

바이모달 이산정보에 대한 신뢰성해석 기법 비교[§]

임우철* · 장준용* · 이태희*[†]

* 한양대학교 공과대학 미래자동차공학과

Comparative Study of Reliability Analysis Methods for Discrete Bimodal Information

Woochul Lim*, Junyong Jang* and Tae Hee Lee*[†]

* Dept. of Automotive Engineering, College of Engineering, Hanyang Univ.

(Received December 28, 2012 ; Revised April 22, 2013 ; Accepted May 29, 2013)

Key Words: Reliability Analysis(신뢰성해석), Akaike Information Criterion(AIC: 아카이케정보척도), Finite Mixture Model(FMM: 유한혼합모델), Maximum Entropy Principle(최대엔트로피법칙), Monte Carlo Simulation(MCS: 몬테카를로 시뮬레이션), Bimodal Distribution(바이모달 분포)

초록: 응답의 분포는 변수의 분포에 따라 달라진다. 특히 변수의 분포가 두 개 이상의 모드를 가질 때, 대부분 응답의 분포 또한 두 개 이상의 모드를 갖는다. 이런 문제에 대해 기존의 신뢰성해석 기법은 변수를 하나의 모드를 갖는 특정 연속확률분포로 가정하고 신뢰성해석을 수행한다. 하지만 실제 문제에서 변수들은 이산정보이면서 두 개 이상의 모드를 갖는 경우가 많기 때문에 변수의 분포에 대한 가정을 하지 않고 두 개 이상의 모드를 고려한 신뢰성해석을 수행하는 것은 매우 중요하다. 본 연구에서는 두 개 이상의 모드를 갖는 분포를 추정할 수 있는 기법인 아카이케정보척도와 최대엔트로피법칙을 이용하여 신뢰성해석을 수행한다. 수학예제를 통해 두 기법의 특징을 파악하고 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 비교하여 정확도를 검증한다.

Abstract: The distribution of a response usually depends on the distribution of a variable. When the distribution of a variable has two different modes, the response also follows a distribution with two different modes. In most reliability analysis methods, the number of modes is irrelevant, but not the type of distribution. However, in actual problems, because information is often provided with two or more modes, it is important to estimate the distributions with two or more modes. Recently, some reliability analysis methods have been suggested for bimodal distributions. In this paper, we review some methods such as the Akaike information criterion (AIC) and maximum entropy principle (MEP) and compare them with the Monte Carlo simulation (MCS) using mathematical examples with two different modes.

1. 서론

최적설계는 제한조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 설계변수의 값을 찾는 설계 기법이다. 확률론적 접근방법의 최적설계에서는 설계변수가 평균과 같은 대표 값을 갖는다는 가정하에

최적설계를 수행하고 변수들의 변동에 의한 시스템의 불확실성을 고려하기 위해 안전계수와 같은 경험적인 방법을 이용하여 신뢰성을 확보한다. 반면에 확률론적 접근방법의 최적설계는 시스템의 신뢰성을 확보하기 위해 응답의 변동에 영향을 미치는 변수들의 통계적 특성을 고려하며 이를 신뢰성 기반 최적설계라 한다. 신뢰성 기반 최적설계를 수행하기 위해서는 시스템의 신뢰도를 판단하는 신뢰성해석을 수행해야 한다. 하지만 실제 공학 문제에서 신뢰성해석에 사용되는 비용의 문제로 신뢰성 기반 최적설계를 적용하는데

§ 이 논문은 대한기계학회 2012년도 추계학술대회(2012. 11. 7.-9., CECE) 발표논문임

† Corresponding Author, thlee@hanyang.ac.kr

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

어려움이 있으며 이를 해결하기 위해 신뢰성해석 기법에 대한 많은 연구들이 수행되고 있다.

신뢰성해석을 수행하는 방법으로 추출법,⁽¹⁾ 급속확률적분법^(2,3) 그리고 모멘트법 등^(4,5)이 있다. 기존의 연구들은 변수의 통계적 특성을 고려하기 위해 변수의 분포를 연속함수로 정의되는 특정 확률분포로 가정하여 신뢰성해석을 수행한다. 하지만 실제 공학문제에서 변수들의 분포는 알려져 있지 않거나 한정된 이산정보를 갖는 경우가 많기 때문에 기존의 신뢰성해석 기법의 적용에는 한계가 있다.

또한 변수의 바이모달 분포특성으로 인해 또는 응답의 큰 비선형성으로 인해 응답이 바이모달 분포특성을 갖는 경우에는 앞서 언급한 신뢰성해석의 정확도를 보장할 수 없다. 바이모달 분포특성을 고려하기 위한 몇 가지 기존 연구들이 있다. 심해저 망간단과 채집 시스템의 설계 시 고려되는 환경변수의 분포특성에 대한 연구가 수행되었고 심해저의 전단강도는 바이모달 특성을 갖는 것으로 확인되었으며,⁽⁶⁾ 헬리콥터의 신뢰성 기반 최적설계에 고려되는 환경변수인 작동온도는 바이모달 특성을 갖고 이로 인해 시스템의 응답 또한 바이모달 특성을 갖는다.⁽⁷⁾

바이모달 응답에 대한 신뢰성해석 기법에 대한 연구들은 주로 추출법, 아카이케정보척도(Akaike Information Criterion: AIC) 그리고 최대엔트로피법칙(Maximum Entropy Principle: MEP)을 이용한 방법에 대한 연구 등⁽⁸⁻¹¹⁾이 진행되었다.

본 연구에서는 유한혼합모델과 아카이케 정보척도를 이용한 신뢰성해석 기법과 응답의 통계적 모멘트와 최대엔트로피법칙을 이용한 신뢰성해석 기법을 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 비교하여 고찰한다.

2. 바이모달 이산정보에 대한 신뢰성해석

2.1 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석

2.1.1 유한혼합모델

아카이케정보척도에서는 바이모달 분포를 고려하기 위해 유한혼합모델⁽¹²⁾을 사용한다.

멀티모달 분포를 표현하기 위한 유한혼합모델은 식 (1)과 같이 정의된다.

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^M w_m p_m(\mathbf{x}), \quad \sum_{m=1}^M w_m = 1 \quad (1)$$

Table 1 Candidate distributions for AIC

Probability model	Probability density function	Parameters
Mixed Two Normal Distribution (MTND)	$y = w \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_1^2}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha_1)^2}{2\beta_1^2}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_2^2}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha_2)^2}{2\beta_2^2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$
Mixed Two Log-normal Distribution (MTLD)	$y = w \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_1^2}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \alpha_1)^2}{2\beta_1^2}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_2^2}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \alpha_2)^2}{2\beta_2^2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$
Mixed Normal Exponential Distribution (MNED)	$y = w \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_1^2}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha_1)^2}{2\beta_1^2}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{\alpha_2} \exp\left(-\frac{x}{\alpha_2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1$
Mixed Exponential Gamma Distribution (MEGD)	$y = w \left\{ \frac{1}{\alpha_1} \exp\left(-\frac{x}{\alpha_1}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{\beta_2^{\alpha_2} \Gamma(\alpha_2)} x^{\alpha_2-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta_2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_2$

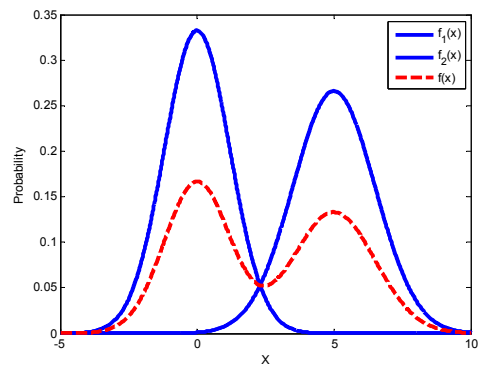


Fig. 1 Two cases of normal distribution with different parameters and finite mixture model

여기서 w 는 가중치를 의미하고 $p_m(\mathbf{x})$ 는 연속확률분포를 의미한다. 즉, $p(\mathbf{x})$ 는 연속확률분포의 가중합으로 표현된다. 본 연구에서는 $M=2$ 인 유한혼합모델을 사용한다.

정규(normal), 대수정규(log-normal), 감마(Gamma), 와이블(Weibull), 지수(exponential), 일반화극치(generalized extreme value) 분포 등 6개의 연속확률분포를 사용하여 유한혼합모델을 정의하였다. 그 중 일부를 Table 1에 나타내었다.

Fig. 1과 같이 두 연속확률분포 $p_1(\mathbf{x}) = N(0, 1.2^2)$,

$p_2(\mathbf{x}) = N(5, 1.5^2)$ 의 가중합으로 유한혼합모델을 정의할 수 있다. 두 분포의 가중치가 같은 0.5 일 때 $p(\mathbf{x})$ 와 같이 두 개의 정규분포의 가중합으로 정의된 유한혼합모델이 된다. 실제 문제에서 유한혼합모델의 가중치를 포함한 모수들은 최적화를 이용하여 구한다.

2.1.2 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석

아카이케정보척도는 1973 년 Akaike⁽¹³⁾에 의해 소개되었으며 확률, 환경, 공학 등 여러 분야에서 적용되었다.⁽¹⁴⁻¹⁶⁾

아카이케정보척도는 설계자가 정한 후보확률 분포들의 최대우량함수 (maximum log likelihood function, f_{ml})와 모수의 개수 (n_{free})를 이용하여 식 (2)와 같이 정의된다.⁽¹⁷⁾

$$\phi = -2(f_{ml} - n_{free}) \tag{2}$$

우량함수는 확률분포의 확률밀도함수로 표현할 수 있으며 우량함수의 값이 최대일 때 확률분포를 가장 잘 추정한다고 알려져 있다. 계산의 편의성을 위해 대수우량함수를 주로 이용한다. 확률분포를 표현하는 모수의 개수가 많을수록 과추정하는 경향이 있기 때문에 같은 수준의 최우량함수에서는 더 적은 개수의 모수를 가진 후보확률분포의 ϕ 가 더 작은 값을 갖는다. 식 (2)에 따라 ϕ 가 가장 작은 후보 연속확률분포를 시스템의 통계적 특성을 가장 잘 표현하는 분포로 결정하고 이를 이용하여 시스템의 신뢰도를 구한다.

2.2 최대엔트로피법칙 기반 신뢰성해석

최대엔트로피법칙은 1957 년 Jaynes⁽¹⁸⁾에 의해 제안 되었다. 최대엔트로피법칙은 주어진 사전정보의 통계적 특성을 만족하는 확률분포를 추정하는 방법이다. 신뢰성해석 분야에서는 응답의 모멘트를 만족하는 응답의 확률분포를 추정하고, 추정된 분포를 이용하여 응답의 신뢰도를 예측하는 방법으로 활용된다. 최대엔트로피법칙은 최적화문제 로 정식화 되며 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Find} && p(x) \\ &\text{To maximize} && \int_a^b p(x) \log p(x) dx \\ &\text{Subject to} && p(x) \geq 0 \\ &&& \int_a^b p(x) dx = 1 \\ &&& \int_a^b x^i p(x) dx = \mu_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $p(x)$ 는 응답의 확률분포함수이고 m 은 모멘트 개수, μ_i 는 i 번 째 모멘트이다. 즉, 연속확률 분포의 특성과 정보의 모멘트를 만족하면서 엔트로피를 최대화하는 확률분포함수를 찾는 최적화 문제이다.

식 (3)에서 Karush-Kuhn-Tucker 조건의 필요조건 으로부터 라그랑지승수 (Lagrange multiplier, λ)를 이용하여 확률밀도함수를 다음과 같은 지수함수로 구할 수 있다.

$$p(x) = \exp\left(-\lambda_0 - \sum_{i=1}^m \lambda_i x^i\right), \quad x \in [a, b] \tag{4}$$

Mead 와 Papanicolaou⁽¹⁹⁾는 식 (5)와 같이 포텐셜(Γ)을 정의하고 식 (3)을 효과적으로 계산하는 방법을 제안하였다. Γ 의 정칙점 (stationary point)을 계산하여 식 (3)을 만족시키는 식 (4)의 확률밀도함수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma &= \ln Z + \sum_{i=1}^m \mu_i \lambda_i \\ Z &= e^{\lambda_0} = \int_a^b \exp\left(-\sum_{i=1}^m \lambda_i x^i\right) \end{aligned} \tag{5}$$

본 연구에서는 응답에 대한 이산정보로부터 모멘트를 계산하고 응답의 확률분포를 추정하기 위해 최대엔트로피법칙을 사용하였다. 식 (5)의 정칙점을 계산하기 위해 뉴턴법을 사용하였고 adaptive Gauss-Kronrod quadrature 를 이용하여 수치적분하였다. 추정된 응답의 확률분포를 이용하여 신뢰성해석을 수행하였다.

3. 수학예제

3.1 예제정의

변수의 분포와 응답함수는 식 (6) ~ (7)과 같다.

Example1

$$\begin{aligned} Y(\mathbf{X}) &= \frac{4 \tan^{-1}(4X_1) + X_2 X_3 + 10}{X_4} \\ X_1 &\sim N(0, 0.5^2), X_2 \sim N(2, 0.1) \\ X_3 &\sim wb(1, 1.5), X_4 \sim ev(2, 0.1) \end{aligned} \tag{6}$$

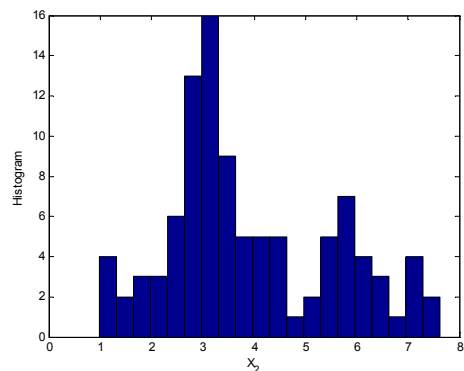


Fig. 2 Discrete information of X_2 for example 2

Example 2

$$Y(\mathbf{X}) = \frac{X_1^2 X_2}{X_1 + X_2^2} + X_2 \quad (7)$$

$$X_1 \sim Wbl(3,6)$$

$$p_{X_2}(x_2) = wp_{X_{21}}(x_{21}) + (1-w)p_{X_{22}}(x_{22}), \quad w = 0.7$$

$$X_{21} \sim N(3, 0.8^2), \quad X_{22} \sim N(6, 0.8^2)$$

응답의 분포가 바이모달 분포를 따르는 이유는 응답함수의 비선형성이 크거나 변수의 분포가 바이모달 분포를 따르는 경우 등이 있다.

첫 번째 예제는 응답의 비선형성이 큰 문제이다. 4 개의 변수를 갖고 그 중 2 개의 변수의 분포는 비정규분포이다. 두 번째 예제는 응답함수의 비선형성은 작지만 변수의 분포가 바이모달 분포인 경우이며, X_2 는 Fig. 2 와 같이 임의로 추출된 10^2 개의 바이모달 이산정보로 주어져 있다. 각각의 문제에서 정의한 변수들의 분포로부터 10^2 개의 이산정보를 마르코프 사슬 몬테카를로 (Markov Chain Monte Carlo: MCMC)의 기법 중 하나인 Slice Sampling⁽²⁰⁾을 이용하여 추출하였다.

최대엔트로피법칙을 이용하기 위해 응답의 모멘트를 구해야 한다. 변수의 분포를 특정한 연속확률분포로 알고 있는 경우에는 차원감소법,⁽⁴⁾ 곱분해기법 등⁽⁵⁾의 모멘트법을 이용하여 구할 수 있다. 하지만 변수의 분포를 가정할 수 없는 경우 또는 변수가 이산정보로 주어진 경우에는 적용의 한계가 있다. 본 예제에서는 10^2 개 응답의 이산정보에 대한 모멘트를 계산하였다.

3.2 결과 및 고찰

예제 1 은 응답의 비선형성이 크고 변수가 4 개이며 각각의 변수는 다양한 분포를 따른다.

아카이케정보척도의 분포추정 결과는 Table 2 와 같다. 식 (2)의 아카이케정보척도에 따라 대수정규-대수정규 혼합 분포 (MTLD)가 응답의 분포를 가장 잘 추정한 분포이며 한 개의 모드를 갖는 분포인 감마분포 또는 와이불분포보다 응답의 분포를 더 잘 추정하는 것을 확인할 수 있다.

최대엔트로피법칙에 사용된 모멘트를 Table 3 에 나타내었고 추정된 응답의 분포함수를 의미하는 라그랑지승수를 Table 4 에 정리하였다.

본 연구에서는 6 차 모멘트 최대엔트로피법칙과 8 차 모멘트 최대엔트로피법칙을 사용하였다. 응답의 분포함수가 지수함수형태로 정의되기 때문에 분포함수에서 표현할 수 있는 모드의 개수를 쉽게 계산할 수 있다. m 차 모멘트를 이용하면 분포함수의 도함수가 0 이 되는 점은

(m-1)개까지 존재할 수 있다. 바이모달 분포함수를 표현하기 위해 필요한 정칙점은 양쪽 꼬리의 확률이 0 인 두 점을 포함하여 총 5 개이며 Fig. 3 의 8 차 모멘트를 사용할 경우 우측 꼬리 부분에 2 개의 정칙점이 추가로 존재하여 총 7 개의 정칙점이 있는 것을 확인할 수 있다. 이처럼 더 많은 모멘트를 고려할수록 더 많은 모드를 추정할 수 있다.

Table 2 AIC results of estimated candidate distribution for example 1

Probability model	ϕ	Parameters				
		w	α_1	β_1	α_2	β_2
MTLD	424.58	0.56	2.05	0.16	1.40	0.21
MGLD	425.51	0.57	33.53	0.23	1.39	0.20
MTND	426.55	0.36	3.98	0.70	7.59	1.55
MNLD	427.59	0.61	7.66	1.53	1.37	0.19
...						
Gamma	440.83		7.73	0.81		
Weibull	441.32		7.00	3.13		

Table 3 Raw moments for MEP

Moment	Example 1	Example 2
μ_1	6.2497e0	4.5681e0
μ_2	4.3860e1	2.3442e1
μ_3	3.3690e2	1.3251e2
μ_4	2.7742e3	8.0874e2
μ_5	2.4155e4	5.2324e3
μ_6	2.2060e5	3.5354e4
μ_7	2.1039e6	2.4670e5
μ_8	2.0864e7	1.7638e6

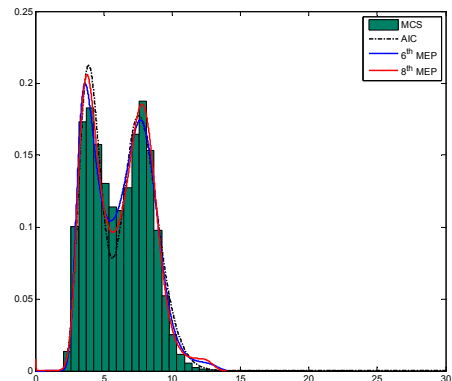


Fig. 3 MCS and estimated distributions for example 1

Table 4 Lagrange multipliers of MEP

Lagrange multiplier	Example 1	Example 2
	Integration interval	
	[0, 14]	[0, 10]
λ_0	4.7893e0	1.4895e1
λ_1	2.5580e1	-2.5870e1
λ_2	-2.7199e1	2.5938e1
λ_3	1.1140e1	-1.4111e1
λ_4	-2.3638e0	4.2864e0
λ_5	2.8355e-1	-7.4569e-1
λ_6	-1.9345e-2	7.3557e-2
λ_7	6.9823e-4	-3.8092e-3
λ_8	-1.0320e-5	8.0071e-5

예제 2 는 응답함수의 비선형성은 크지 않지만 변수의 분포가 바이모달 분포로 주어짐으로 인해 응답의 분포도 바이모달 분포를 따른다. 아카이케 정보척도를 이용한 분포추정결과를 Table 5 에 정리 하였다. 응답의 분포를 가장 잘 추정한 후보분포는 정규-정규 혼합 분포 (MTND)이며 예측된 분포를 Fig. 4 에 나타내었다.

최대엔트로피법칙에 사용한 모멘트를 Table 3 에 나타내었다. 8 차 모멘트로 추정한 응답의 분포함수의 라그랑지승수를 Table 4 에 정리하였다.

두 가지 예제에 대해 몬테카를로 시뮬레이션, 아카이케정보척도, 최대엔트로피법칙 등을 이용하여 구한 신뢰도와 오차를 Table 6 에 나타내었다.

응답함수의 비선형성이 크고 변수의 개수가 많은 예제 1 에서 예제 2 에 비해 오차가 큰 것을 확인할 수 있다. 하지만 두 방법 모두 10^2 번 해석으로 예측한 신뢰도이며 10^6 번 해석으로 구한 몬테카를로 시뮬레이션과 근사한 신뢰도를 예측하는 것을 확인할 수 있다. 두 방법 모두 적은 해석 방법으로 비교적 정확한 신뢰도를 예측할 수 있는 장점이 있다. 반면 두 방법은 신뢰성 기반 최적설계에 적용하는데 아래와 같은 한계가 있다.

아카이케정보척도는 설계자가 정하는 후보분포에 따라 정확도가 달라진다.⁽⁹⁾ 정확한 결과를 얻기 위해서는 많은 후보분포를 정의해야 한다. 하지만 각각의 후보분포의 최우량추정 또한 최적설계이므로 후보분포의 개수만큼의 계산시간이 증가한다. 따라서 신뢰성 기반 최적설계에 적용 시에는 정확성과 계산시간을 만족시킬 수 있는

Table 5 AIC results of estimated candidate distribution for example 2

Probability model	φ	Parameters				
		w	α_1	β_1	α_2	β_2
MTND	369.22	0.29	6.65	0.83	3.71	0.90
MTWD	370.47	0.44	6.38	4.80	3.73	4.88
MNWD	371.31	0.28	3.74	0.40	5.48	3.09
MGWD	375.91	0.75	11.97	0.32	7.05	8.18
...						
Gamma	375.75		7.94	0.58		
Lognormal	378.07		1.45	0.37		

Table 6 Comparison of reliabilities and errors

Method		Example 1 Pr(Y < 10)	Example 2 Pr(Y < 8)
MCS	Reliability	0.9806	0.9885
	Error	1.68 %	0.34 %
AIC	Reliability	0.9641	0.9851
	Error	1.60 %	0.90 %
6 th MEP	Reliability	0.9650	0.9796
	Error	1.55 %	0.24 %
8 th MEP	Reliability	0.9654	0.9861
	Error	1.55 %	0.24 %

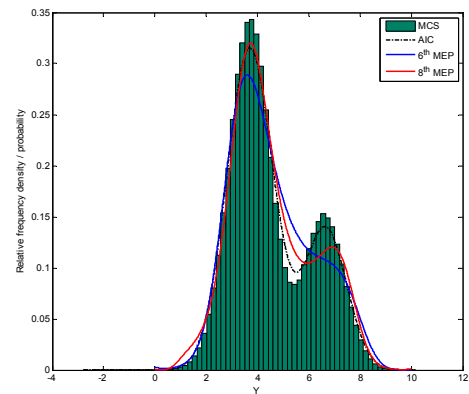


Fig. 4 MCS and estimated distributions for example 2

적절한 후보분포의 개수를 정하는 것이 중요하다. 최대엔트로피법칙은 식 (5)의 적분구간을 적절히 선택해야 한다. 적분구간에 따라 수렴하지 않거나 라그랑지승수가 달라지는 문제가 있다. m 차 모멘트를 고려할 경우 응답의 m 제곱을 계산해야 하기 때문에 수치적인 불안정성이 있다. 특히 신뢰성 기반 최적설계에서는 설계점의 이동에 따라 적분구간이 크게 달라질 수 있다. 응답의 정규화 등을 통해 수렴성에 영향을 미치지 않는 적분구간을 정해야 할 것이다.

4. 결 론

본 논문에서는 바이모달 분포를 따르는 응답에 대해 신뢰성해석을 수행할 수 있는 신뢰성해석 기법에 대해 고찰하고 정확도를 비교하였다.

실제 공학문제에서 변수에 대한 정보는 한정된 이산정보로 주어지는 경우가 많다. 특히 설계자가 제어할 수 없는 환경변수는 바이모달 분포특성을 갖는 경우가 있다. 본 논문에서는 한정된 이산정보에 기반하여 아카이케정보척도와 최대엔트로피 법칙을 이용한 신뢰성해석 기법의 특성 및 정확도를 고찰하였다.

변수의 분포 또는 응답의 비선형성으로 인해 응답의 분포가 바이모달 분포인 예제를 수행하였다. 아카이케정보척도의 경우 유니모달 후보분포보다 바이모달 후보분포가 더 높은 확률로 응답을 추정하는 것을 확인하였다. 6 차 모멘트를 이용한 최대엔트로피로 바이모달 분포를 표현할 수 있고 8 차 모멘트로 더 정확한 결과를 얻는 것을 확인하였다. 두 방법 모두 적은 이산정보를 이용하여 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 근사한 신뢰도를 예측하는 것을 확인하였다. 반면 아카이케 정보척도는 후보분포의 개수에 따라 시간비용이 증가하는 단점이 있고, 최대엔트로피법칙은 적분구간에 따라 수렴성이 달라지는 단점이 있다.

추후 신뢰성 기반 최적설계에 적용하기 위해 적절한 후보분포의 개수 및 적분구간에 대한 연구를 수행할 예정이다.

후 기

본 연구는 한국연구재단의 일반연구자 지원사업으로 수행된 “공간-시간 통계적 모형 기반 최적설계 기법 연구(과제번호 2010-0023257)”의 결과 중 일부임을 밝히며, 연구비 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Buslenko, N.P., Golenko, D.I., Shreider, Y.A., Sobol, I.M. and Sragowich, V.G., 1994, *The Monte Carlo Method*, Pergamon Press.
- (2) Cornell, C.A., 1969, "A Probability-based Structural Code," *Journal of the American Concrete Institute*, Vol.66, No.12, pp.974~985.
- (3) Breitung, K., 1984, "Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals," *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 110, No. 3, pp. 357~366.

- (4) Rahman, S. and Xu, H., 2004, "A Univariate Dimension-Reduction Method for Multi-Dimensional Integration in Stochastic Mechanics," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 393~408.
- (5) Jung, J. J., 2007, *Multiplicative Decomposition Method for Accurate Moment-Based Reliability Analysis*, Ph.D. thesis, Hanyang University.
- (6) Choi, J., Hong, S., Chi, S., Lee, H., Park, C., Kim, H., Yeu, T. and Lee, T. H., 2011, "Probability Distribution for the Shear Strength of Seafloor Sediment in the KR5 Area for the Development of Manganese Nodule Miner," *Ocean Engineering*, Vol. 38, pp. 2033~2041.
- (7) Kim, S., Jun, S., Kang H., Park Y., and Lee D., 2011, "Reliability Based Optimal Design of a Helicopter Considering Annual Variation of Atmospheric Temperature," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, pp. 1095~1104.
- (8) Fu, G. and Moses, F., 1993, "Multimodal Simulation Method for System Reliability Analysis," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 119, No. 6, pp. 1173~1179.
- (9) Lim, W. and Lee, T. H., 2012, "Reliability-based Design Optimization Using Akaike Information Criterion for Discrete Information," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 36, No. 6, pp. 921~927.
- (10) Xi, Z., Hu, C. and Youn B. D., 2012, "A Comparative Study of Probability Estimation Methods for Reliability Analysis," *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 45, pp. 33~52.
- (11) Lim, W. and Lee, T. H., 2012, Akaike Information Criterion-based Reliability Analysis for Bimodal Discrete Information, *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 36, No. 12.
- (12) Johnson, N. L., Kotz, S. and Balakrishnan, L., 1994, *Continuous univariate distributions, Vol. 1*, Wiley-Interscience.
- (13) Akaike, H., 1973, "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle," *Proceedings of the Second International Symposium on Information Theory*, pp. 267~281.
- (14) Hurvich, C. M., Simonoff, J. S. and Tsai, C. L., 1998, "Smoothing Parameter Selection in Nonparametric Regression using an Improved Akaike Informaion Criterion," *Journal of the Royal Statistical Society Series B-Statistical Methodology*, Vol.60, pp. 271~293.
- (15) Spendelov, J. A., Nichols, J. D., Nisbet, I. C. T., Hays, H., Cormons, G. D., Burger, J., Safina, C., Hines, J. E. and Gochfeld, M., 1995, "Estimating Annual Survival and Movement Rates of Adults within a Metapopulation of Roseate Terns," *Ecology*, Vol. 76, No. 8, pp. 2415~2428.
- (16) Go, S. J., Lee, M. C. and Park, M. K., 2001, "Fuzzy

- Sliding Mode Control of a Polishing Robot based on Genetic Algorithm," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 580~591.
- (17) Sakamoto, Y., Ishiguro, M. and Kitagawa, G., 1986, *Akaike Information Criterion Statistics*, KTK Scientific Publishers.
- (18) Jaynes, E. T., 1957, "Information Theory and Statistical Mechanics," *Physical Review*, Vol. 106, No. 4, pp. 620~630.
- (19) Mead, L. R. and Papanicolaou, N., 1984, "Maximum Entropy in the Problem of Moments," *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 25, pp.2404~2417.
- (20) Neal, M. R., 2003, "Slice Sampling," *The Annals of Statistics*, Vol. 31, No. 3, pp. 705~767.