

콘크리트 슬래브 궤도 교량의 사용성 검토를 위한 레일 지지점에서의 작용력 해석

최준혁*

Choi, Jun-Hyeok*

Analysis of the Internal Forces of the Rail Supports for the Serviceability of Concrete Slab Track Bridge

ABSTRACT

In this study, the reference values for the internal forces of the rail supports caused by a wheel load, a unit vertical displacement, a unit end rotation in examination of the serviceability of concrete slab track bridge were obtained. In analysis, the analysis models of which the rail was continuously and discretely supported by elastic springs were used. The internal forces of the rail supports from the analysis were compared with the results provided in the DS 804 regulations and agreed with well. In addition, the effects of the space between the rail supports and the stiffness of fastener on the internal forces of the rail supports were investigated.

Key words : Concrete slab track, Serviceability, Continuous support model, Discrete support model, Compressive force, Uplifting force

초 록

본 연구에서는 콘크리트 슬래브 궤도를 가지는 교량의 사용성 검토에 있어 단위 축하중, 단위 수직 단차, 단위 회전 등에 의해 발생하는 레일 지지점의 작용력에 대한 기준 값을 구하였다. 해석방법에 있어서는 레일이 탄성 스프링에 의해 연속적으로 지지되는 모델과 이산적으로 지지되는 모델이 이용되었다. 해석결과 얻어진 레일 지지점에서의 작용력은 콘크리트 궤도의 사용성 검토에서 참조되고 있는 DS 804 기준에 제시된 값과 비교되었으며, 그 결과는 잘 일치하였다. 또한, 레일 지지점의 간격과 체결장치의 강성이 레일 지지점에서의 작용력에 미치는 영향을 분석하였다.

검색어 : 콘크리트 슬래브 궤도, 사용성, 연속지지모델, 이산지지모델, 압축력, 부상력

1. 서론

콘크리트 궤도는 자갈도상 궤도와 비교하여 강성이 크고 궤도의 변형이 작으며, 유지관리 작업이 감소되고 열차운행의 안전성과 고속화 측면에서 유리하다는 장점들로 인하여 최근 건설되는 대부분의 철도노선에서 적용되고 있다.

궤도를 지지하는 노반 중 교량에는 토공이나 터널과는 달리 열차의 주행, 온도의 변화, 지반 조건의 차이 등에 따른 정, 동적하중이 작용하며, 그로인한 교량과 궤도에서의 변위 및 변형이 발생된다. 특히, 교량구간의 교각부와 교대부의 지지부 경계면에서는 지지부의 강성의 차이로 인해 열차의 주행안전성, 승차감, 유지보수와 관련된 궤도의 사용성이 크게 낮아질 수 있다.

콘크리트 궤도의 경우 자갈궤도와는 달리 사용성 확보를 위한 제한 규정들이 명확하지 않았으나, 최근에는 교량 상부구조 및 궤도의

* 정회원 · 부천대학교 토목공학과 교수 (Corresponding Author · Bucheon University · cjunh@bc.ac.kr)

Received October 18 2012, Revised January 30 2013, Accepted May 31 2013

변위에 따른 궤도구조의 기능유지와 열차 주행 안전성 확보를 위해서 레일 지지점에서의 압축력(compressive force) 및 부상력(uplifting force)에 대한 사용성 검토 방법 및 기준을 독일의 참고기준인 DS 804 (2000)를 준용하여 적용하고 있다(한국철도시설공단, 2008).

국내에서는 콘크리트 궤도의 사용성 검토를 위한 기초연구로서 DS 804 기준에 제시된 궤도의 사용성 영향인자에 대한 연구와 다양한 조건에 대한 사용성 검토 측면에서의 교량의 거동에 대한 연구 결과들이 보고되었다(박흥기, 2009; 박흥기 외, 2009; 성덕룡 외, 2008).

DS 804 기준에 의한 사용성 검토는 다양한 하중 조건에 의해 발생하는 교량 상부구조의 변위를 단차와 회전으로 구분하고, 그로 인한 레일 지지점 및 레일에서의 작용력이 사용한계 범위내에 있도록 하는 것이다. 이 과정에서 레일 지지점에서의 작용력은 범용 구조해석 프로그램 또는 특정 해석 프로그램을 이용하여 수행되고 있다. 그러나 그러한 해석 프로그램을 사용하거나 다양한 조건을 모델링하여 매번 해석을 수행한다는 것은 매우 복잡하고 번거로운 일이며, 실무자들에게는 이러한 과정을 이해하고 수행하기란 매우 어려운 실정이다.

따라서, 본 연구는 콘크리트 궤도가 부설된 교량의 사용성 설계기법 제시를 위한 기초 연구로서 설계시 적용되고 있는 DS 804 기준의 제시값을 다른 해석 방법을 이용하여 해석하고 그 결과를 비교, 검증하였다. 해석 방법은 궤도역학에서 잘 알려진 탄성지지된 연속보 모델을 적용하였으며, 이산 지지보 모델에서는 5연 모멘트 방정식을 적용하였다. 해석은 단위 축하중, 단위 수직 단차, 단위 회전에 의해 발생하는 레일 지지점의 작용력을 구하였으며, 레일 지지점의 간격과 체결장치의 강성이 레일 지지점에서의 작용력에 미치는 영향을 나타내었다. 추후 연구에서는 콘크리트 궤도 교량의 사용성에 영향을 미치는 변수와 하중조건에 따른 사용성 측면에서의 교량 및 궤도의 거동에 대해 제시될 계획이다.

2. 콘크리트 궤도의 사용성

콘크리트 궤도가 부설된 교량의 궤도 및 체결장치에 발생하는 작용력은 지지부의 강성 차이가 크고 교량 상부구조와 궤도간의

상대변위가 크게 발생하는 토공~교량 접속부, 다른 경간의 상부 구조가 접속되는 교각부에서 가장 크게 나타난다. 콘크리트 궤도 교량의 사용성 설계는 여러 가지 정, 동적 하중에 의해 발생하는 교량 상부구조 및 궤도의 변형 또는 변위로 인한 레일 및 체결장치에서의 작용력이 특정한 허용 한계를 넘지 않도록 하는 것이다. 여기서, 교량의 상부구조의 변형을 일으키는 주요 하중은 Table 1에 나타난 정, 동적하중이며, 교량의 상부구조와 궤도에 발생하는 변형 및 변위의 발생요인은 레일에 직접 작용하는 열차의 축하중과 교량 상부구조 지점 간의 수직 단차 및 교량 상부구조의 회전변위로 구분한다. 또한, 레일 및 체결장치에 발생하는 작용력은 체결장치의 체결력 및 탄성패드의 허용변위, 레일 압축력에 대한 허용 한계 이하여야 한다.

사용성 검토 과정에서 교량과 궤도구조의 기하학적 조건, 정적 및 동적 하중, 레일 및 체결장치의 강성은 설계단계에서 이미 결정되어 있으므로, 교량 상부구조 및 궤도의 단위 축하중, 단위 수직단차, 단위 회전변위에 의한 변위 또는 작용력을 구하면 Eqs. (1)~(4)의 나타난 바와 같이 작용하중의 적절한 조합으로 체결장치에 발생하는 압축력과 부상력을 계산할 수 있다.

$$F_u = \phi_{d,stat} F_{u\phi}(c_s, a, a_1) + \phi_{d,dyn} F_{u\phi}(c_d, a, a_1) + \delta_{d,stat} F_{u\delta}(c_s, a, a_1) + \delta_{d,dyn} F_{u\delta}(c_d, a, a_1) + \frac{Q_d}{100} F_{up}(c_d, a) \quad (1)$$

$$F_c = \phi_{d,dyn} F_{c\phi}(c_d, a, a_1) + \delta_{d,dyn} F_{c\delta}(c_d, a, a_1) + \frac{Q_d}{100} F_{cp}(c_d, a) \quad (2)$$

$$\phi_{d,stat} = \sum \gamma_F \phi_{stat}, \quad \phi_{d,dyn} = \sum \gamma_F \phi_{dyn} \quad (3)$$

$$\delta_{d,stat} = \sum \gamma_F \delta_{stat}, \quad \delta_{d,dyn} = \sum \gamma_F \delta_{dyn} \quad (4)$$

여기서, $\phi_{d,stat}, \phi_{d,dyn}$: 정, 동적하중에 의한 단위 회전변위의 합(%)

Table 1. Static and Dynamic Actions on a Superstructure of Bridge

Type	Static Actions	Dynamic Actions
Axial load	-	•Direct acting force due to axial load
Vertical gap	•Pier rotation due to the temperature difference between rail and bridge •Pier rotation due to the temperature difference between front and rear sides of a pier	•Pier rotation due to starting and breaking loads •Vertical deformation due to axial load
End rotation	•Dead loads, creep and shrinkage •Temperature difference between top and bottom surfaces of a superstructure •Settlement of footing	•Train axial load

- $\delta_{d,stat}, \delta_{d,dyn}$: 정, 동적하중에 의한 단위 수직단차의 합(mm)
- γ_F : 부분안전계수
- Q_d : 열차 축하중에 의한 레일 지지점에서의 작용하중(kN)
- $F_{u\phi}, F_{u\delta}, F_{up}$: 단위 회전변위(1‰), 단위 수직단차(1mm), 단위 축하중(100kN)에 의한 레일 지지점에서의 부상력(kN)
- $F_{o\phi}, F_{c\delta}, F_{cp}$: 단위 회전변위(1‰), 단위 수직단차(1mm), 단위 축하중(100kN)에 의한 레일 지지점에서의 압축력(kN)
- c_s, c_d : 체결구의 정적 및 동적강성(kN/mm)
- a, a_1 : 레일 지지점간의 간격(mm)

3. 구조해석

콘크리트 궤도가 부설된 교량의 해석 모델링에 있어 고려되어야 할 구조요소는 교량의 받침, 거더, 상부슬래브, 체결장치, 레일이다. 해석의 단순화를 위해서 교량의 거더와 상부슬래브는 하중을 직접 받는 레일에 비하여 상대적으로 강성이 매우 크고 국부적인 변형이나 처짐이 아주 작으므로 궤도구조를 지지하는 지점으로 가정한다. 교량 지간이 긴 경우 상부구조의 처짐에 의해 궤도에도 변위를 발생시키지만, 사용성 검토 구간이 교량 지점부 부근이므로 상부구조 자체의 변형에 의한 영향은 없는 것으로 가정한다. 체결구는 특정한 하중 이상에서 체결구의 기능을 상실하게 되므로 탄소성 거동을 나타내나 체결구의 사용한계를 압축력에서는 레일 패드의 변형, 인장에 대해서는 미리 압축된 하중이 상실되기 전까지로 정의하므로 체결구의 거동은 탄성범위 내에 있는 것으로 가정한다.

이러한 가정에 기초하여 해석 모델링은 교량 상부구조는 경계면, 체결장치는 탄성 스프링 요소, 레일은 연속된 보요소로 하여, 견고한 경계면에 탄성스프링으로 지지된 연속보로 모델링하였다. 체결장치를 나타내는 스프링 요소는 연속적으로 분포 지지된 모델(Continuous Support Model, CSM)과 체결장치의 위치에 지지된 이산지지 모델(Discrete Support Model, DSM)로 구분하였다.

해석시 궤도의 단면 특성치는 UIC 60 레일 한 개에 대한 단면적 $A = 7.686 \times 10^3 \text{ mm}^2$, 단면 2차 모멘트 $I = 3.055 \times 10^7 \text{ mm}^4$, 레일의 탄성계수는 $E = 210 \text{ GPa}$ 을 적용하였다.

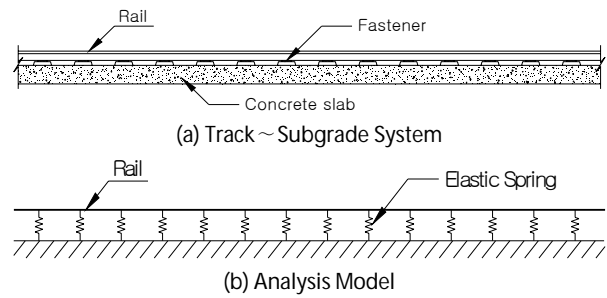


Fig. 1. Continuous Support Model of Track~Subgrade System

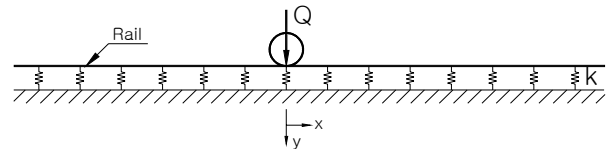


Fig. 2. Model for a Vertical Wheel Load Application

3.1 연속지지보 모델

탄성지지 연속보 모델은 레일의 응력 계산시 일반적으로 사용되는 해석모델이다. 길이가 대단히 긴 레일~침목 보에서 체결장치의 간격은 상대적으로 짧으므로 레일은 Figure 1에 나타난 바와 같이 체결장치에 의해 연속적으로 지지된 것으로 가정된다.

3.1.1 단위 축하중

레일 지지점에 발생하는 작용력을 계산하기 위해 문헌 자료(Kerr, 2009)를 참고하면, Figure 2와 같이 연속지지된 보에 집중하중 Q 가 작용할 때 레일에 발생하는 변위는 Eq. (5)와 같이 주어진다.

$$y(x) = \frac{1}{2} Q \frac{\beta}{k} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \quad (5)$$

여기서, β 는 $\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$, k 는 체결장치의 강성(k_s)을 지지점 간격으로 나눈 단위길이당 지지점 강성, x 는 하중 재하점으로 부터의 거리이다.

레일에서 발생하는 작용력 P_r 은 연속적으로 분포된 반력에 등간격으로 배치된 레일 지지점간의 거리 a 를 곱한 것과 같으므로 Eq. (6)으로 계산된다.

$$\begin{aligned} P_r &= a \cdot q = a \cdot k \cdot y \\ &= \frac{1}{2} a \beta Q e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \end{aligned} \quad (6)$$

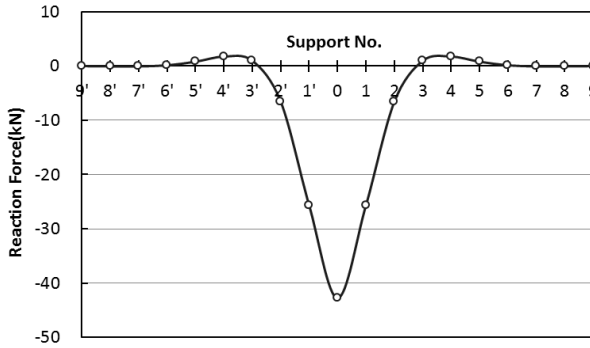


Fig. 3. Vertical Reaction Forces of the Rail Supports by a Wheel Load (100kN) in CSM

레일 지지점에 작용하는 최대 압축력 $P_{r,max}$ 은 하중이 재하되는 $x=0$ 인 위치에서 발생하며, 이를 Eq. (6)에 대입하면 Eq. (7)을 얻는다.

$$P_{r,max} = \frac{1}{2}a\beta Q \quad (7)$$

Figure 3은 Eq. (6)을 이용하여 축하중 $Q=100kN$ 이 작용할 때 거리에 따른 레일에서 발생하는 작용력을 나타낸 것으로 레일에서의 압축력은 하중이 재하되는 위치에서 가장 큰 압축력이 발생하고 하중 작용점에서 어느 정도 떨어진 위치에 최대 부상력이 나타남을 알 수 있다.

레일 지지점에 작용하는 최대 부상력은 레일에 발생하는 작용력의 도함수가 0 이 되는 지점의 값이므로 Eq. (6)과 Eq. (8)을 이용하여 계산될 수 있다.

$$\frac{dP_r(x)}{dx} = 0 \quad (8)$$

Eq. (8)로부터 최대 부상력이 발생하는 위치는 Eq. (9)로 계산되며, 이를 Eq. (6)에 대입하면, 최대 부상력은 Eq. (10)에 나타난 바와 같이 최대 압축력의 4.32%가 됨을 알 수 있다.

$$x = \frac{\pi}{\beta} \quad (9)$$

$$P_{u,max} = -\frac{Q}{2}a\beta e^{-\pi} = -0.0432 P_{r,max} \quad (10)$$

또한, 부상력이 발생하는 구간은 레일에서 발생하는 작용력이 0이 되는 범위의 값이므로 Eq. (6)으로부터 Eq. (11)이 구해진다. 레일에서 부상력이 발생하는 첫 번째 구간은 Eq.(12)와 같으며, 레일 지지점간의 거리로 나누면 부상력이 작용하는 체결장치의 위치를 알 수 있다.

$$\therefore x = \frac{1}{\beta} \left(i\pi - \frac{\pi}{4} \right) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

$$\therefore \text{부상력 발생 구간} : x_1 \sim x_2 = \frac{3\pi}{4\beta} \sim \frac{7\pi}{4\beta} \quad (12)$$

Table 2는 단위 축하중 100kN가 작용할 때 레일에서의 발생하는 최대 압축력과 최대 부상력을 체결장치의 강성(k_s)과 지지점간의 거리(a)에 대해 나타낸 결과이다. 최대 압축력과 최대 부상력은 체결장치의 강성이 커질수록, 그리고 레일 지지점간의 거리가 커질수록 커진다.

3.1.2 단위 수직 단차

단위 수직 단차로 인한 레일 지지점의 반력을 계산하기 위해 수직하중을 받는 연속지지보에 대한 해석이론을 이용한다. 연속지

Table 2. Maximum Internal Forces of the Rail Supports by a Wheel Load(100kN) in CSM

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)			Maximum Uplifting Force(kN)		
	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$
20	-34.01	-32.03	-30.00	1.47	1.38	1.30
25	-35.96	-33.86	-31.73	1.55	1.46	1.37
30	-37.64	-35.44	-33.20	1.63	1.53	1.43
35	-39.12	-36.84	-34.51	1.69	1.59	1.49
40	-40.44	-38.09	-35.68	1.75	1.65	1.54
45	-41.65	-39.23	-36.75	1.80	1.69	1.59
50	-42.76	-40.27	-37.73	1.85	1.74	1.63
55	-43.79	-41.24	-38.64	1.89	1.78	1.67
60	-44.76	-42.15	-39.49	1.93	1.82	1.71

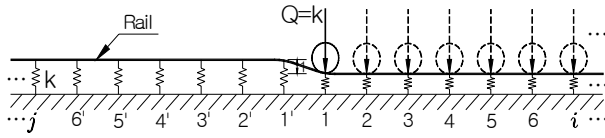


Fig. 4. Model for the Vertical Displacement between the Rail Supports

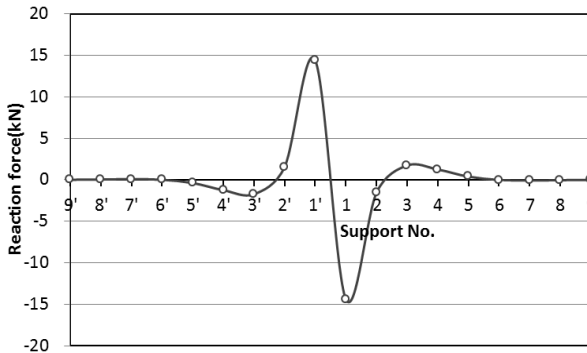


Fig. 5. Vertical Reaction Forces of the Rail Supports by the Vertical Displacement(1mm) in CSM

지보 모델에서는 지점의 변위로 인한 레일 지지점에서의 반력은 직접적으로 구해질 수 없다. 그래서 지점의 단위 변위를 일으키는 데 필요한 등가의 하중을 해당 지지점에 가하는 것으로 해석하였다. 단위 수직 단차가 Figure 4에 나타난 바와 같이 여러 지지점에 발생하는 경우 레일 지지점에서의 반력은 등가 하중 재하 위치를 순차적으로 옮겨가면서 하나의 등가하중을 재하한 결과를 중첩시킴으로써 구할 수 있다. 여기서, 체결장치는 단일 자유도의 탄성 스프링으로 모델링하였으므로 단위 수직단차, 즉 탄성 스프링의 단위 변위에 의한 등가하중은 체결장치의 강성과 동일한 값이 된다.

Figure 4에서 수직 단차의 우측 레일의 등가하중이 작용하는 레일 지지점을 i 로 하고, 수직 단차의 좌측 레일 지지점을 j 라고 하면, 하나의 등가하중 작용에 대해 레일 지지점에서의 반력은 Eq. (6)을 이용하여 계산될 수 있으며, 우측 부분의 레일 지지점에 단위 수직 단차가 발생할 경우 레일 지지점의 반력은 Eqs. (13)~(15)와 같이 각 레일 지지점에서의 반력을 중첩시킴으로서 구할 수 있다.

$$P_{r1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} a \beta k_s e^{-\beta a} (\cos \beta a + \sin \beta a) \quad (13)$$

$$P_{r2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} a \beta k_s e^{-2\beta a} (\cos 2\beta a + \sin 2\beta a) \quad (14)$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$P_{rj} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} a \beta k_s e^{-j\beta a} (\cos j\beta a + \sin j\beta a) \quad (15)$$

Figure 5는 단위 수직단차에 의한 레일 지지점에서의 반력을 나타낸 것으로 단위 수직 단차가 발생된 지지점과 단차가 발생되지 않은 인접한 레일 지지점에서의 반력은 크기는 같고 부호는 반대방향이다. 즉, 최대 압축력과 최대 부상력은 크기는 같고 부호는 반대이며, 단차가 발생하는 첫 번째 레일 지지점에서 나타남을 알 수 있다.

단위 수직 단차에 의한 최대 압축력과 최대 부상력을 체결장치의 강성과 레일 지지점간의 거리에 따라 계산한 결과를 Table 3에 나타내었다. 레일 지지점에서의 최대 압축력과 최대 부상력은 체결장치의 강성이 커질수록 커지며, 레일지지점간의 간격이 커질수록 작아지는 것을 알 수 있다.

Table 3. Maximum Internal Forces of the Rail Supports by the Vertical Displacement(1mm) in CSM

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)			Maximum Uplifting Force(kN)		
	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$
20	-6.61	-6.80	-6.99	6.61	6.80	6.99
25	-8.02	-8.27	-8.53	8.02	8.27	8.53
30	-9.38	-9.70	-10.02	9.38	9.70	10.02
35	-10.69	-11.08	-11.48	10.69	11.08	11.48
40	-11.96	-12.42	-12.89	11.96	12.42	12.89
45	-13.19	-13.72	-14.27	13.19	13.72	14.27
50	-14.39	-14.99	-15.61	14.39	14.99	15.61
55	-15.55	-16.23	-16.93	15.55	16.23	16.93
60	-16.68	-17.44	-18.22	16.68	17.44	18.22

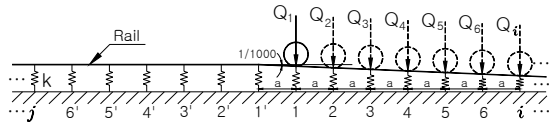


Fig. 6. Model for the End Rotation of the Rail Supports

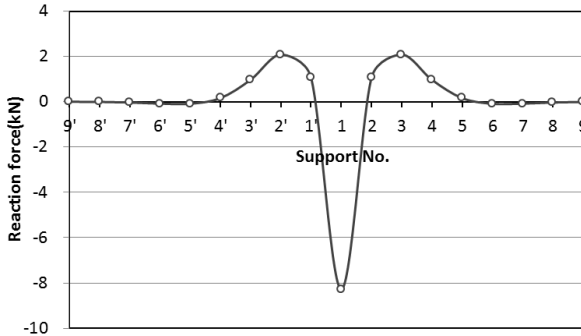


Fig. 7. Vertical Reaction Forces of the Rail Supports by the End Rotation(1/1000) in CSM

3.1.3 단위 단부회전

교량 단부의 단위 회전은 Figure 6에 나타난 바와 같이 교량 단부 지지점을 기준으로 회전각 1/1000에 의해 레일 지지점에서의 수직 변위가 발생된다. 레일 지지점에서의 작용력에 대한 계산과정은 단위 수직단차의 해석 과정과 동일하며 증가하중만 재계산된다. 즉, 레일 지지점의 수직 변위는 단부회전각 1/1000과 레일 지지점에서 단부 회전 기준점까지의 거리 ia 의 곱과 같으며, 그때의 변위에 해당하는 증가하중은 레일 지지점에서의 수직변위에 체결장치의 강성을 곱한 것과 같다.

따라서, 연속지지보의 레일 지지점에서의 반력은 단위 회전에 의한 각 레일 지지점에서의 반력을 모두 중첩한 것이므로 Eqs. (16)~(18)로 나타낼 수 있다.

$$P_{r1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2000} \beta a k_s e^{-\beta a} (\cos \beta a + \sin \beta a) \quad (16)$$

$$P_{r2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2000} \beta 2a k_s e^{-2\beta a} (\cos 2\beta a + \sin 2\beta a) \quad (17)$$

⋮

$$P_{rj} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2000} \beta i a k_s e^{-j\beta a} (\cos j\beta a + \sin j\beta a) \quad (18)$$

Figure 7은 단위 단부 회전에 의한 레일 지지점에서의 반력의 분포를 나타낸 것이다. 최대 압축력은 단부 회전이 시작되는 지점에서 가장 크게 나타나며 그 지지점에서 약간 떨어진 지지점에서 최대 부상력이 나타남을 알 수 있다.

Table 4는 체결장치의 강성과 레일 지지점의 간격에 따라 단위 단부회전에 의한 레일 지지점의 작용력을 계산하여 나타낸 결과이다. 최대 압축력은 체결장치의 강성이 커짐에 따라 커지는 것으로 나타났으나 레일 지지점 간격에 따른 차이는 작다. 또한 최대 부상력은 체결장치의 강성이 커질수록 커지며 레일 지지점간의 거리가 커질수록 커지나 아주 높은 강성에 대해서는 작아지는 것으로 나타났다.

3.2 이산 지지보 모델

이산 지지보 모델의 해석은 다수의 탄성지지 스프링 위에 놓여진 연속보로서 3연 모멘트 방정식을 이용한다. Figure 8은 임의의

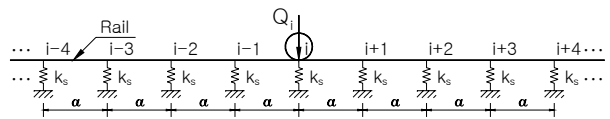


Fig. 8. Discrete Support Model

Table 4. Maximum Internal Forces of the Rail Supports by the End Rotation(1/1000) in CSM

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)			Maximum Uplifting Force(kN)		
	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$
20	-4.29	-4.21	-4.13	1.05	1.00	0.95
25	-5.07	-4.97	-4.87	1.27	1.21	1.15
30	-5.79	-5.70	-5.58	1.46	1.42	1.35
35	-6.46	-6.38	-6.26	1.64	1.61	1.54
40	-7.10	-7.03	-6.92	1.81	1.78	1.72
45	-7.71	-7.65	-7.54	1.96	1.95	1.90
50	-8.28	-8.24	-8.14	2.09	2.10	2.06
55	-8.83	-8.80	-8.72	2.22	2.24	2.21
60	-9.36	-9.34	-9.27	2.33	2.37	2.36

지점 번호가 부여된 5개의 탄성 지점으로 등간격 지지된 연속보를 나타낸다. 지점간 거리는 등간격이며, 중앙지점부에 집중하중이 작용한다고 할 때 중앙 지점에 대한 연속보에서의 모멘트 방정식은 3연 모멘트 방정식에 의해 Eq. (19)로 나타낼 수 있다. 또한 각 지점은 탄성 스프링으로 지지되어 있으므로 그 지점에서의 변위는 Eq. (20)으로 주어진다.

$$M_{i-1} \frac{a}{6EI} + 2M_i \frac{a}{3EI} + M_{i+1} \frac{a}{6EI} \quad (19)$$

$$= \frac{y_i - y_{i-1}}{a} + \frac{y_i - y_{i+1}}{a}$$

$$y_i = \frac{F_i}{k_s} \quad (20)$$

임의의 지점에서의 반력은 인접한 지점의 모멘트 관계식으로부터 Eq. (21)로 나타낼 수 있다. 여기서, Q_i 는 외부 작용하중이며, F_i 는 이산지지보 모델에서의 지지점 반력이다.

$$F_i = \frac{M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}}{a} + Q_i \quad (21)$$

Eq. (21)을 Eq. (20)에 대입하면

$$y_i = \frac{M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}}{k_s a} + \frac{Q_i}{k_s} \quad (22)$$

이 주어지고, Eq. (22)를 Eq. (19)에 대입하고 정리하면 Eq. (23)과 같은 5개의 지점에 대한 연속 모멘트 방정식이 얻어진다.

$$M_{i-2} + \left(\frac{1}{\gamma} - 4\right)M_{i-1} + \left(\frac{4}{\gamma} + 6\right)M_i + \left(\frac{1}{\gamma} - 4\right)M_{i+1} + M_{i+2} = -a(P_{i-1} - 2P_i + P_{i+1}) \quad (23)$$

여기서, $\gamma = \frac{6EI}{k_s a^3}$ 이다.

Eq. (23)은 임의의 지점에 대한 5연 모멘트 방정식으로서 지점의 개수가 많은 경우의 모멘트 방정식의 해는 Eq. (24)과 같이 매트릭스를 이용하여 구할 수 있다. 여기서 경계조건은 지점의 개수가 충분할 때 하중점으로부터 멀리 떨어진 양 끝단에서의 모멘트를 0으로 가정한다.

$$A M = B Q \quad (24)$$

여기서, A 는 모멘트 방정식의 계수 매트릭스, B 는 지점 반력에 대한 계수 매트릭스, M , Q 는 각각 모멘트와 외부 작용하중에 대한 매트릭스로 Eqs. (25)~(27)과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\gamma} - 4 & \frac{4}{\gamma} + 6 & \frac{1}{\gamma} - 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & \frac{1}{\gamma} - 4 & \frac{4}{\gamma} + 6 & \frac{1}{\gamma} - 4 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\gamma} - 4 & \frac{4}{\gamma} + 6 & \frac{1}{\gamma} - 4 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\gamma} - 4 & \frac{4}{\gamma} + 6 & \frac{1}{\gamma} - 4 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (25)$$

Table 5. Maximum Internal Forces of the Rail Supports by a Wheel Load(100kN) in DSM

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)			Maximum Uplifting Force(kN)		
	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$
20	-33.95	-31.98	-29.97	1.42	1.42	1.32
25	-35.87	-33.80	-31.68	1.43	1.42	1.42
30	-37.53	-35.36	-33.15	1.60	1.37	1.43
35	-38.98	-36.74	-34.44	1.69	1.53	1.41
40	-40.28	-37.97	-35.60	1.73	1.63	1.40
45	-41.46	-39.09	-36.65	1.74	1.69	1.52
50	-42.54	-40.11	-37.62	1.73	1.73	1.60
55	-43.54	-41.06	-38.51	1.70	1.74	1.67
60	-44.47	-41.95	-39.34	1.66	1.74	1.70

Table 6. Maximum Internal Forces of the Rail Supports by the Vertical Displacement(1mm) in DSM

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)			Maximum Uplifting Force(kN)		
	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$
20	-6.57	-6.76	-6.97	6.57	6.76	6.97
25	-7.99	-8.23	-8.49	7.99	8.23	8.49
30	-9.35	-9.66	-9.98	9.35	9.66	9.98
35	-10.66	-11.04	-11.42	10.66	11.04	11.42
40	-11.93	-12.38	-12.83	11.93	12.38	12.83
45	-13.16	-13.68	-14.21	13.16	13.68	14.21
50	-14.36	-14.95	-15.56	14.36	14.95	15.56
55	-15.52	-16.19	-16.87	15.52	16.19	16.87
60	-16.66	-17.41	-18.17	16.66	17.41	18.17

Table 7. Maximum Internal Forces of the Rail Supports for the End Rotation(1/1000) in DSM

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)			Maximum Uplifting Force(kN)		
	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$	$a = 650mm$	$a = 600mm$	$a = 550mm$
20	-4.21	-4.14	-4.11	1.07	1.03	0.98
25	-4.96	-4.87	-4.8	1.28	1.24	1.19
30	-5.68	-5.58	-5.48	1.46	1.43	1.39
35	-6.37	-6.26	-6.13	1.64	1.61	1.57
40	-7.02	-6.91	-6.77	1.8	1.78	1.74
45	-7.64	-7.54	-7.39	1.94	1.94	1.9
50	-8.23	-8.14	-8	2.08	2.08	2.06
55	-8.8	-8.72	-8.58	2.2	2.22	2.21
60	-9.34	-9.27	-9.15	2.31	2.35	2.35

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -a & 2a & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -a & 2a & -a & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -a & 2a & -a & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 2a & -a & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$M = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad Q = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (27)$$

3.2.1 단위 축하중

이산 지지보 모델에서 단위 축하중(100kN)에 의해 발생하는 레일 지지점에서의 반력을 체결장치의 강성과 레일 지지점간의 간격에 대해 계산하여 Table 5에 나타내었다. 여기서, 지지점은 경계조건의 영향을 받지 않도록 하기 위하여 20개의 레일 지지점에

대해 계산하였다.

레일 지지점에서의 반력은 연속지지보 모델의 해석결과와 유사하며, 최대 압축력은 체결장치의 강성과 레일 지지점간의 간격이 커질수록 크게 나타났으며, 최대 부상력도 동일하다. 그러나 체결장치의 강성이 45kN/mm 이상에서는 최대 부상력의 감소하거나 약간 줄어드는 것으로 나타났다. 이러한 이유는 최대 부상력이 레일 지지점이 아닌 레일 지지점 사이에서 발생하는 경우 레일 지지점에서 계산된 값은 최대 부상력보다 약간 작은 값을 나타낼 수 있다.

3.2.2 단위 수직단차

이산 지지보 모델에 의해 단위 수직 단차에 의한 레일 지지점에서의 반력은 탄성 스프링의 단위 변위에 의한 등가 하중을 이용하여 계산하였으며 그 결과를 Table 6에 나타내었다.

단위 수직단차에 의한 레일 지지점에서 반력은 최대 압축력과 최대 부상력은 크기는 같고 방향은 반대이다. 최대 압축력과 최대

부상력은 체결장치의 강성이 커질수록 커진다. 그러나 동일한 강성에서 레일 지지점의 간격이 클수록 그 값은 작아지는 것으로 나타났으며, 그 차이는 체결장치의 강성이 클수록 커짐을 알 수 있다.

강성이 큰 경우에는 레일 지지점의 간격의 영향은 아주 작은 것으로 나타났다.

3.2.3 단위 단부 회전

이산 지지보 모델에서 단위 단부회전(1/000)에 의한 레일지지점의 반력은 레일 지지점에서의 수직변위에 대한 등가하중을 이용하여 계산하였으며, 그 결과를 Table 7에 나타내었다.

최대 압축력은 체결장치의 강성이 커질수록 증가하며, 레일 지지점간의 거리가 증가할수록 최대압축력은 약간 증가하나 그 차이는 크지 않다. 또한, 최대 부상력은 체결장치의 강성이 클수록 증가한다. 체결장치의 강성이 작은 경우에는 레일 지지점의 간격이 커질수록 커지는 것으로 나타났으나, 체결장치의

4. 해석결과의 비교

레일 지지점에서의 반력을 계산하기 위한 해석방법의 적용성 검토를 위하여 연속지지보 모델과 이산 지지보 모델에 의한 해석결과를 비교하였으며, DS 804 기준에서 제시된 값을 기준으로 상대오차를 제시하였다. DS 804에 제시된 값은 참값은 아니나 실무에서 콘크리트 궤도의 사용성 검토에 적용되고 있고 해석 방법의 차이에 따른 해석결과의 차이 정도를 단순 비교하는 목적으로는 비교할 수 있을 것으로 판단된다. 비교값은 레일 지지점간의 간격 $a = 650mm$, 체결장치의 강성 $k_s = 50kN/mm$ 에 대한 해석 결과이다.

Table 8. Comparison with Internal Forces of the Rail Supports by a Wheel Load

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)					Maximum Uplifting Force(kN)				
	CSM (A)	DSM (B)	DS804 (C)	(A-C) /C (%)	(B-C) /C (%)	CSM (A)	DSM (B)	DS804 (C)	(A-C) /C (%)	(B-C) /C (%)
20	-34.01	-33.95	-	-	-	1.47	1.42	-	-	-
25	-35.96	-35.87	-	-	-	1.55	1.43	-	-	-
30	-37.64	-37.53	-37.53	0.11	0.01	1.63	1.60	1.59	0.04	0.50
35	-39.12	-38.98	-38.98	0.14	0.00	1.69	1.69	1.69	0.00	0.05
40	-40.44	-40.28	-40.28	0.16	0.00	1.75	1.73	1.73	0.02	0.05
45	-41.65	-41.46	-41.46	0.19	0.00	1.80	1.74	1.74	0.06	0.02
50	-42.76	-42.54	-42.54	0.22	0.00	1.85	1.73	1.81	0.04	4.65
55	-43.79	-43.54	-43.54	0.25	0.01	1.89	1.70	1.89	0.00	10.24
60	-44.76	-44.47	-	-	-	1.93	1.66	-	-	-

Table 9. Comparison with Internal Forces of the Rail Supports by a Vertical Displacement

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)					Maximum Uplifting Force(kN)				
	CSM (A)	DSM (B)	DS804 (C)	(A-C) /C (%)	(B-C) /C (%)	CSM (A)	DSM (B)	DS804 (C)	(A-C) /C (%)	(B-C) /C (%)
20	-6.61	-6.57	-	-	-	6.61	6.57	-	-	-
25	-8.02	-7.99	-	-	-	8.02	7.99	-	-	-
30	-9.38	-9.35	-9.37	0.13	0.25	9.38	9.35	9.37	0.13	0.25
35	-10.69	-10.66	-10.70	0.06	0.38	10.69	10.66	10.70	0.06	0.38
40	-11.96	-11.93	-11.90	0.52	0.25	11.96	11.93	11.90	0.52	0.25
45	-13.19	-13.16	-13.20	0.07	0.29	13.19	13.16	13.20	0.07	0.29
50	-14.39	-14.36	-14.40	0.10	0.28	14.39	14.36	14.40	0.10	0.28
55	-15.55	-15.52	-15.50	0.32	0.15	15.55	15.52	15.50	0.32	0.15
60	-16.68	-16.66	-	-	-	16.68	16.66	-	-	-

Table 10. Comparison with Internal Forces of the Rail Supports by a End Rotation

Stiffness k_s (kN/mm)	Maximum Compressive Force(kN)					Maximum Uplifting Force(kN)				
	CSM (A)	DSM (B)	DS804 (C)	(A-C) /C (%)	(B-C) /C (%)	CSM (A)	DSM (B)	DS804 (C)	(A-C) /C (%)	(B-C) /C (%)
20	-4.29	-4.21	-	-	-	1.05	1.07	-	-	-
25	-5.07	-4.96	-	-	-	1.27	1.28	-	-	-
30	-5.79	-5.68	-5.83	0.73	2.50	1.46	1.46	1.47	0.45	0.43
35	-6.46	-6.37	-6.48	0.24	1.71	1.64	1.64	1.65	0.38	0.79
40	-7.10	-7.02	-7.10	0.02	1.12	1.81	1.80	1.82	0.67	1.30
45	-7.71	-7.64	-7.69	0.20	0.65	1.96	1.94	1.96	0.16	0.88
50	-8.28	-8.23	-8.26	0.25	0.36	2.09	2.08	2.10	0.37	1.10
55	-8.83	-8.80	-8.81	0.22	0.17	2.22	2.20	2.22	0.22	0.92
60	-9.36	-9.34	-	-	-	2.33	2.31	-	-	-

4.1 단위 축하중

해석 모델에 따른 단위 축하중에 의한 레일 지지점에서의 반력 계산 결과를 Table 8에 나타내었다. 최대 압축력은 연속 지지보 모델에서 DS 804 기준의 값과 약간의 차이가 있으나 그 차이는 매우 작으며, 이산 지지보 모델은 동일한 값을 보여준다. 최대 부상력의 경우는 연속지지보 모델의 경우는 DS 804에 제시된 값과 일치하며, 이산 지지보 모델의 경우 DS 804 기준의 값과 비교할 때 체결 장치의 강성이 약 50kN/mm 이상에서 차이가 크게 나타나며 다른 구간에서는 동일하다. 이러한 원인은 레일 지지점에서의 계산된 값과 최대 부상력이 나타나는 위치가 다를 수 있기 때문으로 판단된다. 따라서, 단위 축하중에 의한 레일 지지점에서의 반력은 설계시 약간의 안전측 값을 적용하여 연속 지지보 모델에 의한 해석결과를 적용할 수 있다고 판단된다.

4.2 단위 수직단차

Table 9는 해석 모델에 따른 단위 수직단차에 의한 레일 지지점에서의 반력을 비교한 결과이다. 그 결과, 연속지지보 모델과 이산지지보 모델에 의한 해석결과는 DS 804 기준에 제시된 값과 약간의 편차가 있으나 거의 일치하는 것으로 나타났다.

4.3 단위 단부회전

해석 모델에 따른 단위 단부 회전에 의한 레일 지지점에서의 반력을 비교하여 Table 10에 나타내었다. 그 결과, 연속지지보 모델에 의한 해석결과보다 이산 지지보 모델에 의한 해석결과 상대오차가 약간 더 크게 나타났으나 그 오차는 최대 1.7%이하로 해석모델에 따른 해석결과의 차이는 아주 작은 것으로 나타났다.

5. 결론

본 연구에서는 콘크리트 궤도 교량의 사용성 검토 과정의 기본 단계로 레일 지지점에서의 최대 압축력과 최대 부상력에 대한 기준값을 계산하였으며, 그 내용을 요약하면 다음과 같다.

- (1) 레일 지지점에서의 반력은 궤도역학에서 주로 사용되어지는 연속 지지보 모델을 이용하여 계산될 수 있음을 보였으며, 이산 지지보 모델을 이용한 이론적 해석방법을 제시하였다. 해석 모델에 따른 해석결과와 비교결과, 단위 축하중, 단위 수직단차, 단위 단부회전에 대한 레일 지지점에서의 반력은 연속 지지보 모델과 이산 지지보 해석모델, DS 804 기준에서 제시된 값과 거의 일치하였다.
- (2) 단위 축하중에 의한 레일 지지점의 최대 압축력은 궤도의 강성 계수로부터 간단히 계산될 수 있으며, 최대 부상력은 최대 압축력의 4.32%로 나타났다. 또한, 레일 지지점에서의 최대 압축력과 최대 부상력은 체결장치의 강성과 레일 지지점간의 간격이 커질수록 크게 나타났다.
- (3) 단위 수직단차에 의한 최대 압축력과 최대 부상력은 크기는 같고 방향은 반대이며, 체결장치의 강성이 커질수록, 레일 지지점의 간격이 작을수록 커진다. 단위 단부 회전에 의한 레일 지지점에서의 최대 압축력과 최대 부상력은 체결장치의 강성과 레일 지지점의 간격이 커질수록 커지는 것으로 나타났으나, 레일 지지점의 간격의 영향은 아주 작은 것으로 나타났다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 부천대학교 교비지원 연구비에 의하여 지원된 연구의 결과이며, 연구비 지원에 감사드립니다.

References

- Park, H.-K., Jang, S.-Y., Yang, S.-C. and park, Y.-G. (2009). "A parametric study on the serviceability of concrete slab track on railway bridges." *Journal of Korean Society for Railway, The Korean Society for Railway*, Vol. 12, No. 1, pp. 95-103 (In Korean).
- Sung, D.-Y., Kim, Y.-H., Park, Y.-G. and Kim, S.-I. (2008). "The parameter study of serviceability review of end track on railway bridge installed concrete slab track." *2008 Autumn Conference of Korean Society for Railway*, The Korean Society for Railway, 2008. 11, pp. 117-124 (In Korean).
- Arnold D. K. and Seo. S.-B.(translation) (2009). *Fundamental of track dynamics 1, 2*, Book Gallery, Korea (In Korean).
- Park, H.-K. (2009). *An analysis of parameters on serviceability of concrete slab track fasteners at railway bridge deck ends*, Ph.D. Dissertation, Dept. of Railway Construction Engineering Graduate School of Railroad, Seoul National University of Technology, Seoul, Korea (in Korean).
- Yang. S.-C. (2008). *A study on the improvement of performance for concrete track interface*, Research Report, Korea Railroad Research Institute, Korea Rail Network Authority, Korea (In Korean).
- DS 804 App. 29. (2009). *Bridge deck ends, check for serviceability limit state of superstructure*, Regulation for Railway Bridges and Other Civil Constructions, Deutch Bahn.