

# Matrix Pencil 기법을 이용한 근거리 음원 위치 추정 기법

## Near-field Source Localization Method using Matrix Pencil

정태진, 이수형\*, 윤경식\*\*, 이균경†

(Tae-Jin Jung, Su-Hyoung Lee\*, Kyung Sik Yoon\*\*, and KyunKyung Lee)

경북대학교 전자전기컴퓨터학부, \*위덕대학교 에너지전기공학부, \*\*김천대학교 자연과학대학 언어치료학과  
(접수일자: 2013년 1월 3일; 수정일자: 2013년 2월 7일; 채택일자: 2013년 2월 25일)

**초 록:** 본 논문은 선형 선배열에서 Matrix Pencil(MP) 기법을 이용해 별도의 탐색과정 없이 근거리 음원의 방위를 추정하는 기법을 제안한다. 제안한 기법은 선형 선배열에서 근거리 음원이 가지는 대칭성을 이용하여 조향 벡터를 거리 독립적인 항으로 변화시킨 후 MP 기법을 적용한다. 각 음원의 거리는 앞서 추정된 방위 정보를 이용하여 음원 수 만큼의 1차원 MUSIC 기법을 적용하여 추정된다. 제안된 알고리즘은 시뮬레이션을 통해 성능 검증을 하였다.

**핵심용어:** 방위각 추정, 근거리 음원, Matrix pencil

**ABSTRACT:** In this paper, near-field source localization algorithm is presented using Matrix Pencil in Uniform Linear Array(ULA). Based on the centrosymmetry of the ULA, the proposed algorithm decouples the steering vectors which allow for the bearing estimation using Matrix pencil. With estimated bearing, the range estimation of each source is consequently obtained by defining 1D MUSIC spectrum. Simulation results are presented to validate the performance of the proposed algorithm.

**Keywords:** DOA estimation, Near-field source, Matrix pencil

**PACS numbers:** 43.60. Jn, 43.60. Dh

## I. 서 론

배열 센서를 이용한 음원의 위치 추정은 레이더, 소나, 통신 등 다양한 분야에서 중요한 문제이다.<sup>[1-9]</sup> 초기 다양한 위치 추정기법들은 대부분 원거리(far field) 음원을 가정하였다. 원거리 음원일 경우 센서에 도달한 음파를 평면파로 가정하여 음원의 위치는 방위각에 의해 결정된다. 그러나 음원이 근거리에 위치하는 경우 음파를 구형파로 모델링해야 되며 음원의 위치 추정은 방위각과 거리 추정이 함께 이루어져야한다.

최근 선형 선배열에서 근거리 위치 추정에 관한 연구가 많이 진행되었다.<sup>[3-8]</sup> 그중 가장 일반적인 기법으로는 1차원 탐색 기법을 2차원으로 확장한

ML,<sup>[3]</sup> 2차원 MUSIC<sup>[4]</sup> 기법이 있으나 연산량이 많이 필요한 단점이 있다. 2차원 탐색을 피하기 위해 선형 예측 기법(linear prediction),<sup>[5]</sup> higher-order ESPRIT,<sup>[6]</sup> cumulant 기반<sup>[7]</sup> 등의 기법이 제안되었지만 추가적으로 parameter pairing이 필요하거나 고차 통계량을 이용한다. 또 다른 기법으로 대칭 선배열에서 거리와 방위를 분리하여 1차원 탐색으로 위치를 추정하는 기법이 제안되었으나 역시 두 단계의 탐색과정이 필요하다.<sup>[8]</sup>

본 논문에서는 근거리 음원의 위치 추정에 필요한 연산량을 줄이기 위해 선형 배열의 대칭성과 MP 기법을 이용하여 탐색과정 없이 방위를 추정하는 기법을 제안한다. 거리 추정은 추정된 방위 값을 이용하여 1차원 MUSIC 기법을 이용한다.

## II. 신호 모델

Fig. 1은 가운데 센서를 기준으로  $2M+1$  개의 센서

†Corresponding author: KyunKyung Lee (kklee@ee.knu.ac.kr)  
College of IT Engineering IT1-827, Kyungpook National University, 1370 Sankyunck-Dong, Buk-Gu Daegu, 702-701 Republic of Korea.  
(Tel: 82-53-950-5546, Fax: 82-53-950-7922)

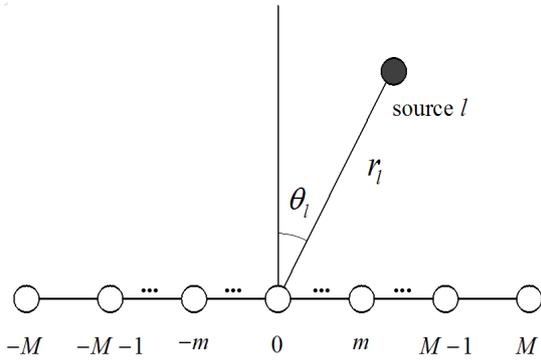


Fig. 1. Geometry of uniform linear array and source.

로 이루어진 선배열의 기하학적 구조이다.  $L$ 개의 음원이 근거리에서 선형 선배열에 입사되며 각 센서는 위상의 모호성(ambiguity)이 발생하는 것을 피하기 위해  $x$  축을 따라  $d \leq \lambda/4$  간격으로 배치되어 있다. 이때  $\lambda$ 는 수신 신호의 파장을 나타낸다. 가운데 센서를 위상의 기준점으로 가정하였을 때  $m$  번째 센서에 수신된 신호는 식(1)로 나타낸다.

$$x_m(n) = \sum_{l=1}^L e^{j\tau_{ml}} s_l(n) + w_m(n), \quad -M \leq m < M. \quad (1)$$

여기서  $s_l(n)$ 은  $l$  번째 음원 신호로 센서 간 상호 독립을 가정하며,  $w_m(n)$ 은  $m$  번째 센서에서의 백색 잡음신호이다. 그리고  $\tau_{ml}$ 은 배열의 중심과  $m$  번째 센서사이의  $l$  번째 음원 신호의 시간 지연을 나타내며 식(2)로 나타낸다.

$$\tau_{ml} = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{r_l^2 + (md)^2} - 2r_l m d \sin\theta_l - r_l \right). \quad (2)$$

여기서  $r_l$ 과  $\theta_l$ 은 각각  $l$  번째 음원의 거리와 방위이다.

표적이 Fresnel 영역에 존재하는 경우  $\tau_{ml}$ 은 2차 테일러 전개에 의해 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.<sup>[8]</sup>

$$\tau_{ml} = \left( -\frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_l \right) m + \left( \frac{\pi d^2}{\lambda r_l} \cos^2\theta_l \right) m^2 + \mathcal{O}\left(\frac{d^2}{r_l^2}\right). \quad (3)$$

여기서  $\mathcal{O}(d^2/r_l^2)$ 은  $d^2/r_l^2$ 보다 크거나 같은 항으로 근사적으로 무시 될 수 있다. 식(3)을 이용하면 식(1)을 식(4)로 표현 할 수 있다.

$$x_m(n) = \sum_{l=1}^L e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_l m + j\frac{\pi d^2 \cos^2\theta_l}{\lambda r_l} m^2} s_l(n) + w_m(n). \quad (4)$$

수신된 신호의 벡터  $\mathbf{x} = [x_{-M}(n), \dots, x_M(n)]^T$ 는 식(5)로 나타낼 수 있다.  $(\cdot)^T$ 는 전치를 나타낸다.

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{w}(n). \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{s}(n) = [s_1(n), \dots, s_L(n)]^T$ 는 신호 벡터이며  $\mathbf{w}(n) = [w_{-M}(n), \dots, w_M(n)]^T$  잡음 벡터를 나타낸다. 방향행렬  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(r_1, \theta_1), \dots, \mathbf{a}(r_L, \theta_L)]$ 은 식(6)의 조향벡터  $\mathbf{a}(r_l, \theta_l)$ 로 구성된다.<sup>[8]</sup>

$$\mathbf{a}(r_l, \theta_l) = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_l M + j\frac{\pi d \cos^2\theta_l}{\lambda r_l} M^2} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_l M + j\frac{\pi d \cos^2\theta_l}{\lambda r_l} M^2} \\ e \end{bmatrix}. \quad (6)$$

### III. 제안 기법

#### 3.1 방위각 추정

방위 추정에는 선형 선배열에서 기준 센서를 기준으로 신호가 가지는 대칭성을 이용한다.  $y(m) \equiv E(x_m(n) x_{-m}^*(n))$ 를 정의 하였을 때  $y(m)$ 은 식(7)과 같이 방위  $\theta$ 로만 표현되는 성질을 가진다.

$$y(m) = \sum_{l=1}^L R_l z_l^m + \sigma^2 \delta_{-m,m} \quad -M \leq m \leq M. \quad (7)$$

여기서  $R_l$ 은  $l$  번째 음원의 파워,  $\sigma^2$ 은 잡음의 파워,  $z_l = e^{-j(4\pi d/\lambda)\sin\theta_l}$ 을 나타내며  $\delta$ 는 Dirac 델타 함수다.

식(7)과 MP기법을 이용하여 방위를 추정하기 위해 다음 식(8)의  $(2M-K+1) \times (K+1)$  Hankel 행렬을 정의한다.

$$Y = \begin{bmatrix} y(-M) & y(-M+1) & \cdots & y(-M+K) \\ y(-M+1) & y(-M+2) & \cdots & y(-M+K+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(M-K) & y(M-K+1) & \cdots & y(M) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

여기서  $K$ 는 pencil parameter로 노이즈 필터링을 위해  $(2M+1)/3 < K < (2M+1)/2$ 의 값을 가져야 효과적이다.<sup>[9]</sup> 다음과 같이  $(2M-K+1) \times (K)$  크기의 부행렬  $Y_a$ ,  $Y_b$ 를 정의하면 식(11), 식(12)의 관계를 가진다.

$$Y_a = \begin{bmatrix} y(-M) & y(-M+1) & \cdots & y(-M+K-1) \\ y(-M+1) & y(-M+2) & \cdots & y(-M+K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(M-K) & y(M-K+1) & \cdots & y(M-1) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$Y_b = \begin{bmatrix} y(-M+1) & y(-M+2) & \cdots & y(-M+K) \\ y(-M+2) & y(-M+3) & \cdots & y(-M+K+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(M-K+1) & y(M-K+2) & \cdots & y(M) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Y_a = Z_a R_0 Z_b, \quad (11)$$

$$Y_b = Z_a R_0 Z_0 Z_b, \quad (12)$$

$$Z_a = \begin{bmatrix} z_1^{-M} & z_2^{-M} & \cdots & z_L^{-M} \\ z_1^{-M+1} & z_2^{-M+1} & \cdots & z_L^{-M+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{M-K} & z_2^{M-K} & \cdots & z_L^{M-K} \end{bmatrix}_{(2M-K+1) \times (L)}, \quad (13)$$

$$Z_b = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \cdots & z_1^{K-1} \\ 1 & z_2 & \cdots & z_2^{K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_L & \cdots & z_L^{K-1} \end{bmatrix}_{(L) \times (K)}, \quad (14)$$

$$Z_0 = \text{diag}[z_1, z_2, \cdots, z_L], \quad (15)$$

$$R_0 = \text{diag}[R_1, R_2, \cdots, R_L]. \quad (16)$$

MP기법으로  $z_i$ 를 구하기 위해 다음 식을 이용한다.

$$Y_b - \lambda Y_a = Z_a R_0 [Z_0 - \lambda I] Z_b. \quad (17)$$

여기서  $I$ 는  $L \times L$  단위행렬이며  $Y_b - \lambda Y_a$ 의 랭크(rank)가  $L$ 이 되기 위해서는  $L \leq K \leq 2M+1-L$ 의 조건을 만족해야 된다. 식(17)에서  $z_i$ 를 구하는 문제는 행렬쌍  $\{Y_a, Y_b\}$ 의 고유값을 구하는 문제와 동일하다.<sup>[9]</sup> 따라서 식의 해는 식(18)의 고유값이 된다.

$$Y_a^+ Y_b - \lambda I. \quad (18)$$

여기서  $Y_a^+$ 는 Moore-Penrose pseudo inverse로 식(19)로 정의된다.

$$Y_a^+ = (Y_a^H Y_a)^{-1} Y_a^H. \quad (19)$$

여기서  $(\cdot)^H$ 는 conjugate Transpose이다. 음원의 방위각  $\theta_i$ 은 추정된  $z_i$ 를 이용하여 식(20)로 주어진다.<sup>[9]</sup>

$$\theta_i = -\sin^{-1} \left( \frac{\arg(z_i) \lambda}{4\pi d} \right). \quad (20)$$

신호에 잡음이 있는 경우 특이값 분해(singular value decomposition)를 통해 잡음으로 인한 효과를 줄일 수 있다. 행렬  $Y$ 가  $Y = U \Sigma V^H$ 로 분해될 때  $\Sigma$ 는  $Y$ 의 특이값을 주대각성분에  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_{\min}$ 와 같이 내림차순으로 포함한다. 만약 신호에 잡음이 없다면 처음  $L$ 개의 특이값만 0이 아니게 되므로 들어온 신호의 개수를 추정하여 행렬  $Y$ 를 신호 공간과 잡음 공간으로 분리한 후 신호 공간에서 방위를 추정하게 된다.<sup>[9]</sup>

### 3.2 거리 추정

$L$ 번째 음원의 거리  $r_i$ 은 추정된  $\hat{\theta}_i$ 을 식(6)의  $a(r_i, \theta_i)$ 에 대입하여 2차원 MUSIC 기법 대신 식(21)와 같이  $L$ 번의 1차원 MUSIC 기법으로 구할 수 있다.

$$S_{MUSIC}^l(r) = \frac{1}{a^H(r, \hat{\theta}_i) G G^H a(r, \hat{\theta}_i)}. \quad (21)$$

여기서  $G$ 는 수신된 신호의 공분산 행렬  $E(\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H) =$

의 고유값 분해(eigenvalue decomposition)를 통해 구해진 잡음 부공간을 나타낸다.<sup>[8]</sup>

### IV. 모의 실험

#### 4.1 실험 조건

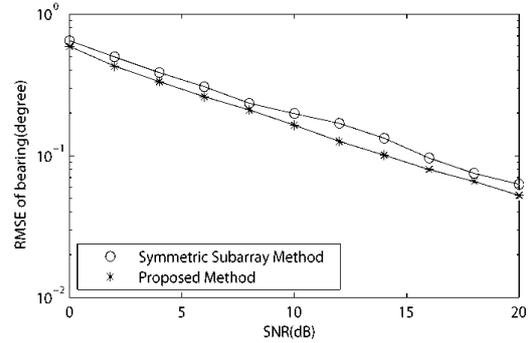
제안한 알고리즘의 성능을 비교, 검증하기 위해 대칭 부배열 기법(symmetric subarray)<sup>[8]</sup>과 함께 모의 실험을 수행하였다. Fig. 1의 구조에서  $M=4$ 의 센서를  $\lambda/4$  간격으로 배치하고 두 개의 비상관(uncorrelated) 신호와 센서간에 상호독립인 복소 가우시안 확률변수로 잡음을 가정하였다. 두 음원은 동일한 파워를 가지고  $(r_1, \theta_1) = (1.8\lambda, -8^\circ)$ 와  $(r_2, \theta_2) = (3\lambda, 12^\circ)$ 에 있다고 가정하였다. 실험은 512개의 표본을 이용하여 SNR이 0 dB에서 20 dB까지 수행되었으며 500회 몬테카를로 실험을 수행하여 식(20)으로 정의한 RMSE 값으로 나타내었다. 탐색 간격 ( $\Delta\theta, \Delta r$ )은 각각  $(0.01^\circ, 0.01\lambda)$ 로 설정하였다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} (v - \hat{v}_k)^2} \tag{22}$$

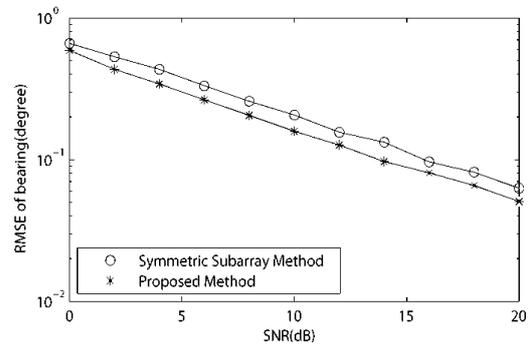
여기서  $N_r$ 은 몬테카를로 실험 횟수,  $v$ 는 추정하고자 하는 실제 값,  $\hat{v}$ 은 추정 값을 나타낸다.

#### 4.2 실험 결과

Fig. 2와 Fig. 3은 두 음원의 신호 대 잡음비에 따른 알고리즘의 위치 추정 성능이다. 실험결과 제안된 알고리즘은 2차원 탐색과정이 필요한 대칭 부배열 기법과 비교하여 다소 우수하거나 유사한 추정성능을 보인다. 연산량 비교를 위해 3.4 GHz 인텔 i7 프로세서에서 MATLAB 프로그램의 ‘tic’, ‘toc’ 명령어로 모의 실험 수행 시간을 측정 하였다. 제안한 알고리즘은 168.62초가 걸린 반면 대칭 부배열 기법을 이용한 기법은 220.55 초가 소요되어 제안한 기법의 연산량 감소 효과를 확인하였다.

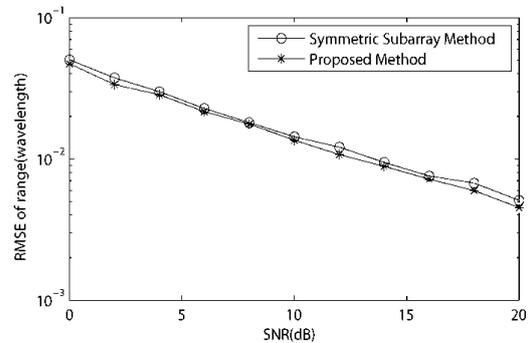


(a) first source

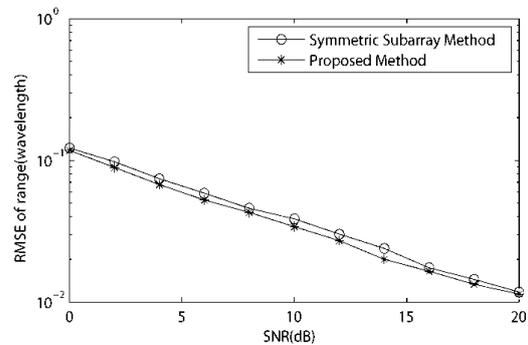


(b) second source

Fig. 2. RMSE versus SNR of bearing estimation.



(a) first source



(b) second source

Fig. 3. RMSE versus SNR of range estimation.

## V. 결 론

본 논문에서는 MP기법으로 탐색과정 없이 방위 각을 추정하고 거리 추정에 1차원 탐색 과정만을 이용하는 기법을 제안하였다. 선형 선배열에서 근거리 음원이 가지는 특성을 이용하여 원거리 방위 추정 문제와 같이 변화 시킨 후 MP기법을 적용하여 방위를 추정한다. 각 음원의 거리 추정에는 추정된 방위 값을 이용한  $L$ 번의 1차원 MUSIC이 사용된다. 제안된 알고리즘은 기존 기법과 달리 방위 추정에 탐색이 필요 없는 장점이 있다.

## 감사의 글

본 연구는 2012학년도 경북대학교 학술연구비 및 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다(계약번호 UD100002KD).

## 참 고 문 헌

1. R. O. Schmit, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. Antenna and Propagation, **34**, 276-280 (1986).
2. R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, **37**, 984-995 (1989).
3. J. C. Chen, R. E. Hudon, and Y. Kung, "Maximum likelihood source localization and unknown sensor location estimation for wideband signals in near-field," IEEE Trans. Signal Processing, **50**, 1843-1854 (2002).
4. Y. D. Huang and M. Barkat, "Near-field multiple source localization by passive sensor array," IEEE Trans. Antennas and Propagation, **39**, 968-975 (1991).
5. E. Grosicki, K. Abed-Meraim, and Y. Hua, "A weighted linear prediction method for near-field source localization," IEEE Trans. Signal Process., **53**, 3651-3660 (2005).
6. N. Yuen and B. Friedlander, "Performance analysis of higher order ESPRIT for localization of near-field sources," IEEE Trans. Signal Process., **46**, 709-719 (1998).
7. H. He, Y. Wang, and J. Saillard, "Passive Localization of Near-field sources using cumulant," IEEE Sensors J., **9**,

953-960 (2009).

8. W. Zhi and M. Y. W. Chia, "Near-field source localization via symmetric subarrays," IEEE Signal Process. Lett., **14**, 409-412 (2007).
9. N. Yilmazer, J. Koh, and T. K. Sarkar, "Utilization of a Unitary Transform for Efficient Computation in the Matrix Pencil Method to Find the Direction of Arrival," IEEE Trans. Antennas and Propagation, **54**, 175-181 (2006).

## 저자 약력

### ▶ 정 태 진 (Tae-Jin Jung)



2007년 2월: 경북대학교 전자전기컴퓨터학부, 학사  
2009년 2월: 경북대학교 전자전기컴퓨터학부, 석사  
2009년 3월~현재: 경북대학교 전자전기컴퓨터학부, 박사과정  
<관심분야> 배열신호처리, 수중음향 신호처리

### ▶ 이 수 형 (Su-Hyoung Lee)



1994년 2월: 경북대학교 전자공학과(공학사)  
1996년 2월: 경북대학교 전자공학과(공학 석사)  
2001년 2월: 경북대학교 전자공학과(공학 박사)  
2005년 3월~현재: 위덕대학교 에너지전기공학부 조교수  
<관심분야> 수중음향신호처리, 표적 탐지 및 추적, 표적 식별

### ▶ 윤 경 식 (Kyung Sik Yoon)



1987년 2월: 경북대학교 전자공학, 학사  
1989년 2월: 경북대학교 전자공학, 석사  
2002년 2월: 경북대학교 전자공학, 박사  
1995년 3월~현재: 김천대학교 교수  
<관심분야> 수중음향신호처리, 음성신호 처리

### ▶ 이 균 경 (KyunKyung Lee)



1977년 2월: 서강대학교 전자공학 학사  
1984년 2월: 텍사스 주립대 전자공학 석사  
1987년 2월: 텍사스 주립대 전자공학 박사  
1989년 6월~현재: 경북대학교 교수  
2007년 6월~현재: 수중 통신/탐지 특화 연구센터 센터장  
<관심분야> 수중음향신호처리, 수중 분산 네트워크