

# Development of Expected Loss Capability Index Considering Economic Loss

Dong-Hyuk Kim\* · Hyung-Geun Park\*\* · Young-Bae Chung\*<sup>†</sup>

\*Department of Industrial and Management Engineering, Incheon National University

\*\*Department of Industrial and Management, SinAnsan University

## 경제적 손실을 고려한 기대손실 능력지수의 개발

김동혁\* · 박형근\*\* · 정영배<sup>†</sup>

\*인천대학교 산업경영공학과

\*\*신안산대학교 산업경영과

Process Capability Index (PCI) is useful Statistical Process Control (SPC) tool that is measure of process diagnostic and assessment tools widely use in industrial field. It has advantage of easy to calculate and easy to use in the field.  $C_p$  and  $C_{pk}$  are traditional PCIs. These are only considers of process variation. These are not given information about the characteristic value does not match the target value of the process. Studies of this process capability index by many scholars actively for supplement of its disadvantage. These studies to evaluate the capability of situation of various field has presented a new process capability index.  $C_{pm}$  is considers both the process variation and the process deviation from target value. And  $C_{pm}^+$  is considers economic loss for the process deviation from target value. In this paper development of new process capability index that is Taguchi's quadratic loss function by applying the expected loss. And check the correlation between existing traditional process capability index ( $C_{pk}$ ) and new one. Finally, we propose the criteria for classification about developed process capability index.

**Keywords** : Expected Loss Capability, Economic Loss, Process Capability Index

### 1. 서 론

현재 기업이 경쟁력을 가지기 위해서는 좋은 품질의 제품을 생산하는 것이 경쟁사들에 비하여 우위를 점할 수 있도록 할 수 있는 핵심 역량이 되었다. 품질의 향상이 기업 경쟁력 강화의 중요한 요소로 인식되고 있는 상황에서 기업이 목표하는 고객의 요구를 충족 해줄 품질의 제품을 생산하기 위해서는 설계단계에서의 신제품개발도 중요하지만 제조 공정에서의 공정품질 관리도 중요한 문제로 인식되고 있으며 이를 위한 과학적 공정관리

기법, 즉 통계적 공정관리(Statistical Process Control)가 필요하다.

통계적 공정관리의 기법 가운데 공정의 능력을 평가하는 척도로서 가장 보편적으로 쓰이고 있는 것이 공정능력지수이고, 이 공정능력지수는 계산이 용이하고 현장에서 사용하기 간편하다는 장점으로 인해 공정의 진단 및 평가의 척도로서 과거부터 널리 이용되고 있는 도구이다[3].

이러한 공정능력지수에 관한 연구는 많은 학자들에 의해 활발히 이루어지고 있으며, 대부분의 연구는 공정능력을 평가하는 다양한 현장의 상황에 따라 각각의 상황에 맞는 새로운 공정능력지수들을 제시하고 이를 현장에 적용시키면서 발전해 왔다[5].

전통적인 공정능력지수  $C_p$ 와  $C_{pk}$ 는 품질의 산포나 공정의 치우침만을 고려하여 공정능력을 평가하기 때문에 품질특성치가 목표치와 얼마나 근접하고 있는지에 대한 정보는 주지 못하고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 품질특성치가 목표치로부터 가지는 편(bias)을 고려한 공정능력지수로 Chan, Cheng과 Spiring[2]은  $C_{pm}$ 을 제시하였고, Bolyes[1]는 목표치로부터 품질특성치에 대한 변동으로 Taguchi의 이차손실함수를 적용한 기대손실을 이용하여  $C_{pm}^+$ 를 제안하였다.

하지만 전통적인 공정능력지수는 그 내용이 공정의 규격 폭과 자연공차  $6\sigma$ 와의 비율로 그 능력을 나타내며 이는 공정에서 목표치와 일치하는 균일한 제품을 생산하지 못함으로 해서 발생하는 경제적인 손실에 대한 정보를 주지 못한다.

따라서 본 논문에서는 (1) Taguchi의 이차손실함수를 적용한 기대손실을 이용하여 새로운 공정능력지수를 개발하고 (2) 기존에 사용되던 전통적인 공정능력지수와 상관 관계 확인 및 그에 대한 회귀 식을 추정할 것이며 (3) 이 과정을 통해 개발한 공정능력지수의 등급분류 기준을 제시하고자 한다.

## 2. 이론적 고찰

### 2.1 Taguchi의 이차손실함수

Taguchi의 손실함수 개념은 성능특성치가 목표치와 일치할 때는 손실이 발생하지 않으며 목표치로부터 멀어짐에 따라 손실이 크게 발생한다는 가정에서 이차식으로 근사화한 손실함수(QLF : Quadratic Loss Function)  $L(x)$ 로 나타내며 그 기대치를  $E[L(x)]$ 로 나타낸다.

Taguchi의 이차손실함수와 기대손실은 품질특성치의 종류에 따라 아래와 같이 구하게 된다.

#### 2.1.1 망목특성인 경우

Taguchi의 손실함수는 기본적으로 ‘특성치의 값이 목표치로부터 편차가 크면 클수록 손실이 커지며 이 편차가 0이면 손실이 없다’라는 가정하에 다음 식 (1)과 같은 2차식으로 근사화한다고 제안하였다.

$$L(x) = k(x - T)^2 \tag{1}$$

여기서  $k$ 는 발생한 손실을 화폐 단위로 환산해주는 비용 상수로 규격( $T \pm \Delta$ )을 벗어날 경우 소비자가 제품을 수리하거나 폐기처분하는데  $A$ 의 비용이 든다고 했을 경우  $k = \frac{A}{\Delta^2}$ 으로 구하여 진다.  $x$ 는 제품 특성치이며  $T$ 는

목표치이다.

이 경우 기대손실은 다음 식 (2)와 같다.

$$E[L(x)] = E[k(x - T)^2] = k[\sigma^2 + (\mu - T)^2] \tag{2}$$

망목특성치의 기대손실 식 (2)에서 볼 수 있듯이 기대손실이 최소가 되려면 공정평균  $\mu$ 가 목표치  $T$ 와 일치해야하고, 공정산포  $\sigma^2$ 이 작아야 한다는 것을 알 수 있다.

#### 2.1.2 망소특성인 경우

망소특성의 경우 망목특성치의 경우에서 목표치  $T$ 를 0으로 대입한 경우이다. 따라서 이 경우의 손실함수와 기대손실은 다음 식 (3), 식 (4)와 같다.

$$L(x) = k(x - 0)^2 = kx^2 \tag{3}$$

$$E[L(x)] = E[kx^2] = k[\sigma^2 + \mu^2] \tag{4}$$

식 (4)에서 망소특성의 경우 기대손실 값을 최소로 하기 위해서는 공정평균  $\mu$ 와 공정산포  $\sigma$ 가 모두 작아져야 한다는 것을 알 수 있다.

#### 2.1.3 망대특성의 경우

망대특성치의 경우는 제품 특성치  $x$ 를  $x' = \frac{1}{x}$ 로 변환하여  $x'$ 을 망소특성의 경우처럼 취급하여 구하며 그 손실함수와 기대손실은 다음 식 (5), 식 (6)과 같다.

$$L(x) = k(x' - 0)^2 = \frac{k}{x^2} \tag{5}$$

$$E[L(x)] = E\left[\frac{k}{x^2}\right] = k\left[\frac{1}{\mu^2}\left(\frac{3\sigma^2}{\mu^2} + 1\right)\right] \tag{6}$$

식 (6)에서 망대특성의 경우 기대손실이 최소가 되려면 공정평균  $\mu$ 가 커야하고, 공정산포  $\sigma^2$ 이 작아야 한다는 것을 알 수 있다.

## 2.2 공정능력지수

전통적인 공정능력지수는 Juran[7]에 의해  $C_p$ 는 규격 폭에 대한 공정의 자연공차의 비율로 정의되고, 규격

상한( $S_U$ )과 규격하한( $S_L$ )이 주어졌을 때 제품의 품질특성치의 공정평균이 양쪽 규격의 중앙에 대하여 치우침이 없이 위치하고 있다는 가정할 경우 다음 식 (7)과 같다.

$$C_p = \frac{S_U - S_L}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma} \quad (7)$$

단,  $T = S_U - S_L$

또한 규격상한이나 규격하한과 같이 한쪽 규격이 주어진 경우에 공정능력지수  $C_p$ 는 다음 식 (8)과 같다.

$$C_p = \frac{S_U - \mu}{3\sigma}, \text{ 규격 상한이 주어진 경우}$$

$$C_p = \frac{\mu - S_L}{3\sigma}, \text{ 규격 하한이 주어진 경우} \quad (8)$$

공정능력지수  $C_p$ 는 단위에 영향을 받지 않으므로, 서로 다른 공정들의 능력을 비교할 수 있으나, 공정 평균의 치우침을 고려하지 않고 공정 산포로만 정의된 잠재적 능력을 측정한다는 단점을 가지고 있다. 따라서  $C_p$ 는 공정평균의 변화를 고려하지 못하기 때문에 실제 공정능력의 척도로서 적당하지 않다. 이러한 단점을 보완하기 위해 Kane[8]에 의해 공정평균의 치우침을 고려한 공정능력지수  $C_{pk}$ 가 식 (9)와 같이 제시 되었다.

$$C_{pk} = \min\left(\frac{S_U - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - S_L}{3\sigma}\right) = (1-K)C_p \quad (9)$$

단,  $K = \frac{|M - \mu|}{T/2}$

$T = S_U - S_L$

$M = \frac{S_u + S_L}{2}$

Chan, Cheng, Spiring[2]에 의해 목표치( $T$ )로부터 공정평균  $\mu$ 를 고려한 평가방법으로서  $C_{pm}$ 을 다음 식 (10)과 같이 제시하였다.

$$C_{pm} = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{E[(Y-T)^2]}} \quad (10)$$

$$= \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{[\sigma^2 + (\mu - T)^2]}}$$

$$= \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2}}$$

$C_{pm}$ 은  $C_p$ 와  $C_{pk}$ 에 비하여 더 개선된 공정능력지수로 공정변동 및 공정평균의 치우침을 고려할 뿐만 아니라 목표치가 주어졌 있는 경우 목표치에 대한 공정의 중심 위치까지 고려한 공정능력척도로 활용도가 높다고 할 수 있다.

Bolyes[1]는 Taguchi의 이차손실함수의 기대손실에 근거한 공정능력지수로  $C_{pm}^+$ 를 다음과 같은 식 (11)과 같다.

$$C_{pm}^+ = \frac{S_U - S_L}{6\sqrt{E(L)}} \quad (11)$$

$E(L) = k[\sigma^2 + (\mu - T)^2]$ , 망목특성의 경우

$E(L) = k(\sigma^2 + \mu^2)$ , 망소특성의 경우

$E(L) = k\left[\frac{1}{\mu^2}\left(\frac{3\sigma^2}{\mu^2} + 1\right)\right]$ , 망대특성의 경우

$C_{pm}^+$ 는 공정의 산포에 의해서만 공정능력을 평가하지 않고 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적 손실에 대한 정보까지 포함하여 보다 유용한 정보를 제공하게 하는 공정평가척도라고 할 수 있다.

그러나 Taguchi의 이차손실함수는 정규공정이고 대칭적인 손실함수의 경우에만 잘 설명될 수 있다는 한계를 안고 있다. 이에 Spiring[11]은 Taguchi의 이차손실함수의 대안적 손실함수로 정규분포의 확률밀도함수에 대한 역함수를 근거로 한 손실함수를 제안하였고, 정영배[3]는 이러한 역정규 손실함수의 기대손실을 이용한 공정능력지수  $C_{pI}$ 를 다음 식 (12)와 같이 제시하였다.

$$C_{pI} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E[L(x, T)]}} \quad (12)$$

여기서 기대손실은 다음 식 (13)과 같다.

$$E[L(x, T)] = A \left[ \left[ 1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + y^2}} \exp\left\{ \frac{-1}{2} \left( \frac{\mu - T}{\sigma^2 - \gamma^2} \right)^2 \right\} \right] \right] \quad (13)$$

따라서 목표치  $T$ 에 대한 공정의 측정치  $x$ 가 정규분포를 따른다면 이 함수의 확률밀도함수  $g(x, T)$ 를 구하면 다음 식 (14)와 같다.

$$g(x, T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma}} \exp\left\{ \frac{-(x - T)^2}{2\gamma^2} \right\}, \quad -\infty < x < \infty \quad (14)$$

여기서  $T$ 는 목표치이고,  $\gamma$ 는 형상모수(shape parameter)이다. 이 형상모수는 손실함수의 형상을 결정하는 모수 인자이기도 하다.

### 3. 기대손실 능력지수의 개발

손실함수는 품질특성치에 따라 망목, 망소, 망대 특성으로 나뉘어지며, 본 논문에서는 망목특성의 경우에 대하여 기대손실 능력지수( $E_c$ : Expected Loss Capability Index)를 개발하도록 한다. 이 과정에서 공정능력지수를 산출하기 위하여 김동혁[9]이 제시한 바 있는 기대손실 관리도, 즉 EL 관리도를 활용하도록 한다.

#### 3.1 EL 관리도

EL 관리도의 타점하는 품질특성치의 기대손실을 각 군별로 구하여  $EL_i$ 들의 평균값을 중심선으로 하고, 이를 기준으로 기대손실 편차의 3배 거리를 관리한계로 한다. 관리선 설정 후 망목특성일 경우의 각 군에 대한 기대손실  $EL_i$ 를 타점하여 공정에서 발생하는 경제적 손실비용을 확인하고 이를 통한 공정을 관리하려는 개념의 관리도이다.

##### 3.1.1 손실함수 편차

Taguchi의 이차손실함수(망목특성)의 근사식과 기대값은 앞서 식 (1), 식 (2)에서 언급한 바 있으므로 관리한계를 설정하는데 필요한 이차손실함수의 편차를 다음 식 (15)와 같이 전개하여 도출한다.

$$\begin{aligned} V[L(x)] &= E\{L(x) - E\{L(x)\}\}^2 \\ &= E\{k(x-T)^2 - k\{\sigma^2 + (\mu-T)^2\}\}^2 \\ &= k^2\sigma^2\{2\{\sigma^2 + 2(\mu-T)^2\}\} \\ D[L(x)] &= \sqrt{k^2\sigma^2\{2\{\sigma^2 + 2(\mu-T)^2\}\}} \\ &= k\sigma\sqrt{2\{\sigma^2 + 2(\mu-T)^2\}} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $D[L(x)]$ 는 개별 측정치를 타점했을 경우에 대한 편차이고 본 논문에서는 각 군이 갖는 기대손실을 타점할 것이므로 관리선 설정에 사용되는 편차는 식 (16)과 같다.

$$\frac{D[L(x)]}{\sqrt{n}} = \frac{k\sigma\sqrt{2\{\sigma^2 + 2(\mu-T)^2\}}}{\sqrt{n}} \quad (16)$$

##### 3.1.2 EL 관리도의 관리선

기대손실을 타점하는 EL 관리도는 공정손실의 기대값인 기대손실을 그 중심선, 즉 기대손실의 평균값( $\overline{EL}$ )으로 하고 그 표현은 다음 식 (17)과 같다.

$$CL = \overline{EL} \quad (17)$$

여기에서  $\overline{EL} = \frac{\sum_{i=1}^K EL_i}{K}$  이고  $K$ 는 부분군의 수이다.

EL 관리도의 관리한계는  $CL$ 인  $\overline{EL}$ 를 중심으로 기대손실 편차의  $\pm 3$ 배 거리에 설정하고 이들을 구하는 식은 다음 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} UCL &= \overline{EL} + 3\frac{D[L(x)]}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{EL} + 3\frac{k\sigma\sqrt{2\{\sigma^2 + 2(\mu-T)^2\}}}{\sqrt{n}} \\ LCL &= \overline{EL} - 3\frac{D[L(x)]}{\sqrt{n}} \\ &= \overline{EL} - 3\frac{k\sigma\sqrt{2\{\sigma^2 + 2(\mu-T)^2\}}}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (18)$$

하지만 EL 관리도의 경우 기대손실은 0보다 작아질 수 없고, 손실비용이므로 망소특성의 개념으로 접근하여 관리하한선은 고려하지 않도록 한다.

공정 표준값이 존재하는 경우  $\mu$ 와  $\sigma$ 에 표준값  $\mu_0, \sigma_0$ 를 대입하여 값을 산출하고 표준값이 정해지지 않은 경우라면 각각의 추정치  $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 를 구해서 값을 산출한다.

### 3.2 기대손실 능력지수

기대손실 능력지수(이하  $E_c$ )는 Taguchi의 이차 손실함수(망목특성)의 경우에서 허용차를 완전히 벗어 났을 때 발생할 수 있는 최대 손실비용 Max EL(Maximum Expected Loss)과 안정된 상태의 공정 평균  $\mu$ , 공정 산포  $\sigma$ 에 대한 평균 기대손실  $\overline{EL}$ 의 비율로써 나타내며 이들을 구하는 식은 각각 다음 식 (19)~식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Max EL} &= k\{\sigma^2 + \{(T \pm \Delta) \mp T\}^2\} \\ &= k\{\sigma^2 + (\pm \Delta)^2\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\overline{EL} = \frac{\sum_{i=1}^K EL_i}{K} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{k\{\sigma^2 + (\Delta - T)^2\}}{[\sum_{i=1}^K k\{\sigma_i^2 + (\mu_i - T)^2\}]/K} \\ &= \frac{\text{Max EL}}{\overline{EL}} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 T는 공정 목표치, Δ는 공정 허용차(±Δ)이고 k는 기대손실의 비용상수, K는 EL 관리도에서 부분군의 수를 의미한다. E<sub>c</sub>는 품질특성치가 규격을 벗어났을 경우에 발생할 수 있는 손실비용의 최대치 대비 공정에서 평균적으로 관리되고 있는 손실비용을 보여준다. 이는 공정에서 발생 가능한 최대 손실비용에 대하여 어느 정도 여유를 가지고 공정의 손실비용을 관리하고 있는가를 보여주는 척도라고 할 수 있다.

### 3.3 전통적 공정능력지수와 E<sub>c</sub>의 관계

본 논문에서 개발한 E<sub>c</sub>를 현장에서 활용 할 수 있게 하기 위한 등급 분류기준을 만들 필요성이 있다. 그러므로 기존 공정능력지수 C<sub>pk</sub>와 E<sub>c</sub>의 선형적 관계 유무를 파악하기 위해서 C<sub>pk</sub>와 E<sub>c</sub>에 대하여 상관 분석을 진행 하였다. 또한 변수들간의 함수적 관련성을 확인하고 그에 부합하는 회귀식을 도출하기 위하여 회귀분석을 진행하였으며 이에 대한 관계식은 다음 식 (22)와 같고 등급분류 기준은 <Table 1>과 같다.

$$E_c = \beta_0 + \beta_1 \times C_{pk} \tag{22}$$

<Table 1> Table of Classification Criteria

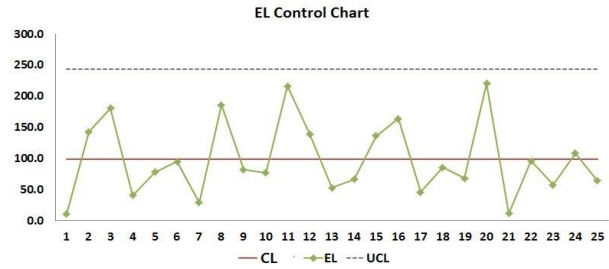
Class		PCI	
1	-	E <sub>c</sub> ≥	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 1.67
2	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 1.67	> E <sub>c</sub> ≥	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 1.33
3	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 1.33	> E <sub>c</sub> ≥	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 1.00
4	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 1.00	> E <sub>c</sub> ≥	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 0.67
5	β <sub>0</sub> + β <sub>1</sub> × 0.67	> E <sub>c</sub>	-

전통적 공정능력지수 분류기준과 같이 1급은 공정능력이 매우 충분, 2급은 공정능력이 충분, 3급은 공정능력이 보통, 4급은 공정능력이 부족, 5급은 공정능력이 매우 부족한 경우이다.

### 4. 수치예

E<sub>c</sub>의 적용 사례를 보이기 위하여 표준정규분포 N(0, 1)을 따르는 임의의 데이터를 사용하여 EL 관리도를 작성하였으며 그에 대한 타점 양상은 <Figure 1>과 같다.

이때 데이터는 표준정규분포 N(0, 1)에서 추출 하였으며 부분군의 크기 n = 5, 부분군의 수 K = 25로 하고 관리계수 d<sub>2</sub> = 2.326을 적용하였다. 목표 값 T = 0으로 하였으며 허용차 ±Δ = 4, 처리비용 A = 1000원으로 설정하여 대입하여 k = 62.5로 설정하였다.



<Figure 1> EL Control Chart from N(0, 1) data

<Figure 1>의 EL 관리도의 경우  $\hat{\mu} = 0.094$ ,  $\hat{\sigma} = 1.104$ 로 나타났다. 이 경우의 C<sub>pk</sub> = 1.18이 산출되었다. 이에 대하여 식 (19)~식 (21)을 이용하여 E<sub>c</sub>의 산출결과를 다음 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Max EL} &= k\{\sigma^2 + (\Delta - T)^2\} \\ &= 62.5\{1.104^2 + (4 - 0)^2\} \\ &= 1076.16\text{원} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{EL} &= \frac{\sum_{i=1}^K EL_i}{K} \\ &= \frac{11.15 + 143.15 + \dots + 64.39}{25} \\ &= 98.46\text{원} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{k\{\sigma^2 + (\Delta - T)^2\}}{[\sum_{i=1}^K k\{\sigma_i^2 + (\mu_i - T)^2\}]/K} \tag{23} \\ &= \frac{\text{Max EL}}{\overline{EL}} \\ &= \frac{1076.16\text{원}}{98.46\text{원}} \\ &= 10.9 \end{aligned}$$

다음으로 기대손실 능력지수를 구하기 위해 EL 관리도의 데이터가 모두 N(0, 1)에서 추출된 경우와 매우 균일한 상태 N(0, 0.5)에서 추출된 경우, 그리고 다음과 같은 세 가지 이질적 데이터가 영향을 주는 상황을 고려한 데이터를 사용하였다.

- ① 데이터의 구성 비율이 N(0, 1), N(0 + δ<sub>μ</sub>, 1)에서 각각 0.8, 0.2로 추출한 경우로 공정평균에 영향을 주는 요소가 투입되었을 경우이며 이질적 데이터는 각 군에 하나씩 영향을 준다. 이때 δ<sub>μ</sub> = 2, 3으로 변화를 주었다.
- ② 데이터의 구성 비율이 N(0, 1), N(0, 1 + δ<sub>σ</sub>)에서 각각 0.8, 0.2로 추출한 경우로 공정산포에 영향을 주는 요소가 투입되었을 경우이며 이질적 데이터는 각 군에 하나씩 영향을 준다. 이때 δ<sub>σ</sub> = 2, 3으로 변화를 주었다.

③ 데이터 구성 비율이  $N(0, 1)$ ,  $N(0+\delta_\mu, 1\delta_\sigma)$  에서 0.8, 0.2 로 추출한 경우로 공정산포와 평균 모두에 영향을 주는 요소가 투입되었을 경우이며 이질적 데이터는 각 군에 하나씩 영향을 준다. 이때  $\delta_\mu, \delta_\sigma = 2, 3$ 으로 변화를 주었다.

위의 다양한 상황을 고려하여 k는 <Figure 1> 의 관리도와 동일하게 적용하여  $C_{pk}$ 와  $E_c$ 를 산출하였으며 그 결과는 다음 <Table 2>와 같다.

<Table 2>  $C_{pk}, E_c$  in Each Case of EL Control Chart

$\hat{\mu}, \hat{\sigma}$	$C_{pk}$	$E_c$
$N(0, 0.5)$ -0.004, 0.791	1.68	20.13
$N(0, 1)$ -0.043, 1.092	1.21	11.8
$N(0, 1), N(2, 1)$ 0.390, 1.317	0.91	7.72
$N(0, 1), N(3, 1)$ 0.654, 1.720	0.65	4.80
$N(0, 1), N(0, 2)$ 0.097, 1.218	1.07	9.70
$N(0, 1), N(0, 3)$ -0.492, 1.467	0.80	4.80
$N(0, 1), N(2, 2)$ 0.488, 1.715	0.68	4.58
$N(0, 1), N(3, 3)$ 0.639, 2.113	0.53	3.09

<Table 2>의 결과를 바탕으로 먼저  $C_{pk}, E_c$  두 변수간 상관관계 유무를 확인하였으며 이에 대한 상관계수  $r = 0.989$ 로 나왔고,  $H_0: \rho = 0$ 인 검정을  $\alpha = 0.05$ 에 대하여 진행하여 그 결과  $H_0: \rho = 0$ 를 기각 하였으며, 모상관계수에 대한 95% 신뢰구간은  $0.938 \leq \rho \leq 0.998$ 로 추정되었다.

상관분석을 통해 두 변수 사이에는 강한 양의 상관관계가 있음을 확인하고 이에 따라 두 변수,  $C_{pk}$ 와  $E_c$  사이에 함수적 관련성을 보기 위하여  $C_{pk}$ 를 독립변수(x)로,  $E_c$ 를 종속변수(y)로 하여 회귀분석을 진행하였으며 이에 대한 회귀식은 다음 식 (24)와 같다.

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times x_i = -5.634 + 14.837 \times x_i \quad (24)$$

단,  $\hat{\beta}_1 = \frac{s_{xy}}{s_{xx}}, \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \times \bar{x}$ 이다.

구해진 회귀식에 대한 분산분석을 행하였고 그 결과  $\hat{y}_i = -5.634 + 14.837 \times x_i$ 는 유의수준 1%로 극히 유의하다는 결과를 얻었다. 또한 이에 대한 결정계수  $r^2 = 0.978$ 이었으며 이는 총변동 중에 직선회귀식에 의해 97.8%를

설명 할 수 있다는 것을 나타낸다.

이러한 결과를 바탕으로 <Table 1>에 식 (24)를 적용하여 분류 기준을 만들면 다음 <Table 3>과 같다. 이 경우 소수점 이하는 버리고 정수만 사용하였다.

<Table 3> Calculated  $E_c$  by Estimation Regression Equation

Class		PCI	
1	-	$E_c \geq$	19
2	19	$> E_c \geq$	14
3	14	$> E_c \geq$	9
4	9	$> E_c \geq$	4
5	4	$> E_c$	-

<Table 3>에 나온 지수의 의미는 공정에서 발생 가능한 최대기대손실 대비 공정의 평균기대손실의 비율을 나타낸다. 예를 들어 3급의 지수 9의 경우, 현재 공정이 최대기대손실금액에 대하여 9배의 여유를 두고 공정을 관리하고 있다는 의미이다.

앞서 언급한 바 있듯이 본 사례의 EL 관리도에서 이  $C_{pk} = 1.18$ 나왔고 이는 종전 기준에 의하면  $1.33 > C_{pk} > 1.00$ 에 속하며 이는 3급, 즉 공정능력이 보통인 경우에 속한다. 다음으로 식 (23)에서 얻은  $E_c = 10.9$ 를 <Table 3>의 등급 분류에서 평가하면  $14 > E_c \geq 9$ 에 속하며 이 역시 3급으로 공정능력이 보통인 경우에 속한다.

이에 더하여  $E_c$ 는 공정관리 능력의 평가 기준이 되어야 하므로 공정의 평균과 산포에 의해서만 반응을 해야 한다. 따라서 기대손실에 사용되는 비용상수 k값에 대해서 변화하는지에 대한 확인이 필요하게 된다. 앞서 예로 사용한 EL 관리도에서 허용차  $\pm \Delta$ , 처리비용 A를 변화시켜 그 값을 도출하였으며 그에 대한 결과는 다음 <Table 4>와 같다.

<Table 4>의 결과에서 확인 할 수 있듯이 비용상수 k는  $E_c$ 에 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다. 이는 식 (21)에서  $E_c$ 를 구하는 식을 전개해 보면 아래 식 (25)와 같은 결론을 얻을 수 있다.

$$E_c = \frac{k\{\sigma^2 + (\pm \Delta)^2\}}{\{\sum_{i=1}^K k\{\sigma_i^2 + (\mu_i - T)^2\}\} / K} \quad (25)$$

$$= \frac{k\{\sigma^2 + (\pm \Delta)^2\}}{k \left[ \frac{\sum_{i=1}^K \{(\mu_i - T)^2\}}{K} \right]}$$

$$= \frac{\{\sigma^2 + (\pm \Delta)^2\}}{\left[ \frac{\sum_{i=1}^K \{(\mu_i - T)^2\}}{K} \right]}$$

식 (25)와 같이  $E_c$ 는 그것을 구하는 과정에서 비용상수  $k$ 가 상쇄되어 지수에 영향을 미치지 않는 것으로도 확인 할 수 있다.

## 5. 결 론

기존의 전통적인 공정능력지수는 품질의 산포나 공정의 치우침만을 고려하여 공정능력을 평가하는 도구이다. 이러한 전통적인 공정능력지수는 그 내용이 공정의 규격 폭과 자연공차  $6\sigma$ 와의 비율로 그 능력을 나타내며 이는 공정에서 목표치와 일치하는 균일한 제품을 생산하지 못함으로 해서 발생하는 경제인 손실에 대한 정보를 주지 못하였다.

본 연구에서는 Taguchi의 이차손실함수를 적용한 기대손실을 이용하여 새로운 공정능력지수, 즉 기대손실 능력지수( $E_c$ )를 개발하고 이를 현실에 응용 가능하도록 기존에 사용되던 전통적인 공정능력지수인  $C_{pk}$ 와의 상관관계를 확인하였으며 그 결과에 따라 회귀식을 추정하였다. 그에 따라 공정 관리 상태에 대한 등급 분류 기준을 제시하였으며 그 타당성을 수치적 예를 통하여 입증하였다.

본 논문에서 제시하고자 하는  $E_c$ 는 공정관리의 능력을 공정에서 발생 가능한 최대기대손실(Max EL) 대비 공정 평균기대손실( $\overline{EL}$ )의 비율로써 나타낸다. 따라서  $E_c$ 가 크면 클수록 공정의 평균기대손실을 여유 있게 관리하고 있다는 의미이다. 이는 전통적 공정능력이 가지지 못했던 목표치와의 차이로 인해 발생하는 손실의 개념을 포함할 뿐만 아니라 그 표현내용이 이해하기 쉬운 비용에 대한 비율로 나타낼 수 있는 것이  $E_c$ 의 장점이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 EL 관리도에서의 적용에만 예를 들었으나 이는  $\bar{x}-R$  관리도,  $\bar{x}-s$  관리도 등에서도 사용이 가능하여 다른 관리도로 이식이 용이하다는 측면에서도 장점을 가진다 할 수 있다.

## References

- [1] Bolyes, R.A., The Taguchi Capability index. *Journal of Quality Technology*, 1991, Vol. 24, No. 4, p 17-26.
- [2] Chan, L.K., Cheng, S.W., and Spiring, F.A., A New Measure of Process Capability :  $C_{pm}$ , *Journal of Quality Technology*, 1988, Vol. 30, No. 3, p 162-175.
- [3] Chung, Y.B. and Mun, H.J., A Study on Process Capability Index using Reflected Normal Loss Function. *Journal of The Korean Society for Quality Management*, 2002, Vol. 30, No. 3, p 66-78.
- [4] Chung, Y.B. and Yeom, G.C., *Statistical Quality Control*, Seongandang, 2010.
- [5] Chung, Y.B. and Kim, Y.S., Comparison and Application of Process Capability indices. *Journal of Society of Korea Industrial and System Engineering*, 2007, Vol. 30, No. 4, p 182-189.
- [6] Chung, Y.B. and Kim, Y.S., A Study on The Process Capability Index using Loss Function. *Journal of the Korean Institute of Plant Engineering*, 2011, Vol. 16, No. 3, p 99-106.
- [7] Juran, J.M., *Quality Control handbook(3<sup>rd</sup>ed)*, Mcgraw-Hill, Inc., New York, 1974.
- [8] Kane, V.E., Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 1986, Vol. 18, No. 1, p 41-52.
- [9] Kim, D.H. and Chung, Y.B., Design of Expected Loss Control Chart Considering Economic Loss. *Journal of Society of Korea Industrial and System Engineering*, 2013, Vol. 36, No. 2, p 56-62.
- [10] Ree, S.B., Analysis of Quality Loss Function(QLF) of Taguchi. *Journal of The Korean Society for Quality Management*, 1997, Vol. 25, No. 3, p 119-130.
- [11] Spiring, F.A., The Reflected Normal Loss Function. *Canadian Journal of Statistics*, 1993, Vol. 20, p 321-330.