

감마형 자유피스톤 스텔링 엔진의 작동주파수 분석

Analyses on Working Frequency of A γ -type Free-piston Stirling Engine

장 선 준* · 심 규 호^{†1} · 이 윤 표^{†2}
Seon-Jun Jang, Kyuho Sim and Yoon-Pyo Lee

(Received April 23, 2013 ; Revised May 31, 2013 ; Accepted June 14, 2013)

Key Words : Energy Conversion(에너지 변환), Stirling Engine(스텔링 엔진), Working Frequency(작동주파수), Self-excitation(자려진동)

ABSTRACT

The dynamic characteristics of a free-piston stirling engine(FPSE) with regard to the working frequency is investigated from theoretical and experimental studies. The FPSE is modeled as a two degree-of-freedom linear vibration system. A theoretical expression on the working frequency is derived from the instability condition for self-excitation based on the linear vibration model. A γ -type free-piston stirling engine is fabricated for experimental studies, and its working frequency is measured on various heater temperatures. Comparisons between the theoretical and experimental results reveal that the working frequency of the test FPSE depends on both the temperature of the compression space and the temperature difference between the expansion and compression spaces.

1. 서 론

최근 심화된 지구 온난화와 화석연료의 고갈로 인해 신재생에너지(renewable energy)의 도입 및 폐에너지(waste energy)의 재활용이 더 이상 선택이 아닌 필수라는 사회적인 공감대가 형성되고 있다. 이러한 신재생에너지 및 폐에너지를 전력으로 변환하기 위한 핵심장치로서 스텔링 엔진이 새롭게 각광을 받고 있다. 스텔링 엔진은 외연기관으로서 다양한 열원 활용, 높은 에너지 변환효율, 구조의 단순성, 그리고 저진동, 저소음의 정숙성 등의 장점을 가지고 있다. 특히, 오늘날 소형 열병합발전, 태양열

발전, 폐열에너지 재생 등의 다양한 분야에 적용되고 있다^(1,2).

자유피스톤 스텔링 엔진(free-piston stirling engine, FPSE)은 기존의 스텔링 엔진에서 기구부를 제거한 것으로 1969년 Beale⁽³⁾에 의해 제안되었으며 기구형 스텔링 엔진에 비해 단순한 구조, 높은 효율, 적은 유지보수 등의 장점이 있다. 우리나라에서도 국가연구소 등에서 가정용 초소형 열병합 시스템에 적용하고자 하는 연구가 진행된 바 있다⁽⁴⁾.

FPSE는 기존의 스텔링 엔진에서 두 개의 피스톤을 연결하는 기계식 연결부(linkage)를 제거하여 두 개의 피스톤이 비접촉식으로 연결되어 작동하는 동역학적 연성(coupled) 진동계로서, 피스톤들의 배열

^{†1} Corresponding Author ; Member, Dept. of Mechanical System Design Engr., Seoul National University of Sci. & Tech.
E-mail : khsim@seoultech.ac.kr
Tel : +82-2-970-7195, Fax : +82-2-970-5173

^{†2} Corresponding Author ; Green City Technology Institute, KIST
E-mail : yplee@kist.re.kr
Tel : +82-2-958-5672, Fax : +82-2-958-5689
* Innovation KR

A part of this paper was presented at the KSNVE 2013 Annual Spring Conference

‡ Recommended by Editor Don Chool Lee

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

형태에 따라 직렬식 베타형과 병렬식 알파형 및 감마형으로 나뉘어지고 내부공간의 형태에 따라 팽창공간(expansion space)과 압축공간(compression space)이 각각 다른 실린더에 위치하는 알파형과 한 실린더에 위치하는 베타형과 감마형으로 구분된다. FPSE의 올바른 설계 및 운용은 열역학 뿐 아니라 동역학적 연구를 필수적으로 요구한다. FPSE의 진동계에 관한 연구는 선형 동역학의 관점에서 많은 연구자들에 의해 수행되어 왔으며⁽⁵⁻⁸⁾, 최근 비선형성까지 고려한 연구결과들이 발표되고 있다^(9,10). 특히 Urieli와 Berchowitz⁽¹⁵⁾는 베타형 FPSE의 동역학적 성능 해석을 다루고 있는데, 선형 진동모델에 관한 2x2행렬 형태의 운동방정식을 구한 후 행렬의 고유치가 0이 되는 조건으로 작동주파수식을 구하였다. 현재까지 출판된 FPSE에 관한 연구논문들은 대부분 발생 출력에 대한 분석을 주로 담고 있고^(8,10), FPSE의 동역학적 작동주파수 변화에 대한 분석 및 그 원인에 대해서 다루고 있는 논문, 특히 실험적인 논문은 찾아보기 어렵다.

이 논문에서는 감마형 FPSE의 선형 동역학 모델링을 기반으로, 연성된 두 개의 1자유도 진동계의 자력진동(self-excited vibration)이 발생할 조건을 전달함수를 이용하여 구한 후, FPSE의 작동조건 및 작동주파수에 관한 수학적 모델을 구하였다. 또한, FPSE의 제작 및 실험 연구를 수행하여 가열부와 냉각부의 온도변화에 따른 작동주파수의 변화를 측정하고 이론적 결과와 비교하여 온도조건이 FPSE의 작동주파수에 미치는 영향을 분석하였다.

2. FPSE 작동주파수 분석

2.1 선형 동역학 모델

Fig. 1은 감마(γ)형 FPSE의 개략도를 보여준다. 감마형 FPSE는 동일선(in-line) 상에 가열부와 냉각부가 놓여 있고, 두 개의 피스톤은 기구학적으로 분리되어 있다. 디스플레이서 피스톤(displacer piston, DP)은 가열부 및 냉각부가 있는 실린더의 팽창공간과 압축공간을 분리하고, 파워 피스톤(power piston, PP)은 동력을 발생한다. 열에너지는 FPSE의 아랫면에 위치한 가열부(heater)를 통해 공급되고 윗면에 위치한 냉각부(cooler)에서 방출된다. DP측 실린더의 팽창공간과 압축공간은 점선으로 표시된 재생기

를 통하여 연결되어 있다. 또한, DP측 실린더의 압축공간과 PP측 실린더는 좁은 유로(flow path)로 연결되어 있으므로, 두 개의 피스톤이 동역학적으로 연성된다. FPSE 내부의 작동기체는 화살표로 표시된 것과 같이 재생기 및 좁은 유로를 통하여 왕래한다.

FPSE는 동역학적으로 PP와 DP를 중심으로 구성된 2개의 진동계를 가진다. 두 진동계는 각각 질량, 강성, 감쇠 요소들이 서로 병렬 연결된 1자유도 선형 진동계로 모델링될 수 있다⁽⁵⁻⁸⁾. 압축공간 및 팽창공간의 부피변화에 대한 FPSE 내부의 압력 변화율 $\partial P/\partial V$ 는 Schmidt의 식⁽¹¹⁾을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial V_h} = \frac{m_{gas}R}{T_h} \left(\frac{V_{h0}}{T_h} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{d0}}{T_c} \right)^{-2} \equiv C_h$$

$$\frac{\partial P}{\partial V_c} = \frac{m_{gas}R}{T_c} \left(\frac{V_{h0}}{T_h} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{d0}}{T_c} \right)^{-2} \equiv C_c$$
(1)

위 식에서 V_{h0} 와 V_{d0} 는 각각 초기상태에서 팽창공간과 압축공간의 부피이고, T_h 와 T_c 는 각각 팽창공간과 압축공간의 온도이다. m_{gas} 와 R 은 각각 엔진 내부의 기체 질량 및 비기체상수(specific gas constant)이다. 이 연구에서는 1기압의 공기를 가정하였으므로 $R=286.9\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ 이다. Fig. 1의 모델에서 재생기의 온도 T_r 은 팽창공간과 압축공간 온도의 평균으로 가정한다⁽¹⁰⁾. 식 (1)에서 팽창공간과 압축공간의 부피 변화에 대한 압력 변화율은 일정한 팽창공간과 압축공간의 온도에 대하여 상수이고, 각각 C_h 와 C_c 로 정의한다.

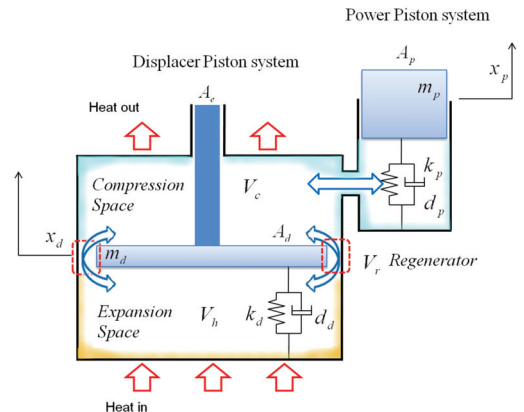


Fig. 1 Schematic of a γ -type FPSE

팽창공간과 압축공간의 부피 V_h 와 V_c 는 PP와 DP의 위치 x_p 와 x_d 에 따라 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} V_h &= V_{h0} + A_d x_d \\ V_c &= V_{d0} - (A_d - A_c)x_d + A_p x_p \end{aligned} \quad (2)$$

A_p 와 A_d 는 각각 PP와 DP의 단면적이고, A_c 는 DP의 외부로 노출된 부분의 면적이다.

팽창공간과 압축공간의 내부 압력은 다음과 같이 선형화될 수 있으며⁽¹²⁾,

$$P \approx P_0 + \frac{\partial P}{\partial V_h}(V_h - V_{h0}) + \frac{\partial P}{\partial V_c}(V_c - V_{d0}) \quad (3)$$

식(1)과 (2)를 식(3)에 대입하여 정리하면, 다음과 같이 내부 압력은 두 피스톤의 위치에 대한 함수가 된다.

$$P - P_0 = (C_h - (1 - \epsilon_c)C_c)A_d x_d + C_c A_p x_p \quad (4)$$

여기서 $\epsilon_c = A_c/A_d$ 이다. 내부 압력 $P - P_0$ 은 FPSE의 두 진동계를 작동시키는 가진력으로 작용하므로, PP와 DP계의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m_p \ddot{x}_p + d_p \dot{x}_p + k_p x_p &= -(P - P_0)A_p \\ m_d \ddot{x}_d + d_d \dot{x}_d + k_d x_d &= -(P - P_0)A_c \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 m_p , k_p , d_p 와 m_d , k_d , d_d 는 각각 PP 및 DP 진동계의 질량, 강성, 감쇠요소의 크기를 나타낸다. FPSE 내부의 유동 통로(flow path)에서 발생하는 유동저항력은 PP와 DP 간의 상대속도에 비례하는데, 그에 해당하는 감쇠계수는 일반적으로 d_p , d_d 에 비해 매우 작으므로 무시하였다^(5,10).

PP, DP 진동계가 ω 의 진동수로 조화운동을 한다고 가정하고, 각 피스톤의 변위 $x_p = X_p e^{j\omega t}$, $x_d = X_d e^{j\omega t}$ 를 식(5)에 대입하고, 또한 식(4)를 식(5)의 우변에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} k_p' - \omega^2 m_p + j\omega d_p & -\delta k_c \\ \epsilon_c k_c & k_d' - \omega^2 m_d + j\omega d_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_p \\ X_d \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

이때 $k_c = C_c A_d A_p$, $\delta = \frac{(1 - \epsilon_c)k_c - k_h}{k_c}$, $k_h = C_h A_d A_p$

$k_p' = k_p + k_c \epsilon_p$, $k_d' = k_d - ((1 - \epsilon_c)k_c - k_h) \frac{\epsilon_c}{\epsilon_p}$, $\epsilon_p = A_p/A_d$ 이다. 여기서, δ 는 팽창공간과 압축공간의 온도에 의해 결정된다. DP와 PP계의 진동은 식(6)의 비대각 행렬요소들에 의해 연성되어 있는데, $-\delta k_c$ 는 팽창공간과 압축공간의 온도차와 연관되어 있고, $\epsilon_c k_c$ 는 압축공간의 온도 및 DP의 노출면적 비율에 비례한다.

2.2 작동주파수

감마형 FPSE의 작동 조건을 구하기 위하여 두 진동계 간의 변위전달률 함수들, 즉 DP계에서 PP계로의 TR_{dp} 와 PP계에서 DP계로의 TR_{pd} 는 식(6)으로부터 다음과 같이 유도한다.

$$\begin{aligned} TR_{dp} &= \frac{X_p}{X_d} = \frac{\delta k_c}{k_p' - \omega^2 m_p + j\omega d_p} \\ TR_{pd} &= \frac{X_d}{X_p} = -\frac{\epsilon_c k_c}{k_d' - \omega^2 m_d + j\omega d_d} \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)은 PP 및 DP 진동계가 서로 연성된 되먹임 구조(feedback structure)임을 보여준다. 이러한 되먹임 구조는 다른 자려 진동계에서도 흔히 발견된다^(13,14). 일반적으로 간단한 Nyquist 판별법에서 ω 가 $0 \rightarrow \infty$ 일 때, 개루프 전달함수 $TR(j\omega)$ 의 궤적이 극점 $(-1, j0)$ 를 둘러싸지 않으면 시스템은 안정적이므로 이를 전체 진동계의 개루프(open loop) 전달함수 $TR = TR_{dp} \cdot TR_{pd}$ 에 적용하면 다음과 같이 진동계의 동적 불안정 조건을 구할 수 있다⁽¹⁴⁾.

- 위상조건 : 작동주파수 Ω 에서 X_p 의 위상이 $TR \cdot X_p$ 의 위상과 일치하여야 한다.
- 크기조건 : 작동주파수 Ω 에서 $|TR|$ 의 크기가 1보다 커야 한다.

즉, 작동주파수에서 위상 및 크기조건을 만족하면 동적 불안정성, 즉 자려진동이 발생하며 이는 곧 FPSE의 작동으로 나타나게 된다. 전달함수 TR 을 전개하면 다음과 같다.

$$TR = \frac{\epsilon_c k_c \{k_h - (1 - \epsilon_c)k_c\} (A + jB)}{\{(k_p' - \omega^2 m_p)^2 + \omega^2 d_p^2\} \{(k_d' - \omega^2 m_d) + \omega^2 d_d^2\}} \quad (8)$$

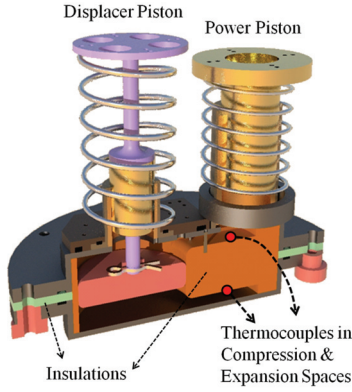


Fig. 2 3D model of the FPSE. Coil springs provide stiffness to each piston

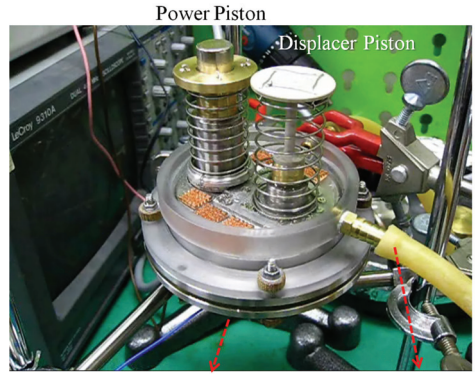


Fig. 3 Fabricated FPSE, installed on a electric heater and connected with cooling water

이때 $A = \omega^2 d_p d_d - (k_p' - \omega^2 m_p)(k_d' - \omega^2 m_d)$, $B = \omega \{ d_p (k_d' - \omega^2 m_d) + d_d (k_p' - \omega^2 m_p) \}$ 이다.

동일 위상조건을 만족하기 위해서는 식 (8)에서 허수부인 B 항이 0이 되어야 한다. 이때 다음과 같은 작동주파수에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\Omega = \sqrt{\frac{d_p k_d' + d_d k_p'}{d_p m_d + d_d m_p}} \quad (9)$$

위에서 구한 작동주파수식은 참고문헌⁽¹⁵⁾에서 고유치해석을 통해 얻은 작동주파수식에 유동에 의한 감쇠항을 소거한 결과와 일치한다. 결과적으로 FPSE의 작동주파수는 DP 및 PP 진동계의 질량, 강성, 감쇠상수들에 의해 결정된다. 여기서 두 진동계의 강성값 k_p' 과 k_d' 은 팽창공간과 압축공간의 온도 조건 : 온도와 온도차 및 형상 조건 : 부피, 면적, 면적비 등과 연관되어 있다.

3. FPSE 제작 및 실험

3.1 실험 장치

Fig. 2는 실험용 FPSE의 내부구조를 보여준다. DP측 실린더의 옆면에서의 열손실을 줄이기 위하여 내열성 플라스틱을 내장재로 사용하였고, 가열부에서 냉각부로의 구조 열전도를 막기 위하여 위 부분과 아래 부분의 결합면에는 유리섬유로 제작된 단열판을 적용하였다. DP의 운동범위는 각각의 피스톤이 정해진 크기 이상으로 발산 진동하는 것을 막기 위하여 기하적으로 구속하였는데, 진동 한계에서 발생

Table 1 Physical parameters of FPSE

Parameter	Value
Mass of power piston, m_p	$1.578 \times 10^{-1} \text{kg}$
Mass of displacer piston, m_d	$4.070 \times 10^{-2} \text{kg}$
Damping coefficient of PP system, d_p	$6.987 \times 10^{-1} \text{Nsm}^{-1}$
Damping coefficient of DP system, d_d	$5.163 \times 10^{-1} \text{Nsm}^{-1}$
Stiffness value of PP system, k_p	90.04Nm^{-1}
Stiffness value of DP system, k_d	103.1Nm^{-1}
Area ratio (A_e/A_d), ϵ_e	0.1644
Area ratio (A_p/A_d), ϵ_p	0.2922
Cross-sectional area of PP, A_p	$3.1416 \times 10^{-4} \text{m}^2$
Cross-sectional area of DP, A_d	$1.075 \times 10^{-3} \text{m}^2$
Volume of compression space, V_{cd}	$1.823 \times 10^{-5} \text{m}^3$
Volume of expansion space, V_{h0}	$2.509 \times 10^{-5} \text{m}^3$
Volume of regenerator, V_r	$1.193 \times 10^{-6} \text{m}^3$

하는 충격은 감쇠의 크기를 조정하여 제거하였다.

Table 1은 실험용 FPSE의 설계인자들을 보여주고 있다. 설계된 FPSE는 전체 높이가 90 mm, 엔진의 직경이 120 mm로 손바닥에 올려놓을 수 있을 정도의 크기이다. 설계인자 중에서 피스톤의 단면적들, 팽창공간과 압축공간, 재생기의 부피 등 기하적 설계인자들은 FPSE의 출력 및 크기를 고려하여 결정하였다. 또한, PP와 DP 진동계의 질량, 강성, 감쇠 등 동적 인자들은 구간 내의 모든 값들을 전절에 소개한 위상조건 및 크기조건에 대입하여 반복적으로 적합여부를 판단하는 단순탐색(simple search) 방법으로 결정하였다.

Fig. 3은 제작된 FPSE를 보여주고 있다. PP는 황동 소재로 DP는 내열성 플라스틱 소재로 제작되었다. 아랫부분의 팽창공간은 전기 열선으로 가열하고 윗부분의 압축공간은 냉각수를 순환하여 냉각하였다. 각 피스톤의 마찰면에는 슬리브를 장착하고 소량의 윤활유를 적용하여 마찰을 줄임과 동시에 내부 작동 기체의 누출을 막았다. 두 개의 열전대(thermocouple)는 Fig. 2에서 표시된 바와 같이 실린더 내부의 내장재 표면에 부착되어 압축공간 및 팽창공간 내부의 온도를 측정한다. 레이저 변위센서(DT20HI-N254B, SICK)는 PP의 수직 방향 변위를 100 Hz의 샘플링 주파수로 측정하였다. Fig. 4는 FPSE의 구동 및 온도와 변위 데이터 취득 과정을 보여준다.

3.2 실험 결과

Fig. 5는 FPSE의 구동 시 측정된 팽창공간과 압축공간의 온도와 PP의 진동 변위를 보여준다. 레이저 거리센서가 위에서 측정하므로, Fig. 5에서 변위의 감소는 PP 위치의 상승을 의미한다. FPSE의 기동은 팽창공간과 압축공간의 온도가 정상 상태를 유지할 때 PP를 위로 당겼다가 놓음으로서 이루어진다.

Fig. 5(a)는 약 1.8초에서 1차 기동 실패와 약 4초에서 2차 기동 및 FPSE의 정상 작동을 보여준다. Fig. 5(b)는 FPSE의 기동을 포함한 1분간의 PP의 변위 및 팽창공간과 압축공간의 온도를 보여준다. 팽창공간과 압축공간의 온도는 각각 섭씨 252.6°, 36.7°로 근사적으로 정상 상태를 유지하고, 이 때 FPSE의 작동주파수는 6.34 Hz이다. PP 진동의 크기는 대체로 일정하게 유지되면서, PP의 평균 위치가 미세하게 상승하고 있다. 기동 후 피스톤 운동으로 인한 실린더 내부 작동 기체의 혼합이 작동 기체의 평균 온도를 상승시켜 팽창한 것으로 추정된다.

FPSE의 작동주파수에 대한 팽창공간과 압축공간 온도의 영향을 고찰하기 위하여 Table 2의 세 가지 온도 조건에서 동일한 실험을 수행하였다. 히터의 온도 상승으로 인한 팽창공간의 온도가 증가함에 따라 압축공간의 온도와 온도차는 근사적으로 선형 증가하였다.

Fig. 6은 세 가지 온도 조건에서 PP의 과도 변위 응답을 보여준다. 측정에 사용된 레이저 거리센서의 비교적 큰 0.1 mm의 분해능으로 인하여, 측정된 변위 파형은 약간의 일그러짐을 가진다. Case 1, 2, 3의

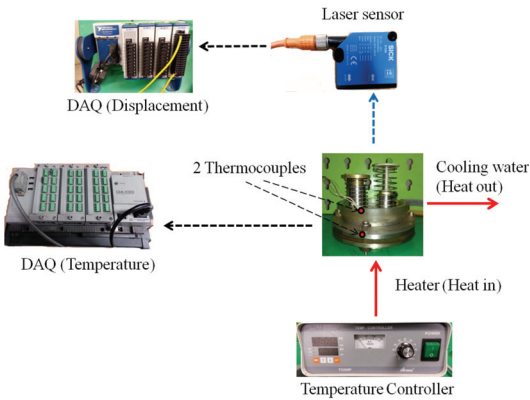
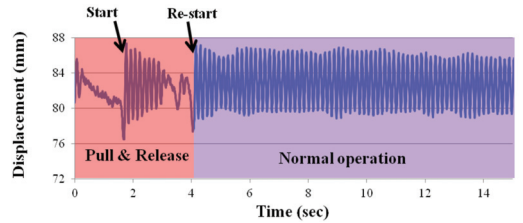


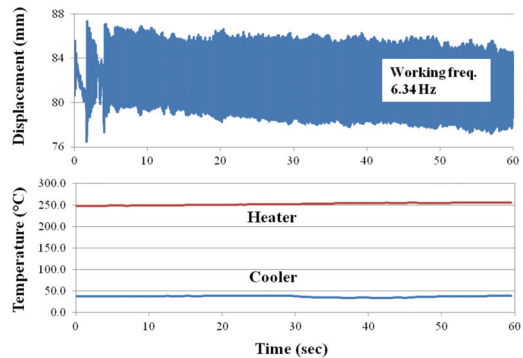
Fig. 4 Experimental setup of FPSE

Table 2 Three cases for temperatures

Cases	Expansion space (°C)	Compression space (°C)	Temperature difference (°C)
1	221.4	25.3	196.1
2	252.6	36.7	215.9
3	266.1	45.4	220.7



(a) Displacement of PP at start-up time



(b) Displacement of PP and temperatures of heater and cooler

Fig. 5 Operation of FPSE

온도 조건에서 FFT(fast Fourier transform)을 통한 FPSE의 작동주파수는 각각 6.39, 6.34, 6.49 Hz 이었으며, RMS(root mean square) 진폭은 각각 2.57, 2.61, 3.07 mm로 분석되었다. 팽창공간과 압축공간의 온도 및 온도차 증가에 대하여, 작동주파수는 소폭 감소 후 증가하였고, 진폭은 일관되게 증가하였다.

Fig. 7은 실험을 통해 얻은 작동주파수와 식 (9)에 의해 계산된 이론적인 작동주파수를 보여준다. 이

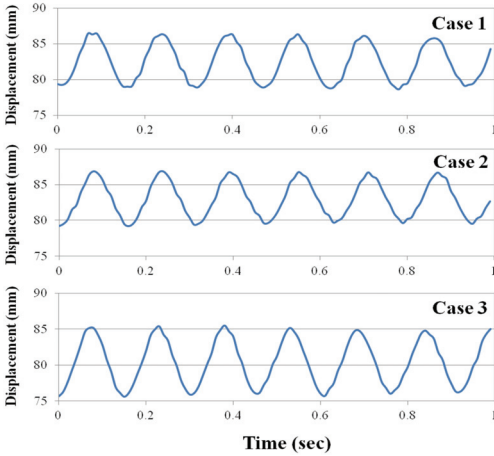


Fig. 6 Displacements of PP for various heater and cooler temperatures

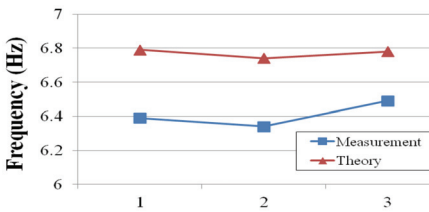


Fig. 7 Comparison of the experimental results with the theoretical calculations

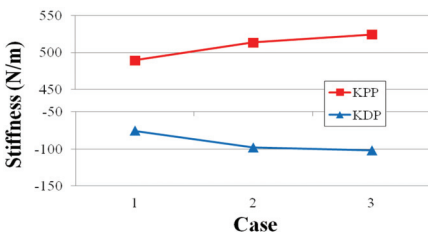


Fig. 8 Induced stiffness values for PP system(KPP, k_p') and DP system(KDP, k_d')

론값은 각각 6.79, 6.74, 6.78 Hz로서, 측정값은 이론값에 대해 4.5%~6.3% 오차를 보인다. 이 오차는 이 논문의 동역학 모델이 선형을 가정하고 내부 유로에 의한 감쇠를 고려하지 않은 것에 기인하는 것으로 추론된다. FPSE의 온도 증가에 대하여 측정된 작동주파수의 소폭 감소 후 증가는 이론적으로 계산된 작동주파수의 거동과 동일하다. 특히 이러한 결과는 FPSE의 온도 및 가열부와 냉각부의 온도차의 상승이 작동주파수의 일관된 증가를 유발할 것이라는 일반적인 예측과 차이를 보인다.

Fig. 8은 세 가지 온도조건에 대해 계산된 PP계와 DP계의 유도강성을 나타내고 있다. PP계와 DP계의 유도강성은 온도 증가에 따라 각각 양의 값으로서 증가하고, 음의 값으로서 감소한다. 특히 음의 강성⁽¹⁶⁾인 DP계의 유도강성은 진동계의 동적 불안정성을 유발하는 원인으로 작용한다. 이러한 온도의 변화에 따른 강성 변화는 작동주파수 변화를 유발한다. 즉 작동주파수 식 (9)의 분모부인 $d_p m_d + d_d m_p$ 가 일정하므로, 전체 유도강성인 분자부 $d_p k_d' + d_d k_p'$ 의 증가는 작동주파수를 상승시킨다. Case 2의 경우 유도강성 k_p' 과 k_d' 의 비슷한 증가 및 감소는 분자부에서 증가 및 감소의 상쇄를 유발한다. 따라서, Table 1에서 주어진 바와 같이 작동주파수는 d_p 가 d_d 에 비하여 약 40% 크므로 미미한 감소로 이어진다. 반면에 case 3의 경우 k_p' 의 증가량이 k_d' 감소량보다 상당히 크기 때문에 결과적으로 작동주파수가 증가하였다. 특히 k_p' 과 k_d' 은 근사적으로 팽창공간의 온도와 두 공간의 온도차에 대하여 선형적으로 변화하였다.

Table 3 Effect of temperatures to the values of induced stiffness. Numbers are percentages of change of induced stiffness due to the increase/decrease of temperatures

Cases	Variable	T_c		T_h		T_c and T_h	
		+10°C	-10°C	+10°C	-10°C	+10°C	-10°C
1	$\Delta k_p'(\%)$	0.21	-0.26	1.5	-1.5	1.7	-1.8
	$\Delta k_d'(\%)$	20	-20	-17	17	3.1	-3.1
2	$\Delta k_p'(\%)$	0.23	-0.28	1.4	-1.4	1.7	-1.7
	$\Delta k_d'(\%)$	15	-15	-13	13	2.4	-2.3
3	$\Delta k_p'(\%)$	0.22	-0.27	1.4	-1.4	1.6	-1.6
	$\Delta k_d'(\%)$	15	-15	-12	12	2.3	-2.2

유도강성 k_p' 과 k_d' 의 온도 변화에 대한 거동 및 민감도(sensitivity)를 평가하기 위하여 일정한 온도의 증감에 대한 유도강성의 변화를 식 (1)과 (6)을 이용하여 계산하였다. Table 3은 세 가지 온도 조건에서 압축공간의 온도 T_c , 팽창공간의 온도 T_h , 그리고 두 공간의 온도 T_c 와 T_h 를 각각 10°C 만큼 올리거나 내렸을 때, 유도강성의 변화 $\Delta k_p'$ 과 $\Delta k_d'$ 을 백분율로 보여준다. 테이블의 계산결과는 k_p' 은 가열부가 있는 팽창공간의 온도 변화에 보다 민감하게 변화하며, k_d' 은 팽창공간 또는 압축공간의 온도 변화에 모두 민감하게 반응함을 보여준다. 특히 k_d' 은 3번째 열에서 나타난 바와 같이 온도차를 유지하는 상태에서 두 공간의 온도를 동시에 변화시키는 경우 변화율이 현저히 감소하므로, 온도차의 변화에 민감하게 반응함을 알 수 있다.

작동주파수의 변화는 식 (9)와 같이 두 개의 유도강성의 선형합, 즉 $d_p k_d' + d_d k_p'$ 의 변화에 의해 지배된다. 먼저 온도차가 유지되는 상태에서 두 공간의 온도 증가는 모든 유도강성을 증가시키고, 결과적으로 Table 3의 3열에 나타난 바와 같이 작동주파수는 증가한다. 그러나, Table 3의 1, 2열에서 T_h 또는 T_c 단독 증가는 온도차의 변화를 수반하므로 유도강성들의 증감이 서로 상쇄되어 작동주파수의 변화가 크게 발생하지 않거나, 오히려 소폭 감소할 수 있다. 예를 들어 T_c 가 일정한 상태에서 T_h 가 증가할 경우 온도차도 함께 증가하여, T_h 에 민감한 k_p' 은 크게 증가하고, 온도차에 민감한 k_d' 은 크게 감소한다. 결국 유도강성들의 선형합은 서로 상쇄되어 작동주파수의 변화량은 크지 않다. 반면, T_h 가 일정한 상태에서 T_c 가 증가할 경우 온도차가 줄어들게 되므로 T_c 에 덜 민감한 k_p' 은 크게 변하지 않으나 온도차에 민감한 k_d' 이 크게 증가하여 작동주파수는 증가한다.

Fig. 7의 실험 결과에서, 온도차의 변화가 큰 case 1에서 case 2로의 변화는 Table 3의 2열, 즉 T_h 의 증가 및 온도차의 증가모델로 설명 가능하다. 즉 작동주파수의 소폭 감소는 k_p' 과 k_d' 의 증가 및 감소가 서로 상쇄되어 발생한 것으로 볼 수 있다. 반면, 온도차의 변화가 작은 case 2에서 case 3로의 변화는 Table 3의 3열, 즉 온도차가 변화가 없는 T_h 와 T_c 의 동시 증가로 설명 가능한데, 두 공

간의 온도 증가로 인한 k_p' 과 k_d' 의 동시 증가로 인해 작동주파수는 증가하였다.

4. 결 론

이 논문에서는 감마형 자유피스톤 스티어링 엔진(FPSE)의 온도에 따른 작동주파수를 분석하였다. FPSE의 선형 동역학 모델을 수립하고 자력진동이 발생할 조건을 적용하여 동역학 설계인자에 의해 결정되는 작동주파수식을 구하였다. 자체 제작된 감마형 FPSE를 이용하여 세 가지 온도 조건에 대해서 실험을 수행하였고, 측정된 작동주파수들을 이론적으로 계산한 값과 비교 분석하였다. 더불어 온도에 따른 FPSE의 작동주파수의 변화를 PP 및 DP 진동계의 유도강성을 이용하여 규명하였다.

후 기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비(일부)지원으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

References

- (1) Kongtragool, B. and Wongwisets, S., 2003, A Review of Solar-powered Stirling Engines and Low Temperature Differential Stirling Engines, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 7, No.2, pp. 131~145.
- (2) Paepe, M. D., D'Herdt, P. and Mertens, D., 2006, Micro-CHP Systems for Residential Applications, Energy Conversion and Management, Vol. 47, No.18-19, pp. 3435~3446.
- (3) Beale, W. T., 1969, Free-piston Stirling Engines - Some Model Tests and Simulations, SAE Paper No 690230.
- (4) Ko, J., Hong, Y.-J., Kim, H., Kang, I.-S. and Park, S.-J., 2011, Experiments on Dynamic and Electrical Characteristics of 1kW Class Stirling Engine, Proceedings of the KSME Annual Autumn Conference, pp. 1717~1720.
- (5) Redlich, R. W. and Brechowitz, D. M., 1985,

Linear Dynamics of Free-piston Stirling Engine, Proceedings of IMechE, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 199, No. A3, pp. 203~213.

(6) Kankam, M. D. and Rauch, J. S., 1993, Controllability of Free-piston Stirling Engine/linear Alternator Driving a Dynamic Load, NASA Technical Memorandum, 106497.

(7) De Mont, F. and Benvenuto, G., 1998, Reflections on Free-piston Stirling Engines, Part 1: Cycling Steady Operation, Journal of Propulsion and Power, Vol. 14, No. 4, pp. 499~508.

(8) De Mont, F. and Benvenuto, G., 1998, Reflections on Free-piston Stirling Engines, Part 2: Stable Operation, Journal of Propulsion and Power, Vol. 14, No. 4, pp. 509~518.

(9) Formosa, F., 2009, Nonlinear Dynamic Analysis of a Membrane Stirling Engine: Starting and Stable Operation, Journal of Sound and Vibration, Vol. 326, No. 3-5, pp. 794~808.

(10) Karabulut, H., 2011, Dynamic Analysis of a Free Piston Stirling Engine Working with Closed and Open Thermodynamic Cycles, Renewable Energy, Vol. 36, No. 6, pp. 1704~1709.

(11) Schmidt, G., 1871, The Theory of Lehmann's Calorimetric Machine, Z. Ver. Dtsch. Ing., Vol. 15, Part 1.

(12) Riofrio, J. A., Al-Dakkan, K., Hofacker, M. K, and Barth, E., J., 2008, Control-based Design of Free-piston Stirling Engine, Proceedings of 2008 American Control Conference, WeC09.4, pp. 1533~1538.

(13) Shin, K., Joe, Y.-G. and Oh, J.-E., 2003, The Effect of Damping of a Two-degree-of-freedom Model for the Disc Brake Squeal Noise, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No. 12, pp. 903~910.

(14) Hoffmann, N. and Gaul, L., 2003, Effects of Damping on Mode-coupling Instability in Friction Induced Oscillations, ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 83, No. 8, pp. 524~534.

(15) Urieli, I. and Berchowitz, D. M., 1984, Stirling Cycle Engine Analysis, Adam Hilger Ltd.

(16) Carrella, A., Brennan, M. J. and Waters, T. P., 2007, Static Analysis of a Passive Vibration Isolator

with Quasi-zero-stiffness Characteristic, Journal of Sound and Vibration, Vol. 301, No. 3-5, pp. 678~689.



Seon-Jun Jang received a BS, MS and PhD degree in Dept. of Mechanical Engineering of Yonsei University in 1999, 2001, and 2007, respectively. He is currently working as the senior researcher in Innovation KR. His researches

are mainly focused on the design of vibrational energy conversion systems, i.e., mechanical energy harvester and free-piston Stirling engine.



Kyuho Sim received the MS degree in mechanical engineering from Korea Advanced Institute of Science and Technology(KAIST), Daejeon, Korea, in 2002 and PhD degree in mechanical engineering from Texas A&M University,

College Station, TX, in 2007. He joined Samsung Advanced Institute of Technology, Suwon, Korea, in 2009, and Korea Institute of Science and Technology, Seoul, Korea, in 2010, on development of oil-free rotating systems such as high speed permanent magnet motor/generator and high temperature micro gas turbines. Currently, he is working as a assistant professor at Seoul National University of Science and Technology. His research interests are lying on the analysis, design and testing of rotordynamic and thermal systems such as high speed turbomachinery, electric motors, Stirling engines, etc.



Yoon-Pyo Lee received a BS, MS and PhD degree in Dept. of Mechanical Engineering of Seoul National University in 1981, 1985 and 1989, respectively. He is working as the principal researcher in Korea Institute of

Science and Technology. His researches are mainly focused on the Stirling Engine and a Cascade Energy Utilization.