

운용 파라미터의 불확실성을 고려한 착륙장치 완충성능 해석

김 태 욱^{*†}

* 한국항공우주연구원

Performance Prediction of Landing Gear Considering Uncertain Operating Parameters

Tae Uk Kim^{*†}

* Korea Aerospace Research Institute

(Received December 28, 2012 ; Revised March 15, 2013 ; Accepted April 3, 2013)

Key Words: Landing Gear(착륙장치), Oleo-Pneumatic Shock Absorber(유공압 완충장치), Uncertainty(불확실성), Convex Modeling, Interval Analysis

초록: 본 연구는 운용 파라미터의 불확실성을 고려한 착륙장치 완충성능 해석 기법을 제시한다. 실제 운용 환경에서 완충성능에 영향을 미치는 많은 파라미터는 어느 정도의 불확실성을 가지게 되는데, 완충장치 가스 압력과 오일 체적, 타이어 압력, 외부 온도 등을 예로 들 수 있다. 본 연구에서는 Convex Modeling 과 Interval Analysis 기법을 적용하여, 이러한 불확실성이 착륙 시의 지면 반력에 미치는 효과를 해석하였다. 불확실한 파라미터를 고려할 경우, 완충효율 및 구조 건전성에 중요한 영향을 주는 Peak load 가 Deterministic analysis 의 결과보다 크게 증가하였다. 안전성과 신뢰성의 확보를 위해서는 이러한 불확실성을 반영하는 것이 필요하며, 제시한 방법은 이를 효율적으로 처리할 수 있음을 보여준다.

Abstract: The performance estimation of a landing gear with uncertain parameters is presented. In actual use, many parameters can have certain degrees of variations that affect the energy absorbing performance. For example, the shock strut gas pressure, oil volume, tire pressure, and temperature can deviate from their nominal values. The objective function in this study is the ground reaction during touchdown, which is a function of the abovementioned parameters and time. To consider the uncertain properties, convex modeling and interval analysis are used to calculate the objective function. The numerical results show that the ground reaction characteristics are quite different from those of the deterministic method. The peak load, which affects the efficiency and structural integrity, is increases considerably when the uncertainties are considered. Therefore, it is important to consider the uncertainties, and the proposed methodology can serve as an efficient method to estimate the effect of such uncertainties.

1. 서 론

착륙장치의 주요 기능은 완충장치를 통해 항공기 착륙 시의 충격을 흡수하는 것이다. 다양한 방식의 완충장치가 존재하지만 가장 널리 쓰이는 것은 Oil damper 와 Gas spring 으로 구성되는 유공압(Oleo-pneumatic) 완충장치이다. 이 방식은 Orifice 를 통한 유체의 흐름이 피스톤 속도의 제곱에 비례하는 감쇠력(Damping force)를 생성하고, 피스톤

의 압축, 팽창에 따라 Polytrropic 과정을 겪는 가스가 스프링 힘을 발생하여 착륙 시의 에너지를 흡수, 소산(Dissipation)시키는 원리이다. 일반적으로, 착륙 시점에서는 감쇠력이, 스트로크(Stroke)이 커지는 후반부로 갈수록 스프링 힘이 큰 비중을 차지한다. 실제 작동 환경에서는 완충장치의 충격흡수 성능에 영향을 미치는 주요 파라미터들이 일정량의 불확실성을 가질 수 있는데, 초기 설계 및 해석 단계에서 이에 의한 영향성을 고려하는 것은 신뢰성 확보 차원에서 중요한 의미를 지닌다. 또한 초기 설계 단계에서는 빈번한 설계변경이 발생하는 만큼, 계산의 효율성을 확보하며 불확실성의 영향을 파악할 수 있는 간단한 방법이 요구된다. Monte Carlo simulation⁽¹⁾과 같은 통계적인 방법은

§ 이 논문은 대한기계학회 2012년도 추계학술대회(2012. 11. 7.-9., CECO) 발표논문임

† Corresponding Author, tukim@kari.re.kr

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

신뢰성 있는 해를 줄 수는 있으나, 계산 시간이 오래 걸린다는 단점을 가진다.

본 논문에서는 Convex modeling⁽²⁻⁶⁾과 Interval analysis⁽⁷⁻¹⁰⁾를 이용하여, 운용 파라미터의 불확실성을 고려한 착륙장치 완충성능 해석을 수행하게 된다. 이 방법에서는 통상의 확률론적 접근법과 달리, 불확실성을 갖는 파라미터의 분포 범위에 대한 정보만을 필요로 하며, 이로부터 목적함수의 최대, 최소값을 구하게 된다. Convex modeling의 경우, 불확실성을 갖는 파라미터로 이루어진 Convex 집합을 만들고, 목적함수를 이들 파라미터에 대해 선형화한다. 이때, 선형함수의 최대, 최소값은 반드시 Convex 집합의 경계(Boundary)에 존재하게 되므로, 탐색영역이 줄어들어 계산상의 이점을 얻을 수 있다. 또한 Interval analysis도 불확실한 파라미터를 Interval number로 모델링한 뒤, 간단한 Interval 연산을 이용하여 목적함수의 분포 범위를 계산할 수 있다. 두 방법 모두 외부하중이나 구조 파라미터에 대한 통계 데이터가 부족하여 확률론적 기법을 적용하기 어려운 경우의 신뢰성 평가나 최적화 문제에 많이 적용되었다.

본 연구에서는 착륙 시 작용하는 지면반력(Ground reaction)을 목적함수로 설정하였다. 다양한 착륙 자세에 대해 Deterministic method, Convex modeling, Interval analysis에 의해 구한 최대하중(Peak load)을 비교하고, 운용 파라미터의 불확실성이 완충성능에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 착륙장치 모델링

착륙 시 완충장치와 타이어는 항공기의 운동에너지를 위치에너지의 합에 해당하는 에너지를 흡수하게 된다(Fig. 1). 이 때 전체 에너지 평형식은 아래와 같다.⁽¹¹⁾

$$(S_t \times \eta_t \times R_z) + (S \times \eta_s \times R_z) = K.E + P.E \quad (1)$$

여기서 S_t 는 타이어 변위, S 는 휠 중심이 이동한 거리인 Vertical axle travel, R_z 는 지면 반력을 나타낸다. 또한 η_t 와 η_s 는 각각 타이어와 완충장치의 효율이다. 기본적으로 유공압 방식 완충장치의 성능은 가스와 오일의 서비싱(Servicing) 상태에 크게 좌우된다. 본 논문에서는 완충장치 내부의 가스 압력과 오일 체적, 타이어 압력, 외부 온도가 표준값으로부터 일정량의 편차를 가진다고 가정하였다. 성능해석에는 Fig. 2와 같이 전륜 및 주륜

착륙장치(Nose and Main landing gear)로 구성되는 모델을 사용하였다.

한편 실린더, 피스톤으로 구성되는 유공압 방식 착륙장치의 운동 방정식은 Fig. 3과 같이 두 부분으로 나누어 고려할 수 있다.

먼저 Upper mass(M_U)에 대한 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} M_U \ddot{X}_U &= M_U g - P_o A_1 + P_a (A_1 - A_2) - F_f \\ &= M_U g - (P_o - P_a) A_1 - P_a A_2 - F_f \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)의 두 번째 항은 감쇠력(Damping force)으로서 감쇠계수와 스트로크 속도의 제곱에 비례하는데, Bernoulli's equation으로 유도할 수 있다. 또한 F_f 는 피스톤과 실린더 사이의 마찰력이다.

$$(P_o - P_a) A_1 = \frac{\rho A_1^3}{2(C_d a)^2} \dot{x}_s^2 \quad (2)$$

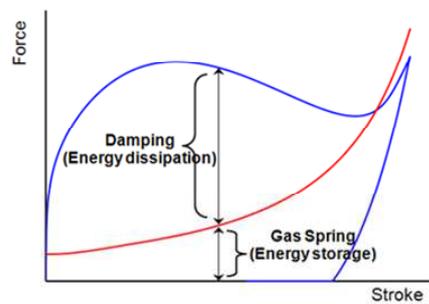
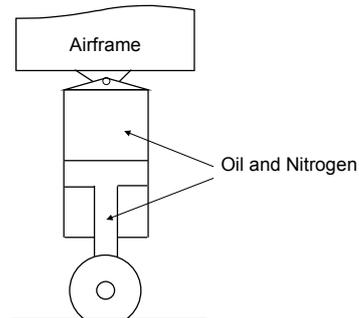


Fig. 1 Shock absorber schematic

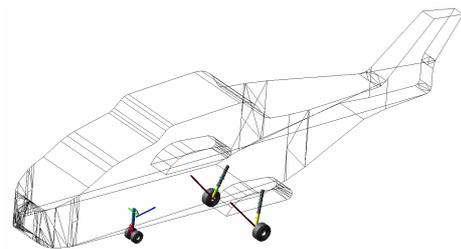


Fig. 2 An airframe model with landing gears

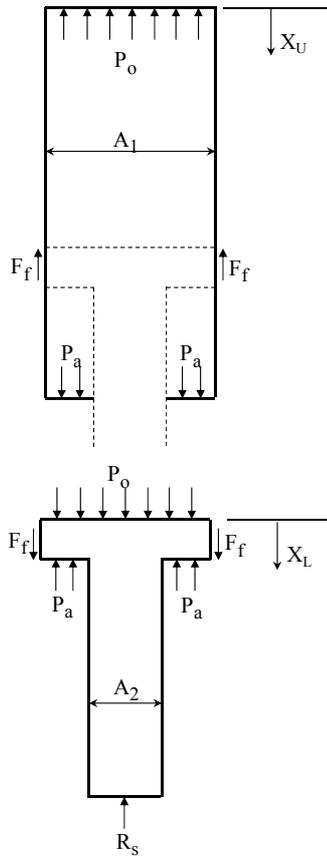


Fig. 3 Equilibrium of upper and lower mass

여기서, ρ 는 유체 밀도, C_d 는 Coefficient of discharge, a 는 Orifice 면적이고, x_s 는 스트로크를 나타낸다. P_a 는 가스 압력으로서 압축과정 동안 $P_a V^\gamma = const.$ 를 만족하며, 스트로크에 따른 압력의 변화는 식 (3)을 따른다.

$$P_a = \left(\frac{T}{T - x_s} \right)^\gamma (P_{inf} + 1 \text{ atm.}) - 1 \text{ atm.} \quad (3)$$

여기서, T 는 $T = \frac{V_i}{A_2}$ (V_i : Initial volume)이고, P_{inf} 는 초기 압력이다.

한편 피스톤, 타이어, 휠 등을 포함하는 Lower mass (M_L)에 대한 운동방정식은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} M_L \ddot{X}_L &= M_L g + P_o A_1 - P_a (A_1 - A_2) - R_s + F_f \\ &= M_L g + (P_o - P_a) A_1 + P_a A_2 - R_s + F_f \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, R_s 는 지면반력이며, $x_s = X_U - X_L$ 의 관계가 성립한다.

3. 불확실성을 갖는 파라미터 모델링

3.1 Convex modeling

확률론적 방법을 통해 불확실성을 고려하기 위해서는 확률분포에 대한 정보를 필요로 한다. 확률분포함수를 구하기 위해서는 충분한 양의 측정 데이터가 요구되는데, 많은 경우 이러한 정보를 확보하기 어려울 수 있다. 이에 대한 대안으로 Convex modeling 을 들 수 있는데, 불확실성을 고려한 많은 설계, 해석 문제에 적용되어 왔다. 불확실성을 가지는 파라미터가 평균으로부터 일정한 범위 내에 존재한다면 Convex 집합을 만들 수 있고, 목적함수의 범위를 계산할 수 있게 된다.

Convex modeling 에 의한 불확실성의 고려는 다음 과정을 따른다. 먼저 지면반력이 목적함수일 때, 이는 불확실성을 갖는 파라미터 X_i 의 함수로 볼 수 있으므로,

$$R_z = R_z(X_1, X_2, X_3, X_4) \quad (5)$$

식 (5)는 X_i 에 대해 선형화할 수 있다.

$$R_z(X_i^0 + \delta_i) = R_z(X_i^0) + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial R_z(X_i^0)}{\partial X_i} \delta_i \quad (6)$$

이는 다시 식 (7)로 표시할 수 있다.

$$R_z(X_i^0 + \delta_i) = R_z(X_i^0) + \{f\}^T \{\delta\}, \quad |\delta_i| \leq \Delta_i \quad (7)$$

여기서,

$$\{f\}^T = \left[\frac{\partial R_z(X_i^0)}{\partial X_1}, \frac{\partial R_z(X_i^0)}{\partial X_2}, \frac{\partial R_z(X_i^0)}{\partial X_3}, \frac{\partial R_z(X_i^0)}{\partial X_4} \right] \quad (8)$$

$$\{\delta\}^T = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4] \quad (9)$$

만약 편차량 δ_i 의 영역이 설계공간에서 Convex 집합을 이룬다면, 식 (7)의 선형성에 의해 R_z 의 최대, 최소값은 집합의 경계에 존재하게 된다. δ_i 가 타원체(Ellipsoid) 형태의 집합이라고 가정하면,

$$Z(e) = \left\{ \delta : \sum_{i=1}^4 \frac{\delta_i^2}{e_i^2} \leq 1 \right\} \quad (8)$$

와 같이 되는데, e_i 는 타원체의 semi-axis 이며 $Z(e)$ 는 $|\delta_i| \leq \Delta_i$ 에 의해 만들어지는 “Box”를 포함하게 된다. Convex modeling 에 의한 해의 정확도는 식 (8)의 타원체 체적이 최소일 때 가장 높으므로,

“Box”의 모서리점들은 ($\delta_i = \pm \Delta_i$) 타원체의 표면에 존재해야 한다. 이 조건을 만족하는 e_i 는 식 (9)의 Lagrangian 에 의해 구할 수 있다.

$$L = Ce_1e_2e_3e_4 + \lambda \left(\frac{\Delta_1^2}{e_1^2} + \frac{\Delta_2^2}{e_2^2} + \frac{\Delta_3^2}{e_3^2} + \frac{\Delta_4^2}{e_4^2} - 1 \right) \quad (9)$$

여기서 $Ce_1e_2e_3e_4$ 는 타원체의 체적이고, λ 는 Lagrangian multiplier 이다. 이 때, e_i 는 식 (10)을 만족하며, 최종적으로 식 (11)을 얻는다.

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (10)$$

$$e_i = \sqrt{n\Delta_i} \quad (11)$$

여기서 n 은 불확실성을 갖는 파라미터의 수이다 ($n = 4$).

이상의 결과로부터 지면반력의 최대, 최소값을 결정하는 문제는 식 (12)와 같이 기술할 수 있다.

$$R_z \Big|_{\text{extremum}} = \text{extremum}_{\{\delta\} \in C(e)} \left(R_z(X_i^0) + \{f\}^T \{\delta\} \right) \quad (12)$$

$$C(e) = \left\{ \delta : \sum_{i=1}^4 \frac{\delta_i^2}{e_i^2} = 1 \right\} \quad (13)$$

이는 다시 식 (14)의 형태로 나타낼 수 있다.

$$L(\delta) = \{f\}^T \{\delta\} + \lambda (\{\delta\}^T \{\varepsilon\} \{\delta\} - 1) \quad (14)$$

여기서 $\{\varepsilon\}$ 는 $\varepsilon_{ii} = 1/e_i^2$ 인 대각행렬(Diagonal matrix)이다.

Lagrange multiplier 를 구한 후, 지면반력이 최대, 최소값을 갖는 $\{\delta\}$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$\{\delta\} = \pm \frac{1}{\sqrt{\{f\}^T \{\varepsilon\}^{-1} \{f\}}} \{\varepsilon\}^{-1} \{f\} \quad (15)$$

식 (15)를 식 (7)에 대입하면 최종적으로 아래 식을 얻는다.

$$\left. \begin{aligned} R_{z,\max} \\ R_{z,\min} \end{aligned} \right\} = R_z(X_i^0) \pm \sqrt{\{f\}^T \{\varepsilon\}^{-1} \{f\}} \\ = R_z(X_i^0) \pm \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left[e_i \frac{\partial R_z(X_i^0)}{\partial X_i} \right]^2} \quad (16)$$

3.2 Interval analysis

불확실성을 갖는 파라미터는 식 (17)과 같이 Interval number 로 표현된다.

$$X_i^I = [\underline{X}_i, \overline{X}_i] \quad (17)$$

이 때 목적함수의 최대, 최소값은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$R_z \Big|_{\text{extremum}} = \text{extremum}_{X \in X^I} \left(R_z(X_i^0) + \{f\}^T \{\delta\} \right) \quad (18)$$

$$X^I = [\underline{X}, \overline{X}] = \{X : \underline{X} \leq X \leq \overline{X}, X = (X_i)_m, \\ \underline{X} = (\underline{X}_i)_m, \overline{X} = (\overline{X}_i)_m \in R^m\} \quad (19)$$

여기서 m 은 불확실성을 갖는 파라미터의 수이다. 이 때, Central value 와 Radius of interval 은 다음과 같이 정의된다.

$$X_i^0 = \frac{\overline{X}_i + \underline{X}_i}{2}, \quad \Delta_i = \frac{\overline{X}_i - \underline{X}_i}{2} \quad (20)$$

식 (18)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_z \Big|_{\text{extremum}} = \text{extremum}_{\{\delta\} \in \Delta^I} \left(R_z(X_i^0) + \{f\}^T \{\delta\} \right) \quad (21)$$

$$\Delta^I = \{ \delta : \delta \in R^m, -\Delta \leq \delta \leq \Delta \} \quad (22)$$

Interval 연산을 통해 최종적으로 아래의 범위를 얻을 수 있다.

$$R_z^I = [R_z^-, R_z^+] = R_z^0 + [-|f|^T \Delta, |f|^T \Delta] \quad (23)$$

이 때, 지면반력의 최대값은 다음과 같다.

$$R_z = R_z^0 + |f|^T \Delta \quad (24)$$

한편, Interval analysis 를 이용하여 구한 최대값은 Convex modeling 에 의한 값보다 항상 작는데, 이는 Chauchy-Schwartz 부등식⁽⁶⁾을 이용하여 증명할 수 있다. 이러한 결과는 두 방법에서 고려하는 불확실한 파라미터 집합을 비교해도 쉽게 추론할 수 있다. Convex modeling 에서 얻어지는 타원체는 Interval analysis 에서 고려하는 “Box” 형태 집합을 항상 포함하기 때문이다. Fig. 4 는 불확실한 파라미터가 3 개인 경우, 두 방법에서 고려하는 집합을 나타낸 것이다. 그림의 타원체는 육면체를 포함하는 최소 체적을 가지므로, 각 모서리점은 타원체 표면에 위치하게 된다.

Table 1 Bounds of uncertain properties

Property	Nominal value	Deviation
Inflation pressure	1.17 MPa	±20%
Oil volume	2000 cc	±10%
Tire pressure	0.8 MPa	±20%
Temperature	20°C	-20°C < T < 40°C

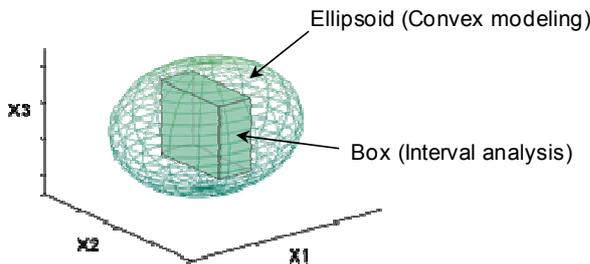


Fig. 4 Comparison of uncertain parameter sets

4. 해석 결과

4.1 Sensitivity analysis

Convex modeling 과 Interval analysis 를 위해서는 각 파라미터에 대한 민감도 해석이 필요하다. 먼저 불확실성을 갖는 파라미터의 평균값과 편차는 Table 1 과 같다.

각 파라미터에 대한 민감도는 Central difference approximation 을 통해 구하였고, 지면반력은 1 차 Taylor 근사법으로 계산하였다. 또 결과의 비교, 검증에 위해 최대 편차일 때의 파라미터 값을 대입하여 직접 지면반력을 해석하였다. Fig. 5 - Fig. 8 에 결과를 나타내었는데, Oil volume 과 온도의 영향이 다른 파라미터에 비해 큰 것을 알 수 있다. 또한 모든 파라미터에 대해, 1 차 Taylor 함수를 이용한 결과가 근사화를 하지 않은 해석값과 비교적 잘 일치하였다. 이를 통해 목적함수 선형화를 통해 불확실성을 고려하는 Convex modeling 과 Interval analysis 의 적용이 타당함을 알 수 있다.

4.2 지면반력 비교

운용 파라미터가 갖는 불확실성의 영향을 평가하기 위해 Deterministic method, Convex modeling, Interval analysis 에 의한 지면반력을 계산하였다.

착륙조건으로는 Fig. 9 와 같은 세 가지의 착륙 자세를 고려하였으며, 착륙하중 해석에는 상용 소프트웨어인 VI-Aircraft 를 사용하였다.⁽¹²⁾

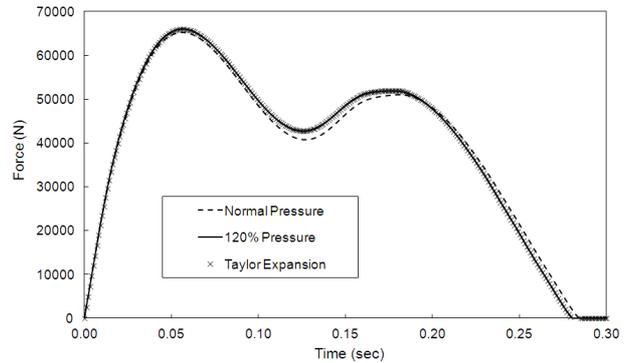


Fig. 5 1st order approximation for gas pressure variation

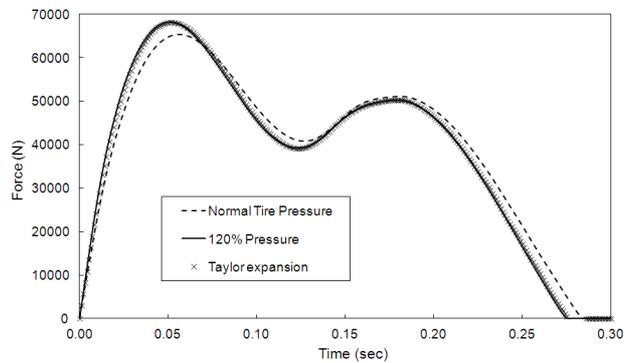


Fig. 6 1st order approximation for tire pressure variation

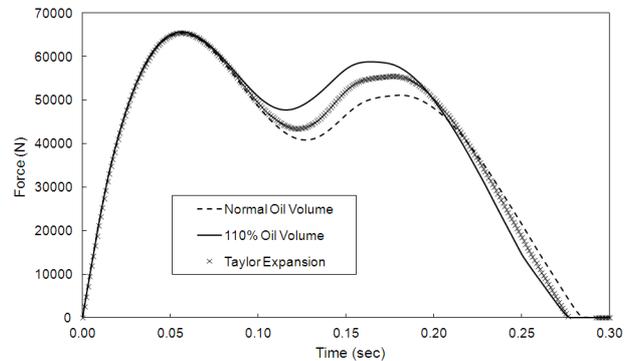


Fig. 7 1st order approximation for oil volume variation

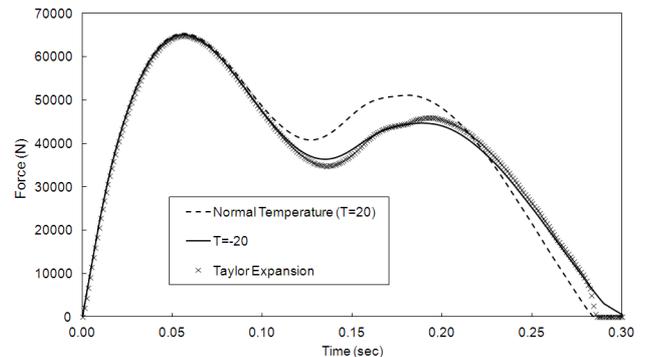


Fig. 8 1st order approximation for temperature variation

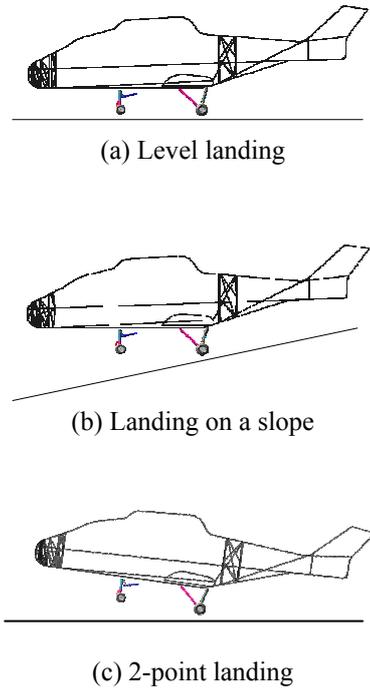


Fig. 9 Landing conditions with various aircraft attitude

Fig. 10 – Fig. 12 는 각 방법에 의해 구한 지면반력을 나타낸 것이다. 모든 착륙조건에서 불확실성을 고려할 때 Peak load 가 증가하였는데, Convex modeling 에 의한 결과가 그 폭이 가장 큰 것을 알 수 있다. Fig. 13 은 Level landing 조건에 대해 Load-stroke curve 를 비교한 것이다. 곡선 아래의 면적이 총 흡수된 에너지이므로, 불확실성을 고려할 경우 에너지 총량이 예상보다 증가할 수 있음을 보여 준다. 이는 불확실성을 고려하지 않을 경우, 설계자가 안전하리라고 판단한 착륙조건에서 착륙장치가 파손될 수도 있음을 의미한다.

특히 초기 설계 단계에서는 설계변경이 빈번하기 때문에, 설계 변수의 불확실성에 의한 영향을 간단히 예측할 수 있는 방법이 요구된다. Monte Carlo simulation 이나 확률론적 기법이 가지는 계산상의 부하를 고려할 때, Convex modeling 이나 Interval analysis 는 불확실성을 고려할 수 있는 효율적인 도구라 할 수 있다.

Fig. 14 는 불확실성의 정도를 달리하며, Convex modeling 과 Interval analysis 에 의한 결과를 비교한 것이다. Convex modeling 의 경우 편차가 커질수록 다소 비현실적인 해가 계산되는데, 이는 목적함수의 선형화에 따른 오차로 판단된다. Interval analysis 의 경우, Deterministic method 와 Convex modeling 의 중간값에 해당하는 결과를 얻는다.

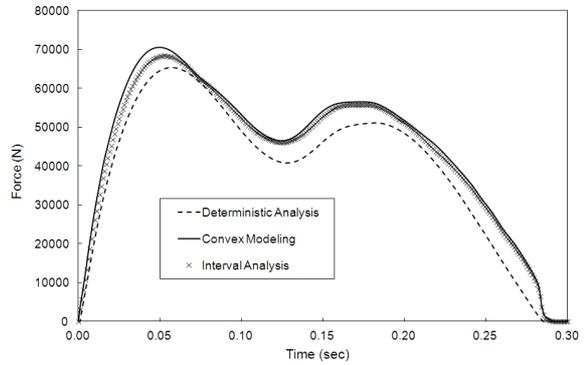


Fig. 10 Comparison of reaction – level landing

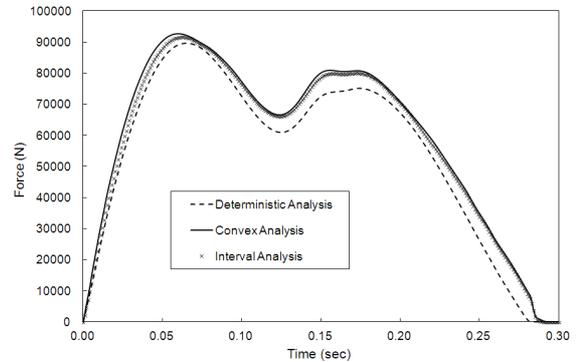


Fig. 11 Comparison of reaction – slope landing

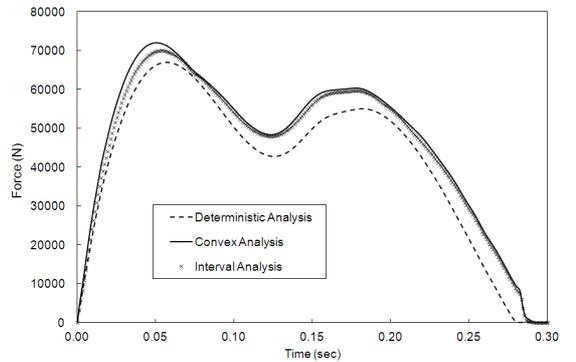


Fig. 12 Comparison of reaction – 2-point landing

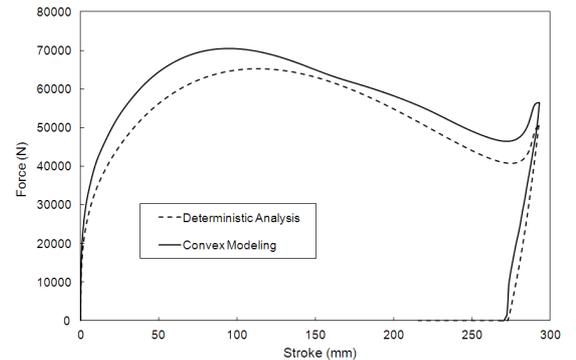


Fig. 13 Comparison of load-stroke curve

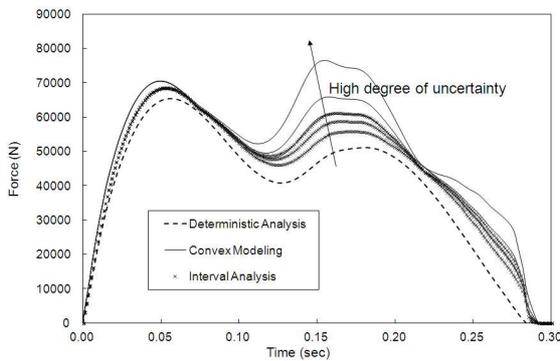


Fig. 14 Reactions for varying degree of uncertainty

3. 결론

본 연구에서는 운용 파라미터의 불확실성을 고려하여 착륙장치의 동적 거동을 해석하였다. 이를 위해 Convex modeling 과 Interval analysis 를 적용하였다. 두 방법에 의한 해석 결과 작용하중이 증가하였으며, 이러한 사실은 시스템의 안전성과 신뢰성을 위해서는 불확실성의 고려가 필요함을 보여 준다.

참고문헌

- (1) Wall, F. J. and Bucher, C. G., 1987, "Sensitivity of Expected Exceedance Rate of SDOF-System Response to Statistical Uncertainties of Loading and System Parameters," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 2, pp. 138~146.
- (2) Ben-Haim, Y. and Elishakoff, I., 1990, *Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics*, Elsevier, Amsterdam.
- (3) Elishakoff, I. and Colombi, P., 1993, "Combination

- of Probabilistic and Convex Models of Uncertainty When Scarce Knowledge Is Present on Acoustic Excitation Parameters," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 104, pp. 187~209.
- (4) Elishakoff, I., Haftka, R. T. and Fang, J., 1994, "Structural Design Under Bounded Uncertainty – Optimization with Anti-optimization," *Computers and Structures*, Vol. 53, pp. 1401~1405.
- (5) Kim, T. U. and Sin, H. C., 2001, "Optimal Design of Composite Laminated Plates with the Discreteness in Ply Angles and Uncertainty in Material Properties Considered," *Computers and Structures*, Vol. 79, pp. 2501~2509.
- (6) Qiu, Z., 2005, "Convex Models and Interval Analysis Method to Predict the Effect of Uncertain-but-bounded Parameters on the Buckling of Composite Structures," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, pp. 2175~2189.
- (7) Qiu, Z. and Elishakoff, I., 2001, "Anti-Optimization Technique – A Generalization of Interval Analysis for Nonprobabilistic Treatment of Uncertainty," *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 12, pp. 1747~1759.
- (8) McWilliam, S., 2001, "Anti-Optimisation of Uncertain Structures Using Interval Analysis," *Computers and Structures*, Vol. 79, pp. 421~430.
- (9) Penmetsa, R. C. and Grandhi, R. V., 2002, "Efficient Estimation of Structural Reliability for Problems with Uncertain Intervals," *Computers and Structures*, Vol. 80, pp. 1103~1112.
- (10) Rao, S. S. and Berke, L., 1997, "Analysis of Uncertain Structural Systems Using Interval Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 35, pp. 727~735.
- (11) Currey, N. S., 1988, *Aircraft Landing Gear Design: Principles and Practices*, AIAA, Washington, D.C.
- (12) <http://www.vi-grade.com>.