

충격/폭파에 의한 비선형 균열진행 해석

Nonlinear Dynamic Fracture, Micro-branching and Fragmentation Under Impact and Blast



박 경 수*



Paulino, Glaucio H. **

* 연세대학교 토목환경공학과 조교수
** 일리노이주립대(UIUC) 토목환경공학과 교수

1. 서 론

충격/폭파와 같은 동적하중이 구조물에 작용할 때 일반적으로 균열선단에서 비선형 균열진행 구간이 존재하며, 비선형 균열진행 및 분기는 시간과 공간에 따라 동시다발적으로 일어난다. 이러한 현상을 수치해석기법을 이용하여 표현하기 위해서 균열선단에 작용하는 비선형 균열진행 구간을 나타내는 구성방정식이 필요하며, 연속적인 도메인을 불연속적 도메인으로 변화시키는 기법이 필요하다.

비선형 균열진행 구간을 나타내는 구성방정식은 일반적으로 균열폭과 균열면에 작용하는 표면응력의 관계로 나타낼 수 있으며, 이를 균열응집모델(Cohesive zone model; Barenblatt, 1959)이라 한다. 균열응집모델은 현재까지 다양한 재료의 균열진행을 묘사하는데 널리 이용되고 있으며, 균열폭과 표면응력의 관계는 다양한 식을 이용하여 표현될 수 있다. 하지만, 대부분의 관계식은 물리적으로 일관된 결과를 나타내지 않는다. 예를 들어 균열 폭이 증가함에 따라, 균열 면에 작용하는 표면응력의 감소가 일반적이다. 하지만, 상용프로그램(예, Abaqus)의 모델을 포함한 대부분의 기존모델은 균열 폭이 증가함에 따라 저항하는 표면응력이 증가하는 경우를 보이는 물리적 모순을 나타낸다(Park and Paulino, 2013).

수치해석 시 연속영역에서 불연속 영역으로 변화하는 처리

기법으로, 내부균열요소법(intrinsic cohesive surface element; Xu and Needleman, 1994), 외부균열요소법(extrinsic cohesive surface element; Camacho and Ortiz, 1996), 일반/확장유한요소기법(generalized/extended finite element method; Wells and Sluys, 2001), 분자/연속체의 결합(Atomistic-to-continuum coupling; Tadmor et al., 1996), 미세평면모델(microplane model; Bazant and Caner, 2005), 페리다이나믹스(Peridynamics; Silling, 2000) 등 다양한 해석기법을 이용할 수 있다. 하지만, 충격/폭파하중에 의하여 발생하는 임의의 미세균열분기(micro-branching) 표현 및 에너지보존, 수렴성, 안전성 문제 때문에 여전히 도전적인 연구 분야이다.

본 기사에서는 충격/폭파하중에 의한 비선형균열 해석을 위하여 물리적으로 일관된 구성방정식과 위상기하기반 데이터구조를 이용한 외부균열요소 해석기법을 소개한다(Park 2009). 제시한 수치기법을 이용하여 충격하중에 의한 파괴진행과정, 미세균열진행 및 분기과정, 폭파하중에 의한 파괴 및 파쇄과정 해석을 실시하고, 제시한 기법의 효율성 및 물리적 일관성을 검증한다.

2. 비선형 균열해석 기법

비선형 균열진행 구간을 고려하기 위하여 퍼텐셜에 기반

한 균열진행 구성방정식을 도입하였으며, 동시다발적 균열 진행을 표현하기 위하여 위상기하 데이터구조를 이용하였다.

2.1 퍼텐셜에 기반한 균열진행 구성방정식

비선형 균열진행 구간을 표현하기 위하여 균열면 사이에 작용하는 표면응력과 균열폭의 관계를 정립한다. 표면응력은 균열폭의 함수로 다양한 재료의 파괴진행 현상을 제한적인 상황에서 정의할 수 있지만, 일반적으로 물리적 모순을 나타내는 경우가 많다. 이러한 제한사항을 극복하기 위하여 퍼텐셜 함수를 이용하여 표면응력을 나타낼 수 있으며, 첫 번째 모드와 두 번째 모드뿐만 아니라, 혼합파괴모드에서도 물리적으로 일관된 응력과 균열폭의 관계를 보여준다. 이러한 퍼텐셜 함수는 아래의 식으로 표현될 수 있다(Park et al., 2009).

$$\Psi(\Delta_n, \Delta_t) = \min(\phi_n, \phi_t) + \left[\Gamma_n \left(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_n} \right)^\alpha + \langle \phi_n - \phi_t \rangle \right] \left[\Gamma_t \left(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_t} \right)^\beta + \langle \phi_t - \phi_n \rangle \right] \quad (1)$$

여기서, Δ_n 은 균열면에서 수직방향의 균열폭을 나타내며, Δ_t 는 크랙면의 수평방향으로 진전된 균열폭을 나타낸다. 이 퍼텐셜($\Psi(\Delta_n, \Delta_t)$)을 Δ_n 에 관하여 편미분한 경우($\partial\Psi/\partial\Delta_n$), 균열면에 작용하는 수직응력(T_n)을 나타며, 퍼텐셜을 Δ_t 에 관하여 편미분할 경우($\partial\Psi/\partial\Delta_t$), 균열면에 작용하는 수평응력(T_t)을 나타낸다. 수식 (1)에 있는 $\Gamma_n, \Gamma_t, \delta_n, \delta_t, \alpha, \beta$ 는 상수 값으로써, 물리적인 재료 물성치와 균열에 연관된 경계조건을 동시에 만족시키면서 결정하게 된다. 여기에 이용되는 물리적 재료 물성치는 파괴에너지(ϕ_n, ϕ_t), 파괴강도(σ_{max}, τ_{max}), 형상계수(α, β) 이다.

그림 1은 퍼텐셜($\Psi(\Delta_n, \Delta_t)$)과 균열 면에 작용하는 수직응력(T_n)과 수평응력(T_t)을 파괴에너지(예, $\phi_n = 100$ N/m, $\phi_t = 200$ N/m), 파괴강도(예, $\sigma_{max} = 40$ MPa, $\tau_{max} = 30$ MPa) 및 형상계수(예, $\alpha = 5, \beta = 1.3$)로 나타냈다. 균열 면에 작용하는 수직응력은 콘크리트와 같은 준취성재료의 일반적인 균열 응력분포를 나타내며, 수평응력은 연성재료의 일반적인 균열 응력분포를 보여주고 있다. 또한, 균열진행 구성방정식이 퍼텐셜 함수에서 유도되었기 때문에 균열면에 작용하는 표면응력과 균열폭의 관계는 물리적으로 일관성을 나타낸다.

2.2 위상기하 데이터 구조

동시 다발적으로 발생하는 균열을 해석하기 위하여 외부

균열요소법(extrinsic cohesive zone model)을 이용한다. 이 방법은 균열이 일어나는 부분에 유한요소의 연결관계(element connectivity)를 수정하면서 새로운 균열면이 발생하도록 하는 해석 방법이다. 이를 위해서, 구조물의 형상을 저장하는 효율적인 데이터 구조가 필요하며, 위상기하에 기반한 새로운 데이터 구조를 정의하고, 이를 이용하였다(Celes et al., 2005). 위상기하 데이터 구조는 일반적인 유한 요소에 필요한 절점 (node, N)과 요소 (element, E)를 직접

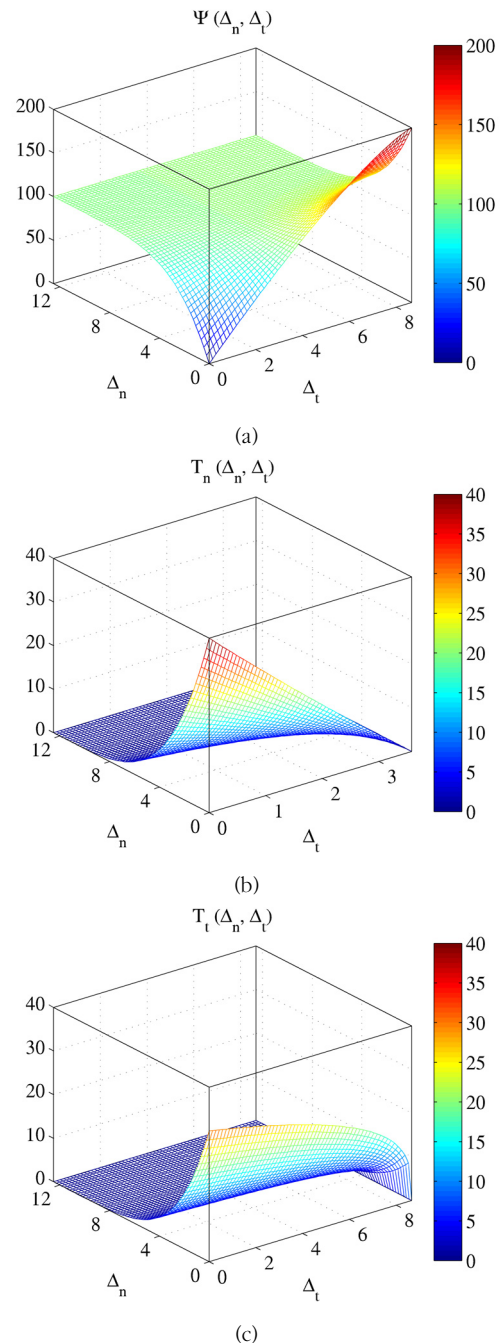


그림 1 퍼텐셜 (Ψ)과 표면응력 (T_n, T_t)-균열폭 (Δ_n, Δ_t) 사이의 관계

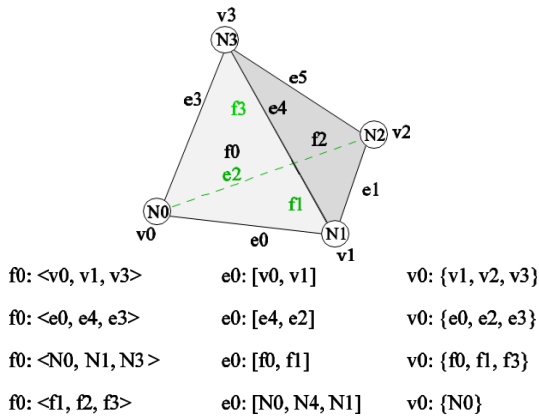


그림 2 이차 사면체 요소의 구성

메모리에 저장하고, 메시의 형상을 나타내는, 면(facet, f), 모서리(edge, e), 꼭지점(vertex, v)의 정보는 간접적으로 저장하여 위상기하 데이터 구조를 이용할 때 메모리 이용을 최소화 하였다. 이러한 데이터 구조 구성의 예로 그림 2에 이차사면체 요소를 나타냈다.

위상기하기반 데이터 구조의 성능을 분석하기 위하여, 3차원 육면체 메시에 임의로 균열요소를 전체 면의 20%에 삽입하는 시험을 실시하였다. 삽입된 면은 파랑색으로 표시하였으며(그림 3(a)), 삽입된 균열요소수와 걸린 시간의 관계는 그림 3(b)에 나와 있다. 그림 3(b)는 위상기하에 기반한 데이터 구조를 이용할 경우, 효과적이고 효율적인 균열 진행 해석이 가능함을 보여준다.

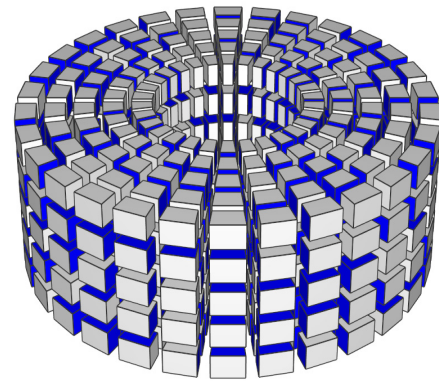
3. 해석 결과

제시한 비선형 해석기법을 검증하기 위하여 충격하중에 의한 파괴진행(Park et al., 2012), 미세균열진행 및 폭파에 의한 콘크리트실린더 파괴(Paulino et al., 2010)에 관한 해석을 실시하였다.

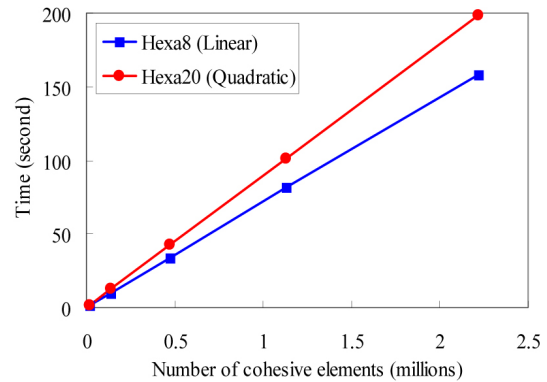
3.1 충격하중에 의한 파괴진행과정

충격하중에 의한 균열진행 연구로, Kalthoff and Winkler (1987)가 충격속도에 따른 파괴모드 변화를 실험적으로 측정하였다. 시편에 초기균열을 생성한 상태에서 일정속도를 가진 발사체로 충격을 가하였다. 특히 낮은 충격속도에서 균열선단에서 진행방향이 대략 70°로 취성파괴 형태를 보였다.

이러한 현상을 앞에서 제시한 유한요소기법을 이용하여 해석하였으며, 그 결과를 그림 4에 시간별로 나타냈다. 균열선단에 나타나는 비선형 균열진행 구간을 정밀하게 묘사



(a)



(b)

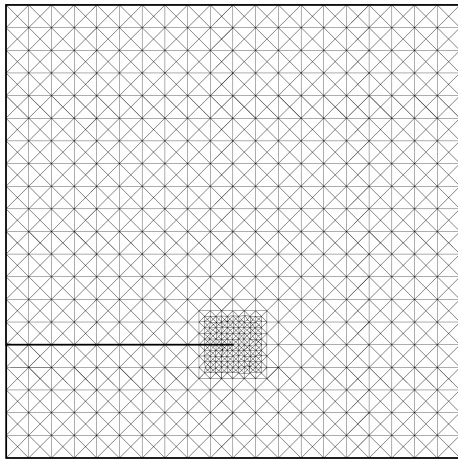
그림 3 위상기하기반 데이터 구조의 효율성 시험 결과: (a) 육면체(Hexahedral) 요소 mesh 전체면의 20%에 균열요소가 임의로 삽입 (b) 이때 걸리는 시간과 삽입된 균열요소 수와의 관계

하기 위하여 균열선단이 진행함에 따라 자동적으로 요소세분화를 실시하였으며(adaptive mesh refinement), 균열이 진행한 이후는 변형에너지 오차에 기반하여 요소통합(adaptive coarsening)을 실시하였다. 이러한 균열진행 결과는 실험에 의해 측정된 균열 진행방향과 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 균열진행 속도를 해석기법별로 측정하여 그림 5에 비교하였으며, 평균 속도는 레일리파(Rayleigh wave) 속도의 70%정도에 달하는 것을 알 수 있다.

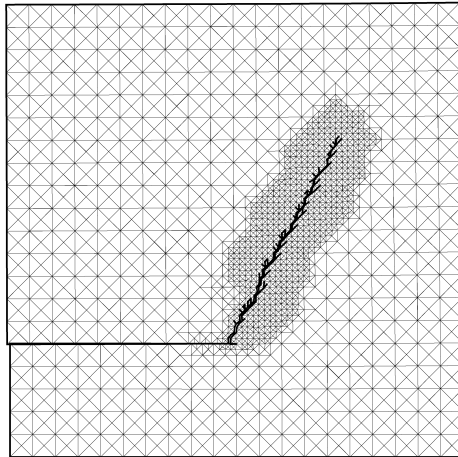
3.2 미세균열 진행 및 분기과정

미세균열진행 및 분기과정 실험으로, Sharon and Finenberg (1996)는 직사각형 판에 초기 응력을 가한 후 초기균열을 만들었다. 초기균열이 발생한 직후 균열진행과 분기과정을 거치면서 직사각형판의 완전 파괴가 일어난다. 이때 초기응력값이 높을수록 분기된 미세균열의 양과 길이는 증가하며, 균열속도 또한 증가한다는 것을 관찰하였다.

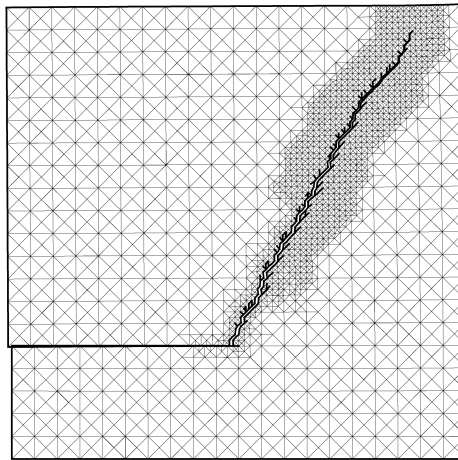
그림 6에 나타난 해석결과 또한, 초기변형율의 값이 클수록 상대적으로 많은 미세균열을 나타내며, 균열진행 속



(a)



(b)



(c)

그림 4 균열진행과정 해석결과 (a) 초기시간 (b) 55 μ s, (c) 77.5 μ s

도는 점차적으로 높아지는 것을 확인하였다. 또한 미세균열의 발생으로 균열진행 속도는 레일리파 속도이상으로 올라가지 않으며, 본 해석에서 얻은 균열진행 속도는 레일리파 속도의 60%정도를 나타냈다. 그림 7은 시간에 다른 변

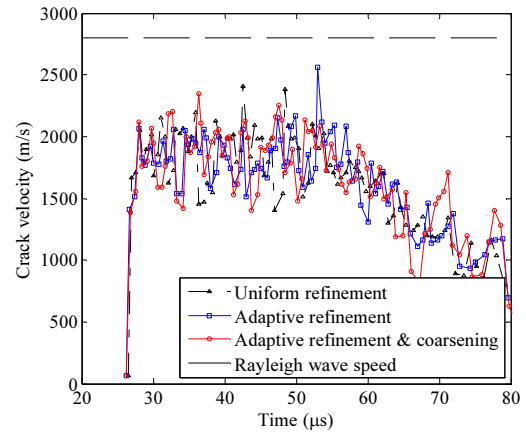
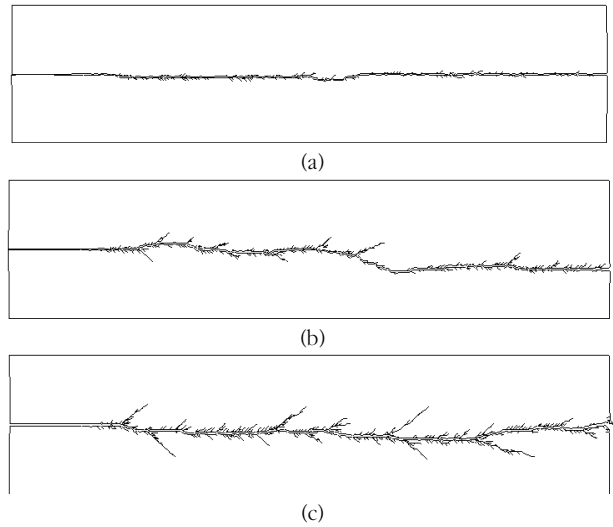


그림 5 해석기법별 균열속도 비교



(c)

그림 6 초기변형률(ϵ_0)에 따른 미세균열진행 과정 해석결과: (a) $\epsilon_0 = 0.01$ (b) $\epsilon_0 = 0.012$ (c) $\epsilon_0 = 0.015$

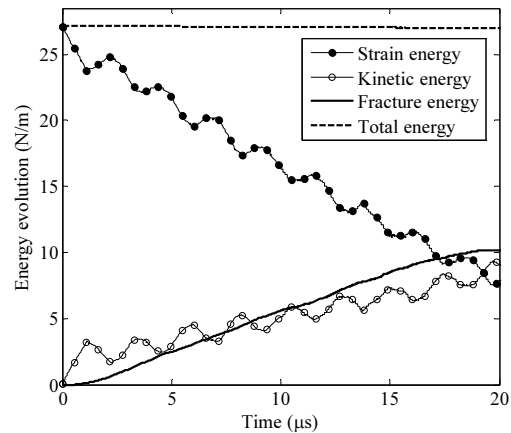


그림 7 시간에 따른 에너지 이력

형에너지, 운동에너지, 파괴에너지 및 총에너지의 이력을 나타내며, 균열진행에 따라 변형에너지의 감소와 파괴에너

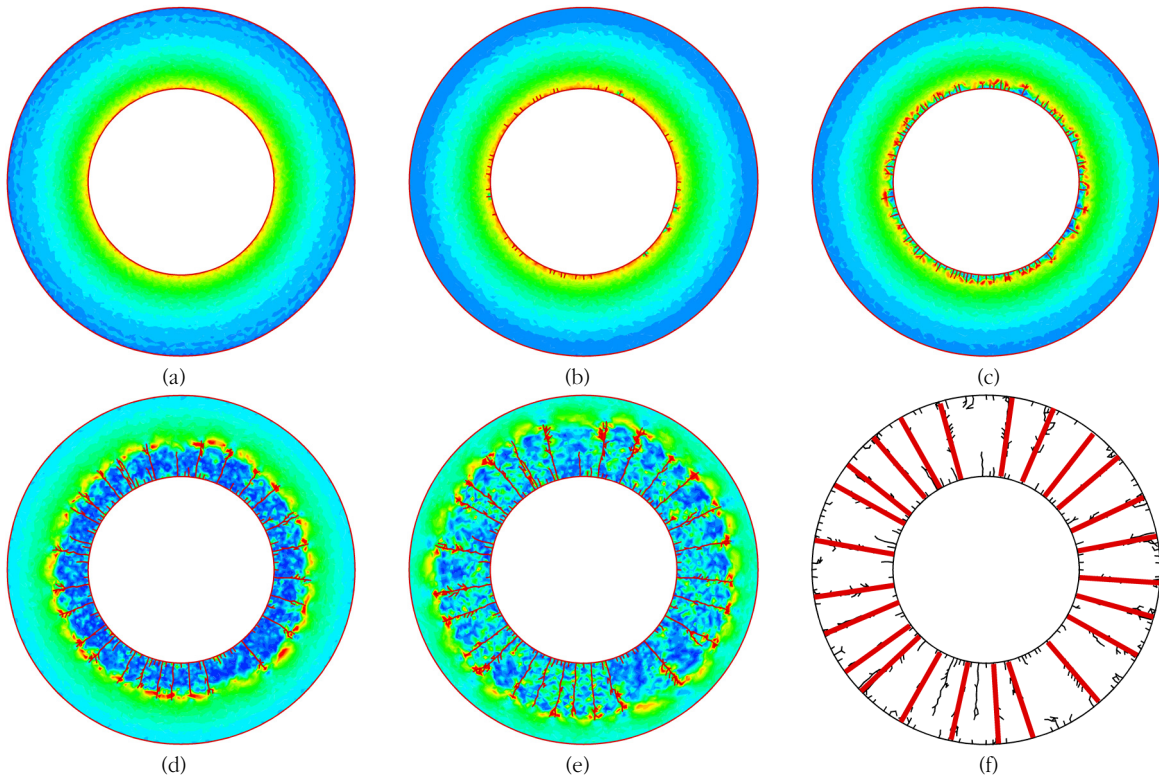


그림 8 실린더의 파쇄 진행과정 해석결과: (a) 26 μ s, (b) 37 μ s, (c) 39 μ s, (d) 47 μ s, (e) 54 μ s, (f) 64 μ s

지의 증가를 나타내며, 총에너지 보존을 확인할 수 있다.

3.3 폭파하중에 의한 콘크리트 실린더의 파괴 및 파쇄 과정

폭파하중에 의한 콘크리트 실린더의 파괴 및 파쇄 진행 과정을 해석하였다. 콘크리트 실린더의 외부 지름은 30cm, 내부 지름은 16cm이며, 실린더 내부에 $P(t) = p_0 e^{-t/t_0}$ 의 폭파 하중이 작용하였으며, 여기서 $p_0 = 400MPa$, $t_0 = 100\mu s$ 이다.

폭파 하중에 의한 균열진행 해석결과를 시간별로 그림 8에 나타냈다. 초기에 실린더 내부의 높은 변형에너지 밀도를 나타내며(그림 8(a)), 균열이 실린더 내부에서 시작하여 외부로 점진적으로 진행되어 나가는 것을 보여준다(그림 8(b)-(c)). 균열이 진행되면서, 부분적으로 몇몇 크랙은 진행이 계속되는 반면, 나머지는 균열진행이 중단되는 것을 관찰할 수 있다(그림 8(d)-(e)). 최종적으로 파쇄된 조각은 24개로 기존 해석결과와 잘 일치함을 알 수 있다(그림 8(f)).


4. 결 론

충격/폭파하중 하에서 재료의 복잡한 비선형 파괴 거동

을 해석 및 예측하기 위하여 파괴구성방정식 및 위상기하 기반 데이터 구조 기법을 제시하였다. 파괴구성방정식은 퍼텐셜함수에 기반하여 물리적으로 모순이 없는 표면응력과 균열폭파의 관계를 나타내며, 위상기하 데이터 구조는 임의의 시간과 공간에 따라 동시다발적으로 발생하는 균열진행 처리를 효과적으로 할 수 있는 것을 보여준다. 이러한 기법의 효율성과 물리적 현상의 검증을 위하여 충격하중하에서 균열진행, 미세균열 분기 및 폭파하중 하에서 파쇄과정을 해석하였으며, 해석결과는 기존 실험 및 해석결과 일치함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Barenblatt, G.I. (1959) The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: general ideas and hypotheses, axially symmetric cracks, *Applied Mathematics and Mechanics*, 23 (3), pp.622-636
2. Bazant, Z.P., and Caner, F.C. (2005) Microplane model M5 with kinematic and static constraints for concrete fracture and anelasticity I: Theory, *Journal of Engineering Mechanics - ASCE*, 131 (1), pp.31-40.
3. Camacho, G.T., and Ortiz, M. (1996) Computational

- modelling of impact damage in brittle materials, *International Journal of Solids and Structures*, 33(20-22), pp.2899-2938.
4. Celes, W., Paulino, G.H., and Espinha, R. (2005) A compact adjacency-based topological data structure for finite element mesh representation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 64(11), pp.1529-1556.
 5. Kalthoff, J.F., and Winkler, S. (1987) Failure mode transition at high rates of shear loading, *International Conference on Impact Loading and Dynamic Behavior of Materials*, 1, pp. 185-195.
 6. Park, K. (2009) Potential-Based Fracture Mechanics using Cohesive Zone and Virtual Internal Bond Modeling, *Ph.D. thesis*, University of Illinois at Urbana-Champaign.
 7. Park, K., Paulino, G.H., and Roesler, J.R. (2009) A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(6), pp. 891-908
 8. Park, K., Paulino, G.H., Celes, W., and Espinha, R. (2012) Adaptive mesh refinement and coarsening for cohesive zone modeling of dynamic fracture, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 92(1), pp.1-35.
 9. Park, K., and Paulino, G.H. (2013) Cohesive zone model: A critical review of traction-separation relationships across fracture surface, *ASME - Applied Mechanics Reviews*, 64(6), 060802
 10. Paulino, G.H., Park, K., Celes, W., and Espinha, R. (2010) Adaptive dynamic cohesive fracture simulation using edge-swap and nodal perturbation operators, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(11), pp. 1303-1343.
 11. Silling, S.A. (2000) Reformulation of elasticity theory for discontinuities and longrange forces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1), pp.175-209.
 12. Sharon E, and Fineberg J. (1996) Microbranching instability and the dynamic fracture of brittle materials, *Physical Review B*, 54(10), pp.7128-7139.
 13. Tadmor, E.B., Ortiz, M., and Phillips, R. (1996) Quasicontinuum analysis of defects in solids, *Philosophical Magazine A*, 73(6), pp.1529-1563.
 14. Wells, G.N., and Sluys, L.J. (2001) A new method for modelling cohesive cracks using finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(12), pp. 2667-2682.
 15. Xu, X.P., and Needleman, A. (1994) Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 42(9), pp.1397-1434. 

[담당 : 김승직 편집위원]