Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing, Vol. 33, No. 3: 293-298, 2013
ISSN 1225-7842 / eISSN 2287-402X

결함 추적과 정량화를 위한 Level Set 방법

Level Set Method for Defect Tracking and Quantification

김노유(한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부)
Nohyu Kim (E-mail: nykim@koreatech.ac.kr)

전통적으로 초음파나 적외선, 방사선 등 비파괴검사 이미지로부터 결함을 작업자가 판독하는 것은 전적으로 평가자의 기량과 경험에 의존하기 때문에 종종 판독 오류가 있을 수 있다. 결함의 위치와 크기를 정확히 평가하는 것은 그 자체로도 비파괴 평가에서 중요하지만 유지보수의 측면에서도 신뢰성 있는 결함 정보는 필요하다. 특히 신호 대 잡음비가 작은 비파괴검사의 경우에는 결함검출성능(POD)이 크게 떨어져서 결함을 과소 평가하거나 누락하는 경우가 있으며 결함의 경계면이 불분명하고 모호한 경우가 많아 결함의 범위와 크기에 대한 정확한 판단이 이루어지지 않을 수 있다. 이러한 경우 결함 정보를 객관적인 기준에 의해 평가할 수 있는 정량화된 기법이 필요한데 최근에 크게 활용되고 있는 level set 방법에 의한 이미지분할(segmentation)은 비파괴검사 영상으로부터 건전부와 결함부를 효과적으로 분리함으로써 결함의 형태를 수학적으로 표현해 줄 수 있는 효과적인 방법이라 할 수 있다.

이 방법은 1980년대 UCLA와 UC버클리 대학의 Osher와 Sethian이 개발한 방법으로서 경계면이 연속적으로 움직일 수 있는 함수를 정의하고 이 함수를 외부의 경계조건(외력이나 속도)에 따라 변화시킴으로서 건전부와 결함부 영상이 혼재해 있는 이미지로부터 특정한 부분(segment), 즉 비파괴검사의 경우에는 결함부 만을 추출하는 기술이다. 따라서 노이즈가 많은 영상에서 정보를 찾아내거나 최적화 설계, 로보틱스의 경로 추적, 전산유체역학, 의료영상 진단 등에서 활발히 연구되고 있다. 원래 level set 방법은 부피가 존재하는 3차원 형상에 대해 개발되고 활용되고 있지만 크랙과 같이 부피가 없는 결함에 대해서도 적용이 가능한 것으로 알려져 있기 때문에 본 원고에서는 우선 기공과 같은 2차원 면적이나 3차원 부피를 가지는 불연속(결함)에 대한 level set 방법의 기본적인 개념과 활용사례를 소개한다.

1. Level Set 함수

곡선이나 평면의 변화를 기술하는 방법으로 명시적 방법(explicit)과 암시적 방법(implicit)이 있는데 명시적 방법은 곡선의 각 포인트들을 모두 정의하고 이 점들이 경계조건에 따라 변화하는 것을 시간에 따라 추적하여 새로운 곡선의 형태를 생성한다[1,2]. 그 예로써 그림 1의 왼쪽과 같은 직선이 시간에 따라 새로운 직선으로 변화한다면 명시적 방법의 경우에는 새로운 점들을 t=0에서의 점들로부터 계산하여 결정한다. 이 경우에는 모든 점들이 수직 방향으로 일정한 크기만큼 이동하기 때문에 이동 후의 직선이 명확하게 표현

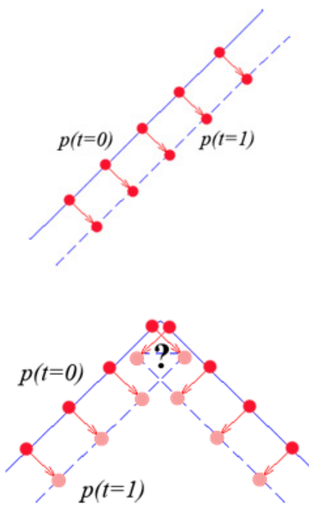

그림 1. Contour 곡선 진화의 명시적 추적 방법

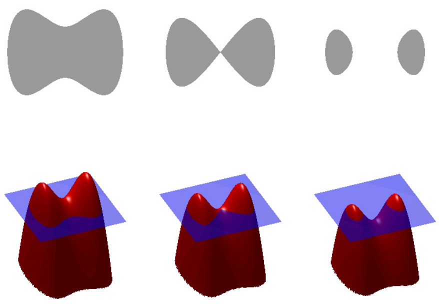

그림 2. 곡선(평면) 진화의 암시적 추적 방법

될 수 있으나 오른쪽 그림과 같은 구부러진 직선이 수축하는 경우, 코너 부분(kink)부분에서 겹쳐짐이 발생하여 새로운 곡면의 형상을 정의하기 곤란해진다. 또한 팽창하는 경우에는 새로운 곡면의 일부를 표현할 수 없게 되어 명시적 방법의 기술로는 곡면의 변화(진화)를 추적하기 어렵다.

이러한 문제점을 해결하는 방법으로 암시적 방법이 사용되는데 이것은 표현하고자 하는 곡선보다 한 차원 높은 평면(또는 입체)을 이용하여 한 차원 낮은 평면이나 곡선을 표시하는 방법이다. 예로서 그림 2의 상부에 첫 번째에 나타난 2차원의 평면(또는 그 윤곽 곡선)이 시간에 따라 오른쪽으로 두 개의 작은 영역으로 분리되어 가는 변화를 추적한다고 하자. 이 경우 암시적 방법에서는 평면의 경계영역을 직접 기술하는 것이 아니고 이 2차원 평면을 3차원의 입체 도형의 한 단면(즉, 예컨대 z=0 평면, 그림 2의 아래 그림)으로 표시하고 이 입체도형을 경계조건에 따라 진화시키면서 수반되는 해당 단면의 변화를 추적/표시한다[3]. 문제는 이러한 평면을 표현할 수 있는 입체 도형은 무한히 많기 때문에 이 입체 도형의 표현을 구하기 위해 변분법(variational method)을 이용한다. 변분법에서는 진화하는 경계면과 경계면의 내부와 외부에서 정의되는 에너지 기반의 목적함수를 최소화함으로서 새로운 경계면을 구한다. 만약 이러한 표현식이 구해진다면 최종 진화 후의 평면형상이나 곡선의 방정식은 간단히 구할 수 있게 되며 이에 따라 결함의 모양과 크기가 정량적으로 계산될 수 있다.

이러한 변화하는 입체 도형을 기술하는 방법으로 level set 방법에서는 $\phi(x,y,z,t)=0$와 같이 zero level set을 사용하거나 혹은 $\phi(x,y,z,t)=c$와 같은 상수항으로 입체 도형을 암시적으로 표시한다. 결국 곡선의 진화를 표시할 수 있는 함수 $\phi(x,y,z,t)=0$를 어떻게 찾을 수 있는 가와 이 함수를 진화시켜서 최종의 원하는 곡선(또는 평면)을 구하는 방법이 관건이 되는데 전자의 경우는 에너지 변분법(variational analysis)에 의해서 후자는 Hamilton-Jacobi 방정식에 의해 결정한다.

2. Level Set 함수의 진화방정식

앞 절에서 기술한 zero level set 함수 $\phi(x,y,z,t)=o$를 시간에 따라 변화시키기 위해서는 함수의 경계를 확장 또는 수축시킬 수 있는 메카니즘이 필요한데 Hamilton-Jacobi 방정식으로 대표되는 진화방정식을 사용한다. 3차원 위치벡터 $\vec{x}=(x,y,z)$를 편의상 간단히 x로 나타내면 $\phi(x,t)$가 0의 값을 가지는 점들의 집합인 경계 Γ는 $\Gamma=\{x|\phi(x,t)=0\}$으로 표시되는데 이 경계에서 시간 미분을 수행하면 Γ는 $\phi(x,t)=0$인 점들의 집합으로 정의되므로 임의의 시간 t에서 level set 함수의 물질 미분(material derivative)은 경계 Γ에서 0이 된다. 즉, chain-rule에 의해서

$$\frac{D\phi(x,t)}{Dt}\Big|_{\Gamma}=\frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t}+\nabla\phi\cdot\frac{\partial x}{\partial t}=0 \tag{1}$$

그리고 level set 함수의 법선방향(n)으로의 진화 속도를 v_n라고 할 때 v_n은 다음처럼 표시될 수 있으므로

$$n\cdot\frac{\partial x}{\partial t}=v_n,\quad n=\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \tag{2}$$

식(1)과 (2)로부터 level set 함수의 진화방정식(evolution PDE)은 다음처럼 표현된다[3,4].

$$\phi_t+v_n|\nabla\phi|=0 \tag{3}$$

위의 편미분 방정식(Hamilton-Jacobi 방정식)은 level set 함수 $\phi(x,t)$의 진화를 실행시키는데 경계면에서의 수직방향 속도가 그 진화 특성을 지배한다는 것을 알 수 있다. 경계의 진화를 표현하기 위하여 level set 방법에서는 함수 $\phi(x,t)$를 일반적으로 부호 거리함수(signed distance function)를 사용하여 나타낸다. 우선 거리함수(distance function) d(x)는 다음과 같이 정의한다.

$$d(x) = \min(|x - x_I|), \quad \forall x_I \in \Gamma \tag{4}$$

즉, 거리함수는 임의의 점 x와 경계선 상의 점 x_I과의 최단거리를 나타내며 이 거리함수를 이용하여 부호거리함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\phi(x) = \begin{cases} +d(x) & \text{if } x \in \Omega_2 \\ 0 & \text{if } x \in \Gamma \\ -d(x) & \text{if } x \in \Omega_1 \end{cases} \tag{5}$$

여기서 영역 Ω_1과 Ω_2는 경계면 Γ에 의해 분리되는 두 영역을 나타내는데, 영역 Ω_1은 기공(void)과 같이 재료가 비어있는 영역, 즉 결함 영역을 나타내고 Ω_2는 재료로 채워져 있는 즉 건전부위를 나타낸다고 할 수 있는데 이 두 영역을 모두 포함한 x의 전체 영역이 Ω이며 Ω_1과 Ω_2의 경계면이 Γ가 된다. 이 때 zero level set 함수 $\phi(x)=0$에 의해서 분리되는 이 두 영역을 구분하여 다시 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \phi(x) > 0 & when\ x \in \Omega_2 \\ \phi(x) = 0 & when\ x \in \Gamma \\ \phi(x) < 0 & when\ x \in \Omega_1 \end{cases} \tag{6}$$

식(6)의 예로서 그림 3과 같은 원형의 결함을 부호거리함수로 표시한다면 재료 내에 존재하는 결함부위를 Ω_1, 그리고 건전부위를 Ω_2로 나타낼 수 있으며 이때의 부호거리함수의 형태는 시간변수를 배제할 때 $\phi(x) = |x| - 1 = 0$라고 표시할 수 있다. 이렇게 정의되는 부호거리 함수 $\phi(x)$는 다음과 같은 Eikonal equation을 만족한다.

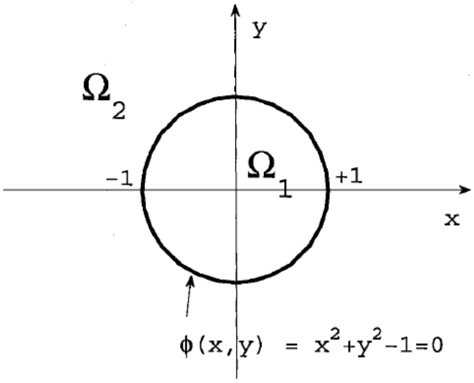

그림 3. 단위원(Γ)에 의해 만들어지는 부분 영역의 표시

$$|\nabla \phi(x)| = 1 \tag{7}$$

이 조건은 경계면이 진화하면서 충족해야 하는 중요한 방정식으로서 수치 해를 통해 안정적인 수렴을 얻는데 필수적이다. 따라서 진화과정에서 이 조건을 만족하도록 하는 재 초기화 작업(reinitializing)이 동반되는 경우가 일반적이다.

3. 결함부 추출과 사이징을 위한 부분 분할 방법 (Segmentation)

측정 영상 이미지로부터 결함부와 건전부의 두 가지 영역을 분할하는 방법은 고전적인 Mumford-Shah 방법을 포함해 여러 가지가 있지만 비파괴검사 영상으로부터 결함부 추출을 하는 방법으로서 에너지 개념을 사용하는 Chan-Vese Method(CVM)를 기술한다. 대상 영역이 두 가지 종류의 영역으로만 분리되고 각 영역에서 동일한 재료물성을 가진다고 가정하면(two-phase piece-wise constant model) 한 부분은 건전부위, 다른 한 부분은 결함부위로 이상화 할 수 있으므로, 이 분할 방법이 비파괴 분야에서 불연속면을 검출하는데 있어 가장 기초적이면서도 이상적이라 할 수 있다. 이 모델은 결함부와 건전부에 대해서 각각 동일한 상수값(밀도) c_1과 c_2를 가지는 분포함수라고 가정할 때 측정된 이미지 영상 $f_0(x)$와의 에너지 관계로부터 다음과 같은 목적함수 $E(\Gamma)$를 최소화함으로서 결함부위를 분할하여 추출한다(시간 변수는 편의상 생략)[3-5].

$$E(\Gamma) = \int_{x \in \Omega_1} |f_0(x) - c_1|^2 dx + \int_{x \in \Omega_2} |f_0(x) - c_2|^2 dx + \nu \cdot length(\Gamma) \tag{8}$$

여기서 Γ는 분할 경계, ν는 완화(regularization) 파라메타로서 진화하는 contour Γ에 페널티(penalty)를 가중하는 변수이며 분할영역의 크기를 조절한다. 변화하는 경계 Γ가 zero level set 함수 $\phi(x)=0$에 의해서 표시되므로 heavy-sided function H를 이용하여 측정된 이미지 영상 $f_0(x)$를 다음과 같은 근사 함수 $f(x)$로 표시할

수 있으며,

$$f(x)=c_1H(\phi(x))+c_2(1-H(\phi(x)) \tag{9}$$

이 표현을 목적함수 $E(\Gamma)$에 대입하면 다음과 같은 표현식을 얻는다.

$$\begin{aligned}E(c_1,c_2,\phi) = \\ &\int_\Omega |f_0(x)-c_1|^2 H(\phi(x))dx+ \\ &\int_\Omega |f_0(x)-c_2|^2 (1-H(\phi(x))dx+ \\ &\nu\int_\Omega |\nabla H(\phi(x))|dx\end{aligned} \tag{10}$$

그러므로 이 목적함수로부터 c_1과 c_2을 구하기 위해서는 c_1과 c_2에 대해 편미분하여 c_1과 c_2을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c_1=\frac{\int_\Omega f_0(x)H(\phi(x))dx}{\int_\Omega H(\phi(x))dx}\ ,\qquad c_2=\frac{\int_\Omega f_0(x)(1-H(\phi(x))dx}{\int_\Omega (1-H(\phi(x))dx} \tag{11}$$

또한 목적함수 식(10)으로부터 ϕ를 구하기 위해 변분법을 사용하면 다음과 같은 Euler-Lagrange 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial t}&=-\delta(\phi)[(f_0-c_1)^2-(f_0-c_2)^2- \\ &\quad \nu\nabla\cdot(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|})] \\ \frac{\delta(\phi)}{|\nabla\phi|}\frac{\partial\phi}{\partial n}&=0\end{aligned} \tag{12}$$

식(12)은 주어진 영상에서 c_1과 c_2로 구분되는 결함부와 건전부를 분할하는 지배방정식이 되며, 초기 조건 $\phi(x)|_{t=0}$이 이산신호로 주어지면 시간이 진행하면서 진화하는 $\phi(x,t)$를 행렬방정식의 형태로 수치 계산할 수 있고 이 함수형태로부터 부분분할영역(즉 결함영역)의 크기와 위치를 정량화 할 수 있다.

4. 적용 사례

Level set 기법을 적용한 사례는 우선 최적 설계분야에서 널리 이용되는데 위상최적화의 경우 기존의 균질화법과 밀도법에서 나타나는 경계의 불규칙성이나 바둑판 무늬 형성과 같은 문제점을 해결할 수 있는 장점이 있다고 알려져 있다. 예로서 외팔보의 위상최적설계의 경우를 보면 고유치를 최대로 하는 목적함수를 대상으로 level set 기법을 이용한 결과를 그림 4에서 보여 주고 있다. 우선 초기에 보의 중앙에 원형의 홀을 초기 level set 함수로 정의하고 경계면을 진화시킨 결

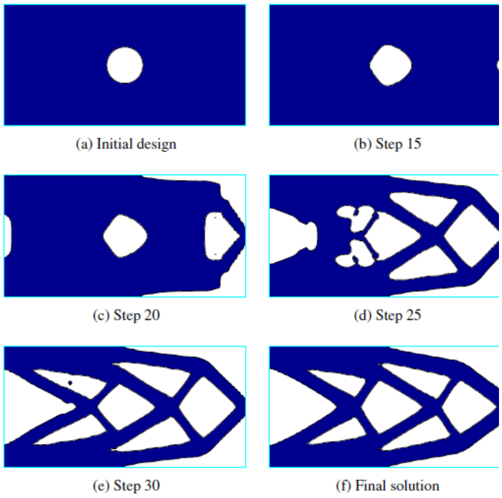

그림 4. 외팔보의 위상 최적설계

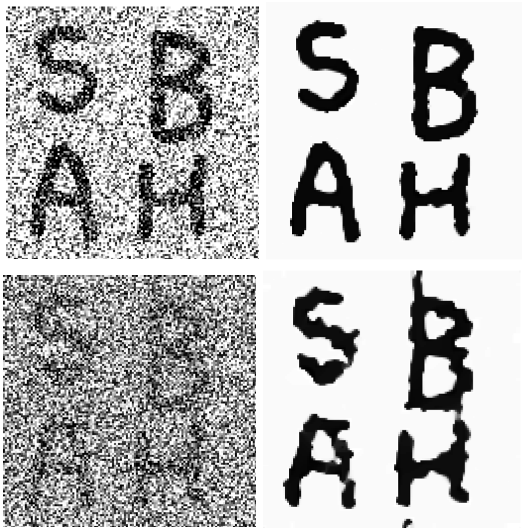

그림 5. 노이즈가 많은 패턴의 복원(노이즈 레벨 : 50% (상부) 및 80%)

그림 6. Level set 기법에 의해 내부에서 외부로 진화하는 부분분할과정

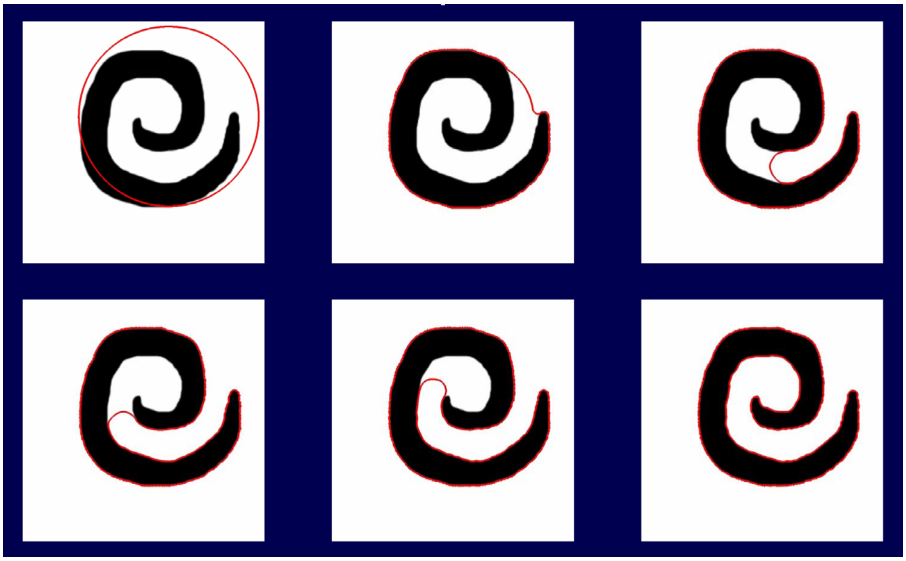

그림 7. level set 기법에 의해 외부에서 내부로 진화하는 부분분할(segmentation)과정

과인데 진화과정을 통해 효과적으로 필요 없는 부분이 제거되면서 원하는 최적의 형상이 설계되는 것을 확인할 수 있다. 또한 자유 수면이나 이상유동 경계면의 운동 등에 사용되고 있으며 의료분야에서는 종양 사이징이나 혈관조형, 세포분자나 기관의 분리/가시화 등에 널리 사용되고 있다[2,4-6].

컴퓨터 그래픽스나 비젼 분야에서는 특정 패턴의 추출이나 인식 등에 사용되며 신호처리 분야에서는 노이즈가 심한 영상에서 특정한 패턴이나 형상을 인식하는 경우에 사용되는데 그림 5와 6, 그리고 그림 7은 그 사례들을 보여주고 있다[5-7]. 그림 5는 노이즈에 의해 심각하게 왜곡된 문자 이미지에 대한 복원 결과인데 기존의 필터를 이용한 경우에 비해 우수한 결과를 보여주고 있다. 그림 6에서는 복잡한 곡면 형상의 결함 영상 이미지에 대해 결함부 내부에 초기 contour를 조그맣게 설정한 후 이 초기 level set 함수 $\phi_0(x)$를 외력(또는 속도)조건 F에 따라 Hamilton-Jacobi 방정식을 이용하여 진화시키면서 결함부 경계를 추적하는 과정을 보여주고 있다.

또한 비슷한 사례로서 그림 7은 나선형 모양의 결함의 외부에 결함 이미지를 모두 포함하는 초기 경계선(contour)을 설정한 경우를 보여주고 있는데 경계선이 진화하면서 구부러진 형태의 결함 영상 이미지를 정확히 표현하게 되는 과정을 설명하고 있다. 흥미로운 것은 이 level set 기술을 이용하면 영상내의 여러 패턴의 다양한 결함이 분산되어 존재하는 경우에도 한 개의 초기 contour 함수로부터 각 결함에 대한 위치와 형상을 동시에 평가할 수 있는 점이다. 따라서 현재에는 수동적으로 각 결함들을 선택적으로 사이징

하거나 평가하고 있지만 level set방법과 부분분할 기법을 결합하여 사용할 경우에는 영상내의 여러 개의 결함 형태와 크기를 한꺼번에 결정할 수 있다.

이들 결과로부터 level set 방법이 비파괴검사 분야에서 결함의 정량적 크기와 형태를 수학적으로 평가할 수 있을 것으로 예상되며, 초음파나 X-ray 토모그래피 이미지로부터 결함을 정량화하는 것은 물론 위상배열 초음파검사나 C-scan 영상, 적외선 열화상 검사 등에서 얻어지는 이미지들로부터 구체적인 결함의 사이징과 표준화된 형태 분석이 가능할 것으로 기대된다.

참고문헌

[1] J. Chan and L. A. Vese, "Active contours without Edges," *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 10, No. 2, pp. 266-277 (2001)

[2] J. Chan and L. A. Vese, "A level set algorithm for minimizing the Mumford-Sha H algorithm for minimizing the Mumford-Shah functional in image processing," IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision, Vancouver, Canada, pp. 161-170 (2001)

[3] Qianying Hong, "Image segmentation based on level set method," Applied Seminar Material, Department of Mathematics, University of Georgia (2011)

[4] S. Youn, "Limited data tomography: level set approach," Ph.D. thesis, Stanford University (2008)

[5] Stanley Osher and James A. Sethian, "Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations," *J. Comput. Phys*. 79, pp. 12-49 (1988)

[6] Stanley J. Osher and Martin Burger, "A survey on level set methods for inverse problems and optimal design," Euro. Jnl of Applied Mathematics, *European Journal of Applied Mathematics,* Vol. 16, No. 02, pp. 263-301 (2005)

[7] S. Y. Wang, K. M. Lim, B. C. Khoo and M. Y. Wang, "An extended level set method for shape and topology optimization," *Journal of Computational Physics* 221, pp. 395-421 (2007)