

New Year Wave의 통계적 특성에 대하여

김도영
홍익대학교 조선해양공학과

On the Statistical Characteristics of the New Year Wave

Do Young Kim
Hongik University, Sejong, Korea

KEY WORDS: Ocean waves 해양파, Freak wave 이상파랑, New Year Wave, Wave height distribution 파고분포, Abnormality Index(AI) 이상지수

ABSTRACT: In this paper time series wave data, which were measured at the Draupner platform in the North Sea on 1995, are used to investigate statistical characteristics of nonlinear wave. Various statistical properties based on time and frequency domain are examined. The Gram-Chalier distribution fits the probability of wave elevation better than the Gaussian distribution. The skewness of wave profile is 0.393 and the kurtosis is 4.037 when the freak wave is occurred. The nonlinearity of D1520 data is higher than two adjacent wave data. AI index of the New Year Wave is 2.11 and the wave height is 25.6m. The zero crossing wave period of the New Year Wave is 12.5s which is compared to the average zero up-crossing period 11.3s. The significant steepness of wave data is 0.077 when the freak wave was occurred. $H1/3/\eta_s$ does not increase as the kurtosis increases and the values is close to 4. The New Year Wave belongs to highly nonlinear wave data packet but the AI index is within linear focusing range.

1. 서 론

해양에서 발생하는 파랑은 여러 가지 종류가 있으며, 이중 바람에 의해서 발생한 파랑은 선박 및 해양구조물의 주요 설계 인자 중의 하나이다. 바람에 의해서 발생한 파랑은 불규칙하고 이러한 불규칙파를 해석하기 위해서 통계적인 해석 방법을 사용하고 있다. 최근에 전형적인 해양파의 최대 파고의 범위를 넘어서는 매우 높은 파의 특성에 대한 연구가 많이 진행되고 있으며, 이런 파도를 Freak wave (또는 Rogue wave)로 부르고 있다. 일반적으로 Freak wave는 파고가 유의파고의 2배가 넘는 큰 파도로 정의되고 있다. 그러나 이 정의에 따르면 파고의 절대 크기가 크지 않더라도 Freak wave로 분류될 수 있기 때문에 Freak wave의 정의에서 파고의 절대 크기가 10m 이상이 되는 조건을 추가로 포함하기도 한다.

이전에는 Freak wave는 아주 드물게 발생하는 것으로 생각되었다. 그러나 해상에서 습득한 파랑자료를 통하여 매우 큰 파도의 발생이 실제로 일어나고 있으며 생각보다 많이 발생하는 것이 발견되었다(Mori, 1997; Liu and Pinho, 2004). 1991년에는 파고 29m의 파도가 계측되었다(Holliday et al., 2006). 1995

년에는 25m 크기의 파도가 계측되었다(Haver, 2003). 이러한 거대 파도들은 선박이나 해양구조물에 심각한 손상을 초래할 수 있다. 실제로 1982년에 Newfoundland의 Grand bank에서 운영 중이던 Mobil사의 시추선을 거대한 파도가 조종석을 강타했고, 이 여파로 시추선이 전복되어 침몰되었고 승선한 승무원 84명 전원이 사망하였고, 1969년과 1999년 사이에 돌연히 발생한 Freak wave에 22척의 초대형선이 전손 또는 심각한 손상을 당하였고 그 결과 542명의 인명손실이 발생되었다(Lawton, 2001).

본 논문에서는 1995년 1월 1일 북해에 설치된 Draupner platform에서 계측된 Freak wave가 포함된 파랑자료를 분석하여 각종 통계적인 특성을 검토하여 Freak wave와 같은 거대한 비선형 파랑의 특성을 살펴보고자 한다. 파형의 비선형성의 특성을 살펴보기 위해 비정규분포함수인 Gram-Chalier A분포함수를 사용하였고, 파고의 확률분포에는 Edgeworth-Rayleigh(ER) 분포를 사용하였다.

2. 파랑자료의 개요

Draupner platform은 북해 노르웨이 쪽 수심 70m인 지역에

Received 18 January 2013, revised 20 February 2013, accepted 20 February 2013

Corresponding author Do Young Kim +82-44-860-2567, dykim@hongik.ac.kr

© 2013, The Korean Society of Ocean Engineers

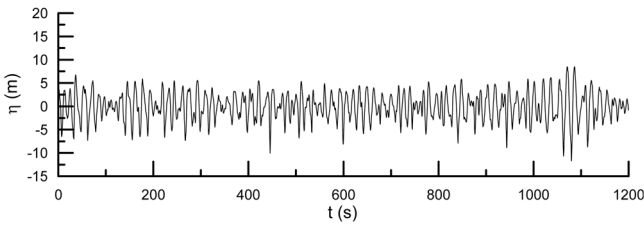


Fig. 1 Time series of surface elevation for the Draupner 1420

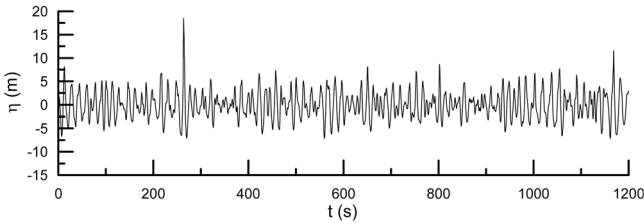


Fig. 2 Time series of surface elevation for the Draupner 1520

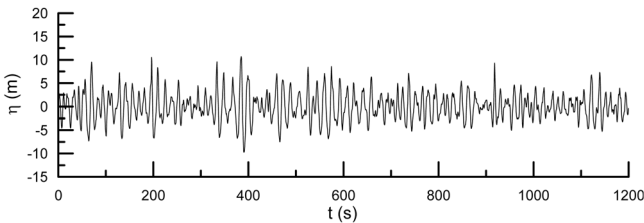


Fig. 3 Time series of surface elevation for the Draupner 1620

설치되어 있다. 이 Platform에는 수면 아래 방향으로 레이저가 설치되어 있어 수면과 센서 사이의 순간 거리의 시계열 자료를 측정할 수 있다. 이 논문에서는 1995년 1월 1일 14:20부터 1시간 간격으로 각 20분간 측정된 3개의 파랑자료에 대해서 살펴보기로 한다. 각각의 자료는 Draupner 1420, Draupner 1520 그리고 Draupner 1620 또는 간단히 D1420, D1520 그리고 D 1620 으로 표시하기로 한다. 여기서 뒤의 수자는 측정이 시작된 시간을 나타낸다. 즉 1420은 14시 20분에 측정된 것을 표시한다. 측정자료의 측정주기(Sampling period)는 0.468753s(= 2.1333Hz)이다. Fig. 1 ~ Fig. 3에 D1420, D1520, D1620 데이터에 의한 수면형상의 시계열을 표시하였다. Fig. 2에 t=280초 부근에 파정이 매우 큰 파도가 포함되어 있는 것을 볼 수 있으며, 이 파도의 크기는 25.6m이다. 이 거대 파도는 1월 1일에 측정되어서 New year wave라고도 부른다.

3. 시계열 파형의 분석

측정된 파형의 시계열자료에서 연속적인 두 개의 영점상향통과(Zero up-crossing) 사이의 구간을 한 개의 파도로 정의하였다. 측정주기(Sampling period)가 0.469 초 이어서 개별 파도 주기의 오차가 ±0.235초가 된다. 개별 파도주기의 오차를 줄이기 위해서 영점을 통과하는 구간에서는 보간법을 사용하여 정확한 영점통과 시점을 적용하였다.

파형 η의 모멘트는 파형의 확률분포 p를 이용하여 다음과 같이 정의 된다.

$$\mu = \int \eta p(\eta) d\eta \quad (1)$$

$$\mu_n = \int (\eta - \mu)^n p(\eta) d\eta \quad (n \geq 2) \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \mu_2, \quad \gamma = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad \kappa = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (3)$$

여기서 μ는 평균(Mean), σ²는 분산(Variance), γ는 비대칭도(Skewness), κ는 첨도(Kurtosis)이다. 정규분포인 경우 κ는 3.0다.

파형의 분포확률을 살펴보기 위해서, Gaussian 분포와, 비정규 확률분포에 사용되는 Gram-Chalier A 급수를 사용하였고, Gram-Chalier A 급수는 다음과 같이 정의 된다.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \cdot \left[1 + \frac{\kappa_3}{3!} H_3\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\kappa_4}{4!} H_4\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \quad (4)$$

$$\kappa_3 = \gamma, \quad \kappa_4 = \kappa - 3 \quad (5)$$

$$H_3(x) = x^3 - 3x \quad (6)$$

$$H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3 \quad (7)$$

Table 1에 파형의 모멘트를 표시하였다. 비대칭도와 첨도가 각각 0와 3을 벗어난 값을 나타내고 있어, 정규분포에서 벗어난 것을 볼 수 있다. D1420의 경우는 비대칭도가 음의 값을 나타내고 있으며, D1520의 경우 비대칭도와 첨도가 가장

Table 1 Various statistical characteristics of surface elevations

Description	D1420	D1520	D1620
Duration (s)	1200	1200	1200
Sampling frequency (Hz)	2.133	2.133	2.133
Average of surface elevation μ	-0.006	0.001	0.001
RMS of surface elevation η _s (σ)	3.000	2.986	3.026
Skewness of surface elevation (γ)	-0.221	0.393	0.218
Kurtosis of surface elevation (κ)	2.974	4.037	3.263

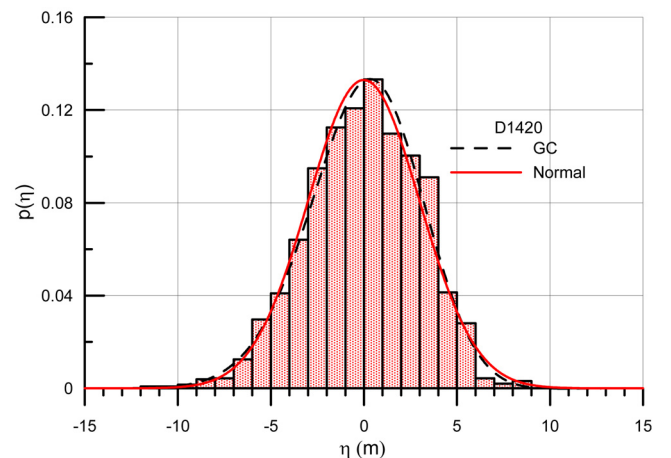


Fig. 4 Probability distribution of surface elevation for the Draupner 1420

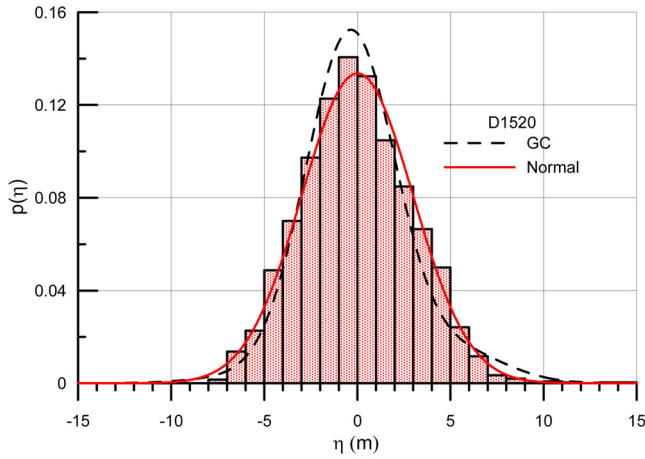


Fig. 5 Probability distribution of surface elevation for the Draupner 1520

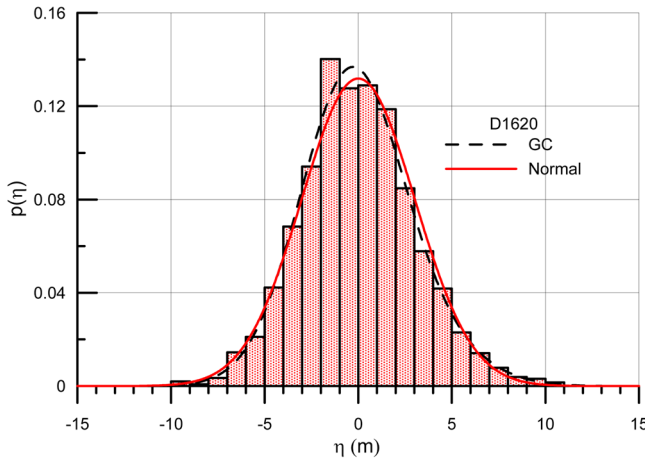


Fig. 6 Probability distribution of surface elevation for the Draupner 1620

큰 값을 가지는 것을 볼 수 있다. 침도는 η 가 큰 경우 즉 분포의 꼬리 부분에서 분포확률이 정규분포와 비교해서 얼마나 많거나 부족한지와 직접적으로 관계되어 있다. 따라서 침도가 3에서 벗어난 정도는 파장의 최대치나 파장의 최소치의 확률분포가 정규분포로부터 얼마나 벗어난 것과 직접적인 연관이 있게 된다. 계측된 파형의 확률분포를 Fig. 4~Fig. 6에서 정규분포와 Gram-Chalier A분포와 비교를 하였다. Gram-Chalier A분포가 정규분포보다 최대치의 위치와 크기를 잘 따르는 것을 볼 수 있다. 세 개의 자료 중에서 D1520이 정규분포에서 가장 많이 벗어나는 것을 볼 수 있다.

4. 파고의 분포

Table 2에는 영점상향통과법(Zero upcrossing method)에 의해서 계산된 파랑의 각종 통계특성을 정리하여 표시를 하였다. 평균영점상향주기는 D1520이 가장 짧아서 포함된 파도의 수가 가장 많은 것을 볼 수 있다. D1520에 포함된 최대파고는 25.6m로 D1420, D1620에 포함된 최대파고보다 약 5m정도 큰 것을

Table 2 Summary of various wave statistical characteristics from time series of surface elevation.

Description	D1420	D1520	D1620
Duration (s)	1200	1200	1200
Sampling frequency (Hz)	2.133	2.133	2.133
Average zero-upcrossing period T_z (s)	12.733	11.279	12.577
Number of waves	93	105	94
Mean wave height H_0 (m)	7.831	7.124	7.567
RMS of wave height H_{rms} (m)	8.6274	8.197	8.547
Maximum wave height H_{max} (m)	20.197	25.585	20.460
Zero-upcrossing period of maximum wave T_{Hmax} (s)	15.560	12.496	14.287
Significant wave height $H_{1/3}$ (m)	11.658	11.576	12.199
Significant wave period $T_{1/3}$ (s)	13.814	7.761	11.772
Highest 1/10 wave height $H_{1/10}$ (m)	14.125	14.505	15.3880
Average period of 1/10 wave height $T_{1/10}$ (s)	15.890	11.922	13.098
$H_{max}/H_{1/3}$	1.732	2.210	1.677

Table 3 Probability of wave height distribution $p(H)$ for D1420, D1520 and D1620.

Wave Height	$p(H)$		
	D1420	D1520	D1620
0.0~1.0	0	0.01887	0.02105
1.0~2.0	0.06383	0.0566	0.05263
2.0~3.0	0.05319	0.07547	0.03158
3.0~4.0	0.04255	0.11321	0.06316
4.0~5.0	0.06383	0.07547	0.10526
5.0~6.0	0.07447	0.10377	0.10526
6.0~7.0	0.09574	0.07547	0.11579
7.0~8.0	0.05319	0.04717	0.12632
8.0~9.0	0.15957	0.10377	0.04211
9.0~10.0	0.12766	0.07547	0.08421
10.0~11.0	0.07447	0.09434	0.04211
11.0~12.0	0.08511	0.06604	0.04211
12.0~13.0	0.04255	0.0283	0.04211
13.0~14.0	0.02128	0.0283	0.04211
14.0~15.0	0.01064	0.00943	0.04211
15.0~16.0	0	0	0
16.0~17.0	0.01064	0	0.01053
17.0~18.0	0	0.00943	0.01053
18.0~19.0	0	0	0
19.0~20.0	0	0	0
20.0~21.0	0.01064	0	0.01053
21.0~22.0	-	0	-
22.0~23.0	-	0	-
23.0~24.0	-	0	-
24.0~25.0	-	0	-
25.0~26.0	-	0.00943	-

볼 수 있다. 그러나 D1520의 평균파고 및 유의파고의 크기, 제곱평균제곱 파고(Root mean square, RMS) 파고는 오히려 다른 두 개에 비해 작은 것을 볼 수 있다. 최대파고에 대응하는 파도의 주기는 15.6초, 12.5초 그리고 14.3초로 나타났으며, D 1520에 포함된 최대파의 주기가 가장 짧은 것으로 나타났다. 파고의 확률분포는 Table 3에 표시를 하였다. New year wave의 파고는 25.6m, 파주기는 12.5초를 나타내었다. 이것은 Draupner 1520의 평균 영점상향 파주기 11.3초 그리고 파랑스펙트럼에서 얻어지는 평균주기 11.9초와 비슷한 값을 보이는 것을 볼 수 있다. 이것은 Longuet-Higgins(1980), Tucker(1991) 등이 최대파의 주기가 평균주기 근처에서 발생한다고 언급한 결과와 일치한다.

파고의 확률분포를 Rayleigh 분포로 표시할 수 있으며, 파고의 초과확률(Probability of exceedance)은 다음과 같이 주어진다 (Longuet-Higgins, 1952).

$$P_E(H) = \exp\left(-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2\right) \quad (8)$$

비선형분포에서 파고의 초과확률분포는 Edgeworth-Rayleigh (ER) 분포로 표시할 수 있으며, 다음과 같이 표시할 수 있다. (Mori et al., 2002; Mori, 2004).

$$P_E(H^*) = \exp\left(-\frac{H^{*2}}{8}\right) \left[1 + \sum_{i=1}^2 \beta_{4,i} E_{4,i}(H^*) + \sum_{i=1}^3 \beta_{6,i} E_{6,i}(H^*)\right] \quad (9)$$

$$H^* = \frac{H}{\eta_{rms}} \quad (10)$$

5. 파랑스펙트럼

파랑스펙트럼의 대역폭(Bandwidth)을 나타내는 파라미터 ν (Longuet-Higgins, 1980), 평균 영점상향 통과주기 T_{zs} , 유의파첨도(Significant steepness) S_s 및 스펙트럼법에서 정의된 유의파고 H_s 는 다음과 같이 정의된다.

$$\nu^2 = \frac{m_2 m_o}{m_1^2} - 1 \quad (11)$$

$$T_{zs} = \sqrt{\frac{m_o}{m_2}} \quad (12)$$

$$S_s = \frac{2\pi H_s}{g T_z^2} \quad (13)$$

$$H_s = 4 \sqrt{m_o} \quad (14)$$

여기서 m_n 은 파랑스펙트럼의 n차 모멘트를 나타낸다.

Modified Pierson spectrum (또는 Bretschneider spectrum)은 다음과 같이 정의된다.

$$S(f) = A f^{-5} \exp(-B f^{-4}) \quad (15)$$

JONSWAP spectrum은 다음과 같이 표시된다(Tucker, 1991).

$$S(f) = A f^{-5} \exp(-B f^{-4}) \gamma \exp\left\{\frac{(f-f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2}\right\} \quad (16)$$

Table 4 Various characteristics of wave spectrum

Description	D1420	D1520	D1620
Duration (s)	1200	1200	1200
Sampling frequency (Hz)	2.133	2.133	2.133
m_0	8.9386	8.8838	9.0555
m_1	0.7190	0.7448	0.7139
m_2	0.0712	0.0764	0.0681
Average period T_1	12.432	11.928	12.685
Peak frequency f_p	0.0575	0.0675	0.0575
Significant wave height H_s (m)	11.959	11.922	12.037
Average zero up-crossing period T_{zs} (s)	11.203	10.785	11.528
Spectrum bandness (ν)	0.481	0.473	0.459
Significant steepness (S_s)	0.066	0.071	0.063
$H_{1/3}/H_s$	0.975	0.971	1.013

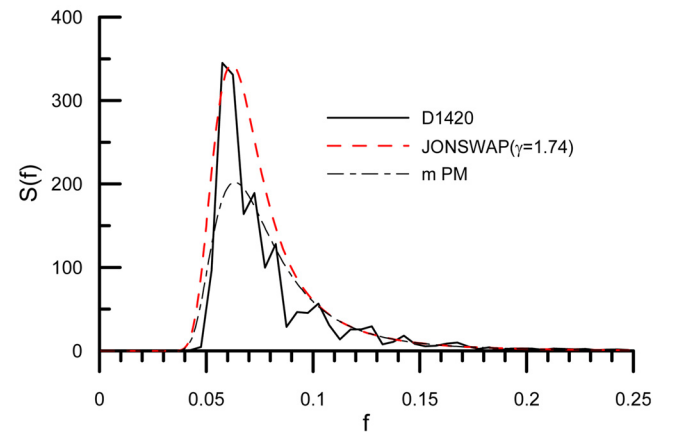


Fig. 7 Comparison of wave Spectrum of D1420

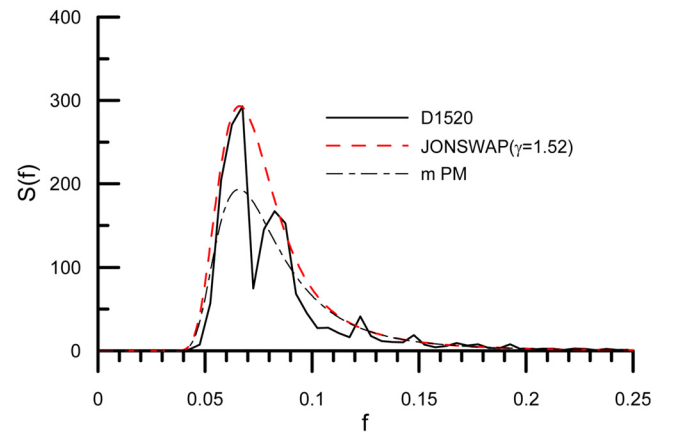


Fig. 8 Comparison of wave Spectrum of D1520

파형을 고속 푸리에 변환(Fast fourier transform, FFT)하고, 고조파(Harmonics)를 평균하여 최종 주파수 분해능(Frequency resolution)을 0.005Hz로 계산한 파랑스펙트럼의 특성들을 Table 4에 표시하였다. 그리고 Fig. 7~Fig. 9에 파랑자료에서 얻은 스펙트럼과 Modified Pierson spectrum 그리고 JONSWAP

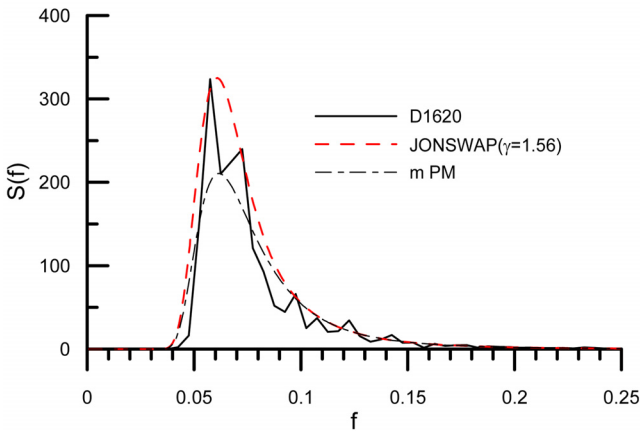


Fig. 9 Comparison of wave Spectrum of D1620

spectrum과 비교를 하였다. JONSWAP spectrum이 실제 해상 자료와 더 일치하는 것을 볼 수 있다.

6. 파랑자료의 분석

Freak wave는 일반적으로 이상지수 AI(Abnormality index)를 이용해 다음과 같이 정의 된다(Kalif et al., 2009).

$$AI = \frac{H_{max}}{H_{1/3}} \geq 2 \quad (17)$$

여기서 H 는 최대 파고 $H_{1/3}$ 은 파랑의 시계열 자료에 포함된 파고 중 상위 1/3의 평균인 유의파고이다. 그러나 종종 스펙트럼법에서 정의된 유의파고를 사용하기도 한다. $AI \geq 2$ 만을 Freak wave 발생 기준으로 한다면, 파고의 절대 크기와 관계없이 낮은 해상상태에서도 Freak wave가 정의되고 발생할 수 있다. 따라서 Freak wave의 정의에서 파도의 절대 크기가 10m 이상이 되는 조건을 추가로 포함하기도 한다(Stansell, 2004). 또 어떤 경우는 Freak wave의 정의에 파정의 크기에 대한 기준

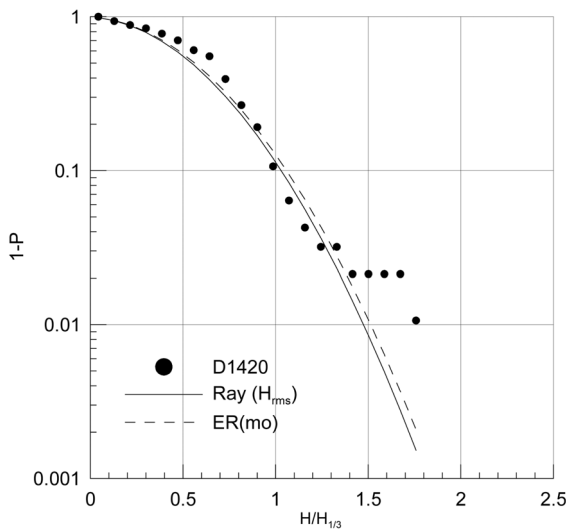


Fig. 10 Probability of wave height exceeding the given value of H for the Draupner 1420

을 추가하기도 한다. 유의파고는 영점상향통과법에 의한 $H_{1/3}$ 과 스펙트럼법 정의에 의한 H_s 가 사용되고 있는데. 일반적으로 $H_{1/3}$ 이 H_s 보다 5%~10% 작은 값을 가진다(Forristal, 1978; Tucker, 1991; Kim, 2007). 따라서 파랑자료를 비교할 때 AI가 어떻게 정의되었는지를 확인해야 한다.

Draupner 파랑자료를 이용해 Rayleigh(H_{rms}) 분포함수와 ER 분포함수로 계산한 파고의 초과확률분포 결과를 Fig. 10~Fig. 12에 표시를 하였다. 이 그림에서 파고의 전체적인 초과확률 분포는 $H_s/H_{1/3}$ 이 1.4까지는 파랑자료와 ER, Rayleigh(H_{rms}) 분포가 잘 일치하는 하고 있으나 파고가 높아지면 자료에서 벗어나 확률을 과소평가하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 13~Fig. 15에서는 파고와 파주기의 상관관계를 보여주고 있다. 최대파의 주기는 13초~14초 사이의 값을 보이는 것

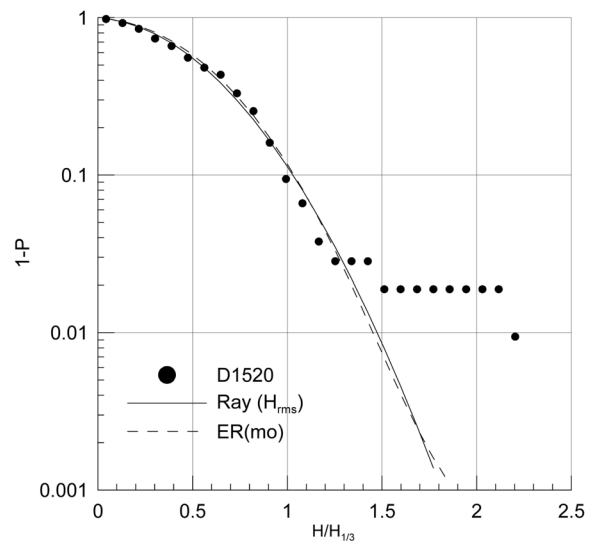


Fig. 11 Probability of wave height exceeding the given value of H for the Draupner 1520

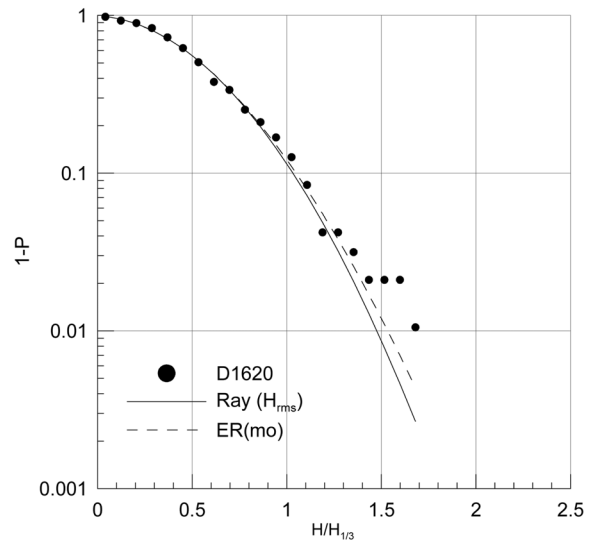


Fig. 12 Probability of wave height exceeding the given value of H for the Draupner 1620

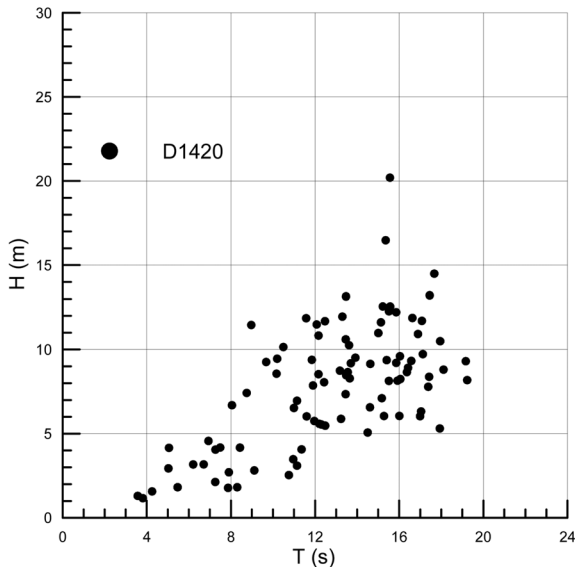


Fig. 13 Wave period and wave height relation for the Draupner 1420

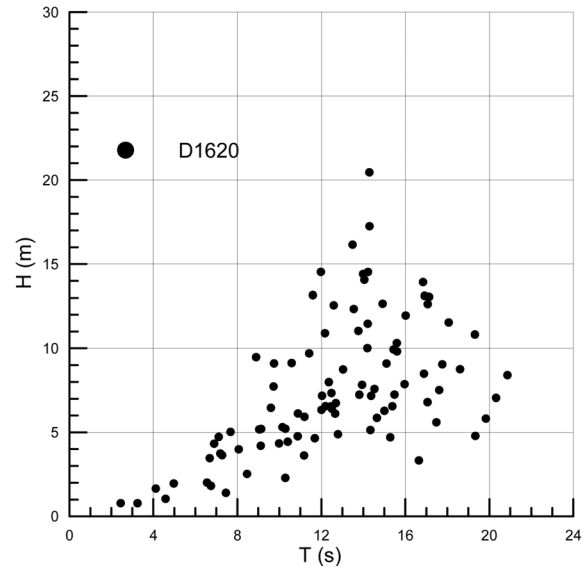


Fig. 15 Wave period and wave height relation for the Draupner 1620

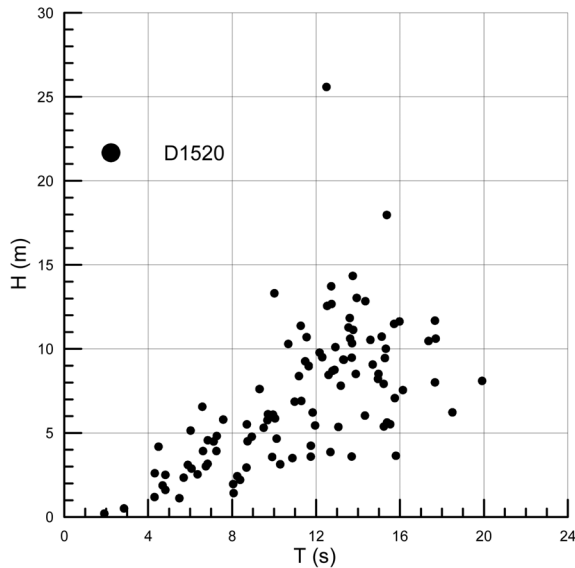


Fig. 14 Wave period and wave height relation for the Draupner 1520

을 볼 수 있다. 특히 Draupner 1520에서는 최대파의 주기는 12초 정도로 분포된 파주기의 평균과 매우 근접한 값을 보이고 있다. 따라서 최대파는 평균파주기와 비슷한 파주기를 가지는 것을 볼 수 있다. 이것은 최대파의 발생은 파랑의 중첩에 의해 발생할 수 있다는 것을 보여준다. Freak wave 발생을 수치 시뮬레이션한 결과에 의하면 평균 AI의 값은 2.11을 가지며 파랑의 중첩에 의해서도 AI의 값은 최대 2.5~3.0 정도까지 가질 수 있다(Kim, 2010). 따라서 Draupner 1520에 포함된 New year wave는 중첩의 원리 범위 안에 있는 이상지수의 값을 가진다.

Freak wave의 발생 원인과 발생 확률에 대한 연구는 여러 연구자에 의해 연구되고 있다. 그러나 발생 확률에 대해서는, 해상상태의 불규칙성과 비선형 현상 등으로 인해서 해석하기가 매우 복잡한 상황이다. 여러 가지 인자 중에서 파형의 첨도

(Kurtosis)의 값이 Freak wave 발생과 밀접한 관계가 있으며 첨도가 큰 경우 Freak wave 발생확률이 높아진다(Mori, 2004; Stansell, 2004; Shin et al., 2007). Table 5에 파랑자료에서 계산한 첨도(Kurtosis)와 $H_{1/3}$ 의 관계를 표시하였다. Fig. 16에서는 Table 5에서 표시한 값과 ER급수에 의한 추정치와 Mori의 실험한 결과와 비교를 하였다. 두 경우 모두 첨도가 커지면 $H_{1/3}/\eta_s$ 값이 커지는 경향을 나타낸다. 파형이 정규분포인 경우에 첨도의 값은 3을 가지게 되며 $H_{1/3}/\eta_s$ 값은 4를 나타낸다.

Table 5 $H_{1/3}/\eta_s$ vs. κ kurtosis of surface elevation

Description	D1420	D1520	D1620
$H_{1/3}/\eta_s$	3.886	3.872	4.031
Kurtosis of surface elevation (κ)	2.974	4.037	3.263

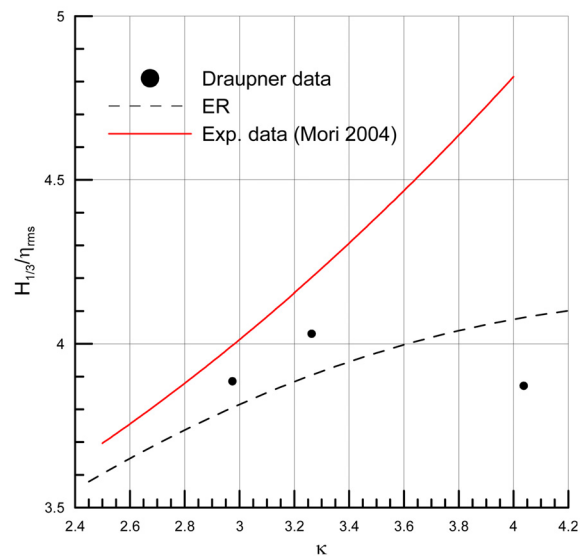


Fig. 16 $H_{1/3}/\eta_s$ vs. kurtosis of Draupner data

Table 6 Significant steepness and spectrum bandwidth

Description	D1420	D1520	D1620
Spectrum bandwidth (ν)	0.481	0.473	0.459
Significant steepness (Ss)	0.066	0.071	0.063

그리고 파고의 분포가 Rayleigh(m_0)분포를 따르는 경우는 $H_{1/3}/\eta_s$ 가 침도에 무관하며 그 크기는 4로 일정한 값을 가진다. New year wave가 포함된 Draupner 1520에서는 침도가 커졌지만 오히려 $H_{1/3}/\eta_s$ 가 작아진 것을 볼 수 있다. 그리고 그 값의 크기는 Mori의 실험결과보다 ER급수를 사용해 예측된 결과와 정성적으로 일치한다.

Table 6에서는 유의파침도와 대역폭 파라미터를 다시 표시하였다. 여기서 D1520은 가장 큰 유의파침도를 나타내고 있으며, 실제 해상상태에서 발생할 수 있는 최대 유의파침도인 1/13(=0.077)에 근접하는 값을 보이고 있다.

7. 결 언

이 논문에서는 Draupner 1420, 1520, 1620 시계열 파랑자료를 비교해서 New year wave의 통계적 특성을 살펴보았다. Freak wave가 발생한 D1520의 경우 파형의 비대칭도는 0.393와 침도(Kutosis)는 4.037로 다른 두 개에 비해 가장 비선형성이 많이 나타나고 상대적으로 정규분포에서 가장 많이 벗어나는 것을 볼 수 있다. 파형의 분포는 정규분포를 벗어나며 Gram-Charlier A분포로 표시할 수 있다. New year wave의 이상지수 AI는 2.21이며 파고는 25.6m, 파주기는 12.5초를 나타내었다. 이것은 Draupner 1520의 평균 영점상향 파주기 11.3초 그리고 프랑스 펙트럼에서 얻어지는 평균주기 11.9초와 비슷한 값을 가진다. 이것은 최대파의 주기가 평균주기 근처에서 발생하는 것을 볼 수 있다. New year wave가 포함된 D1520은 실제 해상상태에서 발생할 수 있는 최대 유의파침도에 근접하는 매우 큰 유의파침도의 값을 보이고 있다. JONSWAP spectrum이 Modified Pierson spectrum보다 실제 해상자료와 더 일치하는 것을 볼 수 있다. New year wave는 극한 해상상태에서 발생한 거대한 freak wave이지만 중첩의 원리 범위 안에 있는 이상지수의 값을 가지고 있다.

후 기

본 연구는 2010년 홍익대학교 학술연구진흥비의 지원으로 수행된 연구결과 중 일부입니다.

The author would like to thank Dr. Sverre Haver of Statoil for kindly providing the Draupner wave data.

참 고 문 헌

- Forristall, G.Z., 1978. On the Statical Dstribution of Wave Heights in a Storm. J. Geophys. Res., 83, 2353-2358.
- Haver S., 2003. Freak Wave Event at Draupner Jacket January 1 1995. Statoil, PTT-KU-MA.
- Holliday, N.P., Yelland, M.Y., Pascal, R., 2006. Were Extreme Waves in the Rockall Trough the Largest Ever Recorded. Geophys. Res. Lett., 33, L05613.
- Kalif, C., Pleinovsky, E., Slunyaev, A., 2009. Rogue Waves in the Ocean. Springer.
- Kim, D.Y., 2007. On Individual Wave Height Distribution of Ocean Waves. Journal of Ocean Engineering and Technology, 21(2), 6-11.
- Kim, D.Y., 2010. On the Characteristics of Freak Wave Occurrence. J. Korean Soc. for Marine Environmental Eng., 14 (2), 138-145.
- Liu, P.C., Pinho, U.F., 2004. Freak Waves-More Frequent than Rare!. Annales Geophysics, 22, 1839-1842.
- Lawton, G., 2001. Monsters of the Deep (The Perfect Wave). New Scientist, 170(2297), 28-32.
- Longuet-Higgins, M.S., 1952. On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves. J. Marine Res., 11, 245-266.
- Longuet-Higgins, M.S., 1980. On the Distribution of the Heights of Sea Waves: Some Effects of Non-linearity and Finite Band-width. J. Geophy. Res., 85(C3), 1519-1523.
- Mori, N., 1997. Occurrence Properties of Giant Freak Waves in Sea Area around Japan. J. waterway, port, coastal Engineering, July/Aug., 209-213.
- Mori, N., 2004. Occurrence Probability of a Freak Wave in a Nonlinear Wave Field. Ocean Engineering, 31, 165-175.
- Mori, N., Paul, C.L. Yasuda, T., 2002. Analysis of Freak Wave Measurements in the Sea of Japan. Ocean Engineering, 29, 1399-1414.
- Shin, S.H., Hong, K.Y., Moon, J.S., 2007. Wave Data Analysis for Investigation of Freak Wave Characteristics. J. Lorean Navigation and Port Research, 31(6), 471-478.
- Stansell, P., 2004. Distributions of Extreme Wave, Crest and Trough Heights Measured in the North Sea. Ocean Engineering, 32, 1015-1036.
- Tucker, M.J., 1991. Waves in Ocean Engineering. Ellis Horwood.