.1 단축하중에 대한 피로수명

모드해석에서 구한 2 차 고유진동수를 가진주파수로 외팔보를 단축하중(uni-axial loading)한 경우에 시간영역, Dirlik 법, 그리고 ANSYS Fatigue 를 이용하여 피로수명을 예측해 보았다. 응력이 가장

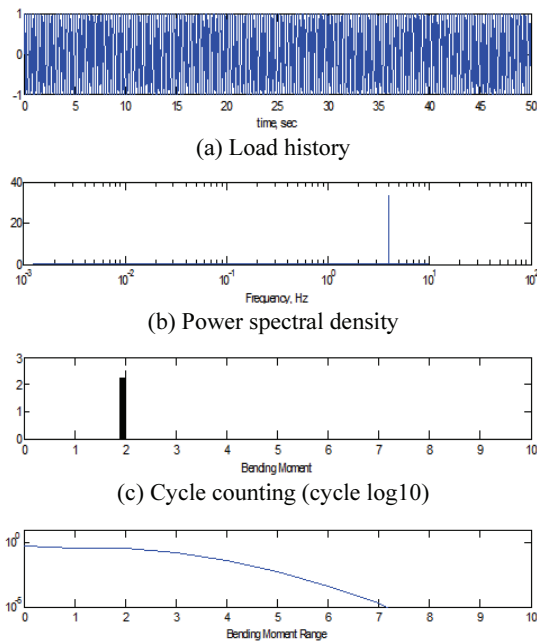


Fig. 6 Data in case of under uni-axial load

Table 2 Fatigue life of uni-axial loading

| Method        | Life (cycle) |
|---------------|--------------|
| Time Domain   | 11,214       |
| Dirlik        | 13,915       |
| ANSYS Fatigue | 12,765       |

발생할 것으로 예상되는 노치부분의 상하방향(z-direction)으로 하중이력과 주파수밀도함수(PSD), 레인플로우 카운팅, 확률밀도함수(PDF)를 Fig. 6 에 나타내었다.

Table 2 는 3 가지 방법으로 이용하여 구한 피로수명 예측 결과로 시간영역에서의 결과에 비해 Dirlik 법과 ANSYS Fatigue 해석 결과값이 좀 더 유사함을 알 수 있다.

### 3.2 다축하중에 대한 피로수명

실제 구조물의 경우 2 축 또는 그 이상의 다축하중을 동시에 받는 경우가 일반적이다. 이와 같이 다축하중을 받고 있는 구조물의 피로수명 예측을 위해서는 조금 다른 접근법이 필요하다.<sup>7,8</sup>

본 연구에서는 다양한 전과경로에 대한 구조물 주파수응답함수(Frequency response function, FRF)를 이용하여 여러 개의 입력신호에 대한 목표

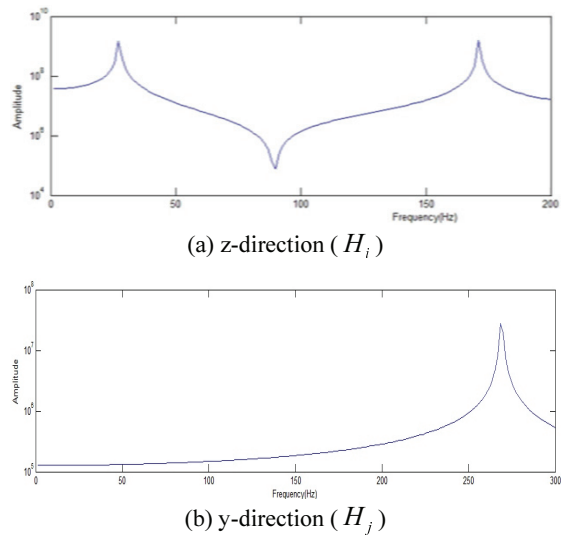


Fig. 7 Frequency response function

하는 지점의 응력에 대한 주파수밀도함수(PSD)를 구하고, Dirlik 법을 적용시켜 확률밀도함수(PDF)를 통해 피로수명을 예측하여 보았다. 다축 피로하중의 주파수밀도함수를 구하기 위해 제안된 방법은 식(15)와 같다.

$$G_o = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M H_i H_j^* G_{ij}(f) \quad (15)$$

여기서  $H_i, H_j$  는 주파수응답함수를 나타내고,  $G_{ij}, G_o$  은 각각 입력 동적 하중과 출력 응력에 대한 주파수밀도함수를 나타낸다.

단축하중의 외팔보 모델에 대해 Dirlik 법과 ANSYS Fatigue 로 각각 수명을 예측하여 다축하중에 대한 피로해석의 타당성을 보이고자 하였는데, 각각 수직하중(z-direction), 수평하중(y-direction)에 대한 노치부분의 응력측정 지점까지의 주파수응답함수를 실험적인 방법과 해석적인 방법으로 각각 구하여 비교해 보았고, 이론적으로 구한 주파수응답함수를 Fig. 7 에 나타내었다.

이 주파수응답함수와 각 방향의 동적 하중 주파수밀도함수를 식(15)에 적용시키면 Fig. 8(a)과 같은 다축하중에 대한 응력 주파수밀도함수를 얻어 낼 수 있다.

Dirlik 법에서 등가피로하중을 이용한 피로수명과 ANSYS Fatigue 해석결과를 비교하여 Table 3 에 나타내었다. 두 값을 비교한 결과 단축하중뿐만

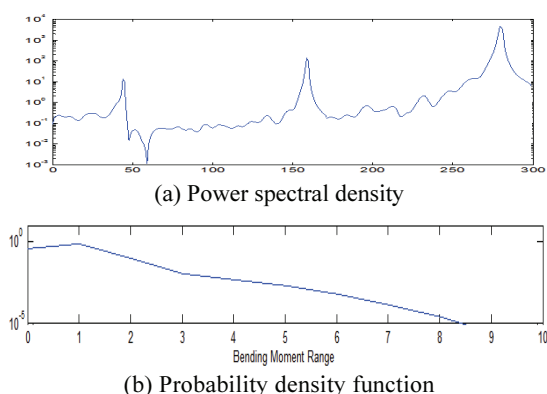


Fig. 8 Data in case of multi-axis loading

Table 3 Fatigue life of multi-axial loading

|           | z-axis | y-axis | multi-axis |
|-----------|--------|--------|------------|
| Dirlik    | 29,654 | 15,273 | 12,284     |
| ANSYS     | 37,677 | 13,494 | 11,879     |
| Error (%) | 8.2    | 7.2    | 4          |

아니라 다축하중에 있어서도 주파수영역에서의 피로해석이 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 시간영역과 주파수영역에서의 등가피로하중을 구하는 이론적 배경 및 과정을 설명하였고, 외팔보에 단축하중과 다축하중을 적용시켜 피로하중을 구한 것을 비교하였다.

첫째로, 시간영역과 주파수영역에서의 등가피로하중 계산 결과, 불규칙 신호를 제외한 bimodal 특성을 가진 주기적인 신호에서 Dirlik 법은 많은 오차를 가지고 있어 이에 대한 개선이 필요하다.

둘째로, 제안된 방법을 이용하여 다축하중 상태의 구조물에 적용한 결과 ANSYS Fatigue 에서 예측한 결과와 비슷한 예측값을 보이고 있어 제안된 방법의 정확성을 확인할 수 있었다.

시뮬레이션 결과에 대한 전반적인 신뢰성을 확보하기 위한 좀 더 다양한 모델에서의 시뮬레이션과 실제 실험을 통한 제안된 방법의 성능 평가에 대한 연구는 진행 중에 있다.

#### 후 기

본 연구는 교육과학기술부와 한국연구재단의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과임.

#### 참고문헌

1. Bannantine, J. A., "Fundamentals of metal fatigue analysis," pp. 198-200, 1989.
2. Bishop, N. W. M., Lack, L. W., and Li, T., "Analytical Fatigue Life Assessment of Vibration Induced Fatigue Life Assessment of Vibration Induced Fatigue Damage," Proceedings of MSC World Users Conference, 1995.
3. Bendat, J. S., "Probability functions for random responses," NASA Report on Contract NASA-5-4590, 1964.
4. Dirlik, T., "Application of Computers to Fatigue Analysis," Ph.D. Thesis, Department of Engineering, University of Warwick, 1985.
5. Jeon, J. H., Beak, S. H., Lee, K. Y., Cho, S. S., and Joo, W. S., "Fatigue Cumulative Damage and Life Prediction of Freight Bogie using Rainflow Counting Method under Service Loading," Proc. of KSME Spring Conference, pp. 114-119, 2004.
6. Ragan, P. and Manuel, L., "Comparing Estimates of Wind Turbine Fatigue Loads using Time-Domain and Spectral Methods," Wind Engineering, Vol. 31, No. 2, pp. 83-100, 2007.
7. Park, J. S., "Fatigue Life Estimation of Multi-axial Loaded System in Frequency Domain," M.Sc. Thesis, Department of Engineering, Inje University, 2010.
8. Aykan, M. and Celik, M., "Vibration Fatigue Analysis and Multi-axial Effect in Testing of Aerospace Structure," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 23, pp. 897-907, 2009.