

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 41(6), 448-457(2013)

DOI:<http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2013.41.6.448>

슬라이딩 모드 제어기법을 이용한 유연날개의 플러터 억제

이상욱*, 석진영**

Flutter Suppression of a Flexible Wing
using Sliding Mode Control

Sang-Wook Lee* and Jinyoung Suk**

Korea Aerospace Research Institute*,

Department of Aerospace Engineering, Chungnam National University **

ABSTRACT

This paper presents the design of an active flutter suppression system for flexible wing using sliding mode control method. The aerodynamic force generated by the motion of a flexible wing control surface is utilized as control force. For this purpose, aeroservoelastic model is formulated by blending aeroelastic model, control surface actuator model, and gust model. A sliding mode controller is designed for active flutter suppression on the aeroservoelastic model in conjunction with Kalman filter that estimates the system states based on the measured output. The performance of the designed controller is demonstrated via numerical simulation for the representative flexible wing model.

초 록

본 논문에서는 항공기 유연날개의 플러터 억제를 위한 능동 제어시스템을 슬라이딩 모드 제어기법을 이용해 설계하였다. 제어력으로는 유연날개 뒷전 조종면 움직임으로 발생하는 공기력을 이용하였으며, 이를 위해 공탄성 모델, 조종면 작동기 모델, 돌풍 모델로 구성되는 서보 공탄성 모델링을 수행하였다. 플러터 억제를 위한 조종면 제어시스템은 슬라이딩 모드 제어기와 추정값을 이용해 상태 변수를 추정하는 칼만 필터를 조합해 구성하였으며, 수치 시뮬레이션을 통해 유연날개 모델에 대한 플러터 억제 효과를 확인하였다.

Key Words : Flutter Suppression(플러터 억제), Flexible Wing(유연 날개), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어), Aeroservoelastic Model(서보공탄성 모델), Kalman Filter(칼만 필터)

1. 서 론

최근 높은 고도에서 장시간 채공하면서 감시 및 정찰 임무를 수행할 수 있는 중/고고도 장기 채공형 무인기 개발이 활발히 진행되고 있다[1].

이러한 비행체는 장기채공을 위해 높은 양항비를 가지도록 가로세로비(Aspect Ratio)가 큰 날개를 사용하고, 기체구조 설계 시 기존 항공기보다 경량화 요구조건이 훨씬 가혹하다. 이에 따라 날개 구조물이 더욱 유연해져서 비행 중 외부 교란

† Received: February 13, 2013 Accepted: May 24, 2013

** Corresponding author, E-mail : jsuk@cnu.ac.kr

<http://journal.ksas.or.kr/>

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

에 민감하게 반응하고, 플러터 등 공탄성 안정성이 취약해지게 된다. 비행 중인 항공기에 돌풍 등의 외란이 작용하여 구조물에 진동이 발생하면, 기체에 부가적인 하중을 가하여 피로수명 단축 등의 부정적인 영향을 끼치게 되며, 특히 플러터와 같은 동적 공탄성 불안정 현상이 발생하면 비행 중 구조물 파손까지도 발생할 수 있다. 기존에는 비행 영역 내에서 플러터를 방지하기 위해서 구조물 보강, 형상 변경, 질량 밸런싱(Mass Balancing) 과 같은 수동적인 방법을 사용하였으나, 이 경우 기체 중량이 증가하거나 성능이 저하되는 단점이 있다. 이에 따라 항공 분야에서는 에일러론과 같은 조종면이나 압전 재료 등을 이용해 유연 날개의 동적 응답을 저감시키고, 플러터를 억제하는 능동 제어에 대한 연구가 지속적으로 수행되고 있다[2-7].

슬라이딩 모드 제어기법은 시스템 매개변수의 불확실성과 외란에 대해 매우 강인한 특성을 갖는 제어기법이다[8]. 이에 따라 우주 환경에서 발생할 수 있는 외란의 영향 및 우주비행체 시스템 매개변수의 불확실성에도 불구하고, 정해진 임무를 수행해야 하는 우주비행체의 자세 및 진동 제어 분야에 많이 활용되었다[9-10]. 슬라이딩 모드 제어기법을 이용한 능동 공탄성 제어 분야 연구는 2차원 날개(에어포일)를 대상으로 한 것이 대부분으로, 탄성축에서 수직 방향 변위(plunge)와 회전(pitching) 자유도를 갖는 2차원 날개의 공탄성 응답을 앞전과 뒷전 조종면을 동시에 사용하여 제어하거나[11-12], 뒷전 조종면만을 이용해 제어하는 연구[13-14]가 수행되었다. 슬라이딩 모드 제어기법을 이용해 3차원 유연날개에 대한 능동 공탄성 제어 연구를 수행한 경우는 많지 않은데, 최근에 유연날개를 복합재 박막 보로 모델링하고 날개 외피의 압전 재료로 제어력을 발생시켜 공탄성 동적 응답을 저감하는 연구[15]가 수행되었다.

슬라이딩 모드 제어기법을 적용한 기존의 연구들이 대부분 2차원 날개를 대상으로 수행되었던데 비해, 본 연구에서는 항공기 구조 개념을 모사한 3차원 유연날개에 대한 서보공탄성 모델링을 수행하고 이에 대해 조종면을 이용한 플러터 억제 슬라이딩 모드 제어기를 설계하여, 실제 항공기 유연날개에도 활용할 수 있도록 하였다. 본 논문에서는 유연날개의 플러터 억제를 위한 능동 제어시스템을 슬라이딩 모드 제어기법을 이용해 설계하였다. 제어력으로는 유연날개 뒷전 조종면의 변위에 의해 발생하는 공기력을 이용하였으며, 이를 위해 공탄성 모델, 조종면 작동기 모델, 돌풍 모델로 구성되는 서보 공탄성 모델링을 수행하였다. 플러터 억제를 위한 조종면 제어

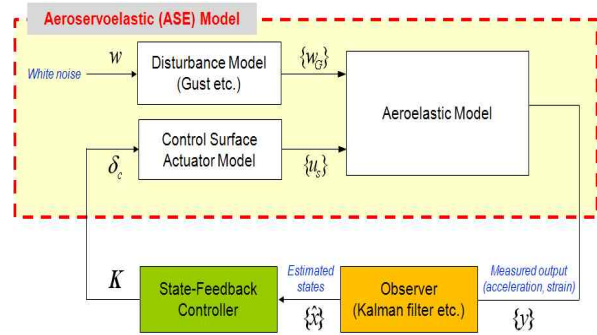


Fig. 1. Schematic of Active Control System for Flexible Wing Flutter Suppression

시스템은 슬라이딩 모드 제어기와 추정값으로부터 상태 변수를 추정하는 칼만 필터를 조합해 구성하였으며, 수치 시뮬레이션을 통해 유연날개 모델에 대한 플러터 억제 효과를 확인하였다.

II. 서보 공탄성 모델링

유연날개 서보공탄성(Aeroservoelastic : ASE) 모델은 공탄성 모델, 조종면 작동기 모델, 돌풍 모델로 구성되며, 플러터 억제 또는 동적 응답 제어를 위해서는 유연날개에서 측정된 신호(가속도, 변형률 등)를 이용하여 피드백 제어를 한다. Fig. 1은 유연날개 플러터 억제 및 동적 응답 제어를 위한 서보공탄성 모델을 나타낸 것으로, 다양한 제어 설계, 해석 및 시뮬레이션 기법들을 제어기 설계에 활용하기 위해서 모든 방정식은 상태 공간 형태로 표현해야 한다. Fig. 1에서 서보공탄성 모델을 구성하는 각각의 모델에 대해 본 장에서 기술하고, 제어기와 상태추정기 등 제어시스템 관련 내용은 다음 장에서 기술하였다.

2.1 공탄성 모델

항공기 비행 중 작용하는 돌풍을 고려한 공탄성 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & [M_s]\{\ddot{\xi}\} + [C_s]\{\dot{\xi}\} + [K_s]\{\xi\} \\
 & = q([Q_s(k)]\{\xi\} + [Q_c(k)]\delta + [Q_G(k)]\frac{w_g}{V})
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

식 (1)에서 $[M_s]$, $[C_s]$, $[K_s]$ 는 각각 일반화된 질량, 감쇠 및 강성 행렬을 나타낸다. $[Q_s]$, $[Q_c]$, $[Q_G]$ 는 각각 구조물 진동모드, 조종면 단위 회전변위 및 돌풍과 관련된 일반화된 비정상 공기력 행렬을 나타내며, 마하수와 무차원 진동수(k)의 함수이다. 또한, $\{\xi\}$, δ , w_g , V , q 는 각각 일반화된 좌표, 조종면 회전 변위, 돌풍 속도, 항공기 비행속도

및 동압을 나타낸다.

식 (1)과 같은 공탄성 지배방정식을 상태 공간 형태로 표현하기 위해서는 주파수 영역에서 지정된 마하수, 무차원 진동수 조합에서 미리 계산된 일반화된 공기력 행렬들을 라플라스 영역에서 근사화하는 과정이 필요하다. 이러한 근사화 방법에는 크게 최소 자승법, Pade 근사화 방법, 최소 상태 근사법(minimum state approximation) 등이 있는데, 본 연구에서는 Karpel 등이 제시한 최소 상태 근사법을 사용하였다[16-18]. 이를 적용하면 식 (1)과 같은 공탄성 지배방정식을 다음과 같이 상태 공간 형태로 표현할 수 있다.

$$\dot{\{x_s\}} = [A_s]\{x_s\} + [B_s]\{u_s\} + [B_G]\{w_G\} \quad (2)$$

여기서 $\{x_s\} = \{\xi, \dot{\xi}, x_a\}^T$, $\{u_s\} = \{\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}\}^T$, $\{w_G\} = \{w_g, \dot{w}_g\}^T$ 이고, x_a 는 공기력 근사화 과정에서 발생하는 공기력 상태변수를 나타낸다. 또한, $[A_s], [B_s], [B_G]$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$[A_s] = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -[\bar{M}_s]^{-1}[\bar{K}_s] - [\bar{M}_s]^{-1}[\bar{C}_s] & q[\bar{M}_s]^{-1}[D] & \\ 0 & [E_s] & \frac{V}{b}[R] \end{bmatrix}$$

$$[B_s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ q[\bar{M}_s]^{-1}[A_{c_0}] & \frac{\phi}{V}[\bar{M}_s]^{-1}[A_{c_1}] & \frac{\phi^2}{V^2}[\bar{M}_s]^{-1}[A_{c_2}] \\ 0 & [E_c] & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[B_G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{q}{V}[\bar{M}_s]^{-1}[A_{G_0}] & \frac{\phi}{V^2}[\bar{M}_s]^{-1}[A_{G_1}] \\ 0 & [E_G]/V \end{bmatrix}$$

식 (3)에서 $[\bar{M}_s], [\bar{C}_s], [\bar{K}_s]$ 는 다음과 같이 정의한 행렬들이다.

$$[\bar{M}_s] = [M_s] - q \frac{b^2}{V^2} [A_{s_2}]$$

$$[\bar{C}_s] = [C_s] - q \frac{b}{V} [A_{s_1}] \quad (4)$$

$$[\bar{K}_s] = [K_s] - q [A_{s_0}]$$

식 (3), (4)에서 b 는 기준 반시위 길이를 나타내며, $[A_s], [A_c], [A_G], [D], [E_s], [E_c], [E_G], [R]$ 은 주파수 영역에서 정의된 일반화된 비정상 공기력 행렬들($[Q_s], [Q_c], [Q_G]$)을 최소 상태 근사법을 이용해 라플라스 영역으로 근사화하는 행렬들이다.

2.2 조종면 작동기 모델

조종면이 있는 유연날개 서보공탄성 모델에서 제어력을 발생시키는 역할을 하는 조종면 작동기는 다음과 같이 3차 전달함수로 표현할 수 있다.

$$\frac{\delta}{\delta_c} = \frac{a_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (5)$$

여기서, δ_c, δ 는 각각 조종면 제어 입력과 그에 따른 회전 변위를 나타낸다. 식 (5)를 상태 공간 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\{x_c\}} = [A_c]\{x_c\} + \{B_c\}\delta_c \quad (6)$$

식 (6)에서 $\{x_c\} = \{\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}\}^T$ 이며, $[A_c], \{B_c\}$ 는 다음과 같다.

$$[A_c] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad \{B_c\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.3 돌풍 모델

비행 중 항공기에 외란으로 작용하는 돌풍은 PSD(Power Spectral Density) 함수 형태로 정의되는데, 많이 사용되는 Dryden 돌풍 모델은 다음과 같다[19].

$$\Phi_{w_g}(\omega) = \sigma_{w_g}^2 \frac{\tau_g}{\pi} \frac{1 + 3(\tau_g \omega)^2}{[1 + (\tau_g \omega)^2]^2} \quad (8)$$

식 (8)에서, σ_{w_g} 는 돌풍 속도의 RMS 값이고, $\tau_g = L/V$ 이며, L 은 돌풍의 크기(scale of turbulence)를 나타낸다. 식 (8)의 PSD 함수는 동적 응답해석과 제어기 설계를 위해 백색 잡음과 돌풍 속도 간의 전달함수 형태로 표현할 수 있고, 이를 다시 상태 공간 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\{x_g\}} = [A_g]\{x_g\} + \{B_g\}w \quad (9)$$

$$\{y_g\} = \{C_g\}\{x_g\}$$

여기서 $\{y_g\}$ 는 $\{w_g, \dot{w}_g\}^T$ 이고, w 는 백색잡음을 나타낸다. 또한, $[A_g], \{B_g\}, [C_g]$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$[A_g] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\tau_g^{-2} - 2\tau_g^{-1} & a & \\ 0 & 0 & -a \end{bmatrix}, \quad \{B_g\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_{w_g} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[C_g] = \begin{bmatrix} \tau_g^{-3/2} & \sqrt{3}\tau_g^{-1/2} & 0 \\ -\sqrt{3}\tau_g^{-5/2} & (1-2\sqrt{3})\tau_g^{-3/2} & \sqrt{3}a\tau_g^{-1/2} \end{bmatrix}$$

2.4 서보공탄성 모델

앞에서 유도한 공탄성 모델, 조종면 작동기 모델, 돌풍 모델을 이용해 서보공탄성 모델을 구성하기 위해 Augmented 상태 벡터 $\{x\}$ 를 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} \{x\} &= \{\xi, \dot{\xi}, x_a, x_c, x_g\}^T \\ &= \{x_s : x_c : x_g\}^T \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 x_s, x_c, x_g 는 각각 구조물 진동모드, 조종면 제어 입력 및 돌풍과 연관된 상태변수 벡터이다. 식 (2), (6), (9), (11)과 $\{y_g\} = \{w_G\} = \{w_g, \dot{w}_g\}^T$, $\{u_s\} = \{x_c\} = \{\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}\}^T$ 의 관계를 이용하면, 서보공탄성 지배방정식을 다음과 같이 상태 공간 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\{x\}} &= [A]\{x\} + [B]\delta_c + [D]w \\ \{y\} &= [C]\{x\} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 $\{y\}$ 는 가속도, 변형률과 같은 유연날개 측정 응답을 나타내며, 제어기 설계 시 활용된다. 또한, $[A], [B], [D]$ 는 식 (2), (6), (9)의 행렬들로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} [A] &= \begin{bmatrix} [A_s] & [B_s] & [B_G][C_g] \\ 0 & [A_c] & 0 \\ 0 & 0 & [A_g] \end{bmatrix} \\ [B] &= \begin{Bmatrix} 0 \\ [B_c] \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad [D] = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ [B_g] \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

III. 제어시스템 설계

3.1 슬라이딩 모드 제어기

슬라이딩 모드 제어기법을 이용한 제어기 설계 과정은 바람직한 슬라이딩 모드 특성을 갖도록 슬라이딩 평면을 설계하는 단계와 슬라이딩 평면에 유한 시간에 도달해서 슬라이딩 모드를 계속 유지할 수 있도록 하는 제어법칙을 도출하는 단계로 크게 구분할 수 있다.

3.1.1 슬라이딩 평면 설계

유연날개 플러터 억제를 위한 서보공탄성 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\{x\}} = [A]\{x\} + [B]\{u\} \quad (14)$$

슬라이딩 평면을 설계하기 위해서는 식 (15)와 같은 선형 변환을 통해 식 (14)를 정칙 형식(Regular Form)으로 변환해야 한다.

$$\{z\} = [T_r]\{x\} = \{z_1, z_2\}^T \quad (15)$$

여기서, $[T_r]$ 은 $[B]$ 행렬을 QR 인수분해한 뒤에 행의 재정렬(Row Reordering) 과정을 통해 구할 수 있는 직교 행렬로, $[T_r][B] = [0 \ B_2]^T$ 가 되는 특성을 가지고 있다. 식 (15)를 이용해 식 (14)를 변환하면 다음과 같이 정칙 형식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{\{z\}} = \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \{u\} \quad (16)$$

슬라이딩 평면을 정의하는 스위칭 함수 $\{\sigma\}$ 도 식 (15)를 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &\equiv [S]\{x\} \\ &\equiv [S_1 \ S_2]\{z\} = [S_1 \ S_2][T_r]\{x\} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)에서 $[S]$ 행렬이 스위칭 함수와 슬라이딩 평면을 정의하는데, 본 연구에서는 $[S_1] = [S_2][M_m]$ 으로 놓고, $[M_m]$ 행렬은 시스템이 슬라이딩 평면에 도달하여 슬라이딩 모드에 따라 거동을 할 때 식 (18)과 같은 성능지수가 최소화되도록 결정하였다. $[M_m]$ 행렬은 고유값 지정(Eigenstructure Assignment) 기법 등을 이용해 결정할 수도 있다. $[S_2]$ 행렬은 $[S_2][B_2] = [A]$ 가 되도록 결정하였는데, 여기서 $[A]$ 는 대각 행렬로서 설계 변수이다.

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} \{x\}^T [Q] \{x\} dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} \{z\}^T [\bar{Q}] \{z\} dt \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에서 $[Q]$ 는 양의 정부호(Positive Definite) 대칭 행렬로 설계 변수이며, 식 (15)를 이용하면 $[\bar{Q}]$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[\bar{Q}] = [T_r][Q][T_r]^T = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

식 (18), (19)와 $[\bar{Q}_{21}] = [\bar{Q}_{12}]^T$ 를 이용하면, 성능지수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} [\{z_1\}^T [\bar{Q}^*] \{z_1\} + \{v\}^T [\bar{Q}_{22}] \{v\}] dt \quad (20)$$

식 (20)에서 $[\bar{Q}^*]$ 과 $\{v\}$ 는 다음과 같다.

$$[\bar{Q}^*] = [\bar{Q}_{11}] - [\bar{Q}_{12}][\bar{Q}_{22}]^{-1}[\bar{Q}_{21}] \quad (21)$$

$$\{v\} = \{z_2\} + [\bar{Q}_{22}]^{-1}[\bar{Q}_{21}]\{z_1\}$$

식 (21)의 아래 식을 이용하여, 식 (16)의 윗 식을 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{\dot{z}_1\} = [\bar{A}]\{z_1\} + [A_{12}]\{v\} \quad (22)$$

식 (22)에서 $[\bar{A}] = [A_{11}] - [A_{12}][\bar{Q}_{22}]^{-1}[\bar{Q}_{21}]$ 이다. 식 (20)과 (22)를 잘 살펴보면, $\{z_1\}$ 을 상태변수, $\{v\}$ 를 제어 변수로 하는 LQR 제어문제와 동일함을 알 수 있다. 따라서, 성능지수 J 를 최소화하는 $\{v\}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{v\} = -[\bar{Q}_{22}]^{-1}[A_{12}]^T[P^*]\{z_1\} \quad (23)$$

여기서, $[P^*]$ 는 다음의 대수 리카티(Riccati) 방정식의 양의 한정 해이다.

$$\begin{aligned} &[\bar{A}]^T[P^*] + [P^*][\bar{A}] + [\bar{Q}^*] \\ &- [P^*][A_{12}][\bar{Q}_{22}]^{-1}[A_{12}]^T[P^*] = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

식 (21)의 아래 식과 식 (23)을 이용하면, 성능지수 J 를 최소화하는 $\{z_2\}$ 를 $\{z_1\}$ 의 함수 형태로 표현할 수 있다. 또한, 슬라이딩 모드 상태에서는 스위칭 함수가 0이 된다는 점을 생각하면, 슬라이딩 모드 상태에서 $\{z_2\}$ 과 $\{z_1\}$ 의 관계식을 $[M_m]$ 을 이용해 표현할 수 있다. 이 두 가지 관계식을 종합하면, 시스템이 슬라이딩 모드에 따라 거동을 할 때 식 (18)의 성능지수 J 를 최소화하는 $[M_m]$ 행렬을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$[M_m] = [\bar{Q}_{22}]^{-1}([A_{12}]^T[P^*] + [\bar{Q}_{21}]) \quad (25)$$

3.1.2 제어법칙 설계

슬라이딩 평면에 유한 시간에 도달해서 슬라이딩 모드를 유지할 수 있게 하는 제어법칙을 설계하기 위해, 다음과 같은 변환을 고려한다.

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ \sigma \end{Bmatrix} = [T_1] \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$[T_1] = \begin{bmatrix} I & 0 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

식 (26), (27)을 식 (16)에 적용해 정리하면, 변환된 지배방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12}S_2^{-1} \\ S_2\hat{A}_{21} & S_2\hat{A}_{22}S_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ \sigma \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ A \end{bmatrix} \{u\} \quad (28)$$

식 (28)에서, $[\hat{A}_{11}] = [A_{11}] - [A_{12}][M_m]$, $[\hat{A}_{12}] = [A_{12}]$, $[\hat{A}_{21}] = [M_m][A_{11}] + [A_{21}] - [A_{22}][M_m] - [M_m][A_{12}][M_m]$, $[\hat{A}_{22}] = [M_m][A_{12}] + [A_{22}]$ 이다. 이제, 식 (28)을 이용하면 원하는 제어법칙을 $\{u\} = \{u_l\} + \{u_{nl}\}$ 형태로 구할 수 있으며, 제어법칙을 구성하는 $\{u_l\}$ 과 $\{u_{nl}\}$ 은 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{u_l\} = -[A]^{-1}([S_2][\hat{A}_{21}]\{z_1\} + ([S_2][\hat{A}_{22}][S_2]^{-1} - [\Phi^*])\{\sigma\}) \quad (29)$$

$$\{u_{nl}\} = -\eta_u [A]^{-1} \frac{[\bar{F}]\{\sigma\}}{\|[\bar{F}]\{\sigma\}\|} \quad (30)$$

식 (29), (30)에서 $[\Phi^*]$ 는 임의의 안정한 행렬, η_u 는 양의 스칼라 함수로 설계 변수이며, $[\bar{F}]$ 는 다음 Lyapunov 방정식의 양의 한정 해이다.

$$[\bar{F}][\Phi^*] + [\Phi^*]^T[\bar{F}] = -[I] \quad (31)$$

식 (29), (30)을 식 (15), (26)을 이용해 서보공탄성 지배방정식의 본래 상태변수 $\{x\}$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{u_l\} &= -[A]^{-1}([S_2][\hat{A}_{21}] [S_2][\hat{A}_{22}][S_2]^{-1} - [\Phi^*]) \\ & [T_1][T_r]\{x\} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\{u_{nl}\} = -\eta_u [A]^{-1} \frac{[Y]\{x\}}{\|[Y]\{x\}\|} \quad (33)$$

식 (33)에서 $[Y] = [0] [\bar{F}][T_1][T_r]$ 이다. 식 (32), (33)의 제어법칙을 적용하면, 시스템 모델의 불확실성이나 외란이 있어도 유한시간에 슬라이딩 평면에 도달 가능하고, 도달 후에는 불확실성의 영향에 강인한 슬라이딩 모드가 발생하게 된다. 슬라이딩 모드 제어기는 슬라이딩 평면 근처에서 채터링(Chattering) 현상이 발생할 수 있으므로, 이를 해소하기 위해 식 (33)을 다음과 같이 변경하여 사용하였다.

$$\{u_{nl}\} = -\eta_u [A]^{-1} \frac{[Y]\{x\}}{\|[Y]\{x\}\| + \delta} \quad (34)$$

식 (34)에서 δ 는 작은 값을 갖는 양의 스칼라로 채터링 현상을 방지하면서 제어기 성능은 이상적인 슬라이딩 모드 제어기와 유사하게 될 수 있도록 설계 과정에서 결정한다.

3.2 상태 추정기

서보공탄성 시스템의 상태 변수 가운데 공기력 근사화에 사용된 상태변수 등 일부는 측정 가능하지 않으므로, 실제 시스템에서는 3.1절에서 구성한 Full-state 피드백 제어기를 바로 사용할 수 없고, 피드백 되는 상태를 추정하기 위한 추정기가 필요하다. 본 연구에서는 다음과 같이 정의되는 칼만 필터를 상태 추정기로 사용하였다.

$$\begin{aligned} \{\hat{x}\} &= [A]\{\hat{x}\} + [B]\{u\} \\ &+ [L](\{y\} - [C]\{\hat{x}\}) \end{aligned} \quad (35)$$

식 (35)에서 $\{\hat{x}\}$ 는 상태 변수 추정 벡터를 나타내고, $[L]$ 은 칼만 필터 게인 행렬로 다음과 같이 계산된다.

$$[L] = [P_e][C]^T[\theta]^{-1} \quad (36)$$

식 (36)에서 $[P_e]$ 는 다음과 같은 필터 대수 리카티 방정식의 양의 정부호 해이다.

$$\begin{aligned} [A][P_e] + [P_e][A]^T + [G][\varepsilon][G]^T \\ - [P_e][C]^T[\theta][C][P_e] = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

식 (37)에서 $[\varepsilon]$, $[\theta]$ 는 각각 시스템 잡음과 측정 잡음의 공분산(Covariance) 행렬이다.

IV. 해석 및 결과 분석

4.1 해석 모델 및 공탄성 해석

본 연구에서 제시한 서보공탄성 모델링 방법을 검증하기 위해 유연날개 모델에 대한 플러터 해석과 연속 돌풍 응답 해석을 서보공탄성 모델을 이용해 수행하고, 그 결과를 항공업체 및 연구기관에서 공탄성 해석용으로 널리 사용되고 있는 MSC/NASTRAN 해석결과와 비교하였다. 해석 모델로는 MSC/NASTRAN 공탄성 모듈의 예제에서 사용된 15°의 후퇴각을 갖는 단순화된 항공기 날개 [20] 등 세 가지 모델을 사용하였다. 해석에 사용된 세 가지 모델은 Fig. 2~4와 같이 날개 뿌리부가 고정된 단순화된 날개로, Fig. 2~4에서 좌측은 구조 유한요소 모델, 우측은 공기력 모델을 나타낸다.

Figure 2의 Model 1 구조 모델은 15°의 후퇴각을 갖는 균일한 두께의 알루미늄 평판으로 상세한 정보는 참고문헌[20]의 예제 HA145E에 기술되어 있다. 서보 공탄성 모델링을 위해 고유 진동모드 4개에 대해 마하수 0.45에서 6개의 무차원 진동수

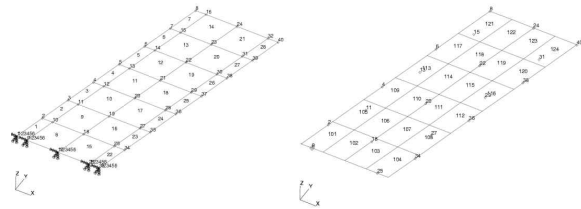


Fig. 2. Simple Plate Wing (Model 1)

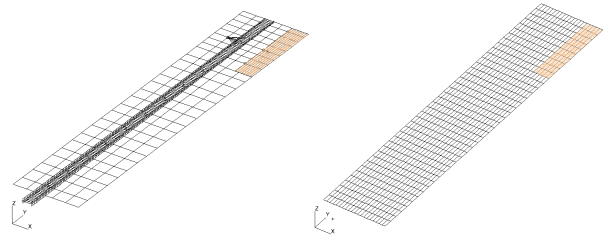


Fig. 3. Flexible One-Spar Wing (Model 2)

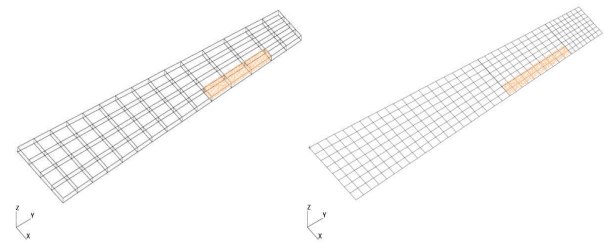


Fig. 4. Flexible Composite Box Wing (Model 3)

조건($k=0.001, 0.1, 0.12, 0.14, 0.16, 0.20$)에서 일반화된 공기력 계산을 수행하였다. Fig. 3의 Model 2 구조 모델은 I형 단면의 복합재 보를 주 구조부재로 하는 유연날개로서, 모달시험을 통해 측정된 1~3차 수직 굽힘 모드를 모사할 수 있도록 유한요소 모델을 구성하였다. 돌풍 응답은 10Hz 이하 주파수의 진동모드가 주요 영향을 끼치므로, 서보공탄성 모델은 1차 수직 굽힘 모드만을 고려하여 구성하였다. 이때, 일반화된 공기력 계산은 마하수 0.01에서 21개의 무차원 진동수 조건($k=0.001, \sim 1.5$)에서 수행하였으며, 공기력 근사화를 위한 공기력 상태변수는 5개를 사용하였다. 유연날개 플러터 억제 효과를 확인하기 위한 모델로는 날개 뒷전에 조종면(에일러론)이 있는 Fig. 4의 Model 3을 사용하였다. 서보공탄성 모델링 시 고유 진동모드는 3개, 공기력 근사화를 위한 공기력 상태변수는 9개를 사용하였으며, 보다 상세한 정보는 참고문헌 [18]에 기술되어 있다.

Table 1~3은 세 가지 모델에 대해 수행한 플러터 및 연속 돌풍응답(Continuous Random Gust) 해석 결과를 비교한 것인데, 두 가지 해석결과가 최대 1% 이내의 오차로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Table 2에서 변위와 변형률은 모두

Table 1. Comparison of Flutter Analysis Results (Model 1)

Flutter Speed (ft/s) / Frequency (Hz)		
NASTRAN	ASE Model	% Error
493.9 / 125.8	493.7 / 126.3	0.0 / 0.4
1732.2 / 509.2	1732.4 / 509.4	0.0 / 0.0

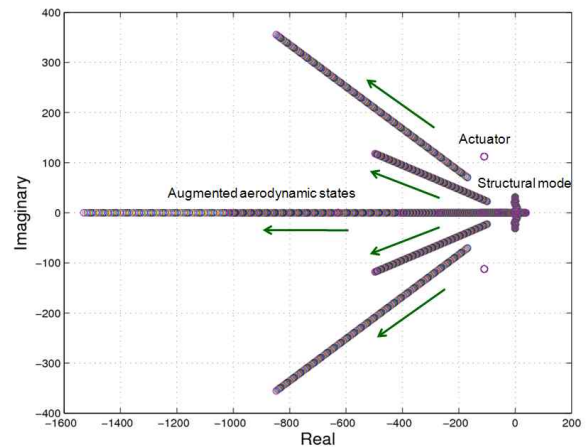
Table 2. Comparison of Continuous Random Gust Analysis Results (Model 2)

Response	NASTRAN	ASE Model	% Error
Displacement	10.1	10.1	0.1
Strain (ϵ_x)	4.07e-6	4.06e-6	-0.2
Strain (ϵ_y)	3.04e-5	3.03e-5	-0.3
Strain (γ_{xy})	7.79e-6	7.77e-6	-0.3

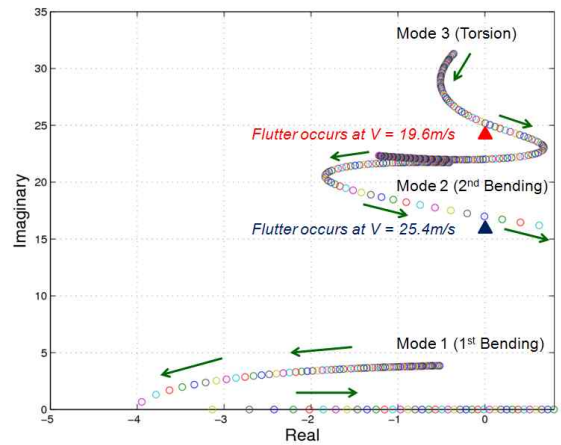
Table 3. Comparison of Flutter Analysis Results (Model 3)

Flutter Speed (m/s) / Frequency (Hz)		
NASTRAN	ASE Model	% Error
19.7 / 4.0	19.6 / 4.0	-0.5 / 0.0
25.4 / 2.7	25.4 / 2.7	0.0 / 0.0

RMS 값으로, 변위는 유연날개 끝단의 수직 방향 성분이고, 변형률은 날개 뿌리부분에서의 값이다. Table 1~3에서 "NASTRAN"으로 표시한 것은 MSC/NASTRAN의 플러터(SOL 145)와 동적 공탄성(SOL 146) 모듈을 이용해 계산한 결과이고, "ASE Model"로 표시한 것은 본 논문에서 기술한 방법에 따라 서보공탄성 모델을 구성 후 상태 공간에서 관련 해석을 수행한 결과이다. 서보공탄성 모델 구성에 필요한 기본 데이터(구조물 고유진동 모드, 주파수 영역에서 정의되는 일반화된 비정상 공기력 행렬)는 MSC/NASTRAN으로 계산 후 DMAP ALTER를 이용해 외부로 추출하여 서보공탄성 모델링에 사용하였다. NASTRAN 플러터 해석 시 PK 방법을 적용하였으며, 주파수 영역에서 정의되는 일반화된 비정상 공기력 행렬 계산에는 NASTRAN 공탄성 모듈의 DLM (Doublet Lattice Method)을 사용하였다.



(a) Root-Loci of Entire System



(b) Root-Loci of Structural Mode

Fig. 5. Root-Loci of Open Loop System

Figure 5는 비행속도가 10m/s에서 50m/s까지 증가할 때, Fig. 4에 나타난 Model 3 유연날개의 서보공탄성 개루프(open loop) 시스템 근 궤적을 나타낸 것이다. Fig. 5 (a)는 전체 모델의 근 궤적을 나타낸 것인데, 서보공탄성 모델링에 의해 구조 모드 이외에 공기력 근사 및 조종면 작동기로 인한 극점들이 추가되었음을 알 수 있다. 공기력 근사를 위한 상태변수는 9개가 사용되었으며, Fig. 5 (a)의 근 궤적을 보면 비행속도가 증가함에 따라 불안정해지는 공기력 상태변수는 없음을 알 수 있다. Fig. 5 (b)는 전체 모델의 근 궤적에서 구조 모드의 근 궤적 부분을 확대해서 표시한 것인데, 유연날개의 진동 모드들이 서로 상호작용을 일으켜 플러터가 발생함을 알 수 있다. Fig. 5 (b)를 살펴보면, 세 번째 진동모드는 속도가 증가함에 따라 감쇠 값이 감소하여 19.6m/s에서 최초로 플러터가 발생하고, 23m/s부터는 감쇠 값이 증가하여 26.5m/s 이상에서는 다

시 안정화되는 것을 알 수 있다. 즉, 세 번째 진동모드와 연관되어 19.6m/s에서 발생하는 플러터는 Hump 형태인 것을 알 수 있다. 두 번째 진동모드는 초반에는 감쇠 값이 증가하다가 23m/s 부근부터 경향이 반전되어 25.4m/s에서 플러터가 발생함을 알 수 있다. 마지막으로 첫 번째 진동모드는 30.2m/s 부근에서 다이버전스 형태의 불안정성을 나타내고 있음을 알 수 있다.

4.2 플러터 억제 제어 결과

유연날개 플러터 억제를 위한 제어기 성능을 평가하기 위해 제어를 하지 않는 경우(open loop)와 피드백 제어를 하는 경우(closed loop)에 대해 수치 해석을 수행하여 그 결과를 비교하였다. 제어를 하지 않는 경우 유연날개 모델의 플러터 속도는 약 20m/s 였으며, 이를 고려하여 플러터 억제를 위한 제어기도 해당 속도에서 설계하였다. 유연날개의 동적 응답 측정값으로는 실제 날개에서도 측정이 가능한 날개 끝단의 가속도와 뿌리부의 변형률을 사용하여 상태 변수 추정에 사용하였다.

서보공탄성 모델을 구성하는 공탄성 모델은 식 (1)에서 알 수 있듯이 비행 속도에 따라 달라지는데, 제어기 설계 관점에서 보면 이는 제어하려는 시스템이 비행 속도에 따라 변화하는 것과 같다. 하지만, 플러터 억제를 위한 제어시스템은 특정 비행 속도(제어기 설계 기준 속도)에서 설계 후 동일한 제어를 일정한 속도 범위에서 계속 사용해야 한다. 따라서, 본 논문에서는 유연날개 모델에 대한 플러터 억제 제어기 설계 기준 속도를 20m/s로 설정하여 제어를 설계하고, 이를 다양한 비행 속도 조건에 동일하게 적용하여 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 이를 통해 특정 속도(기준 모델)에서 설계된 슬라이딩 모드 제어기가 비행 속도에 따른 서보공탄성 모델(시스템) 변화에도 불구하고 원하는 제어 효과를 내고 있는지 확인하였다.

Figure 6~8은 각각 비행속도 25, 27, 29m/s에서 유연 날개의 초기 조건 응답(initial condition response)을 나타낸 것이다. Fig. 6~8에서 상단, 중앙, 하단의 그림은 각각 날개 끝단의 가속도 응답, 날개 뿌리부의 변형률 응답과 뒷전 조종면의 제어 입력을 나타낸다. 수치 시뮬레이션 시 초기 조건으로는 첫 번째 구조 진동모드에 해당하는 상태변수는 1, 나머지 상태변수들은 모두 0으로 놓고 해석을 수행하였다. 제어기를 작동하지 않은 경우, 20m/s 이상의 속도에서는 시스템이 불안정해져서 플러터가 발생하지만, 슬라이딩 모드 제어기와 칼만 필터 관측기를 결합한 제어기를 작동한 경우 29m/s에서도 응답이 안정적임을 알 수 있

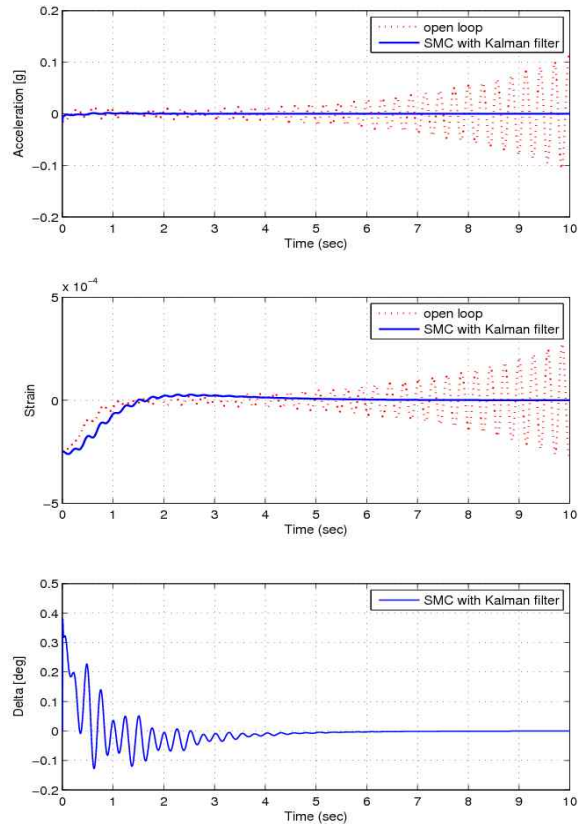


Fig. 6. Time Response of ASE Model (V=25m/s)

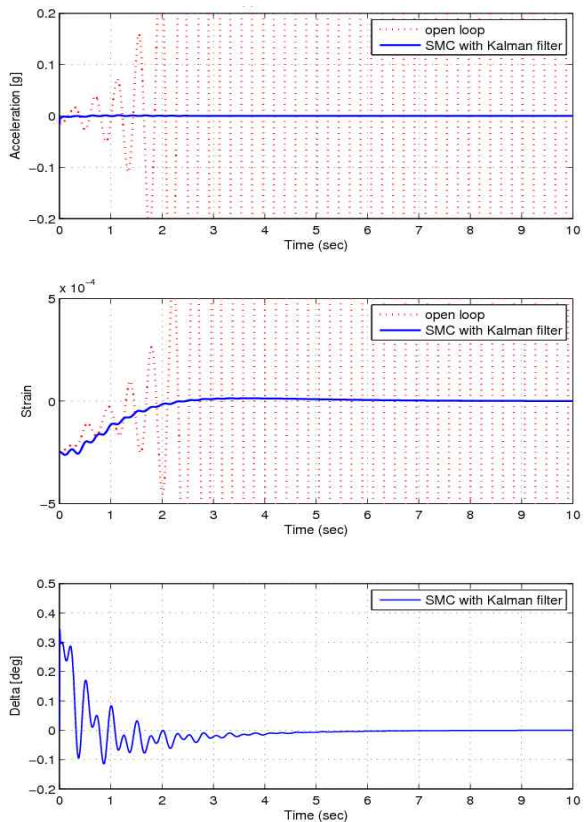


Fig. 7. Time Response of ASE Model (V=27m/s)

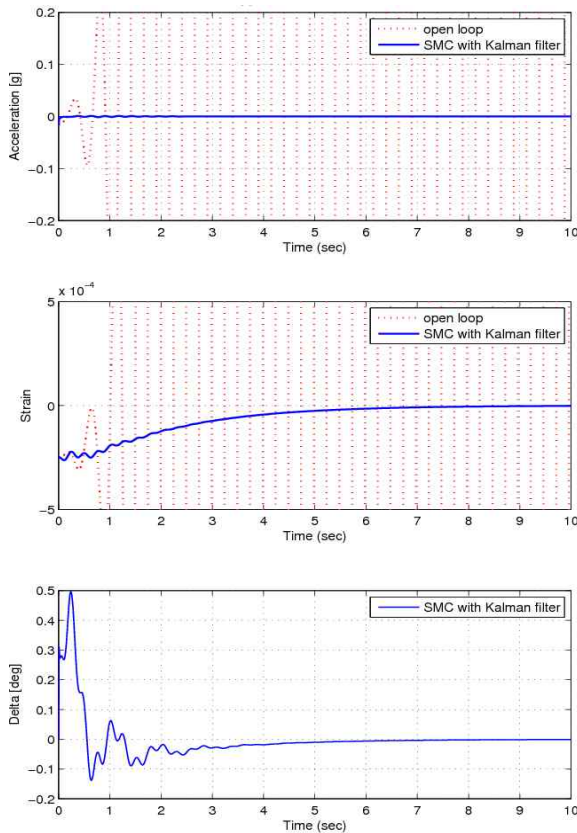


Fig. 8. Time Response of ASE Model (V=29m/s)

다. 제어기를 작동한 경우와 작동하지 않은 경우의 플러터 발생 속도는 각각 19.6, 29.5m/s로 해당 유연날개의 경우 제어기 작동 시 플러터 속도를 약 50% 정도 향상시킬 수 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

본 연구에서는 유연날개의 뒷전 조종면을 이용한 플러터 억제 시스템을 슬라이딩 모드 제어기법을 이용해 설계하였다. 이를 위해 조종면이 있는 유연날개 서보공탄성 모델을 정식화하고, 개루프 시스템에 대한 해석/분석을 통해 서보공탄성 모델링 방법을 검증하였다. 유연날개의 플러터 억제를 위한 조종면 제어기는 슬라이딩 모드 제어기와 칼만 필터를 조합해 구성하였다. 마지막으로 개루프 및 폐루프 서보공탄성 모델에 대한 수치 시뮬레이션을 통해 설계된 제어기의 플러터 억제 효과를 확인하였다. 수치 시뮬레이션 결과, 본 연구에서 고려한 유연날개의 경우 능동 제어를 통해 플러터 속도를 비약적으로 향상시킬 수 있음을 확인하였다. 2차원 날개를 대상으로 대부분 수행되었던 기존 연구에 비해, 본 연구에서는 일반적인 3차원 유연날개 모델에 대한 조종

면을 이용한 플러터 억제 슬라이딩 모드 제어기 설계 방법을 제시하여, 실제 항공기 유연날개에도 활용할 수 있도록 하였다. 본 연구의 결과를 활용한 능동 플러터 제어기법이 적용된다면 초경량 비행체 구조설계가 가능하여 장기체공형 무인 항공기 등 다방면에 응용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 산업통상자원부 차세대 중형항공기 핵심기술 개발사업 수행 결과의 일부이며, 지원에 감사드립니다.

References

- 1) Martinez, J. R., Flick, P., Perdsock, J., and Dale, G., "An Overview of SensorCraft Capabilities and Key Enabling Technologies", *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, AIAA-2008-7185, 2008
- 2) Mukhopadhyay, V., "Historical Perspective on Analysis and Control of Aeroelastic Responses", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.26, No.5, 2003, pp.673-684
- 3) Librescu, L., and Marzocca, P., "Advances in the linear/nonlinear control of aeroelastic structural systems", *Acta Mechanica*, Vol.178, 2005, pp.147-186
- 4) Penning, K. B., Zink, P. S., Wei, P., De La Garza, A. P., and Love, M. H., "GLA and Flutter Suppression for a SensorCraft Class Concept Using System Identification", *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, AIAA-2008-7188, 2008
- 5) Scott, R. C., Castelluccio, M. A., Coulson, D. A., and Heeg, J., "Aeroservoelastic Wind-Tunnel Test of a Free-Flying Joined-Wing SensorCraft Model for Gust Load Alleviation", *52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, AIAA-2011-1960, 2011
- 6) Bae, J., Kim, D., Yang, S., and Lee, I., "Flutter Suppression of Wing/Store Model", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol.12, No.7, 2002, pp.493-501
- 7) Bae, J., "Aeroelastic Characteristics and

Flutter Suppression Considering Structural Nonlinearity”, *Ph. D. Thesis*, KAIST, 2002

8) Edwards, C., and Spurgeon, S., *Sliding Mode Control : Theory and Applications*, Taylor and Francis, 1998

9) Kim, S., and Kim, Y., “Sliding Mode Tracking Control Law of Underactuated Axisymmetric Spacecraft”, *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.28, No.2, 2000, pp.118-129

10) Kim, J., Hong, C., Suk, J., and Bang H., “Robust Slewing Control of A Flexible Space Structure using Sliding Surface”, *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.31, No.2, 2003, pp.63-71

11) Degaki, T., and Suzuki, S., "Sliding Mode Control Application for Two-Dimensional Active Flutter Suppression", *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.43, No.142, 2001, pp.174-181

12) Chen, C., Chang, C., and Yau, H., "Design of Dynamic Sliding Mode Controller to Aeroelastic Systems", *Applied Mathematics & Information Sciences, An International Journal*, Vol.6, No.1, 2012, pp.89-98

13) Na, S., Marzocca, P., Librescu, L., Bong, K., Yoon, G., and Rubillo, C., "Sliding Mode Aeroelastic Control of Supersonic 2-D Flapped Lifting Surfaces", 48th *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials*

Conference, AIAA-2007-2349, 2007

14) Song, C., Wu, Z., and Yang, C., "Active Flutter Suppression of a Two-Dimensional Airfoil Based on Sliding Mode Control Method", *3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics (ISSCAA)*, 2010, pp.1146-1150

15) Na, S., Song, J., Choo, J., and Qin, Z., "Dynamic aeroelastic response and active control of composite thin-walled beam structures in compressible flow", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.330, No.21, 2011, pp.4998-5013

16) Hoadley, S. T. and Karpel, M., “Application of Aeroservoelastic Modeling Using Minimum-State Unsteady Aerodynamic Approximations”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.14, No.2, 1991, pp.1267-1276

17) Karpel, M., “Time-Domain Aeroservoelastic Modeling Using Weighted Unsteady Aerodynamic Forces”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.13, No.1, 1990, pp.30-37

18) Lee, S., Kim, T., and Hwang I., “Computation and Approximation of Unsteady Generalized Aerodynamic Matrices for Aeroelastic Analysis and Control”, *Aerospace Engineering and Technology*, Vol.3, No.1, 2004, pp.1-8

19) Hoblit, F. M., *Gust Loads on Aircraft: Concepts and Applications*, AIAA, 1988

20) Rodden, W. P., and Johnson, E. H., *MSC/NASTRAN Aeroelastic User's Guide V68*, MSC, 1994