

베어링 배열방식이 고속 스피ن들의 동특성에 미치는 영향

Effects of Bearing Arrangement on the Dynamic Characteristics of High-speed Spindle

홍성욱^{1,✉}, 최춘석¹, 이찬홍²
Seong-Wook Hong^{1,✉}, Chun-Seok Choi¹, and Chan-Hong Lee²

¹ 금오공과대학교 기전공학과 (Department of Mechatronics, Kumoh National Institute of Technology)

² 한국기계연구원 (Korea Institute of Machines and Materials)

✉ Corresponding author: swhong@kumoh.ac.kr, Tel: +82-54-478-7344

Manuscript received: 2013.1.25 / Accepted: 2013.3.16

High-speed spindle systems typically employ angular contact ball bearings, which can resist both axial and radial loading, and exhibit high precision and durability. We investigated the effects of the arrangement of the angular contact ball bearings on the dynamics of high-speed spindle systems. The spindle dynamics were studied with a number of spindle-bearing models, and the location of the bearings was varied, along with the rotational speed and the preload. A finite element spindle model and a bearing model were used, and simulated data showed that the bearing arrangement significantly affected the spindle dynamics. Furthermore, the main effects were due to the cross coupling terms between the transverse and rotational motions of the ball bearings. The coupling stiffness terms were found to influence the spindle dynamics, depending on the mode shapes. An extensive discussion is provided on the effects of the bearing arrangement on the dynamics of the spindle.

Key Words: High-speed Spindle (고속 스피인들), Angular Contact Ball Bearing (각접촉 볼베어링), Bearing Arrangement (베어링배열), Preload (예하중), Natural Frequency (고유진동수)

1. 서론

각접촉 볼베어링(Angular contact ball bearing)은 고속에서 사용가능하며 축방향과 경방향의 복합하중을 받을 수 있는 장점이 있어 대부분의 스피인들에서 채용되고 있다.¹⁻³ 각접촉 볼베어링은 그 속성 때문에 단독으로 사용될 경우 한쪽 축방향으로의 하중만을 지탱할 수 있으므로 2개 이상이 대칭적으로 배열되어 사용되며, 그 배열방식에 따라 스피인들의 특성에 크게 영향을 주는 것으로 알려져 있다.^{5,6} 각접촉 볼베어링을 적절하게 사용하기 위해서는 축방향 예하중을 가해야 하는데, 예하중 방식에 따라 정위치 방식이나 정예하중 방식으로 나뉘어진다. 최근 고속 스피인들에서는 발열이나 이

에 기인한 열팽창 등에 무관하게 일정한 예하중이 가해질 수 있도록 정예하중 방식이 주로 활용되고 있으며 이를 위해 Fig. 1과 같이 한 쪽 베어링의 지지점이 볼부쉬(Ball Bush)나 슬리브(Sleeve) 등을 이용해 이동 가능하게 하는 방식을 많이 채용하고 있다.⁷

앞에서 설명한 바와 같이 스피인들에 각접촉 베어링을 배열할 때는 최소 두 개 이상의 베어링이 서로 반대되는 방향으로 놓이게 설치하는 데, Fig. 2에는 그 대표적인 방법인 배면배열(O형 배열)과 정면배열(X형 배열)을 보여주고 있다. 동일한 베어링을 방향만 바꾼 설치임에도 불구하고 베어링 배열이 스피인들에 미치는 영향은 서로 다르게 나타나게 된다. 일반적으로 스피인들을 설계할 때는 각접

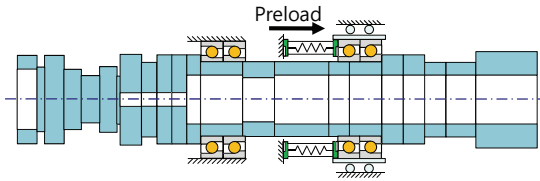


Fig. 1 Spindle model with a ball bush preloading system

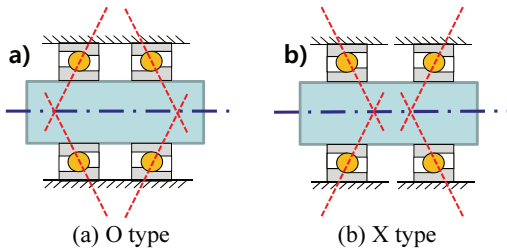


Fig. 2 Two representative types of bearing arrangement

축 볼베어링의 볼이 내외륜과 접촉하는 점을 잇는 선이 회전축 중심선과 만나는 점을 작용점으로 생각하여 개념적으로 베어링 배열에 따른 효과를 고려하고 있으나 실제적 특성과의 관계에 대해 명확한 설명을 한 문헌은 찾아 보기 어렵다.

각접촉 볼베어링을 사용할 때 배열방식에 따른 특성의 중요성에도 불구하고 베어링의 배열방식이 스피ndl의 동특성에 미치는 영향에 대해 적극적인 분석을 수행한 사례는 많지 않다. Li와 Shin⁵은 베어링 정렬방향이 스피ndl의 동특성에 미치는 영향에 대해 연구하였으며 정렬방향에 따른 베어링 커플링 성분의 영향에 대해 고찰하였다. 그러나 스피ndl 전체의 동역학적 관점에서 베어링의 위치와 배열방향을 등을 복합적으로 고려한 해석은 이루어지지 않았다. 따라서 스피ndl의 설계관점에서 배면과 정면배열을 채택해야 하는 기준 등에 대해서는 논의되지 않았으며 설계자들 또한 경험에 의존하고 있다.

본 논문에서는 정예하중 조건에서 각접촉 볼베어링의 배면과 정면배열을 비롯한 베어링의 배열이 스피ndl에 미치는 동적 특성을 고찰하였다. 특히 축에 두 개의 베어링, 또는 두 쌍의 베어링이 마주 보고 대칭적으로 설치될 때 베어링의 위치 및 베어링 배열방식에 따른 고유진동수뿐만 아니라 고유모드를 비교 검토하였다.

최근 스피ndl의 모델링 및 해석을 통한 시스템 개선을 위한 연구가 다각도로 진행되어 왔다.⁷⁻¹⁶ 특히, 각접촉 볼베어링 및 이를 채택한 회전축에

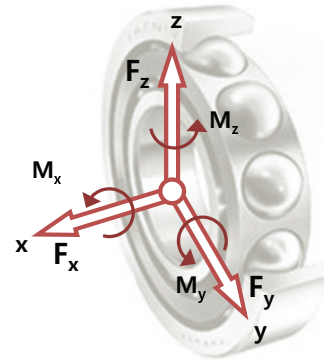


Fig. 3 Coordinate systems for angular contact ball bearing

대한 특성을 모델링/분석하는 연구가 많이 진행되어 왔다. 예컨대, 고속스피ndl에서 발생하는 들출에 대한 해석적 접근⁷⁻¹⁰이나 스피ndl의 회전정밀도 오차에 대한 해석¹¹⁻¹³ 등이 관심을 모으고 있다. 본 연구에서는 베어링의 모델 중 de Mul⁴에 의해 제시된 모델과 보요소를 이용한 회전체 유한요소모델¹⁴을 결합한 프로그램을 구성하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 3가지 회전체에 서로 다른 방식의 베어링 배열을 고려한 해석을 실시하였다. 해석의 타당성을 보장하기 위해 첫번째 예제에서 개발된 프로그램에 의한 결과와 상용프로그램에 의한 결과를 동시에 제시하였다. 특히 베어링의 배열과 위치에 따른 특성을 같이 검토하였으며 스피ndl-베어링 계의 고유진동수 별 모드형상을 적극적으로 비교 검토하여 베어링 배열에 따른 변화를 개념적으로 분석하였다.

2. 각접촉 볼 베어링의 배열

2.1 각접촉 볼 베어링 특성

Fig. 3은 각접촉 볼베어링의 동특성을 모델링하기 위해 설정한 좌표계이다. 베어링의 내륜 중심점에 대해 외부에서 가해지는 힘과 모멘트에 대한 변위를 기초로 베어링 강성이 계산되며 자세한 과정은 부록에 기술되어 있다. 베어링 강성행렬을 구하면 Fig. 4와 같은 형태로 나타나게 되며 대각선 요소는 모두 직접 강성을 의미하며 스피ndl에 중요한 영향을 미치게 되나 이 성분뿐만 아니라 원으로 표시된 커플링 성분 또한 무시할 수 없는 중요한 역할을 하게 된다.

원으로 표시된 4가지 성분은 직선변위와 회전

$$\begin{bmatrix}
 k_{yy} & k_{yz} & k_{y\theta_y} & k_{y\theta_z} & k_{y\theta_x} \\
 k_{zy} & k_{zz} & k_{z\theta_y} & k_{z\theta_z} & k_{z\theta_x} \\
 k_{\theta_y y} & k_{\theta_y z} & k_{\theta_y \theta_y} & k_{\theta_y \theta_z} & k_{\theta_y \theta_x} \\
 k_{\theta_z y} & k_{\theta_z z} & k_{\theta_z \theta_y} & k_{\theta_z \theta_z} & k_{\theta_z \theta_x} \\
 k_{\theta_x y} & k_{\theta_x z} & k_{\theta_x \theta_y} & k_{\theta_x \theta_z} & k_{\theta_x \theta_x}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 y \\
 z \\
 \theta_y \\
 \theta_z \\
 \theta_x
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 F_y \\
 F_z \\
 M_y \\
 M_z \\
 M_x
 \end{Bmatrix}$$

Fig. 4 Definition of stiffness matrix for an angular contact ball bearing

변위간의 커플링 성분으로서 직선변위가 발생했을 때 발생하는 회전모멘트 간의 관계 또는 그 역의 관계를 의미한다. 이 같은 커플링 성분이 나타나는 이유는 각접촉 볼베어링의 볼과 내외륜이 갖는 접 접촉각 때문이다. 이 성분들은 베어링의 배열에 따른 특성 변화에 가장 중요한 영향을 미치게 된다.

2.2 각접촉 볼베어링의 배열에 따른 특성

베어링이 배열되는 방식에 따라 앞서 언급한 커플링 성분의 부호가 달라지게 된다. 예컨대 Fig. 2(a)에서 좌측에 위치한 베어링의 경우, $k_{y\theta_z}^b, k_{z\theta_y}^b$ 는 그 부호가 각각 음과 양이 되며, 우측에 위치한 베어링의 경우 각각 양과 음으로 나타나게 된다. 이 같은 차이는 베어링이 위치한 곳의 경방향 변위와 각변위 조건과 연동되어 스피들의 운동을 억제하거나 강화하는 방향으로 작동되므로 스피들의 고유진동수에 영향을 미치게 된다.

각접촉 볼베어링은 깊은홈 볼베어링과는 달리 각변위강성도 갖게 되는데, 이역시 접촉각과 밀접한 관계를 갖는다. Fig. 5는 다른 조건은 동일하게 유지한 채, 초기접촉각을 변화시킬 때의 경방향강성, 각변위강성과 변위-모멘트 연성강성을 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 접촉각의 증가에 따라 경방향 강성은 급격히 감소하게 되나 각변위강성 및 연성강성은 증가하는 추세를 있게 된다. 이 같은 특성은 각접촉 볼베어링이 깊은홈 볼베어링과 달리 베어링 배열에 따른 큰 차이를 보이게 되는 주된 원인이 된다.

3. 베어링 배열에 따른 회전체 동특성 고찰

3.1 단순 균일 축

베어링의 위치 및 배열방식에 따른 특성을 검토하기 위해 Fig. 6과 같은 1000mm의 단순 회전체

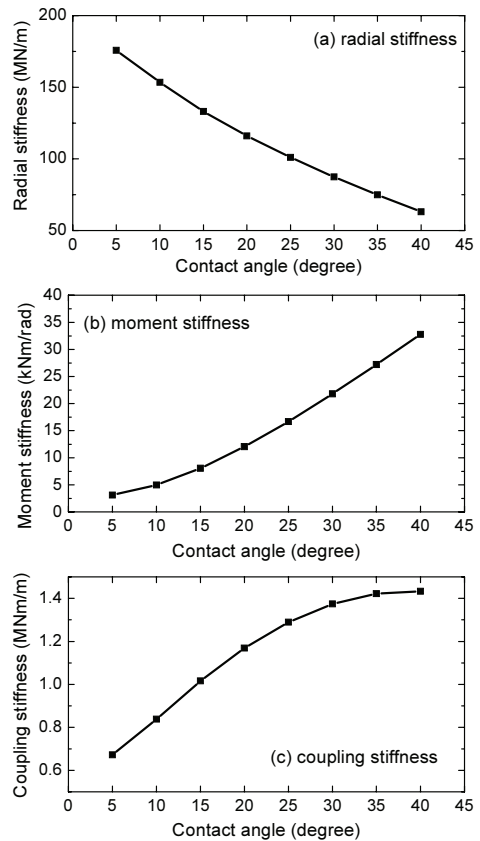


Fig. 5 Bearing stiffness coefficients with the initial contact angle varied for 7008C at the constant preload of 100 N

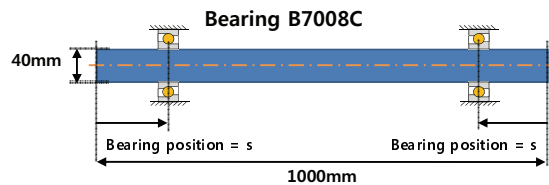


Fig. 6 Simple shaft-bearing model

에 두 개의 각접촉 볼베어링이 정예하중 방식으로 결합된 시스템을 고려하였다. 베어링은 좌우대칭으로 한 개씩 배치하였으며 끝단으로부터 50mm에서 300mm까지 50mm 간격으로 변경하며 계산하였다. 계산에 사용한 베어링은 7008C이다. 베어링의 예하중은 300N을 주었으며 베어링 배열은 Fig. 2에 예시된 바와 같이 배면배열(O형)과 정면배열(X형)을 고려하였다.

본 예제에서는 개발된 프로그램의 타당성을 검

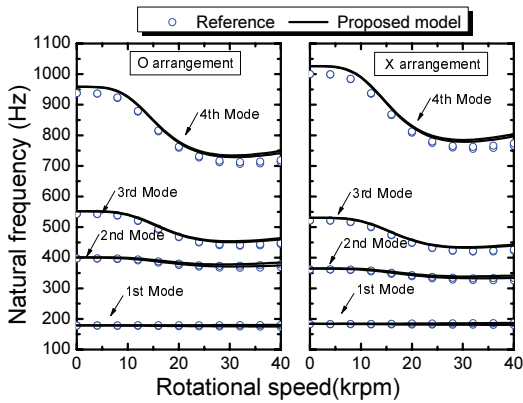


Fig. 7 Comparison of natural frequencies as a function of rotational speed by a commercial program and the proposed program (s=200mm)

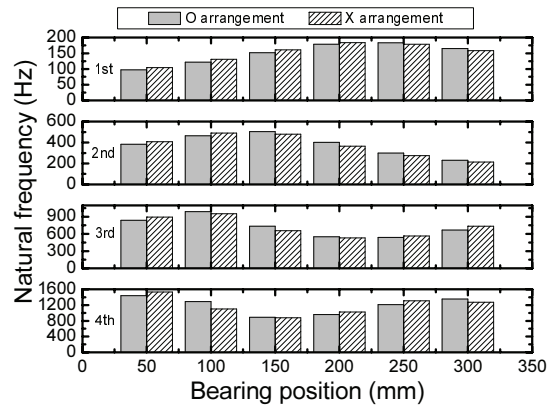


Fig. 9 Comparison of first 4 nature frequencies as a function of bearing position for bearing arrangements O and X

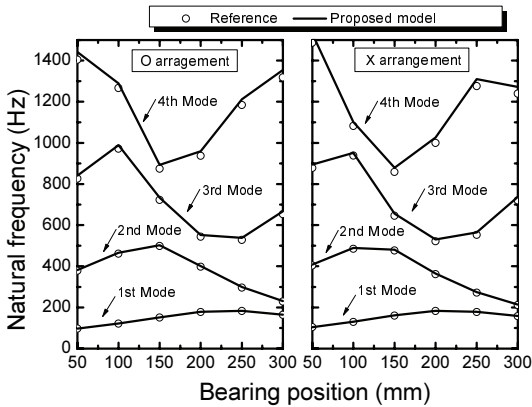


Fig. 8 Comparison of natural frequencies as a function of bearing position by a commercial program and the proposed program

증하기 위해 일부의 계산결과를 상용프로그램 (Bearinx)과 비교하였다. 먼저, 베어링의 배열과 회전속도와 베어링의 위치를 변경시키며 계산하였다. Fig. 7은 회전속도의 변화에 따른 고유진동수를, Fig. 8은 베어링의 위치에 따른 고유진동수를 비교한 그림이다. 상용프로그램과 제안된 모델에 의한 계산결과를 비교하고 있으며 결과가 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

Fig. 8의 데이터를 이용하여 Fig. 9에 베어링 설치위치(s) 변동에 따른 O와 X 배열 별 4차모드까지의 고유진동수를 비교해서 보여주고 있다. 1차 고유진동수가 베어링 위치 200mm일 때까지 X방식이 높게 나타나지만, 250mm 부터는 O방향이 높

게 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

특히 4차모드까지 모두 베어링의 설치 위치가 끝단에 가까울수록 O 배열이 X형에 비해 낮은 고유진동수를 보이고 있으나 베어링이 중심으로 옮겨갈수록 O 배열의 고유진동수가 상대적으로 높아지는 것을 볼 수 있다. 이러한 일반적인 경향에도 불구하고 3, 4차 모드 경우에는 그 특성이 복잡적으로 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 이는 베어링의 영향이 모드형상에 의존하기 때문인 것으로 판단된다. 이 특성은 각접촉 볼베어링이 갖는 변위-모멘트 커플링 효과에 의해 나타나는 것으로서 스핀들의 강성을 높이기 위해 고유모드를 고려하는 것이 바람직함을 의미한다.

Fig. 10에는 베어링이 양끝단에 가까이 위치하고 있을 때, O, X 배열에 대한 모드를 보여주고 있다. 그림에서 수직선이 있는 위치가 베어링의 위치이다. Fig. 10(a)를 보면 O 배열의 경우 베어링 위치에서 축끝단 방향으로 이동한 위치에서 0을 교차하는 반면 X형 배열의 경우에는 그 반대이다. 베어링이 단순한 스프링 역할을 할 경우에는 X형 배열에서와 같은 현상이 나타날 수 없다. 이 효과는 변위와 모멘트 연성강성에 의해 나타나는 현상으로 마치 베어링 경방향강성이 작용점 방향으로 옮겨졌을 때와 유사하며 O형의 경우에는 강성이 약해지는 효과가 있고, X형의 경우에는 강성이 증가하는 효과를 보이게 있다. Fig. 10(b)는 2차모드로서 1차모드와 동일한 현상을 보이고 있다.

한편, Fig. 11에는 베어링이 끝단에서 내측으로 300mm 이동한 위치에 있을 때, O, X 배열에 대한

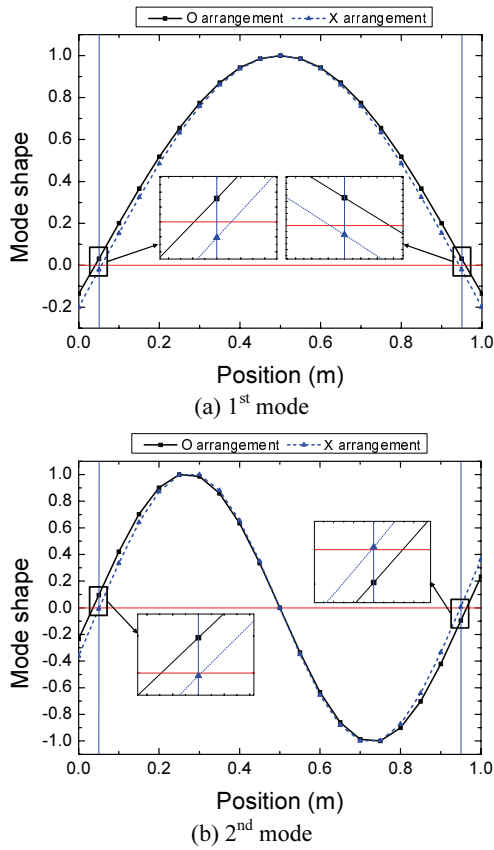


Fig. 10 Mode shapes of the first two modes for the uniform shaft of which bearings are located at 50mm apart from the shaft ends (stationary)

모드를 보여주고 있다. 1차모드에서는 앞에서와 마찬가지로 특성을 나타내고 있지만, 2차모드에서는 모드 특성으로 인해 O, X 배열 모두 0을 교차하는 점이 베어링 위치로부터 내측에 있는 것을 볼 수 있다. 1차모드와 달리 이 경우엔 O형 배열에서 더 높은 강성을 갖게 된다.

3.2 단순 스피들 모델

실제적인 조건에 유사한 스피들에 대해 베어링의 위치 및 배열에 따른 특성을 검토하기 위해 Fig. 12와 같은 단순화된 스피들 모델에 2개의 각 접촉 볼베어링이 대칭적으로 결합된 단순 스피들 모델을 고려하였다.

베어링은 7014C이며 정예하중을 주었으며, 축의 양끝단으로부터 20mm에서 120mm까지 20mm간격으로 이동하며 계산하였고, 베어링의 배열은 앞

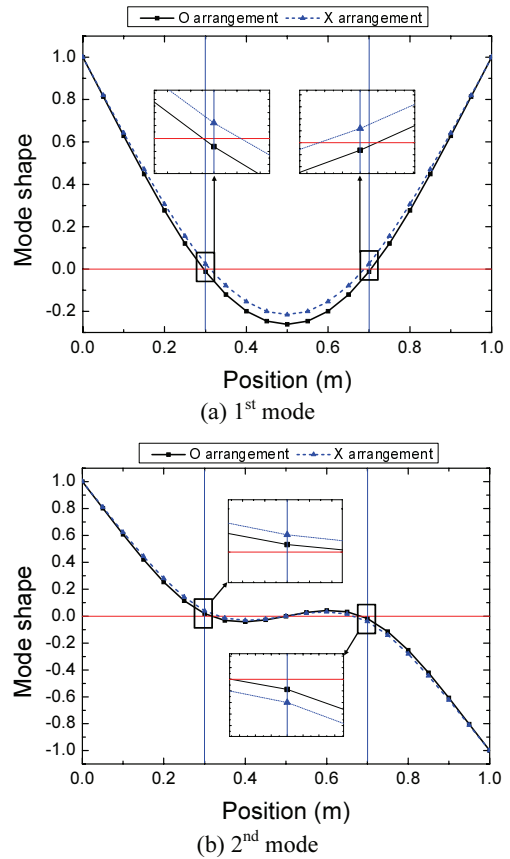


Fig. 11 Mode shapes of the first two modes for the uniform shaft of which bearings are located at 300 mm apart from the shaft ends (stationary)

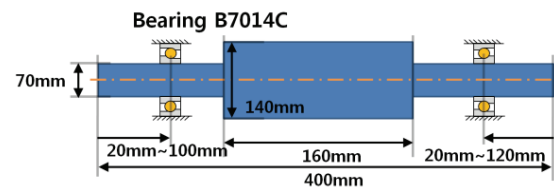


Fig. 12 Simple spindle model

에서와 마찬가지로 O, X의 형태를 고려하였다.

Fig. 13은 750N의 예하중을 주고 베어링의 위치를 바꾸며 O, X 배열에 따른 3차모드까지의 고유진동수를 비교하고 있다. 앞선 예제에서와 마찬가지로 베어링이 외측에 위치하면 X 배열의 1차 고유진동수가 높게 나타나지만 베어링이 축 내측에 위치하면 O 배열의 고유진동수가 높아지게 된다. 그러나 2차 모드의 고유진동수는 전체적으로 O 배

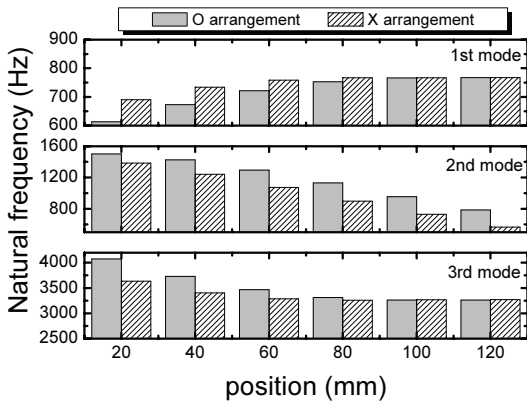


Fig. 13 Comparison of natural frequencies with the bearing position varied for the simple spindle model

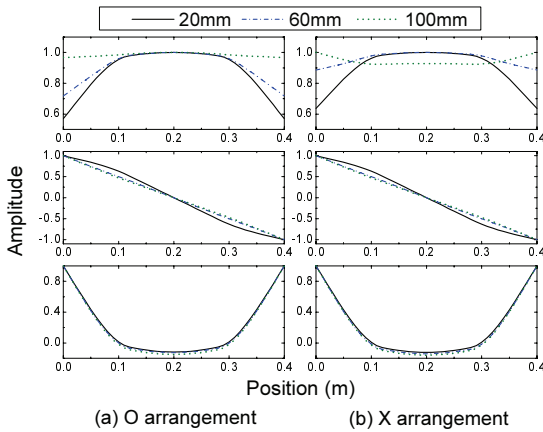


Fig. 14 Mode shapes for the simple spindle model

열이 높게 나타나고 있고, 3차 모드에서는 O 배열이 높게 나타나고 있으나 베어링이 내측으로 이동함에 따라 O 배열과 X 배열이 교차해서 높은 고유진동수를 보이고 있다.

Fig. 14에는 베어링 배열에 따른 스피ndl의 고유진동수 변화원인을 분석하기 위한 스피ndl의 모드형상을 보여주고 있다. 베어링 위치가 외측에서 20mm, 60mm, 100mm로 내측으로 이동함에 따른 변화를 볼 수 있다. 고유진동수의 변화가 큰 1차 모드의 경우 배열위치에 따라 모드형상이 급격하게 변화하는 것을 확인할 수 있다. 베어링의 위치가 내측으로 이동함에 따라 O 배열과 X 배열의 모드형상에 모두 큰 변화가 생기는 것을 볼 수 있다. 반면 2,3차 모드의 경우 베어링 위치에 따른 모드

형상에 큰 차이가 없었다.

1차모드에 대해 베어링 위치에서의 모드형상을 보면 베어링이 외측에 있을 때, 베어링 위치에서의 모달변위가 외측 보다 내측이 크므로 베어링의 연성강성, 즉 $k_{y,0}^b, k_{z,0}^b$ 이 O 배열에서는 모드변형을 증가시키고 X 배열에서는 억제시키는 효과가 있게 되어 각각 고유진동수를 감소시키거나 증가시키는 작용되고 있는 것을 알 수 있다. 개념적으로, O 배열에서는 베어링 경방향강성을 축 외측으로 이동시킨 효과이며, X 배열은 그 반대이다. 따라서 모달변위가 내측으로 더 커진다는 점을 고려할 때, X 배열이 좀 더 높은 고유진동수를 갖게 된다. 베어링의 위치가 60mm에 있을 경우에는 베어링 외측의 모달변위가 커서 O 배열의 강성이 항상 크게 나타나고 있으나 100mm 위치에서는 모달변위의 양상과 그 값이 O, X 배열에서 다르게 나타나게 되어 같은 규칙을 적용하기 어렵게 된다. 따라서 베어링 배열을 통해 고유진동수 특성을 개선하기 위해서는 사전해석이 중요함을 알 수 있다.

한편, 2차모드에서는 모드형상의 변화가 두드러지지 않으며 베어링 위치에 상관없이 외측의 모달변위가 크게 나타나므로 O 배열에서 항상 높은 고유진동수가 나타나는 조건이 된다.

3차모드의 경우, 베어링이 20, 60mm에 위치할 경우에는 2차모드와 양상이 같으나 100mm에 위치할 경우에는 모달변위의 크기가 감소하면서 O, X 배열의 차이가 거의 없어짐을 볼 수 있다.

이상과 같이 베어링 배열에 따른 고유진동수의 변화는 스피ndl의 모드형상에 크게 의존하게 되므로 스피ndl의 동특성 설계를 위해서는 경방향강성과 각변위강성 뿐만 아니라 각변위-모멘트 연성강성을 고려한 스피ndl 동특성 해석을 실시하는 것이 바람직하다.

4. 스피ndl 해석

Fig. 15는 실제의 스피ndl 모델로서 7014C 베어링을 사용하였으며 대상 스피ndl은 양쪽에 2열로 지지되는 Tandem O 배열과 Tandem X 배열을 고려하였다. 0에서 40,000rpm까지 회전속도를 변경하였다. 본 스피ndl은 베어링 위치가 확정되어 있어 베어링 정렬방향만을 변경시키며 그 특성을 분석하였다.

Fig. 16은 회전속도에 따른 3차 모드까지 O와X 배열의 고유진동수를 보여주고 있다. 회전속도가

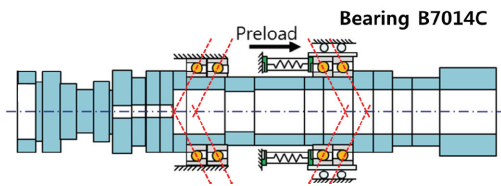


Fig. 15 Spindle model

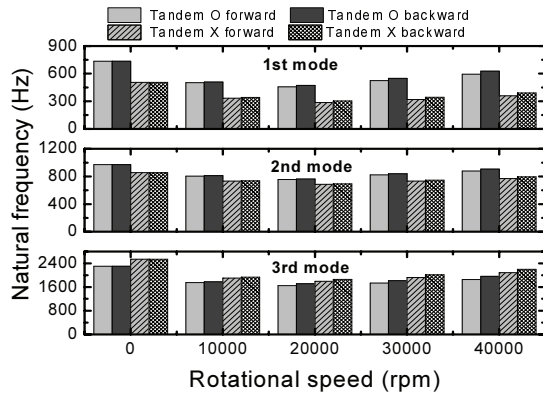


Fig. 16 Comparison of natural frequencies with the rotational speed changed for the spindle model

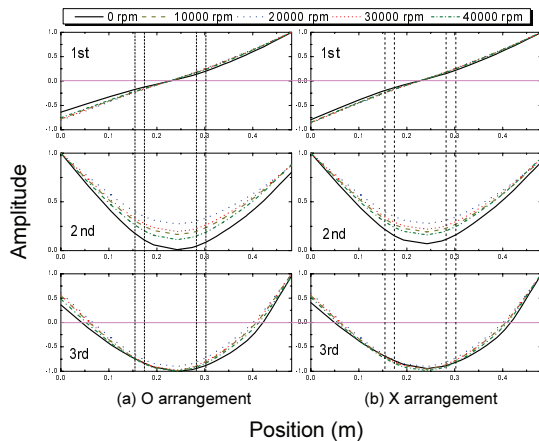


Fig. 17 Mode shapes for the spindle model

높아지면 회전체의 자이로효과에 의해 각 모드별로 전방모드(Forward mode)와 후방모드(Backward mode)로 분리되므로 전체적으로 6개의 모드를 나타내었다. Fig. 17은 아래 3개의 전방모드에 대해 회전속도를 변경시키면서 구한 고유모드를 보여주고 있다. 그림 내의 수직선은 베어링의 위치를 나타내고 있다. 전체적으로 1차와 2차모드는 베어링의 외측으로 모달변위가 크므로 O 배열에서 높은

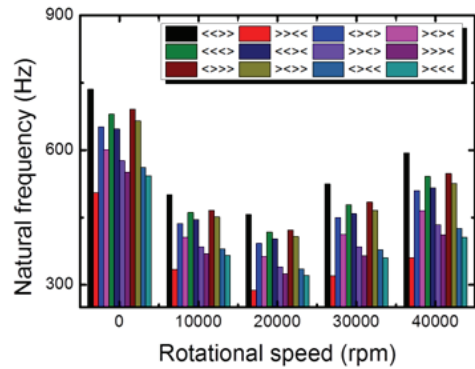


Fig. 18 Comparison of the first natural frequencies as a function of rotational speed for the spindle model with different types of bearing arrangements

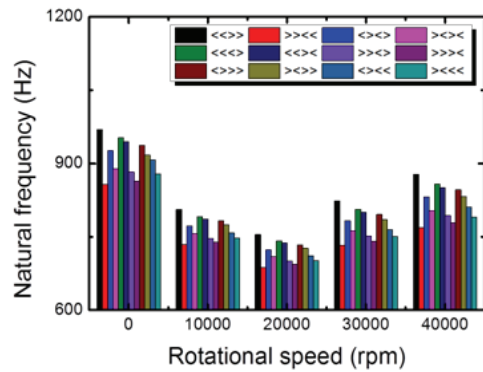


Fig. 19 Comparison of the second natural frequencies as a function of rotational speed for the spindle model with different types of bearing arrangements

고유진동수를 보이고 있으며 3차모드는 베어링의 내측으로 모달변위가 크므로 X 배열이 높은 것으로 나타나고 있다. 앞선 예제인 단순스핀들 모델에서 베어링이 축의 내측에 위치한 경우와 유사한 특성을 보이고 있다. 스핀들의 속도변화가 있는 경우에도 회전 효과에 의하여 고유진동수가 바뀌지만 모드는 큰 변화가 없어 전반적인 경향에 영향을 주지는 않는 것을 확인할 수 있다.

한편 Figs. 18 and 19는 여러 형태의 베어링 배열에 대해 전방 1차모드와 2차모드의 고유진동수를 비교해서 보여주고 있다. 조합가능한 모든 배열에서 본 예제에서는 Tandem O 방식의 배열이 1,2차모드에 대해 가장 높은 고유진동수를 나타내고 있다.

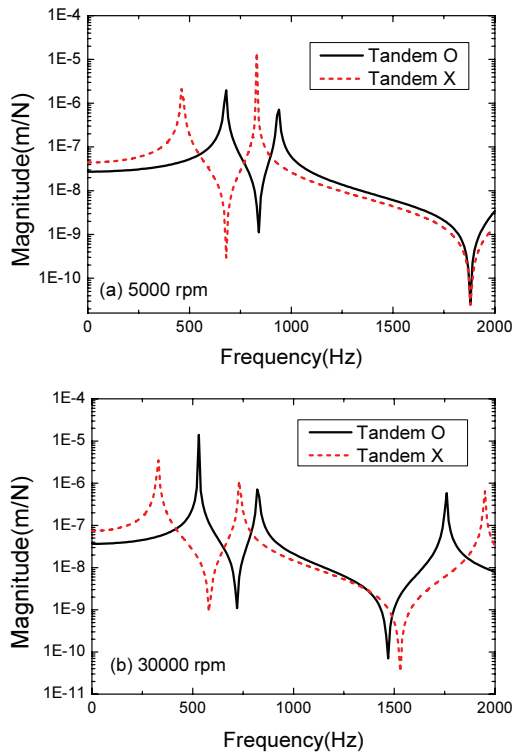


Fig. 20 Driving-point frequency response functions at the front end of the spindle at two rotational speeds for the spindle model

Fig. 20은 Tandem O와 X 배열을 한 스피ndl에 대해 5,000rpm과 30,000rpm으로 회전할 때, 스피ndl 끝단에서 힘을 가하고 같은 위치에서 측정하는 경우의 주파수 응답함수를 계산하여 비교하였다. 전체적으로 Tandem O 배열의 1,2차 피크점들이 Tandem X 배열의 피크점들 보다 높은 주파수에 위치하고 있는데, 이미 검토한 바와 같이 고유진동수가 더 높게 형성되고 있기 때문이다. 지금까지 동적 특성을 중심으로 분석하였으나 주파수 응답함수를 이용하면 정적 강성 특성도 확인할 수 있다. 주파수가 0일 때의 값을 통해 정적 강성의 비교가 가능한데, Tandem O의 절대값이 회전속도에 무관하게 더 작게 나타나고 있다. 이는 본 스피ndl의 경우 Tandem O 배열이 정적 강성 또한 높게 형성되고 있음을 의미한다.

5. 결론

본 논문에서는 정예하중조건외의 각접촉 볼베어

링 위치 및 배열방식에 따른 고속 스피ndl의 동특성 변화에 대해 고찰하였다. 이를 위해 베어링 자체에 대한 동적 모델을 포함한 스피ndl-베어링 계의 동적 모델을 구성하였으며 이를 이용한 해석 및 결과 분석을 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 각접촉 볼베어링에는 경방향변위 및 각변위에 대한 직접적인 강성과 이들간의 연성되는 강성이 존재한다.

(2) 베어링의 배열의 영향은 베어링의 위치에 따라 달라지며, 스피ndl의 각 모드별 모드형상에 영향을 받는다.

(3) 베어링 배열에 따른 특성은 경방향변위와 모멘트 연성강성과 베어링 위치에서의 모드변위 영향을 직접적으로 받는다.

(4) 경방향변위-모멘트 연성강성은, 등가적으로 O 배열에서는 경방향 강성을 베어링 위치에서 축 외측 방향으로, X 배열은 축 내측으로 이동시킨 효과로 대응시킬 수 있다.

(5) 스피ndl의 강성을 높이기 위해 베어링 배열 방식에 따른 모드형상 및 고유진동수 변화를 검토해야 하며, 일반적으로 베어링이 스피ndl 외측에 위치할수록 X 배열이, 내측에 위치할수록 O 배열이 스피ndl의 고유진동수를 높이는데 효과적이다.

(6) 개발된 프로그램이 베어링 배열 및 스피ndl 특성에 따른 동특성 변화를 잘 예측할 수 있다.

후 기

본 연구는 기계장비 정밀도 시뮬레이션 플랫폼 기술 개발 사업의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다

참고문헌

- Harris, T. A., "Rolling Bearing Analysis," John Wiley & Sons, pp. 12-17, 1990.
- Abele, E., Altintas, Y., and Brecher, C., "Machine Tool Spindle Units," CIRP Annals: Manufacturing Technology, Vol. 59, No. 2, pp. 781-802, 2010.
- Hagi, G. D. and Gafitanu, M. D., "Dynamic Characteristics of High Speed Angular Contact Ball Bearings," Wear, Vol. 211, No. 1, pp. 22-29, 1997.
- de Mul, J. M., Vree, J. M., and Maas, D. A., "Equilibrium and associated load distribution in ball

and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction-part I: general theory and application to ball bearings,” ASME J. of Tribology, Vol. 111, No. 1, pp.142-148, 1989.

5. Li, H. and Shin, Y., “Analysis of bearing configuration effects on high speed spindles using an integrated dynamic thermo-mechanical spindle model,” Int. J. of Machine Tools and Manufacture, Vol. 44, No. 4, pp. 347-364, 2004.
6. Choi, C. S., Lee, C. H., and Hong, S. W., “Dynamic analysis of spindle with the combination and arrangement of angular contact ball bearings varied,” Proc. of KSPE Autumn Conference, pp. 305-306, 2012.
7. Bae, G. H., Lee, C. H., Hwang, J., and Hong, S.W., “Estimation of axial displacement in high-speed spindle due to rotational speed,” J. Korean Soc. Precis. Eng., Vol. 29, No. 6, pp. 671-679, 2012.
8. Zverv, I., Pyounb, Y. S., Lee, K. B., Kim, J. D., Jo, I. H., and Combs, A., “An Elastic Deformation Model of High Speed Spindles Built into Ball Bearings,” Journal of Materials Processing Technology, Vol. 170, No. 3, pp. 570-578, 2005.
9. Jędrzejewski, J. and Kwasny, W., “Modelling of Angular Contact Ball Bearings and Axial Displacements for High-speed Spindles,” Journal of Manufacturing Technology, Vol. 59, No. 1, pp. 377-382, 2010.
10. Chen, J. S. and Hwang, Y. W., “Centrifugal Force Induced Dynamics of a Motorized High-Speed Spindle,” International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 30, No. 1-2, pp. 10-19, 2006.
11. Hwang, J., Shim, J. Y., Hong, S. W., and Lee, D. W., “Accuracy simulation of precision rotary motion systems,” J. Korean Soc. Precis. Eng., Vol. 28, No. 3, pp. 285-291, 2011.
12. Jorgensen, B. R. and Shin, Y. C., “Dynamics of spindle-bearing systems at high speeds including cutting loads effects,” Journal of Manufacturing Science and Technology, Vol. 120, No. 2, pp. 387-394, 1998.
13. Bae, G. H., Hong, S. W., and Hwang, J., “Experiment and simulation of asynchronous response for spindle due to geometric errors in bearings,” Proc. of the

KSPE Autumn Conference, pp. 497-498, 2012.

14. Lee, C. W. and Hong, S. W., “Asynchronous harmonic response analysis of rotor-bearing systems,” International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 2, No. 2, pp. 51-65, 1990.

부 록: 스피들-베어링 계 모델^{4,7}

Fig. 21은 회전요소에 대해 내외륜에 의한 접촉 반력과 원심력, 그리고 자이로모멘트에 의해 접촉 점에 가해지는 마찰력을 표현한 자유물체도이다. 그림에서 좌표 x 와 r 은 각각 축방향과 반경방향을 의미한다. 또한 Q_i 와 Q_e 는 내륜 및 외륜과의 접촉력이며, α_i 와 α_e 는 각각 내륜 및 외륜과의 접촉각을 의미한다. 볼의 원심력 F_c 는 다음과 같이 표현된다.

$$F_c = \frac{1}{2} m d_m \omega_c^2 \tag{1}$$

여기서 m , d_m , ω_c 는 각각 볼의 질량, 베어링 피치 직경 및 볼의 공전속도를 의미한다. 또한 볼이 받는 자이로모멘트 m_g 는 다음과 같이 표현된다.

$$m_g = \frac{1}{10} m D^2 \omega_c \omega_r \sin \beta \tag{2}$$

여기서 D 는 볼의 직경을, ω_r 과 β 는 각각 볼의 자전속도 및 볼의 자전축이 베어링 축과 이루는 각도를 의미한다. 볼과 내외륜과의 접촉력은 헤르쯔 접촉이론부터 다음과 같이 가정한다.

$$Q_i = K_i \delta_i^{1.5}, \quad Q_e = K_e \delta_e^{1.5} \tag{3}$$

여기서 δ_i 와 δ_e 는 각각 내륜과 볼 및 외륜과 볼 사이의 변형량을 의미하며, K_i , K_e 는 이에 대응되는 하중-변위 비례계수로서 베어링 곡률반경으로부터 계산되는 헤르쯔 접촉비과 기하학적 관계식을 이용하여 결정할 수 있다.

Fig. 21의 자유물체도로부터 다음과 같은 평형식을 얻을 수 있다.

$$Q_i \cos \alpha_i - Q_e \cos \alpha_e + F_c - \frac{m_g}{D} (\lambda_i \sin \alpha_i - \lambda_e \sin \alpha_e) = 0$$

$$Q_i \sin \alpha_i - Q_e \sin \alpha_e - \frac{m_g}{D} (\lambda_i \cos \alpha_i - \lambda_e \cos \alpha_e) = 0 \tag{4}$$

여기서 λ_i, λ_e 는 자이로모멘트에 대한 내륜과 외륜에서의 지지 비율을 의미한다. 고속의 스피들에서는 외륜에 작용되는 접촉력이 상대적으로 크게 되므로 외륜을 기준으로 구름운동을 하는 외륜제어 (Outer race control)모드로 가정할 수 있으며 $\lambda_e=2$ 로 두고, 그렇지 않은 경우에는 $\lambda_i=\lambda_e=1$ 로 두어 계산한다.

전역좌표에서의 전체 베어링에 대한 평형식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{F\} + \sum_{j=1}^Z [T_{\psi}]_j^T \{Q_i\}_j = \{0\} \quad (5)$$

여기서 Z 는 볼의 개수이고, $\{F\}$ 는 베어링에 가해지는 외력 벡터이며, $\{Q_i\}_j$ 는 j 번째 회전요소와 내륜과의 접촉력으로부터 rx 좌표방향으로 구한 벡터이다. 또한 $[T_{\psi}]_j$ 는 내륜 곡률반경 중심좌표에서 전역좌표로의 변환행렬이다. 식(4)와 (5)는 모두 비선형식으로서 식(5)를 푸는 과정에서 식(4)의 해를 구하는 방식으로 풀이과정이 진행된다. 또한 이 과정에서 베어링 중심좌표의 변위가 모두 계산된다. 식(5)로부터 다음과 같이 강성계수를 구할 수 있다.

$$K^b = \begin{bmatrix} \frac{\partial \{F\}}{\partial \{\delta\}} \end{bmatrix} = - \sum_{j=1}^Z [T_{\psi}]_j^T \frac{\partial \{Q_i\}_j}{\partial \{u\}} [T_{\psi}]_j \quad (6)$$

$5 \times 5 \qquad \qquad \qquad 5 \times 3 \quad 3 \times 3 \quad 3 \times 5$

식(6)의 행렬은 회전요소와 내륜과의 접촉력 및 변환행렬로 이루어져 있어 앞의 과정에서의 계산결과를 통해 손쉽게 얻어낼 수 있다.

한편, 회전체 베어링 계의 굽힘 진동에 관한 유한요소 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M^s] \{\ddot{q}\} + \Omega [G^s] \{\dot{q}\} + \{[K^s] + [K^b]\} \{q\} = \{f\} \quad (7)$$

여기서 Ω 는 축의 회전속도를 의미하며 $\{q\}$ 는 전역좌표벡터를, $\{f\}$ 는 대응되는 힘벡터를 의미한다. 또한, $[M^s], [G^s], [K^s]$ 는 각각 스피들 축 계에 의한 질량, 자이로, 강성행렬이며, $[K^b]$ 는 베어링에 의한 강성행렬을 의미한다. 이 행렬은 식(6)에서 구해진 베어링 강성행렬로부터 추출된 베어링 강성계수들을 베어링 절점에 관련된 요소로 더하는 방식으로 구성되며 일반적으로 성긴 행렬(Sparse matrix)가 된다.

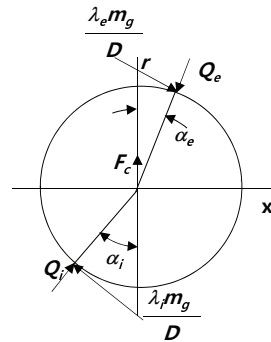


Fig. 21 Free body diagram for a ball subjected to the contact forces by inner and outer races, the centrifugal force and the friction forces due to gyroscopic moment