

## OpenFOAM 과 VisualDoc 을 이용한 역열전도 문제의 해석<sup>§</sup>

김성원\* · 김선경\*\*†

\* 서울과학기술대학교 NID 융합대학원, \*\* 서울과학기술대학교 기계시스템디자인공학과

### Analysis of Inverse Heat Conduction Problem Using OpenFOAM and VisualDoc

Sung-Won Kim \* and Sun Kyoung Kim \*\* †

\* Graduate School of NID Fusion Technology, Seoul Nat'l Univ of Science and Technology.,

\*\* Dept. of Mechanical System Design Engineering, Seoul Nat'l Univ of Science and Technology.

(Received January 4, 2012 ; Revised March 4, 2013 ; Accepted March 6, 2013)

**Key Words** : Inverse Heat Conduction Problems(역열전도문제), OpenFOAM(오픈폼), CAO(Computer Aided Optimization)(컴퓨터원용최적화)

**초록**: 본 연구는 공개 해석프로그램과 상용 최적화 프로그램을 연계하여 역열전도 문제를 해결하는 방법론을 제시하고 구현하였다. 이 해석 방법은 구동이 간단하며, 내부 코딩 없이도 구동이 가능하기 때문에 다른 연구자들도 쉽게 역열전도 문제를 재현할 수 있다.

**Abstract**: This study provides a solution method for the inverse heat conduction problem based on a combination of a public domain CAE (computer aided engineering) software and a commercial CAO (computer aided optimization) software. The solver system has been implemented without any in-house coding. The proposed method is simple to implement. Moreover, it can be easily reproduced

### 1. 서론

역열전도(IHCP: inverse heat conduction problem) 해석은 온도와 열유속의 측정으로부터 열전도 해석 영역에서 결정되지 않은 경계조건, 물성, 기하학적 정보를 추정하는 문제이다.<sup>(1-4)</sup> 역열전도 해석은 지난 수십년간 깊이 연구되어 이론과 방법론이 잘 정립되어 있다.<sup>(2,3)</sup> 역해석 연구에 관한 문헌은 수만편에 이르며 역열전도 분야에서 제목에 역열전도를 포함하고 있는 문헌만 1970년대 이래 500여편 이상이다. 그러나 여전히 기업에서 연구개발 실무에 적용하기에는 심오하고 어려운 주제로 남아있는 형편이다.

대부분 문헌에 공개된 방법론들은 개별적으로 개발된 컴퓨터 코드들에 의해 시험되어 일반화되거나 재현성이 검증하기에는 무리가 있다. 따

라서 본 연구에서는 사용자들이 용이하게 역해석을 수행할 수 있도록 하기 위하여 공개된 CAE 해석 소프트웨어인 OpenFOAM 과 상용 최적화 CAO 소프트웨어인 VisualDoc 을 이용하여 1 차원 및 3 차원의 역열전도 문제 풀이 방법을 제시하고 검증하였다. 본 연구는 수치적 기법상 발전된 방법론을 제시하는 것과는 연관성이 적으므로 여기서 기존의 역해석 방법론이나 연구 동향을 살펴보는 것은 크게 중요하지 않다. 이 연구는 상용소프트웨어들을 결합하여 역해석을 수행하는 출발점이 되는 연구라는 점에서 의미를 찾을 수 있다.

OpenFOAM 은 공개된 CAE 소프트웨어이면서도 기존 상용 소프트웨어 대비하여 성능이 떨어지지 않는 장점이 있다. 최근 이를 활용한 연구 결과의 발표가 활발하고 지속적인 개발과 컨설팅이 이루어지고 있다. 상용 CAO 소프트웨어로는 iSight, Genesis 등이 널리 알려져 있으나 VisualDoc 은 상대적으로 가격이 낮은 편이면서도 공학최적화에 대한 기초적인 이해만 있으면 쉽게 접근할 수 있는 장점이 있다. 스크립팅과 스프레드 시트 인터페이스를 제공하며 대부분의 CAE 소프트웨어와 입력 및 출력 파일을 주고 받을 수 있다.

§ 이 논문은 대한기계학회 2011년도 추계학술대회(2011.

11. 2.-4., EXCO) 발표논문임

† Corresponding Author, [sunkkim@seoultech.ac.kr](mailto:sunkkim@seoultech.ac.kr)

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

## 2. 해석 방법

### 2.1 역열전도 문제의 특성

통상 역열전도 문제에서 다루는 열전도 문제는 아래와 같은 다차원 비정상 열전도 문제이다.

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \nabla T) \quad (1)$$

여기서  $C$ 는 밀도와 비열의 곱인 체적비열이고  $k$ 는 열전도계수이다. 경계조건은 잘 알려진 대로 온도, 대류열전달, 열유속 조건의 명시가 가능하다.

이 문제의 주요한 특성들은 주로 1 차원에서 시험되고 검증 되어 왔다. 그 주된 이유는 공간상에서는 비교적 오차 증폭이 심하지 않은 반면 시간 영역에서는 포물선 편미분 방정식의 특성상 오차가 증폭되어 종국에는 해를 얻을 수 없게 만드는 특징이 있기 때문이다.<sup>(1)</sup> 이는 포물선 지배방정식의 특징으로 수학적으로도 그 특성이 Cauchy 이후 오랜 기간 연구 되어져 왔다. 지배방정식은 매우 단순하나 이러한 특성 때문에 매우 다양한 방법론으로 풀이가 시도되어 왔다.<sup>(2)</sup> 그 풀이 방법들은 실로 다양하여, 수학, 열공학 분야를 중심으로 무수한 논문들이 존재한다. 그러나 실제 공학적 적용에 있어서는 늘 개별적으로 컴퓨터 프로그램을 개발하여 적용하여야 하며 보통의 상용해석 소프트웨어들을 이용하여 적용하는 접근 방법이 일반화되어 있지 않다. 물론 역열전도 상용 소프트웨어가 있으나 엔지니어링 실무에 적용되기에는 현재까지 그 인식이나 유연성, 편이성 등을 고려할 때 한계가 있다.

### 2.2 역열전도 문제의 정의

역열전도 문제는 측정된 온도와 계산된 온도의 차이를 최소화하는 미지 정보를 산정하는 것이다. 이 설명은 상당히 거친 것이지만 이 설명을 어떻게 적용하느냐에 따라 다른 수학적 수치적 접근이 가능하다. 그러나, 공학 분야의 역해석에서는 주로 최소제곱법(least-squares method)외의 다른 방법은 잘 사용하지 않는다.<sup>(1)</sup>

이 경우 모르는 경계조건  $\mathbf{p}$ 를 하나의 측정 값으로 추정하는 경우에는 다음의 식을 최소화하는 값을 찾아야 한다.<sup>(2)</sup>

$$J(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^N [T_k(\mathbf{p}) - Y_k]^2 \quad (2)$$

여기서  $k$ 는 온도 측정의 시간 인덱스이며  $T$ 와  $Y$ 는 각각 계산된 온도와 측정된 온도를 나타낸다.  $N$ 은 측정된 온도의 샘플 수이다. 여기서 미지의

경계조건  $\mathbf{p}$ 는 1 차원의 경우 미지의 경계조건이 1 개인 경우 보통 이산화된 시간상에서 계산되는 시계열(time series) 데이터이다. 따라서 온도 측정 데이터와 똑 같은 간격으로 시간 차분이 되어 있다면 역시 같은  $N$ 개의 미지수가 된다.  $N$ 과 미지수의 개수가 같을 필요는 없으나 많은 경우 같게 하는 것이 편리하다. 다차원 문제인 경우 이산화된(discretized) 공간상의 미지의 경계조건수에 시간 단계의 수를 곱한 만큼이 총 미지수가 된다.

### 2.4 일반적인 역해석 방법

역해석은 수학적으로 풀이과정이 불안정(ill-posedness)하여  $Y_k$ 에 오차가 있는 경우 오차가 해에 증폭되어 결과적으로 원하는 역해를 얻을 수 없게 된다. 따라서, 식 (2)를 완전히 최소화하는 것이 아니라 적정 기준이 존재하며 이는, 측정 온도의 표준편차가 알려져 있을 때,

$$T_k(\mathbf{p}) - Y_k = \sigma \quad (3)$$

로 주어진다.<sup>(1)</sup> 따라서 역해석은 식 (3)의 조건을 만족하는 최적화를 신속하고 안정적으로 수행하는 것이 핵심이다. 결과적으로 아래의 식과 같이 된다.

$$J(\mathbf{p}) \approx N\sigma^2 \quad (4)$$

$J(\mathbf{p})$ 를 한번 계산하는데 걸리는 시간은 결국  $T_k(\mathbf{p})$ 의 계산 부하에 관계되고 이는 직접문제의 격자점수 등 수치해석적인 부분에 의해 결정된다. 역해석의 방법론들은  $J(\mathbf{p})$ 의 계산 회수를 줄여서 최적해를 신속하게 안정적으로 찾는 부분에 초점이 맞춰져 있다. 이를 위해 순차적으로 해를 찾아가는 순차법(sequential method),<sup>(2)</sup> 지배방정식의 수반(adjoint) 특성을 이용하여 구배를 계산하는 구배법(gradient method),<sup>(3)</sup> 푸리에 변환을 이용하여 주파수 영역에서 해를 찾는 주파수영역법(spectral method)<sup>(5)</sup> 등이 있다. 이 방법들은 모두 효율적이며 식 (3)을 만족하는 해를 정확하게 안정적으로 찾을 수 있으며 접근 방법이 간명하다. 각 방법론들의 성능들은 문헌들에서 비교되어 있다.<sup>(2,3,5,6)</sup> 그러나 지배방정식과 역해를 찾는 과정이 서로 연결되어 분리가 어려운 단점이 있다. 이러한 최적화에 대한 전체적인 프레임은 타 문헌에서 찾을 수 있다.<sup>(7,8)</sup>

### 2.4 본 연구의 풀이 방법

직접문제 풀이와 역해 계산이 완전 분리되려면

방법론적으로 최적화를 위한  $\nabla J(\mathbf{p})$  의 계산에 지배방정식에 대한 정보를 사용할 수 없다. 각 반복 계산 단계에서 탐색방향의 설정 과정에  $\nabla J(\mathbf{p})$  를 매번 계산하지 않더라도 정확한 계산을 위해서는  $\nabla J(\mathbf{p})$  을 직접 수치 차분을 수행하여 구해야 하므로 기존의 방법들 보다 큰 계산 비용과 시간이 소모된다. 그럼에도 불구하고 역해석을 일반적인 CAE 도구 수준으로 편리하게 수행하기 위해서는 이러한 접근은 유효하다고 생각하여 본 연구에서는 예상되는 긴 계산시간에도 불구하고 방법론 상 용이한 구현에 집중하였다.

식 (1)은 고체 내에서의 열전도를 계산하는 OpenFOAM 의 *LaplacianFOAM* 을 사용하여 풀이하고 식 (2)의 최적화 수행을 위하여 VisualDoc 을 사용하였다. 이는 Fig. 1 에 보인 바와 같다. 온도의 계산과 최적화가 각각 Open OpenFOAM 은 Windows 기반의 1.5 버전을 사용하였다. 이 계산을

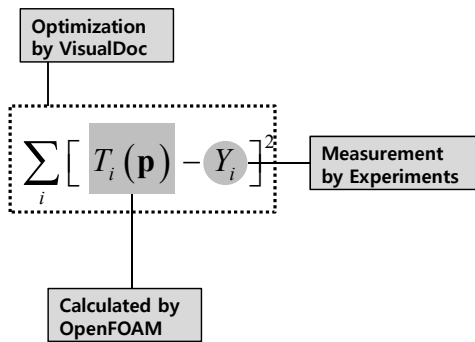


Fig. 1 Schematic of the inverse analysis

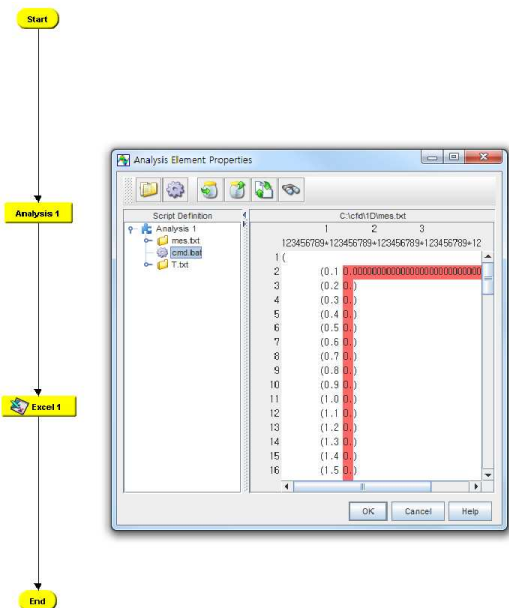


Fig. 2 Scripting in VisualDoc

수행하기 해서는 OpenFOAM 에 대한 기초적인 이해가 필요하고 *LaplacianFOAM* 에서 요구되는 내용을 설정하면 된다. 여기서는 식 (1)과 같은 형태의 지배방정식을 풀 수 있도록 되어 있다. OpenFOAM 에서는 격자계를 생성할 수 있는 다양한 방법론들이 있어 일반적인 3 차원 격자계를 다룰 수 있으나 본 연구에서는 가장 간단한 *blockMesh* 를 이용하여 1 차원 및 3 차원 문제를 해석하였다.

보통 VisualDoc 과 같은 최적화 툴과 계산 툴 사이의 정보 교환은 파일을 통해서 이루어지게 되는데 파일의 어떤 위치에서 어떤 정보를 가져올 것인가는 Fig. 2 에 보인 것과 같은 VisualDoc 의 스크립트에 의해 설정된다.

최적화는 VisualDoc 에서 지원하면서도 일반적으로 사용되는 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)방법을 이용하였다. 이 방법은 실제로 Hessian 을 계산하지 않고도 가상 Hessian 을 이용하여 계산 효율이 높은 근사 뉴턴법(approximate Newton's method)을 가능하게 한다. 이 과정에서 계산되는 가상 Hessian 은 양확정 행렬이 되도록 하여 수렴성을 보장하고 있다.<sup>(9)</sup> 여기에 제시된 방법은 계산 효율 측면에서 기존의 역해석 방법론에 비해 최적화를 위한 탐색방향을 구하는 과정에 직접 지배방정식을 활용할 수 없어 불리함에도 불구하고 컴퓨터 프로그래밍 없이 역해석을 가능하게 하는 큰 장점이 있다.

### 3. 해석 결과

#### 3.1 직접 문제

OpenFOAM 에서 1 차원과 3 차원 격자계를 생성하였다. 1 차원의 경우 무차원화된 지배방정식에서 전체 길이 1 인 구간을 0.01 간격으로 이산화하였고, 같은 방식으로 단면의 중앙부를 따라 총 길이 0.5 인 두 번 구부러진 3 차원 구조물에 대해 격자계를 생성하였다. Fig. 3(a)에서 볼 수 있듯이 1 차원 문제의 경우에도 3 차원 형태로 격자계를 생성하여야 한다. 이는 OpenFOAM 이 기본적으로 3 차원 형상을 다루고 있기 때문이다. Fig. 3(b)의 3 차원 격자계는 40000 개의 요소로 구성되어 있다. OpenFOAM 은 기본적으로 유한체적법(FVM)기반으로 에너지 보존을 잘 만족시키며 열유속의 체적 요소 경계에서의 연속성이 보장된다.

OpenFOAM 에서 1 차원과 3 차원 격자계를 생성하였다. 제안된 역해석방법을 시험하기 위한

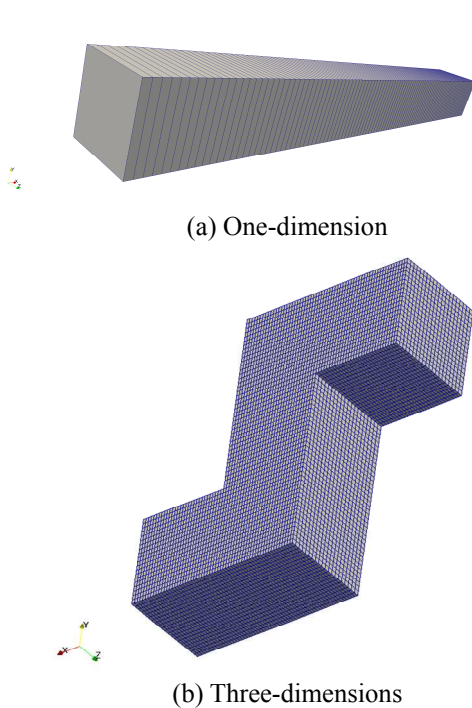


Fig. 3 Numerical meshes for test cases.

직접문제의 명세는 다음과 같다.

(1) 1 차원 및 3 차원 문제 공히 무차원시간 0 에서 0.25 까지는 0 이고 0.25 에서 0.75 까지는 1, 0.75 에서 1 까지는 다시 0 인 사각파형태의 온도 경계 조건이 한쪽 끝에 주어진다.

(2) 다른 한쪽 끝은 단열되어 있다.

(3) 시간과 공간은 모두 무차원인 경우이며 열 확산계수는 상수인 경우로 무차원화 과정에서 산입되므로 문제 풀이에서는 1로 처리된다.

3 차원 문제의 경우 마지막 시간에서 직접문제 풀이 결과의 온도 분포는 Fig. 4 에 보인 바와 같다.

### 3.2 역문제

역열전도 문제에서 한쪽 끝은 온도가 변화하는 미지의 열원에 노출된 것으로 하고 나머지 부분은 모두 단열된 것으로 편의상 설정하였다. 이 경우 나머지 부분을 OpenFOAM 에서 적용가능한 어떠한 경계조건을 주더라도 추가적인 구현상의 난이도 증가를 유발하지 않는다. 온도 측정점은 단열된 반대쪽 경계면으로 하였다. 복원하여야 하는 열원의 온도  $\mathbf{p}$  는 사각 파의 형태로 시간에 따라 변화하는 것으로 설정하여 이를 역해석을 통하여 복원하는 방식으로 시험하였다. 다시 설명하면, 사각파형 형태로 좌측에서 시간에 따라 경계조건이 변화하는 것으로 적용하여, 즉  $\mathbf{p}$  를 알고 있다

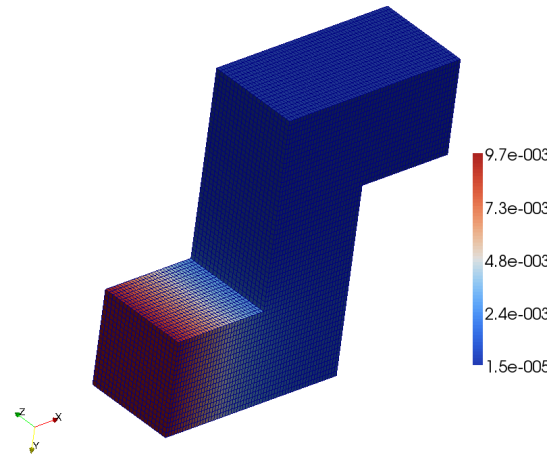


Fig. 4 Temperature calculation in three-dimensional case

고 가정하고, 직접문제를 풀어 식 (2)의  $Y_k$  를 구한 다음 이를 이용하여 거꾸로  $\mathbf{p}$  를 구한 다음 원래 적용한  $\mathbf{p}$  와 구해낸  $\mathbf{p}$  를 그래프 상에서 비교하는 것이 이 수치 테스트의 내용이다. 이는 통상적으로 역해석을 연구하는 연구자들이 사용하는 방법으로 개발한 방법론의 정확도와 성능을 검증하기 위해서 사용하는 것이다.

이 연구에서는 해의 정확도와 계산 효율성을 주장하고자 하는 것이 아니므로 이와 관련된 엄밀한 시험은 생략하였다. 여기서 제시한 방법론은 사실상 가장 단순한 것으로 수치적으로 깊이 논할만한 것이 많지 않다. 다만 이 연구는 두 가지 상용 소프트웨어를 결합하여 어려움 없이 격자계 생성을 포함하여 역해석을 수행할 수 있는 현실적 방법론을 제시하는 것에 그 의의가 있다. 역해석을 수행하는 과정은 다음의 절차에 따른다.

(1) VisualDoc 의 스프레드 시트에서  $Y_k$  를 읽어 둔다.

(2) 직접문제를 푸는 OpenFOAM 의 입력 파일을 설정한다. OpenFOAM 의 '0/T' 파일에서 'timeVaryingUniformFixedValue'로 경계조건을 설정하고 파일이름을 설정한다. 이 파일에 VisualDoc 의 최적화 결과값  $\mathbf{p}$  를 기록한다.

(3) VisualDoc 에서는 Fig. 2 에 보인 것과 같은 스크립트를 작성하여 OpenFOAM 에 probeLocations 를 통해 설정된 지점의 계산온도 즉, 식 (2) 혹은 Fig. 1 의  $T_k(\mathbf{p})$  를 읽어 온다.

(4) 최적화를 수행하여 최종적으로 식 (4)를 만족하는  $\mathbf{p}$  를 최종 역해로 구한다.

이 연구에서는 무차원화된 측정 온도  $Y_k$  의 표준편차가 0.001 인 한 가지 경우에 대해서만 시험하여 Fig. 5 에 결과를 제시하였다. Fig. 5(a)와 (b)

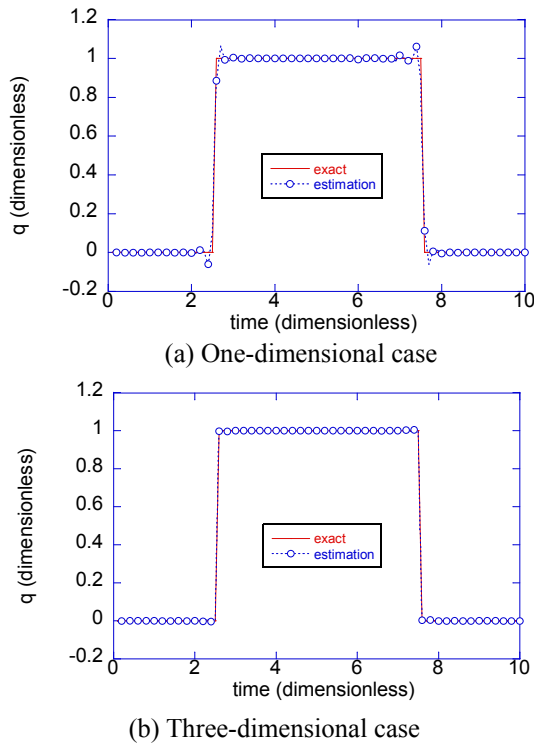


Fig. 5 Comparison of exact solution and estimation

모두 원래의 경계조건을 성공적으로 복원하고 있으며 다만 여기서 다른 1 차원 문제의 경우 전체 길이가 3 차원 문제의 경우에 비해 두 배가 되어 파형이 변화하는 부분에서 오차가 더 크게 나타나는 특징이 관찰된다. 이는 일반적인 것으로  $\mathbf{p}$  가 적용되는 지점과  $Y_k$  가 얻어지는 지점 사이의 물리적인 거리가 크면 클수록 오차가 증가하고 복원성이 감소하는 경향이 나타난다. 다시 말하면 이 거리가 커질수록  $\nabla J(\mathbf{p})$ 의 수치의 크기가 감소하여 오차가 증가하는 요인이 된다.

앞에서 언급한 바와 같이 여기서 가장 문제가 되는 것은 계산 시간이다. Fig. 5(a)의 결과를 얻기 위하여 약 100 초가 소요되었다. 이는 다른 일반적인 역열전달 방법론들과 비교하였을 때 약 10 배 정도 되는 시간이다. VisualDoc 자체에서 소모되는 시간은 거의 무시할 정도이고 대부분의 CPU 시간이 OpenFOAM의 계산 과정에서 소요되었다. Fig. 5(b)의 결과를 얻기 위하여 약 13 시간이 소요되었다. 이는 개선이 요구되는 수치로 격자계나 최적화 방법을 수정하거나 미지수 개수를 감소시켜 단축할 수 있을 것으로 생각된다.

#### 4. 결론

OpenFOAM 과 VisualDoc 을 연계하여 역열전도

문제를 풀이하였다. 공개되거나 상용화된 코드들을 활용하여 역열전도 문제를 해석함으로써 재현성을 확보하고 역해석에 대한 이해도가 낮은 연구자들이 역해석을 수행할 수 있는 프레임워크를 제시하였다. 또한 사용방법의 난이도가 높지 않아 기업에서 연구개발에 사용할 수 있을 것으로 기대된다.

최근에는 수치모사 기법들이 이른바 CAE (computer aided engineering)라고 불리며 산업 현장에서 널리 사용되고 있다. 이러한 CAE 에서 열해석에서 경계조건의 적용은 불확실할 때가 많으며 실제로 경계조건을 설정하기 위해 측정데이터를 활용할 때가 있다. 역해석은 이런 측정데이터를 체계적으로 적용하여 경계조건을 설정할 수 있는 효과적인 방법이다.<sup>(6)</sup>

본 연구에서는 사용자가 손쉽게 두 개의 상용 소프트웨어를 이용하여 역열전도 해석을 구현할 수 있는 방법을 제시하고 이를 구현하여 활용성을 검증하였다. 상대적으로 긴 계산시간이 소요되나 정확한 해가 얻어짐을 확인할 수 있었다. 향후 계산 시간을 단축하기 위한 연구가 필요하며 이는 결국 상용 소프트웨어를 이용하면서도 어떻게 구매를 효율적으로 계산할 수 있는가에 달려 있다. 이는 여러 가지 상용 CAO 소프트웨어들과 결합하여 비교 평가함으로써 개선이 가능할 것이다.

또한, 다른 CAE 소프트웨어들에 적용하기 위해서는 각 소프트웨어들 고유의 결과 파일에 대한 분석과 이해만 선행되면 다양한 소프트웨어들을 역해석에 적용하는 것이 가능해질 것이다. 파일 수준에서 데이터를 주고 받는 것은 CAE 소프트웨어들이 결과 파일을 출력하는 지와 배치 처리가 가능한 지에 달려 있는데 대부분의 저명한 소프트웨어들은 이를 지원하고 있다. 다만, 이와 같이 파일 수준에서 데이터를 주고 받는 것은 메모리상에서 함수 호출이나 인터페이스의 설정에 의해 주고 받는 것에 비해 효율이 현저하게 떨어지게 되므로 CAE 및 CAO 소프트웨어 양 측에서 모두 인터페이스를 제공하는 경우 효율적인 계산이 도모될 수 있을 것이다. 그러나, 소프트웨어 공학적인 관점에서 난이도가 전혀 높지 않은 일임에도 불구하고 표준에 대한 시도가 이루어지고 있지 않으므로 현재로서는 이에 대한 일반적인 지원은 기대하기는 어려운 상황으로 판단된다.

#### 후기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.I.A. 1977, Solutions of Ill-Posed Problems. Scripta Series in Mathematics. Washington, New York: Winston.
- (2) Beck, J. V., Blackwell, B. and St. Clair, C. R., Jr., 1985, Inverse Heat Conduction (Wiley).
- (3) Özisik, M.N., Orlande, H.R.B., 2000, Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications, Taylor and Francis.
- (4) Kurpisz, K. and Nowak, A. J., 1995, Inverse Thermal Problems, Computational Mechanics Publications
- (5) Elden, L., 1997, "Solving an Inverse Heat Conduction Problem by a Method of Line," *ASME Journal of Heat Transfer*, 119, 406.
- (6) Jarny, Y., Özisik, M. N. and Bardon, J. P., 1991, "A General Optimization method Using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34, 2911
- (7) Kim, S. K., 2006, Object-Oriented Development of Inverse Heat Conduction Code Adaptable to Various Configurations, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals* 50, pp. 269~28.
- (8) Beck, J. V., Blackwell, B. and HajiSheikh, A., 1996, "Comparison of Some Inverse Heat Conduction Methods Using Experimental Data," *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39, 3649.
- (9) Reklaitis, G. V., Ravindran, A. and Ragsdell, K. M., 1983, Engineering Optimization, Wiley.