

타카기 – 수게노 퍼지모델 기반 다개체 시스템의 상태일치를 위한 제어기 설계

Controller Design of Takagi–Sugeno Fuzzy Model-Based Multi-Agent Systems for State Consensus

문지현* · 이호재*† · 김도완**

Ji Hyun Moon*, Ho Jae Lee*†, and Do Wan Kim**

*인하대학교 전자공학과, **한밭대학교 전기공학과

† Department of Electronic Engineering, Inha University

Department of Electrical Engineering, Hanbat National University

요 약

본 논문은 연속시간에서의 타카기–수게노 퍼지모델 기반 다개체 시스템의 상태일치를 위한 제어기 설계 기법을 제안한다. 그래프 이론을 통해 각 개체간의 정보를 교환하는 네트워크를 표현한다. 제어기 설계 조건은 선형 행렬 부등식의 형태로 유도되며, 수치적 예제를 통해 제안된 방법의 효율성을 증명한다.

키워드 : 다개체 시스템, 상태 일치, 타카기–수게노 퍼지 시스템, 선형 행렬 부등식, 그래프 이론

Abstract

This paper addresses a state consensus controller design technique of Takagi–Sugeno fuzzy model-based multi-agent systems in a continuous-time domain. We express the interconnection topology among the agents through graph theory. The design condition is represented in terms of linear matrix inequalities. Numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words : Multi-Agent System, State Consensus, Takagi–Sugeno Fuzzy System, Linear Matrix Inequality, Graph Theory

1. 서 론

최근 지능형 로봇산업이 급속도로 성장하면서, 과거에는 우주나 극지방 탐사등의 제한된 분야에서만 사용되었던 로봇기술이 점차 활용범위가 넓어져 산업현장뿐만 아니라 일상생활에서도 많이 사용되는 추세이다. 특히 단일 로봇으로는 임무를 완수하기 어렵거나 오래 걸리는 작업을 효율적으로 처리하기 위해 다수의 로봇의 협동작업에 의한 임무 처리기법이 주목받고 있다. 이를 위한 요소기술인 군집대형 편성 및 대형별 주행, 상호 충돌회피와 같은 다개체 로봇들

의 운용방법 개발에 관한 연구가 활발히 진행중이다 [1], [2], [3], [4].

다개체 로봇들의 요소기술중 다개체 시스템 (Multi-Agent System: MAS)을 이루는 개체의 상태변수들이 개체 간 상호통신 및 협력을 통해 하나의 상태로 수렴하는 상태일치(state consensus) 문제는 핵심적인 연구주제이다. 이 문제를 해결하기 위해 다개체 시스템을 그래프 이론으로 접근하여 각 개체들이 서로 상태변수 정보를 교환한다는 가정하에 많은 연구들이 수행되었다 [5], [6], [7], [8], [9]. 그러나 대부분의 군집제어 연구 결과들은 각 개체들이 선형시스템인 경우에 집중하였다. 하지만 실제 제어시스템은 비선형성을 동반하는 경우가 많다 [10].

본 논문은 비선형시스템으로 표현되는 다개체 시스템의 상태일치 문제를 논한다. 이를 위해 타카기–수게노 (Takagi–Sugeno: T–S) 퍼지모델을 도입하여 다개체 시스템의 비선형성을 고려한다. 비선형시스템을 효과적으로 표현할 수 있는 방법으로 잘 알려진 T–S 퍼지모델은 시스템의 국부적 선형 입출력 관계로 표현되는 방정식들을 IF–THEN 규칙들의 비선형 결합으로 시스템의 전역 동특성을 나타내는 방법이다. 따라서 선형시스템 기반의 제어이론을 비선형 시스템에 용이하게 적용시킬 수 있는 장점이 있다 [11].

접수일자: 2012년 12월 3일

심사(수정)일자: 2013년 4월 4일

게재확정일자 : 2013년 4월 4일

† Corresponding author

이 논문은 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었음.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

다음 절에서는 그래프 이론을 소개한다. 그래프 이론은 다개체 시스템을 다루는 문제에서 폭넓게 사용되며 상태정보를 상호 교환하는 개체들의 네트워크를 나타내기에 적합하다. 퍼지모델 기반 다개체 시스템의 상태일치 퍼지제어기를 구현하기 위한 제어이득의 설계조건은 선형행렬부등식 (Linear Matrix Inequality: LMI) 형태로 표현된다. 수치적 예제를 통해 다개체 시스템의 상태일치를 검증한다.

2. 그래프 이론

그래프 $\mathcal{G} := \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 는 다개체 시스템을 효과적으로 표현한다. 여기서 $\mathcal{V} := \{1, \dots, q\}$ 는 꼭지점(vertex) 또는 노드(node)의 유한한 집합이며 \mathcal{E} 는 $(v_k, v_l) \in \mathcal{V}$ 로 구성된 엣지(edge)의 집합이다. 그래프에서 각 노드는 다개체 시스템에서 각각의 개체(agent)를 의미하고 엣지는 두 개체 사이의 연결여부를 나타낸다. 경로(path)는 서로 겹치지 않는 엣지이거나 또는 그러한 엣지들을 순차적으로 나열한 것이다. 예를 들어 그림 1과 같이 연결된 그래프를 살펴보자. 각 모서리에 위치한 원은 하나의 개체 혹은 노드를 의미하므로 꼭지점은 $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이며 엣지는 꼭지점을 잇는 화살표이므로 $\mathcal{E} = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$ 이다.

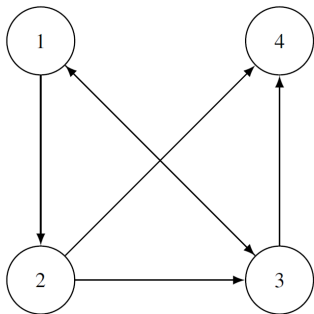


그림 1. 4개 개체의 네트워크를 나타내는 그래프
Fig. 1. The graph of 4 agents

각 엣지를 구성하는 두 노드는 서로 인접(adjacent)하다고 하며, 다음의 인접행렬(adjacent matrix) $A = [a_{kl}] \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 을 정의한다.

$$a_{kl} := \begin{cases} 1, & \text{if } (v_l, v_k) \in \mathcal{E} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

그림 1의 경우 인접행렬은

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

이다. 그래프 \mathcal{G} 는 라플라시안 행렬(Laplacian matrix) $L := \Delta - A$ 로 다개체 시스템의 네트워크를 나타낼 수 있다. 여기서 차수행렬(degree matrix) $\Delta \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 는 대각행렬이며

i 번째 노드로 들어오는 엣지의 개수를 원소로 갖는다. 이러한 엣지의 개수를 내차수(in-degree)라고 한다. 외차수(out-degree)는 내차수와는 반대의 개념이며 모든 노드에서 외차수와 내차수의 값이 같다면 그 그래프는 균형을 이룬다(balanced)고 말한다. 그림 1에서 차수행렬, 라플라시안 행렬은 각각 다음과 같다.

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

$$L = \Delta - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

각 개체의 내차수는 대각행렬의 대각성분과 같으므로 $\text{deg}_{in} = \{1, 1, 2, 2\}$ 이다. 외차수는 $\text{deg}_{out} = \{2, 2, 2, 0\}$ 이고 내차수와 서로 다른 값을 갖고 있으므로 이 그래프는 균형을 이루는 그래프가 아니다.

그래프에서 모든 노드로 정보를 전달할 수 있는 노드가 한 개 이상 존재한다면 그 그래프는 표면적으로 강하게 연결(quasi-strongly connected)되어 있다고 하며 그 경로들의 집합을 신장트리(spanning tree)라고 한다. 신장트리가 모든 노드를 포함하고 있다면 그 그래프는 강하게 연결(strongly connected)되어 있다고 한다. 그림 1에서 노드 1, 2, 3들은 다른 모든 노드에 정보를 전달할 수 있는 경로를 갖는다. 따라서 \mathcal{G} 는 표면적으로 강하게 연결되어 있으며 신장트리가 존재한다. 하지만 노드 4에는 그러한 경로가 존재하지 않기 때문에 이 그래프는 강하게 연결되어 있지 않다.

라플라시안 행렬 L 은 도식화되어 있는 각 개체들의 연결 상태를 수식적으로 표현하는데 용이하다. L 의 각 행의 합은 언제나 0이므로 고유벡터가 $\mathbf{1}_q := (1, 1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^{q \times 1}$ 인 고유값 0을 최소한 한 개 이상 갖는다. 특히 그래프가 신장트리를 포함하고 있다면 L 은 고유값 $\lambda_1(L) = 0$ 을 오직 한 개만 갖는다 [12]. 따라서 신장트리를 포함하고 있는 그림 1의 그래프는 영 고유값을 단 한 개만 갖는다. 나머지 $q - 1$ 개의 고유값들의 위치는 다음 정리에 의하여 파악할 수 있다.

정리 1([1]): 라플라시안 행렬의 영 고유값 이외의 나머지 고유값들은 다음과 같이 정의된 영역에 존재한다.

$$\lambda_k(L) \in D(L) := \{z \in \mathbb{C} : |z - d_{\max}| \leq d_{\max}\}, \quad k \in \mathcal{J}_Q \setminus \{1\}$$

여기서 d_{\max} 는 내차수의 최대값이다.

독자들의 편의를 위하여 간단히 증명하자. 라플라시안 행렬 $L = [l_{kl}] \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 에 대하여 r_k 를 다음과 같이 정의하면

$$r_k = \sum_{l=1, l \neq k}^q |l_{kl}|$$

L 의 모든 고유값은 거쉬고린의 정리(Gershgorin's theorem)에 의해 다음과 같이 정의된 q 개의 원의 합집합 영역 내에 존재한다.

$$D(L) := \bigcup_{k=1}^q D_k(L), \quad D_k(L) := \{z \in \mathbb{C} : |z - l_{kk}| \leq r_k\}$$

라플라시안 행렬의 행의 합은 언제나 0이므로 $D(L)$ 은 결국 가장 큰 내차수의 값이 반지름이며 허수축에 접하는 원의

범위와 같게 된다.

그림 1의 L 을 예로 들어보자. 거취고린의 정리에 따르면 $\lambda_k(L)$ 은 그림 2에 나타낸 것과 같이 $D_1(G) = D_2(G) = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \leq 1\}$, $D_3(G) = D_4(G) = \{z \in \mathbb{C} : |z-2| \leq 2\}$ 의 합집합 영역내에 존재한다. $k \in \{1, 2\}, l \in \{3, 4\}$ 에 대하여 $D_k(L) \subset D_l(L)$ 이므로 결국 $D(L) = D_l(L)$ 이다. 이 영역은 가장 큰 내차수의 값을 원점과 반지름으로 갖는 원과 일치한다.

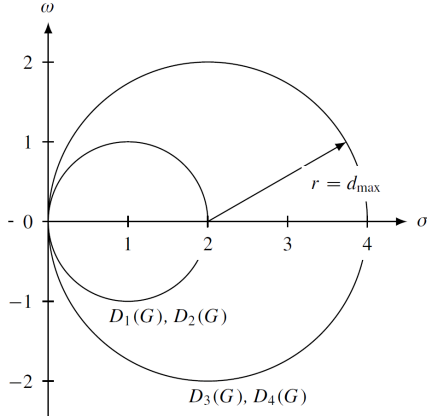


그림 2. 거취고린 정리에 따른 (1)의 라플라시안 행렬의 고유값의 영역

Fig. 2. The region of the Laplacian eigenvalues through the Gershgorin theorem

3. T-S 퍼지모델 기반 다개체 시스템

각 개체가 T-S 퍼지모델로 표현가능하며 총 q 개의 개체로 이루어진 비선형 다개체 시스템을 고려하자. k 번째 개체의 동역학은 다음의 퍼지규칙을 따른다.

R^i : IF z_1 is about Γ_1^i and \dots and z_p is about Γ_p^i

THEN $\dot{x}_k = A_i x_k + B_i u_k$

여기서 $i \in \{1, 2, \dots, r\} =: \mathcal{I}_R$, $x \in \mathbb{R}^n$ 는 상태변수이고 $u \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력이다. $z_j, j \in \{1, 2, \dots, p\} =: \mathcal{I}_P$ 는 전반부 변수이며 Γ_j^i 는 i 번째 규칙에서 j 번째 전반부 변수의 퍼지집합이다. 싱글톤 퍼지화, 곱셈추론, 중심값 평균 비퍼지화에 의하여 각 개체의 전역 동특성은 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{x}_k = \sum_{i=1}^r \theta_{k_i} (A_i x_k + B_i u_k) \quad (2)$$

여기서

$$\theta_{k_i} := \frac{\prod_{j=1}^p \Gamma_j^i(z_{k_j})}{\sum_{i=1}^r \left(\prod_{j=1}^p \Gamma_j^i(z_{k_j}) \right)}$$

이며 $\Gamma_j^i(z_{k_j})$ 는 k 번째 개체 내에서 j 번째 전반부 변수 z_{k_j} 의 퍼지집합 Γ_j^i 에 대한 소속도를 나타낸다.

정의 1([12]): 임의의 초기값 $x_k(0) \in \mathbb{R}^n$ 에 대해서 다개체 시스템이 다음 조건을 만족할 때 점근적으로 상태일치를

이룬다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_k(t) - x_l(t)) = 0, \quad k, l \in \mathcal{I}_Q$$

정의 1을 만족시키는 퍼지 제어기를 설계하기 위해 다음을 가정한다.

가정 1: $(A_i, B_j), (i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$ 는 제어가능하다.

가정 2: 다개체 시스템의 그래프는 신장트리를 포함한다.

참고 1: 다개체 시스템의 그래프가 신장트리를 포함한다는 것은 그래프내에서 모든 개체에 정보를 전달할 수 있는 적절한 개체가 한 개 이상 존재한다는 것을 의미한다.

가정 2하에서 상태일치를 달성하기 위한 퍼지 제어기의 형태를 다음과 같이 정한다.

$$u_k = \sum_{i=1}^r \theta_{k_i} \left(K_i \sum_{l=1}^q l_{kl} (x_k - x_l) \right) \quad (3)$$

여기서 $K_i, i \in \mathcal{I}_R$ 는 제어이득 행렬이다. $x := [x_1^T, \dots, x_q^T]^T$ 와 $u := [u_1^T, \dots, u_q^T]^T$ 를 정의하면 (3)은 다음과 같이 축약하여 표시할 수 있다.

$$u = - \sum_{i=1}^r \theta_i (L \otimes K_i) x \quad (4)$$

여기서

$$\theta_i = \begin{bmatrix} \theta_{i_1} I_{m \times m} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_{i_2} I_{m \times m} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & \theta_{i_q} I_{m \times m} \end{bmatrix}$$

이고, \otimes 는 크로넬커 곱(Kronecker product)이며 적절한 차원의 행렬 $A = [a_{ij}]$, B 에 대하여 $A \otimes B := [A_{ij} B]$ 로 계산한다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는다: 적절한 행렬 W, X, Y, Z , 스칼라 $\alpha \in \mathbb{R}$ 에 대하여 $(X \otimes Y)(Z \otimes W) = XZ \otimes YW$ 이고 $\alpha(X \otimes Y) = (\alpha X) \otimes Y = X \otimes (\alpha Y)$.

제어기 (3)에 의한 폐루프시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i \theta_j (I_{q \times q} \otimes A_i - L \otimes B_j K_j) x \quad (5)$$

여기서 $I_{q \times q} \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 는 항등행렬이다.

보조정리 1: 다음의 조건을 만족하는 적절한 차원의 $Y_j, j \in \mathcal{I}_R$ 와 $P = P^T > 0$ 가 존재하면 (2)는 상태가 점근적으로 일치한다.

$$\lambda(A_i - \lambda_k(L) B_i Y_j P) < 0, \quad (k, i, j) \in \mathcal{I}_Q \setminus \{1\} \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$$

여기서 $\lambda_k(L)$ 은 라플라시안 행렬 L 의 고유값이다.

Proof: 가정 2에 의해 L 은 고유값 $\lambda_1(L) = 0$ 을 갖게 되며 대응하는 고유벡터는 1_Q 이므로 다음을 만족하는 비특이 행렬 $V \in \mathbb{C}^{q \times q}$ 가 존재한다.

$$V^{-1} L V = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & & & \\ \vdots & & \Delta & \\ 0 & & & \end{array} \right], \quad V = [1_Q \quad W]$$

여기서 $\Delta \in \mathbb{C}^{(q-1) \times (q-1)}$ 는 고유값 $\lambda_1(L) = 0$ 을 제외한 나머지 고유값들을 원소로 갖는 대각행렬이고, $W \in \mathbb{C}^{q \times (q-1)}$ 는 이에 대응되는 고유벡터로 이루어진 행렬이다 [6]. 다개체 시스템 (5)는 좌표변환 $v := (V^{-1} \otimes I) x$ 에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i \theta_j ((V^{-1} \otimes I)(I_{q \times q} \otimes A_i - L \otimes B_i K_j)(V \otimes I))v \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i \theta_j [I_{q \times q} \otimes A_i - V^{-1} L V \otimes B_i K_j]v \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \theta_i \theta_j \begin{bmatrix} A_i & 0_{n \times (q-1)n} \\ 0_{(q-1)n \times n} & I_{(q-1) \times (q-1)} \otimes A_i - \Delta \otimes B_i K_j \end{bmatrix} v \end{aligned}$$

여기서 $0_{n \times (q-1)n} \in \mathbb{R}^{n \times (q-1)n}, 0_{(q-1)n \times n} \in \mathbb{R}^{(q-1)n \times n}$ 는 영행렬들이다. 모든 $(i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$ 에 대하여 $I_{(q-1) \times (q-1)} \otimes A_i - \Delta \otimes B_i Y_j P = \text{blockdiag}\{A_i - \lambda_k(L) B_i Y_j P\}$ (등가로 모든 $k \in \mathcal{I}_Q$ 에 대하여 $A_i - \lambda_k(L) B_i Y_j P$), $(i, j) \in \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$ 가 안정(Hurwitz)한 $Y_j, P = P^T \succ 0$ 들이 존재하면 $t \rightarrow \infty$ 일 때 $v_{n+1,qn}(t) \rightarrow 0$ 이다. 여기서 $v_{n+1,qn}$ 는 벡터 v 의 $n+1$ 번째부터 qn 번째까지의 요소를 요소로 갖는 부분벡터(subvector)를 의미한다. 벡터 v 를 다시 x 로 좌표변환하면

$$\begin{aligned} x &= (V \otimes I)v \\ &= [1_Q \otimes I \quad W \otimes I] \begin{bmatrix} v_{1,n} \\ v_{n+1,qn} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이므로 $t \rightarrow \infty$ 일 때 $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_q^T(t)]^T \rightarrow 1_Q \otimes v_{1,n}(t) = [v_{1,n}^T, v_{1,n}^T, \dots, v_{1,n}^T]^T$ 이며, 즉 다개체 시스템의 상태가 일치한다.

보조정리 1은 상태일치를 위한 제어기를 설계하는 것이 단일 개체의 안정화 문제로 바꿀 수 있음을 의미한다 [5].

보조정리 2: 복소고유값 $\lambda_k(L) \in \mathbb{C}$ 에 대하여 $A_i - \lambda_k B_i K_j$ 가 Hurwitz라면 다음의 행렬

$$\begin{bmatrix} A_i - \text{Re}(\lambda_k) B_i K_j & \text{Im}(\lambda_k) B_i K_j \\ -\text{Im}(\lambda_k) B_i K_j & A_i - \text{Re}(\lambda_k) B_i K_j \end{bmatrix} \quad (6)$$

또한 Hurwitz다.

Proof: 복소수 $a + jb \in \mathbb{C}$ 와 행렬 $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 동형(isomorphic)임이 잘 알려져 있다. 이 관계는 행렬공간에서도 성립한다. 즉

$$A_i - \lambda_k B_i K_j = (A_i - \text{Re}(\lambda_k) B_i K_j) + j(-\text{Im}(\lambda_k) B_i K_j) \cong (6)$$

따라서 $A_i - \lambda_k B_i K_j$ 가 안정한 행렬이라면 (6) 또한 안정하다.

정리 2: 라플라시안 행렬 L 의 영 고유값을 제외한 모든 고유값 $\lambda_k(L) = \sigma_k + j\omega_k$ 와 적절한 $\alpha \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ 에 대하여, 다음의 선형행렬부등식을 만족하는 적절한 차원의 행렬들 $Q = Q^T \succ 0$ 와 Y_j 가 존재한다면 (2)는 상태일치를 이룬다.

$$\begin{bmatrix} \left(\begin{matrix} A_i Q + Q A_i^T + 2\alpha Q \\ +\sigma_k(B_i Y_j + Y_j^T B_i^T) \end{matrix} \right) & * \\ \omega_k B_i Y_j - \omega_k Y_j^T B_i^T & \left(\begin{matrix} A_i Q + Q A_i^T + 2\alpha Q \\ +\sigma_k(B_i Y_j + Y_j^T B_i^T) \end{matrix} \right) \end{bmatrix} \prec 0, \quad (7)$$

$(k, i, j) \in \mathcal{I}_{Q-1} \times \mathcal{I}_R \times \mathcal{I}_R$

Proof: $A_i - \lambda_k B_i K_j$ 의 안정도는 $q \in \mathbb{R}^{2n}$ 에 대하여 다음 시스템의 안정도와 동치이다.

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_i \end{bmatrix} q - \begin{bmatrix} \sigma_k B_i & \omega_k B_i \\ -\omega_k B_i & \sigma_k B_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_j & 0 \\ 0 & K_j \end{bmatrix} q \quad (8)$$

식의 전개를 위해 (8)의 행렬들을 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_i \end{bmatrix}, \tilde{B}_i = \begin{bmatrix} \sigma_k B_i & \omega_k B_i \\ -\omega_k B_i & \sigma_k B_i \end{bmatrix}, \tilde{K}_j = \begin{bmatrix} K_j & 0 \\ 0 & K_j \end{bmatrix}$$

시스템 (8)의 안정도를 판별하기 위해 $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n} \succ 0$ 를 이용하여 다음의 조건을 만족하는 리아푸노프 함수 $V(q) := q^T \tilde{P} q$ 를 도입하자.

$$\tilde{A}_i^T \tilde{P} - \tilde{K}_j^T \tilde{B}_i^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_i - \tilde{P} \tilde{B}_i \tilde{K}_j \prec -2\alpha \tilde{P} \quad (9)$$

여기서 $\tilde{P} := \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P \end{bmatrix}$ 이다. \tilde{P}^{-1} 에 의한 컨그루언스 변환 후 변수치환 $\tilde{Q} = \tilde{P}^{-1}, \tilde{Y}_j = \tilde{K}_j \tilde{P}^{-1}$ 을 하면 다음의 과정을 통해 (7)을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} (9) &\Leftrightarrow Q \tilde{A}_i^T + \tilde{A}_i Q + 2\alpha Q - \tilde{Y}_j^T \tilde{B}_i^T - \tilde{B}_i \tilde{Y}_j \prec 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} Q A_i^T + A_i Q + 2\alpha Q & 0 \\ 0 & Q A_i^T + A_i Q + 2\alpha Q \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \sigma_k Y_j^T B_i^T & -\omega_k Y_j^T B_i^T \\ \omega_k Y_j^T B_i^T & \sigma_k Y_j^T B_i^T \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \sigma_k B_i Y_j & \omega_k B_i Y_j \\ -\omega_k B_i Y_j & \sigma_k B_i Y_j \end{bmatrix} \prec 0 \\ &\Leftrightarrow (7) \end{aligned}$$

조건 (7)을 만족하는 Q, Y_j 가 존재하면 보조정리 1에 의하여 (2)의 상태는 일치한다.

4. 예제

동특성이 (2)로 표현되는 4개로 구성된 비선형 다개체 시스템을 고려하자. 이 개체들은 그림 1의 네트워크를 구성함을 가정하자. 여기서

$$A_{k_1} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & -d \\ 0 & d & -b \end{bmatrix}, \quad A_{k_2} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & d \\ 0 & -d & -b \end{bmatrix},$$

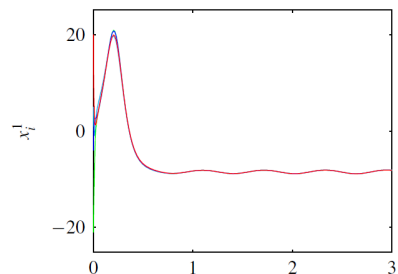
$$B_{k_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{k_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

이고 $a = 10, b = 8/3, c = 28$ 이다. $z_1 = x_k^1$ 이고 $\Gamma_1^1(x_k^1) = \frac{1 + \frac{z_k^1}{30}}$,

$\Gamma_2^2(x_k^1) = \frac{1 - \frac{z_k^1}{2}}$ 이다. 이 개체는 제어가능하다 (가정 1). 각 개체들이 그림 1의 네트워크를 형성한다면 이 그래프는 가정 2를 만족시키며 라플라시안 행렬은 (1)의 L 이다. 따라서 정리 1을 적용할 수 있으며 설계된 제어이득은

$$K_{k_1} = K_{k_2} = [96.0680 \quad 10.4760 \quad -1.6692]$$

이다. 초기값은 $x_1(0) = (20, 1, -7), x_2(0) = (-4, 26, 7), x_3(0) = (-21, -1, 15), x_4(0) = (5, -19, 8)$ 로 설정한다. 그림 3에 보듯이 네트워크내의 모든 개체의 상태가 점근적으로 일치한다.



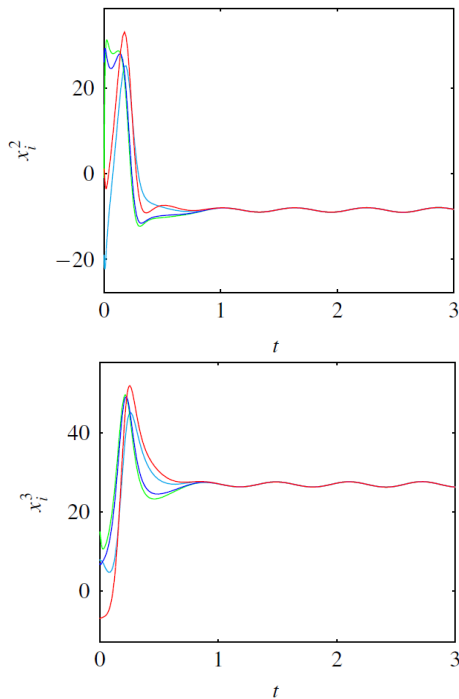


그림 3. 상태 (적색: 1번째 개체, 청색: 2번째 개체, 녹색: 3번째 개체, 하늘색: 4번째 개체)

Fig. 3. The state variables (red solid: agent 1, blue solid: agent 2, green solid: agent 3, cyan solid: agent 4)

5. 결론

본 논문은 퍼지 다개체 시스템의 퍼지 상태일치 제어기의 설계 기법을 논하였다. 설계조건은 선형행렬부등식으로 나타내었으며, 모의실험에서 다개체 시스템의 상태가 점근적으로 일치되는 모습을 검증하였다. 본 논문은 상태제환의 경우를 다루었으며 추후 관측기 기반 출력제환 퍼지 상태일치 제어기를 사용하는 연구를 진행한다.

References

[1] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520 - 1533, 2004.

[2] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215 - 233, 2007.

[3] M. S. Bang, Y. H. Joo, and S. H. Ji, "Optimal region deployment for cooperative exploration of swarm robots," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 22, no. 6, pp. 687 - 693, 2012.

[4] H. S. Kim, Y. H. Joo, and J. B. Park, "Formation control for swarm robots using artificial potential

field," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 476 - 480, 2012.

[5] P. Wieland, J.-S. Kim, and F. Allgower, "On topology and dynamics of consensus among linear high-order agents," *International Journal of Systems Science*, vol. 42, no. 10, pp. 1831 - 1842, 2011.

[6] J. Lee, J.-S. Kim, and H. Shim, "Disc margins of the discrete-time LQR and its application to consensus problem," *International Journal of Systems Science*, vol. 43, no. 10, pp. 1891 - 1900, 2012.

[7] J. Wang, Z. Liu, and X. Hu, "Consensus of high order linear multi-agent systems using output error feedback," in *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on. IEEE*, 2009, pp. 3685 - 3690.

[8] P. Wieland, J.-S. Kim, H. Scheu, and F. Allgower, "On consensus in multi-agent systems with linear high-order agents," *Proceeding of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, 2008, pp. 1541 - 1546.

[9] J. A. Fax and R. M. Murray, "Information flow and cooperative control of vehicle formations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1465 - 1476, 2004.

[10] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 369 - 379, 2001.

[11] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and lmi-based designs," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 250 - 265, 1998.

[12] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, "Information consensus in multivehicle cooperative control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, no. 2, pp. 71 - 82, 2007.

저 자 소 개



문지현(Ji Hyun Moon)

2012년 : 인하대학교 전자공학부 공학사
 2012년~현재 : 인하대학교 대학원
 전자공학부 석사과정

관심분야 : 퍼지제어, 디지털 재설계, 다개체 시스템
 Phone : +82-32-860-7425
 E-mail : moonjh87@gmail.com



이호재(Ho Jae Lee)

현재 : 인하대학교 전자공학부 조교수

관심분야 : 비선형 샘플치 제어, 편대비행 제어, 디지털 제
설계

Phone : +82-32-860-7425

E-mail : mylchi@inha.ac.kr



김도완(Do Wan Kim)

현재 : 한밭대학교 전기공학과 전임교수

관심분야 : 비선형 샘플치 제어, 지능제어, 디지털 재설계

Phone : +82-42-821-1097

E-mail : dowankim@hanbat.ac.kr