**Structural Engineering** 

ISSN 1015-6348 (Print) ISSN 2287-934X (Online) www.kscejournal.or.kr

구조공학

# 공용 사장교의 동적특성을 반영하는 버페팅 응답보정법

김병철\* · 임성순\*\* Kim, Byeong Cheol\*, Yhim, Sung Soon\*\*

# Buffeting Response Correction Method based on Dynamic Properties of Existing Cable-Stayed Bridge

**ABSTRACT :** According to design specifications for structural safety, a bridge in initial design step has been modelled to have larger self-weight, external loads and less stiffness than those of real one in service. Thereby measured buffeting responses of existing bridge show different distributions from those of the design model in design step. In order to obtain accurate buffeting responses of the in-site bridge, the analysis model needs to be modified by considering the measured natural frequencies. Until now, a Manual Tuning Method (MTM) has been widely used to obtain the Measurement-based Model(MBM) that has equal natural frequencies to the real bridge. However, since state variables can be selected randomly and its result is not apt to converge exact rapidly, MTM takes a lot of effort and elapsed time. This study presents Buffeting Response Correction Method (BRCM) to obtain more exact buffeting response above MTM. The BRCM is based on the idea the commonly used frequency domain buffeting analysis does not need all structural properties except mode shapes, natural frequencies and damping ratio. BRCM is used to improve each modal buffeting responses of the design model by substituting measured natural frequencies. The measured natural frequencies are determined from acceleration time-history in ordinary vibration of the real bridge. As illustrated examples, simple beam is applied to compare the results of BRCM with those of a assumed MBM by numerical simulation. Buffeting responses of BRCM are shown to be appropriate for those of in-site bridge and the difference is less than 3% between the responses of BRCM and MTM. Therefore, BRCM can calculate easily and conveniently the buffeting responses and improve effectively maintenance and management of in-site bridge than MTM.

Key words : Cable Stayed Bridge, Buffeting Response Correction, Manual Tuning, Measurement-based Model

**초 록**: 설계를 위한 교량의 해석모델은 구조물의 안전성을 확보하기 위해 자중 및 외부하중은 되도록 크게, 구조물의 강성은 되도록 작계 평가하는 것이 일반적이다. 때문에 설계모델을 이용한 버페팅 응답은 실제 공용교량의 버페팅 응답과 차이를 나타낸다. 공용교량의 버페 팅 응답을 정확하게 예측하기 위해서는 공용교량의 동적특성을 계측하여 해석모델이 계측값을 반영하도록 수정하여야 한다. 일반적으 로, 실제교량과 동일한 고유진동수를 갖는 MBM(Measurement -based Model)을 구축하기 위해 설계모델의 다양한 물성치를 파라미 터로 조정하며 계측된 고유진동수와 일치시키는 MTM(Manual Tuning Method)이 사용되고 있다. MTM은 파라미터의 초기치 설정 에 따른 임의성이 높고 여러 수렴점을 가질 수 있어 분석에 상당한 노력이 소요된다. 본 연구는 버페팅해석에 널리 적용되고 있는 단일모 드 주파수영역 해석법이 구조물의 모드형상, 고유진동수 및 감쇠비의 동적특성만을 이용하는 점에 착안하여 MTM과정 없이 설계모델 의 버페팅 응답을 공용교량의 버페팅 응답으로 보정하는 BRCM(Buffeting Response Correction Method)을 제안하였다. BRCM은 설계모델의 모드형상 별 버페팅 응답을 공용교량의 고유진동수만으로 보정하는 방법이다. 공용교량의 고유진동수는 상시진동에 의한 계측 가속도로부터 산정하였다. BRCM의 적용성을 단순보 모델의 시간이력 버페팅해석을 수행하여 수치적으로 평가하였으며 공용교 량모델을 이용한 버페팅해석결과, BRCM과 MTM의 응답 차이는 3% 이하로 나타났다. 공용교량의 실시간 계측시스템에 BRCM을 도입할 경우 사장교의 유지관리 효율성을 높일 수 있을 것으로 기대된다.

검색어: 사장교, 버페팅 응답보정법, 매뉴얼튜닝, 계측기반모델

\* 서울시립대학교 토목공학과 박사과정 (k2@uos.ac.kr)

\*\* 정회원·서울시립대학교 토목공학과 교수 (Corresponding Author·University of Seoul professor·yhimss@uos.ac.kr)

Received June 29 2012, Revised October 22 2012, Accepted November 14 2012

Copyright © 2013 by the Korean Society of Civil Engineers

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

# 1. 서 론

변동풍속에 의한 공기력변화로 구조물에 발생하는 버페팅현 상은 장대교량의 사용성에 문제를 일으킬 수 있어 Davenport (1962)에 의해 주파수영역 버페팅해석기법이 개발된 이후, 해석 의 신뢰도를 높이기 위한 다양한 연구가 진행되어 왔다. 그러나 대부분의 연구는 설계단계에서 시공 중이거나 완성된 교량의 버페팅 응답을 사전에 예측하기 위한 연구로 실제 공용중인 교량의 계측결과에 기반하여 버페팅 응답을 보정하는 방법에 대한 연구는 진행되지 않았다.

설계를 위한 교량의 해석모델은 구조물의 안전성을 확보하기 위해 자중 및 외부하중은 되도록 크게, 구조물의 강성은 되도록 작게 평가하는 것이 일반적이다. 또한 공용기간 경과에 따른 재료의 열화 혹은 보수 및 보강에 따른 구조물의 질량 및 강성의 변화는 교량의 동적 특성 및 버페팅 응답을 변화시키기 때문에 버페팅 응답을 높은 신뢰도로 예측하기 위해서는 계측을 통한 해석모델의 피드백과정이 필요하다. 구조물의 강성, 질량 및 감쇠 등의 특성을 계측하여 반영하는 것은 구조물의 규모와 계측방법의 다양성으로 인하여 높은 신뢰도를 얻기 어렵기 때문에 공용교량의 동적특성이 일치하는 해석모델을 수립하여 버페팅해석을 수행하는 것이 일반적이다.

설계시 해석모델과 공용교량의 동적특성의 차이는 구조물의 부가질량 및 강성, 케이블의 장력, 콘크리트 및 강재의 재료특성, 교량받침의 탄성 등 다양한 물성치의 차이로부터 발생한다. 공용교량에 설치한 가속도계의 데이터로부터 고유진동수, 모드 형상을 산출하고 이와 일치하는 동적특성을 갖는 해석모델을 수립하기 위해 해석모델의 다양한 물성치를 파라미터로 조정 하며 모드형상에 대응하는 고유진동수를 일치시키는 방법 (Manual Tuning Method, MTM)으로 해석모델의 물성치를 결정한다. 그러나 MTM은 파라미터의 선택 및 초기값을 설정하 는 방법에 따라 여러 수렴점을 갖기 때문에 해석자에 따른 임의성이 높고 버페팅해석에 포함되는 모든 모드형상을 정확하 게 일치시키는데 매우 많은 노력이 소요된다. 상기와 같은 문제 점을 해결하기 위해 MTM을 사용하지 않고 공용교량의 버페팅 응답을 예측할 수 있는 방법으로 버페팅 응답보정법(Buffeting Response Correction Method, BRCM)을 제안하였다.

본 연구에서 제안된 BRCM의 적용성을 평가하기 위해 단순 한 모델의 수치모의실험과 공용중인 교량의 버페팅해석을 통해 신뢰도를 분석하였다. 수치모의실험은 시간이력 버페팅해석법 을 이용하여 기본모델과 수정모델의 응답을 비교하였고 공용교 량의 버페팅해석은 교량의 준공전 설계도로 작성된 설계모델 (Design Model, DM)과 MTM을 이용하여 계측고유진동수로 수정된 계측기반모델(Measurement-based Model, MBM)을 BRCM의 결과와 비교하였다.

버페팅해석은 단일모드 비연계 주파수영역 버페팅해석법 (Davenport, 1962; Scanlan, 1996; 김호경, 2006)을 적용하였 으며 이 해석법을 기본으로 BRCM방법을 제안하였다. 수치모 의실험을 위해 공간상관성을 고려한 변동풍속을 생성하여 단순 보의 시간이력 버페팅해석(공민식, 2008)을 수행하였다. 계측 가속도로부터 고유진동수, 모드형상을 산정하는 방법은 개선된 알고리즘을 이용한 고해상도 모드형상 추출법(김병화, 2008)을 적용하였다.

## 2. 해석이론

#### 2.1 계측가속도를 이용한 구조물의 동적특성 추출

사장교의 고유모드형상은 여러 계측지점의 가속도로부터 TDD(Time Domain Decomposition)기법(Kim, 2004)을 이 용하여 추출하였다. TDD기법은 다음과 같다. p개 지점에서 계측된 N개의 시간이력 가속도 샘플을 i번째 모드의 고유진동수 만을 포함하도록 필터링 한 후, 가속도 응답신호로 구성된 행렬 *Y*<sub>i</sub>의 에너지 상관관계 행렬 *E*<sub>i</sub> 를 식 (1), (2)와 같이 산정한다.

$$\boldsymbol{E}_{i} = \boldsymbol{Y}_{i} \, \boldsymbol{Y}_{i}^{T} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{Y}_{i} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{1i}(1) & \cdots & \ddot{y}_{1i}(N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ddot{y}_{pi}(1) & \cdots & \ddot{y}_{pi}(N) \end{bmatrix}$$
(2)

$$\boldsymbol{E}_{i} = \boldsymbol{U} \boldsymbol{\Sigma} \, \boldsymbol{U}^{T} \tag{3}$$

필터링된 시간이력 데이터  $Y_i$ 의 상관관계행렬  $E_i$ 를 식 (3)과 같이 Decomposition하면 특이치행렬 U의 첫 번째 열벡터가 모드형상  $\phi_i$ 이 된다. 계측가속도의 단일모드 응답신호는 식 (4)와 같다.

$$\ddot{c}_i(t) = \frac{\phi_i^T}{\phi_i^T \phi_i} \boldsymbol{Y}_i$$
(4)

$$C = V \Xi V^T$$
(5)

$$\boldsymbol{\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} \ddot{c}_{i}(1) & \ddot{c}_{i}(2) & \cdots & \ddot{c}_{i}(q) \\ \ddot{c}_{i}(2) & \ddot{c}_{i}(3) & \cdots & \ddot{c}_{i}(q+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ddot{c}_{i}(q) & \ddot{c}_{i}(q+1) & \cdots & \ddot{c}_{i}(2q) \end{bmatrix}$$
(6)

N개의 시간이력데이터 중에서 2q개의 데이터를 이용한 상 관관계행렬 C을 식 (5)와 같이 Decomposition하면 특이치행 렬 V중에서 로의 가장 큰 특이치에 상응하는 특이벡터 v<sub>i</sub>가 모드를 대표하는 상호상관함수가 된다. 이 상호상관함수는 Unit impulse load에 대한 자유진동함수와 동일한 형태(Farrar 등, 1997)이므로 System identification(김병화 등, 2008)기법을 적용하여 *i* 번째 모드형상의 고유진동수 및 감쇠비를 추출할 수 있다.

## 2.2 단일모드 주파수영역 버페팅해석

버페팅해석은 단일모드 주파수영역 공탄성 해석이론(Simiu and Scanlan, 1996; 김호경, 2006)을 적용하였다. 단일모드 비연계 운동방정식은 식 (7)과 같다.

$$\begin{split} \ddot{\xi}_i + 2\gamma_i \omega_{i0} \dot{\xi}_i + \omega_{i0}^2 \xi_i \\ = \frac{\rho U^2 B}{2I_i} \int_{deck} [Lh_i + Dp_i + BM\alpha_i] dx \end{split} \tag{7}$$

$$\omega_{i0}^{2} = \omega_{i}^{2} - \frac{\rho B^{4}}{2I_{i}} \omega^{2} A_{3}^{*} G_{\alpha,\alpha_{i}}$$
(8)

$$2\gamma_{i}\omega_{i0} = 2\zeta_{i}\omega_{i} - \frac{\rho B^{2}}{2I_{i}}\omega\Big[H_{1}^{*}G_{h_{i}h_{i}} + P_{1}^{*}G_{p_{i}p_{i}} + B^{2}A_{2}^{*}G_{\alpha_{i}\alpha_{i}}\Big]$$
(9)

$$G_{q_iq_i} = \int_{deck} q_i^2(x) dx, \ (q_i = h_i, \ p_i \ \text{or} \ \alpha_i)$$
(10)

$$L = 2C_L \frac{u}{U} + \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D\right) \frac{w}{U}$$
(11)

$$D = 2C_D \frac{u}{U} \tag{12}$$

$$M = 2C_M \frac{u}{U} + \frac{dC_M}{d\alpha} \frac{w}{U}$$
(13)

여기서 아래첨자  $i \in \text{모드번호}, \xi_i, \xi_i \in \text{각각 모달 변위,}$ 속도, 질량,  $\gamma_i \in$ 수정 감쇠비,  $\omega_{i0} \in$ 수정 고유진동수,  $\rho \in$ 공기의 단위중량,  $U \in$ 평균풍속,  $B \in$ 교량단면의 폭,  $I_i \in$ 모달질량 (=  $\int_0^l mq_i(x)dx$ ), L, D,  $M \in$  각각 양력, 항력, 피칭모멘트,  $q_i = h_i$ ,  $p_i$ ,  $\alpha_i \in$  연직방향, 교축직각방향, 회전변 위의 모드형상을 나타낸다. 식 (7)에 대해 푸리에 변환하여 정리하면 식 (14)과 같다(Simiu and Scanlan, 1996).

$$S_{\xi_i\xi_i}(\omega) = \left(\frac{\rho UB}{2I_i}\right)^2 \frac{R_{\varphi_i}S_u(\omega) + R_{\psi_i}S_w(\omega)}{\left(\omega_{i0}^2 - \omega^2\right)^2 + \left(2\gamma_i\omega_{i0}\omega\right)^2}$$
(14)

$$R_{\varphi_i} = \iint_{deck} \varphi_i(x_A) \varphi_i(x_B) e^{-C|x_A - x_B|/l} dx_A dx_B$$
(15)

$$R_{\psi_{i}} = \iint_{deck} \psi_{i}(x_{A})\psi_{i}(x_{B})e^{-C|x_{A}-x_{B}|/l}dx_{A}dx_{B}$$
(16)

$$\varphi_i(x) = 2 \left[ C_L h_i(x) + C_D p_i(x) + B C_M \alpha_i(x) \right]$$
(17)

$$\psi_i(x) = \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D\right) h_i(x) + B \frac{dC_M}{d\alpha} \alpha_i(x)$$
(18)

여기서,  $S_u$ 와  $S_w$ 는 각각 기류방향과 연직방향 변동풍속의 스펙트럼, C는 변동풍속의 공간상관성을 고려하는 계수로  $5nl/U \le C \le 20nl/U$ ,  $(n = \omega_{i0}/2\pi)$ 의 값을 갖는다. 하는 랜덤 진동이론에 따라  $\xi_i$ 의 분산  $\sigma_{\xi_i}^2$ 은 식 (19)와 같이 산정한다. 각 응답 성분의 표준편차  $\sigma_{a_i}$ 는 식 (20)과 같다.

$$\sigma_{\xi_i}^2 = \int_0^\infty S_{\xi_i \xi_i}(n) dn , \quad n = \frac{\omega}{2\pi}$$
(19)

$$\sigma_{q_i} = q_i(x)\sigma_{\xi_i} \tag{20}$$

해석에 고려된 N개의 모드에 대하여 최대 표준편차응답 $(\sigma_q)$ 은 식 (21)과 같이 표현되며 각각의 모드에 식 (22)와 같은 최대응답계수(K)를 곱하여 최대응답을 산정한다.

$$\sigma_q = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{q_i}^2(x)} \tag{21}$$

$$\overline{K} = \sqrt{2\ln\nu T} + \frac{0.577}{\sqrt{2\ln\nu T}}$$
(22)

$$\nu = \sqrt{\frac{\int_{0}^{\infty} n^2 S_{\xi_i \xi_j}(n) dn}{\int_{0}^{\infty} S_{\xi_i \xi_j}(n) dn}}$$
(23)

#### 2.3 버페팅 응답보정법(BRCM)

공용교량의 바람에 의한 상시진동 가속도 데이터로부터 2.1 절의 방법으로 추출된 k번 째 모드의 고유진동수 및 감쇠비를  $w_{k0}$ ,  $\gamma_k$ 로 두면, 공용교량의 버페팅 응답은 식 (14)를 수정하여 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{\xi_k\xi_k}(\omega) = \left(\frac{\rho UB}{2I_k}\right)^2 \frac{R_{\varphi_k}S_u(\omega) + R_{\psi_k}S_w(\omega)}{\left(\omega_{k0}^2 - \omega^2\right)^2 + \left(2\gamma_k\omega_{k0}\omega\right)^2}$$
(24)

여기서, 아래첨자 *i* 는 해석모델의 모드번호, *k* 는 공용교량의 모드번호를 의미하며, *q<sub>i</sub>*(*h<sub>i</sub>*, *p<sub>i</sub>* or *α<sub>i</sub>*)는 공용교량의 모드 형상 을 나타낸다. 모드형상의 변화에 따른 버페팅 응답변화를 분석 하기 식 (25)와 같은 모드형상 보정함수 *T<sub>a</sub>*를 가정하였다.

$$q_k(x) = q_i(x) T_{q_i}(x)$$
 (25)

임의의 공기력계수  $C_D = C_L = BC_M = 1$ ,  $dC_L/d\alpha = BdC_M$  $/d\alpha = 1$ , 해석모델의 모드형상을  $h_i(x) = \sin(i\pi x/l)$ ,  $p_i = 0$ ,  $\alpha_i = 0$ , 공간상관계수 C = 0으로 가정하면 식 (26), (27)의 관계가 성립한다. 여기서,  $m_k$ 은 거더의 단위길이당 질량을 나타낸다.

$$R_{\phi_k} = R_{\varphi_k}$$
  
= 4  $\iint_{deck} h_i(x_A) h_i(x_B) T_{h_i}(x_A) T_{h_i}(x_B) dx_A dx_B$  (26)

$$R_{\phi_k}/I_k = R_{\varphi_k}/I_k = 2/m_k$$

$$I_k = \int_{str} h_i^2(x) T_{h_i}(x) dx$$
(27)

모드형상 보정함수를 이용한 공용교량의 버페팅 응답은 식 (28)과 같이 표현할 수 있다. 식 (26), (27)의 관계식을 이용하면 연직방향 모드에 대응하는 버페팅 응답으로부터 적분가능한 모든 *T<sub>h</sub>*에 대하여 식 (29)의 관계를 만족한다.

$$\sigma_{h_{k}}(x) = \frac{\rho UB}{\sqrt{8\pi}} \frac{h_{i}(x) T_{h_{i}}(x)}{m_{k} \int_{0}^{l} h_{i}(x)^{2} T_{h_{i}}(x)^{2} dx} \times \sqrt{\int_{0}^{\infty} \frac{c_{1} S_{u}(\omega) + c_{2} S_{w}(\omega)}{(\omega_{k0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (2\gamma_{k} \omega_{k0} \omega)^{2}} d\omega} \times \sqrt{\iint_{deck} 4h_{i}(x_{A})h_{i}(x_{B}) T_{h_{i}}(x_{A}) T_{h_{i}}(x_{B}) dx_{A} dx_{B}}$$
(28)

$$\sigma_{h_k}(x) = \frac{m_k}{m_i} \sigma_{h_i}(x) T_{h_i}(x)$$
(29)

여기서, c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>는 정적삼분력계수 및 기울기에 따른 유도과정 상의 계수로 식 (28)에서는 각각 1, 1이다. 위의 관계식은 연직모 드 뿐 아니라 횡방향 및 비틀림 모드에 대해서도 성립한다. 해석모델과 공용교량의 고유진동수 및 질량분포가 동일하며 변동풍속의 공간상관성 및 풍히중의 연직, 수평, 모멘트성분의 연계성을 고려하지 않는 경우, 공용교량의 버페팅응답은 설계모 델의 버페팅응답을 이용하여 식 (30) 같이 표현된다.

$$\sigma_{q_k}(x) = \frac{m_k}{m_i} \sigma_{q_i}(x) T_{q_i}(x)$$
(30)

여기서, q<sub>i</sub>는 연직, 횡방향 및 비틀림 방향의 모드형상(h<sub>i</sub>, p<sub>i</sub>, α<sub>i</sub>)을 나타낸다. 공용교량의 고유진동수 변화는 구조물의 공용연수 증가에 따른 강도저하, 온도변화, 케이블 및 텐던의 장력변화, 교량받침의 마찰 등의 요인으로 변화하므로 보수, 보강의 이력이 없을 경우 질량의 변화의 영향은 매우 작다. 따라서 구조물의 질량분포가 일정하고 모드형상이 극단적으로 변화되지 않는다면 설계당시 구조물의 버페팅해석모델을 이용 하여 다른 모든 상수는 동일하게 적용하고 공용교량에서 계측된 고유진동수ω<sub>k0</sub>만을 대입하여 식 (14)~(23)과 동일한 과정으로 버페팅 응답을 산정한다.

# 3. 수치모의실험

본 연구에서 제안한 2.3절의 BRCM은 모드형상 차이가 크지 않은 경우만 적용 가능하며 변동풍속의 공간상관성, 풍하 중의 성분 간 연계성을 고려하지 않고 유도되었다. BRCM의 적용성을 확인하기 위해 Fig. 1과 같은 수치모의실험을 설계하



Fig. 1. Flowchart of Numerical Simulation



Fig. 2. Analysis Model of Numerical Experiment

였다. 기본모델(Original Model)은 설계단계의 모델, 수정모델 (Modified Model)은 구조물의 특성이 임의로 수정된 공용중인 교량과 대응하는 모델로 설정하였다. 수정모델의 주파수영역 버페팅 응답은 공용교량의 실제 버페팅 응답으로, 수정된 모델 의 시간이력 버페팅 해석에 의한 가속도응답은 계측데이터를 의미한다. TDD기법으로 고유진동수를 추출하고 BRCM에 적 용하여 응답을 산정하였다.

#### 3.1 해석모델

기본모델은 단면폭 10m, 길이 50m 의 단순보이며 탄성계수는  $2.0 \times 10^8 k N/m^2$ , 밀도 0.6580 k N/g이고, 비틀림상수  $0.4035m^4$ 와 단면2차모멘트  $I_y$ ,  $I_z$ 는 각각  $0.10416m^4$ ,  $41.67m^4$ 이다. 11개의 절점과 10개의 프레임요소를 이용한 유한요소모델을 구성하였다.

변동풍속스펙트럼은 식 (31), (32)를 이용하여 z = 20m에서 평균풍속 U(z) = 40m/s, 난류강도는  $I_u = 0.142$ ,  $I_w = 0.071$ 그럼4와 같은 von Karman스펙트럼을 적용하였다. 공간상관계 수 C = 10nl/U를, 감쇠비는 Rayleigh 댐핑을 이용하여 첫 번째와 두 번째 모드의 감쇠비를 1.5%로 적용하였다. 공기의 밀도는  $1.225 \times 10^{-3} kN/g \cdot m^3$  단면의 정적삼분력계수는  $C_D$ = 1.62,  $C_L = 0.14$ ,  $C_M = 0.07$ 을 가정하였다. 버페팅 해석은 단일모드 주파수영역 공탄성 해석이론(Scanlan, 1996; 김호경, 2006)을 적용하였다.

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4x_u}{\left(1+70.8x_u^2\right)^{5/6}}$$

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_w^2} = \frac{4x_w \left(1+755x_w^2\right)}{\left(1+283x_w^2\right)^{11/6}}$$
(31)

$$x_i = f \frac{L_i}{z}, (i = u, w) \tag{32}$$

#### 3.2 기본모델의 해석결과

기본모델의 주파수영역 버페팅해석결과 중 주 고유진동수에 대응하는 변위응답은 Table 1과 같다. 가장 큰 변위를 갖는 연직 1차 모드의 최대변위는 640.5mm 이다. 시간이력 버페팅

Table 1. Free Vibration and Buffeting Response of Numerical Experiment

Mode	Nat. Freq.(Hz)	Direction	RMS Disp.(mm)	Peak Factor
1	0.500	Vertical	181.111	3.537
2	2.000	Vertical	4.486	3.890
4	4.500	Vertical	0.673	4.076
3	3.429	Torsional	0.479	3.992
7	10.000	Lateral	0.163	4.210



Fig. 3. Generated Turbulence Spectrums(von Karman)



Fig. 4. Response Spectrum of Vertical Displacement

해석은 동일한 스펙트럼을 이용하여 풍속을 생성하였고 생성된 풍속스펙트럼은 Fig. 3에 나타내었다. 0~20Hz까지 2<sup>14</sup>개의 주파수 영역으로 분할하여 Spectral representation(공민식, 2008)방법을 적용하였으며 목표스펙트럼인 von-Karman 스펙 트럼과 잘 일치하는 풍속스펙트럼이 생성되었다. 생성된 변동풍 속을 이용하여 기본모델의 시간이력 버페팅 해석을 이용한 결과 중 연직변위의 스펙트럼은 Fig. 4에 나타내었다. 기본모델 의 연직모드의 고유진동수에 해당하는 주파수에서 극대값을 갖는 것을 확인할 수 있다.

#### 3.3 수정모델의 해석결과

BRCM의 적용성을 분석하기 위해 기본 해석모델로부터 재 료의 탄성계수, 지점의 강성이 Table 2와 같은 범위로 변화되는 경우 BRCM에 의한 응답과 정해를 비교하였다.

기본모텔에서 탄성계수가 1.8~2.2×10<sup>7</sup>까지 변화된 경우 수정된 모델의 주파수영역 버페팅 응답과 BRCM에 의한 고유 진동수 및 응답을 산정하였다. 해석모델의 모든 요소의 탄성계 수를 동일하게 변화시키므로 모드형상의 변화가 없다. 버페팅 응답은 모드형상의 변화가 없는 경우 2.3절의 내용으로부터 고유진동수와 감솨비에 의해 차이를 나타낸다. 기본모델의 탄성 계수 변화에 따른 고유진동수와 TDD기법을 이용해 시간이력

Table 2. Variation of Stiffness and Elasticity

	Basic model	Modified Model	Unit
Elasticity	2.0e+7	1.8e+7~2.2e+7	kN/m <sup>2</sup>
Spring upport (Single)	0	0~1.0e+5	kN-m/rad
Spring upport (Both Ends)	0	0~1.0e+5	kN-m/rad



Fig. 5. Response to Elastic Coefficient Variation

가속도데이터로부터 산정된 고유진동수를 Fig. 5(a)에 나타내 었다. 탄성계수 변화에 따른 고유진동수의 TDD기법의 오차는 최대 0.9%를 나타내었다. BRCM에 의한 RMS 및 최대응답의 오차는 최대 1.9%이하이다. 버페팅 응답의 최대값이 592mm인 경우 오차는 최대 11mm(1.79%)를 나타냈다.

지점강성의 변화는 공용 구조물과 설계모델의 고유진동수의 차이를 유발하는 주된 요인으로 알려져 있다. 지점강성의 변화 는 Fig. 6과 같은 모드형상의 변화를 수반하므로 BRCM에 의한 응답의 오차를 크게 할 수 있어 검증이 필요하다. 기본모델 의 지점강성을 좌측힌지(Single)에만 고려한 경우와 양쪽힌지 (Both Ends)에 고려한 경우로 나누어 지점강성이 0.0~1.0×10<sup>5</sup> kN-m/rad까지 변화하는 경우 고유진동수 및 응답의 차이를



Fig. 6. Vertical 1st Mode Shapes to Spring Support Stiffness Variation



Fig. 7. Response to Single Spring Support Stiffness Variation



Fig. 8. Response to Both Ends Spring Support Stiffness Variation

Fig. 7과 8에 도시하였다.

기본모델 및 좌단(Single)과 양단(Both Ends)에 1.0×10<sup>5</sup> kN-m/rad의 지점강성이 적용된 경우 연직 1차 모드형상을 Fig. 6에 나타내었다. 기본모델의 연직 1차 고유진동수는 0.500 Hz이고 단방향 지점에만 회전강성이 적용된 경우(Single) 0.585Hz, 양방향 지점에 회전강성이 적용된 경우 0.669Hz이 다. 단방향과 양방향의 고유진동수가 각각 15.5%, 34.8%로 변화함에도 모드형상의 변화는 크지 않은 것을 확인할 수 있다.

지점강성의 변화에 따른 주파수영역 버페팅 해석과 BRCM 의 고유진동수 차이는 Single의 경우 최대 1.22%, 양단 고정인 경우는 최대 1.33%를 나타내었다. RMS 및 최대응답의 오차는 Single과 Both Ends의 경우 각각 최대 2.65%, 4.96%를 나타내 었다. Both Ends의 경우 나타나는 최대오차는 TDD기법의 고유진동수 산정에서 나타나는 오차로서 이외의 점들을 대체로 2.3%작은 응답오차를 나타낸다. 모드형상의 변화를 수반하는 구조물의 특성이 변화된 경우는 모드형상의 변화가 없는 경우보 다 1~2% 큰 오차를 나타낸다. 고유진동수의 변화가 20%이하인 경우 최대응답의 오차는 4.87%를 나타내었고 고유진동수의 변화가 10%이하인 경우 최대응답의 오차는 2.26%를 나타내었다. 수치모의실험의 결과 본 연구에서 사용된 제한조건 내에서 모드형상의 변화가 없는 경우는 BRCM을 이용한 응답은 2%이 하의 오차를 나타내며 모드형상의 변화가 있는 경우에도 5%이 하의 오차를 나타내는 것을 확인하였다. 또한 기본모델과 수정 모델의 고유진동수가 20%이상 차이를 나타내는 경우에도 모드 형상은 Fig. 6과 같이 유사하므로 버페팅 응답의 최대값 분포 또한 모드형상과 같이 유사한 형태를 나타낸다. 수치모의실험의 결과로부터 기본모델의 고유진동수와 TDD기법으로 산출한 고유진동수가 20%의 차이를 나타내는 경우에도 공용교량에 매뉴얼튜닝방법(MTM)을 사용하지 않고 BRCM을 적용하여 버페팅 응답을 산정할 수 있음을 확인하였다.

#### 4. 공용교량의 버페팅 응답

공용교량의 구조특성은 재료의 열화, 장력의 변화, 지점강성 등의 영향으로 설계모델과 차이를 나타낸다. 설계모델의 고유진 동수와 공용교량에서 계측한 고유진동수는 차이를 나타내므로 공용교량의 고유진동수를 반영한 새로운 해석모델을 수립해야 한다. 일반적으로 시행오차법에 의한 매뉴얼튜닝 방법을 사용하 여 해석모델의 고유진동수를 일치시킨 후 버페팅 해석을 수행하 는 것이 일반적이다. 본 연구는 공용교량의 특성을 반영하는 모델링 과정인 매뉴얼튜닝 없이 설계모델의 모드형상에 직접 계측고유진동수를 적용하여 버페팅 해석을 수행하는 BRCM을 이용한 응답을 산정하였다. BRCM의 응답을 기존의 매뉴얼튜 닝 과정을 거친 응답과 비교하여 BRCM의 적용성을 분석하였 다. 본 장에서 사용되는 설계모델(Design Model, DM)은 구조 물을 준공하기 이전 설계도면을 이용하여 작성된 해석모델을, 계측기반모델(Measurement-based Model, MBM)은 매뉴얼 튜닝(MTM)을 이용하여 계측고유진동수를 반영되도록 수정된 설계모델을 말한다.

#### 4.1 자유진동해석 결과분석

해석대상 공용교량은 남해안에 위치한 연도교로 교장 436m (=103+230+103), 교폭 16.64m이고 88.5m 높이의 2개의 H형 콘크리트 주탑을 갖는 3경간 연속 강합성 사장교이다. 상부구조 를 지지하고 있는 케이블은 주탑마다 주경간, 측경간 방향으로 각각 10개씩 2면으로 구성되어 있다. 설계모델의 고유진동수 및 계측고유진동수, 매뉴얼튜닝을 수행한 해석모델의 고유진동 수는 Table 3과 같다. 계측고유진동수는 보강거더의 주경간 중앙의 풍속계가 15m/s이상의 풍속을 나타낼 때의 가속도의 시간이력데이터를 TDD기법으로 산정하였다. 계측기반모델 (MBM)은 해석모델의 고유진동수가 주요 고유진동수의 계측 값과 동일하도록 MTM을 시행하여 물성치를 Table 4과 같이 조정하였다(임성순, 2011).



Fig. 9. Drawing of longitudinal section of the cable-stayed bridge

No.	DM	Measured	MBM	Remark
1	0.487	0.458	0.458	Vert. 1st
2	0.665	0.640	0.619	Vert. 2nd
3	0.674		0.634	Lat. 1st
4	0.748		0.720	Pylon Lat. 1st
5	0.843	0.848	0.816	Lat. 2nd
6	1.166	1.031	1.041	Vert. 3rd
7	1.247	1.125	1.140	Tor. 1st
8	1.316		1.215	Tor. 2nd

Table 3. Natural Frequencies of Analysis Models

Table 4. Manual Tuning Modified Propert
---

Parameters	DM	MBM	Variation
Girder Torsional Stiffness(%)	100.00	90.31	-9.69
Girder Iy(%)	100.00	97.30	-2.70
Girder Iz(%)	100.00	119.90	19.90
Girder Self Weight(%)	100.00	100.74	0.74
Pylon Stiffness(%)	100.00	91.12	-8.88
Shoe Elasticity(kN/m)	5000	102434	97434
Support Rolling Stiffness(kN-m/rad)	0	12388	12388
2nd Dead Load(kN/m)	53.77	114.00	60.23

해석모델별 고유진동수를 나타낸 Table 3의 결과에서 매뉴얼 튜닝을 수행한 계측기반모델의 고유진동수가 계측된 고유진동 수와 동일하지 않은 것을 볼 수 있다. 일반적으로 매뉴얼튜닝을 사용할 때 연직 1차 모드의 고유진동수를 우선하여 일치시키기 때문에 고차의 모드의 고유진동수는 1~15% 정도의 오차를 나타내낸다. 그러나 BRCM을 이용하는 경우 계측된 고유진동 수를 버페팅 해석과정에 직접 대입하기 때문에 해석방법은 단순하지만 오히려 MTM보다 더 정확한 버페팅 응답을 산정할 수 있다.



Fig. 10. Mode Shape of Design Model and Measurement-based Model

2.3절에 유도된 것과 같이 구조물의 고유진동수와 모달질량 이 동일한 경우 주파수영역 버폐팅 해석에 의한 응답은 모드형상 에 기인한다. 설계모델과 계측기반모델의 모드형상은 Fig. 10에 비교하였다. 계측기반모델의 물성치는 설계모델에 비하여 최대

Mode Shape	Natural Frequency(Hz)		Modal Mass(kN/g)		Maximum Modal Response(mm)			mata		
	DM	MBM	BRCM	DM	MBM	BRCM	DM	MBM	BRCM	note
Vertical 1st	0.487	0.458	0.458	2762.7	3190.1	3190.1	120.6	120.0	123.7	
Vertical 2nd	0.665	0.619	0.640	3785.5	4595.7	4595.7	44.4	42.6	40.7	
Vertical 3nd	1.166	1.041	1.031	1889.5	2752.2	2752.2	15.1	15.1	14.4	
Lateral 1st	0.674	0.634	0.634	4145.8	4998.1	4998.1	34.3	33.6	33.5	
Lateral 2nd	0.843	0.816	0.848	3089.6	4236.1	4236.1	21.3	16.7	15.3	
Torsional 1st	1.247	1.140	1.125	1083.7	735.1	735.1	3.9	7.6	7.5	
Torsional 2nd	1.316	1.215	1.215	2722.4	1068.4	2722.4	9.6	4.1	11.9	

 Table 5. Dynamic Properties of Analysis Model and Buffeting Responses



Fig. 11. Maximum Buffeting Displacement of Girder on Analysis Model and BRCM

19.90%까지 증감되었으나 두 모델의 모드형상은 거의 동일한 것을 볼 수 있다. 따라서 계측기반모델의 버페팅 응답은 고유진 동수와 모달질량의 차이로만 표현되므로 두 해석모델이 동일한 질량분포를 갖는 경우 BRCM방법을 이용하면 MTM없이 계측 기반모델에 가까운 높은 정밀도로 버페팅 응답을 산정할 수 있다.

#### 4.2 버페팅 해석결과분석

설계모델과 계측기반모델 및 BRCM에 적용된 모델의 고유 진동수, 모달질량(*I<sub>k</sub>*) 및 모달 최대 응답을 Table 5에 나타내었 다. 교량의 버페팅 응답에 주요한 연직1~3차, 횡방향1, 2차 비틀림1, 2차 모드에 해당하는 버페팅 해석 응답을 산정하였다. 모달응답에 식 (21)~(23)의 방법을 적용하여 산정한 최대응답 은 Fig. 11에 나타내었다. 주경간 중앙점의 최대 버페팅 응답은 Table 6과 같다.

계측기반모델, 설계모델 및 BRCM에 의한 거더의 버페팅 최대변위형상은 모드형상의 선형조합으로 표현되며 Fig. 11의 거더 최대변위 또한 설계모델과 계측기반모델이 유사한 형상을 나타낸다. 계측기반모델의 최대변위는 연직방향으로 121.1mm, 횡방향 34.2mm, 비틀림 2.044rad를 나타내었다. 설계모델을 이용하여 예측한 버페팅 변위와 최대 9.59%의 오차를 나타내는 반면, BRCM을 이용한 응답은 최대오차는 2.91%이다. 공용교

Table 6. Maximum Displacement at Center of Main Span Girder on Analysis Model and BRCM

Direction	$\underset{\delta_k}{MBM}$	$\mathop{\mathrm{DM}}_{\delta_i}$	$\frac{\left(\delta_i - \delta_k\right)/\delta_k}{(\%)}$	$\frac{\text{BRCM}}{\delta_b}$	$\frac{\left(\delta_b - \delta_k\right)/\delta_k}{(\%)}$
Vertical (mm)	121.1	121.6	0.44	124.6	2.91
Lateral (mm)	34.2	36.7	7.32	33.8	1.16
Torsional (rad)	2.044	2.238	9.49	1.993	2.50

량의 버페팅 해석에 BRCM을 이용하고 설계모델과 공용교량이 동일한 질량분포를 갖는다면 매뉴얼튜닝 과정을 거치지 않고도 계측기반모델에 가까운 정밀도로 버페팅 응답을 산정할 수 있다.

# 5. 결 론

본 연구는 공용교량의 버페팅해석의 정밀도를 높이기 위해 계측된 고유진동수에 기반한 버페팅응답 보정기법인 BRCM을 제안하였다. BRCM의 유효성증명, 수치모의실험 및 공용교량 의 버페팅 해석을 통하여 적용성을 확인하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 임의의 구조물의 강성이 변화되더라도 모드형상과 질량분 포가 동일한 경우, 변화되기 전 해석모델과 계측기반 고유진 동수만을 이용하여 실제교량에 적절한 버페팅 응답을 산정 할 수 있다.
- (2) 수치모의실험에서 모델의 탄성계수 및 지점강성의 변화에 의 해 기본모델과 수정모델의 고유진동수가 34.8%의 차이를 나타 내는 경우에도 이에 대응하는 모드형상의 차이는 매우 작다.
- (3) 수치모의실험의 결과, 기본모델의 고유진동수와 수정된 모델로부터 TDD기법으로 산출한 고유진동수가 20%의 차이를 나타내는 경우에도 BRCM을 이용하여 수정된 모델 의 버페팅응답은 5% 미만의 오차를 보였으며 고유진동수 가 10%의 차이가 있는 경우는 3% 미만의 오차를 나타내었 다. 설계모델과 공용교량의 주요모드의 고유진동수의 차이 가 10% 이하인 경우 BRCM과 MTM의 응답은 3% 이하의 차이를 나타낸다.
- (4) BRCM은 계측기반모델을 작성하지 않고 계측된 고유진동 수를 직접 이용하기 때문에 오차요인을 줄일 수 있다. MIM 을 이용하여 계측기반모델을 작성하는 경우 고차모드의 고유진동수까지 계측값과 일치시키는 것은 어렵기 때문에 BRCM을 이용하여 계측고유진동수를 직접 대입하는 경우 해석결과의 신뢰도를 높일 수 있다.
- (5) 설계모델과 공용교량의 질량분포가 동일한 경우 계측 고유 진동수에 기반한 BRCM을 이용하면 매뉴얼 튜닝과정 없이 공용교량의 버페팅 응답을 보정할 수 있다.

제안된 BRCM을 공용교량의 버페팅해석에 적용하는 경우 구조물이 설계모델과 질량분포에 변화가 없다면 설계모델을 이용하여 계측된 고유진동수만으로 교량의 동적특성을 반영한 버페팅 응답을 보정할 수 있다. 제안된 방법이 상시계측시스템 과 연계되는 경우 고풍속의 바람에 상시 노출되는 해상 장대사장 교의 유지관리 업무의 효율성을 높일 수 있을 것으로 기대된다.

# 감사의 글

본 논문은 2011년도 한국건설기술연구원 "일반국도 특수교 내풍해석용 유한요소모델링 및 내풍 진동해석" 과제로 수행되 었습니다. 연구내용과 관련한 계측자료를 이용할 수 있도록 배려해 주신 것에 감사드립니다.

#### References

- Kong Min Sik (2008) *Buffeting Analysis of Suspension Bridges during Erection Sequences*. Doctoral dissertation, University of Seoul.
- Kim Byeong Hwa, et al.(2008) Modal Parameter Extraction of Seohae Cable-stayed Bridge: I. Mode Shape. J. of Korean Society of Civil Engineering, Korean Society of Civil Engineering, Vol. 28, No. 5A, pp. 631-639.
- Kim Byeong Hwa, Park Jong-Chil(2008) Modal Parameter Extraction of Seohae Cable-stayed Bridges: II. Natural Frequency and Damping Ratio. J. of Korean Society of Civil Engineering, Korean Society of Civil Engineering, Vol. 28, No. 5A, pp. 641-674.
- Kim Sung-Ho, et al.(2011) Buffeting Responses of Concrete Cable-stayed Bridge Considering Turbulent Characteristics of Bridge Site. J. of Korean Society of Civil Engineering, Korean Society of Civil Engineering, Vol. 31, No. 2A, pp. 97-104.
- Kim Ho-Kyung, et al.(2006) Parametric Study on the Buffeting Response for a Cable-Stayed Bridge. J. of Korean Society of Civil Engineering, Korean Society of Civil Engineering, Vol. 26, No. 2, pp. 371-382.
- Yhim Sung Soon(2005) Determination of Initial Tension and Reference Length of Cables of Cable-Stayed Bridges. J. of KSMI, Korea Institute for Structural Maintenance Inspection, Vol. 9, No. 2, pp. 137-146.
- Yhim Sung Soon, et al.(2011) FEM modeling and Wind Induced Vibration Analysis for Wind Resistance Design of Special Bridges on National Highway, Research report, Korean Institute of Construction Technology.
- Byeong Hwa Kim, Norris Stubbs and Taehyo Park (2004) A New Method to Extract Modal Parameters Using Output-only Responses. J. of Sound and Vibration, Vol. 282, pp. 215-230.
- C. R. Farrar and G. H. James III (1997) System Identification from Ambient Vibration Measurements on a Bridge. *J. of Sound and Vibration*, Vol. 205, pp. 1-18.
- Davenport, A.G. (1962) The Response of Slender, Line-like Structures to a Gusty Wind. *ICE*, Vol. 23, No. 3, pp. 389-408.
- Simiu, E. and Scanlan, R.H. (1996) Wind Effects on Structures. Wiley Interscience.