

## 변수심에서의 항주파 파형 예측 및 FLOW-3D에 의한 검증

이병욱\* · 이창훈\*\* · 김용재\*\*\* · 고광오\*\*\*\*

Lee, Byeong Wook\*, Lee, Changhoon\*\*, Kim, Yong Jae\*\*\*, Ko, Kwang Oh\*\*\*\*

### Prediction of ship wave Crests on Varying Water Depths and Verification by FLOW-3D

#### ABSTRACT

In this study, we developed the equation of ship wave crests in intermediate as well as deep waters by extending Kelvin's (1887) theory using the recursive relation for the dispersion relation. The present equation can be applied for varying water depth as well as constant water depth. Using FLOW-3D we conducted numerical experiments to verify analytical prediction. The ship wave crest patterns became asymmetric on a plane slope when the ship propagates alongshore direction. That is, in shallower side, wave crests tend to be parallel to the coastline due to refraction and, in deeper side, wave crests tend to be orthogonal due to reverse refraction.

**Key words** : Ship wave crest, Cusp locus angle, Intermediate water depth, Varying water depth, Dispersion relation, FLOW-3D

#### 초록

본 연구에서 선형분산관계식의 순환관계를 이용하여 Kelvin (1887)의 이론을 확장함으로써 심해뿐만 아니라 중간수심까지 적용 가능한 항주파의 파형을 예측하는 이론식을 개발하였다. 본 이론식은 일정수심 뿐만 아니라 환경사의 변수심에도 적용 가능하다. 본 연구의 해석해를 검증하기 위하여 FLOW-3D모형을 이용하여 수치실험을 수행하였다. 수치해와 이론해를 비교해본 결과, 본 연구의 이론해는 일정수심 뿐만 아니라 변수심에서도 항주파의 전파 양상을 잘 재현하였다. 평면 경사면 위로 배가 해안선과 나란하게 전파하는 경우 항주파의 전파 양상이 비대칭이 되었다. 즉, 수심이 얇은 곳은 굴절로 인하여 파향선이 해안선과 나란한 경향이 있고, 수심이 깊은 곳은 역굴절로 인하여 파향선이 해안선에 수직인 경향이 있었다.

**검색어** : 항주파 파형, 최대파향각, 중간수심, 변수심, 분산관계식, FLOW-3D

## 1. 서론

고·소형선박의 증가로 인한 항행빈도의 증가, 기술력의 발달로 인한 선박의 항행속도의 증가, 그리고 경제성장과 더불어 모터보트나 요트 등의 마리나 환경의 조성 등으로 소형선박과 접안하여 하역중인 선박의 안전문제, 항만시설의 파손 등의 문제가 발생하고 있다. 안전성 확보와 항내 정온도 유지를 위하여 항주파 전파에 대한 연구가 필요하다.

항주파는 선박이 이동할 때 발생한 파랑으로 파향을 선박의 좌우로 전파하는 종파(diverging wave)와 선박의 뒤에서 항적중심선을 가로 지르는 형태로 전파하는 횡파(transverse wave)로 구분할 수 있다. 항주파의 파고는 수심, 선박의 크기, 선박의 속도 등에 따라

\* 세종대학교 건설환경공학과 박사과정 (byeongwook@sju.ac.kr)

\*\* 정회원 · 교신저자 · 세종대학교 건설환경공학과 교수 (Corresponding Author · Sejong University · cleee@sejong.ac.kr)

\*\*\* (주)대영엔지니어링 항만부 대리 (mnd1206@hanmail.net)

\*\*\*\* 정회원 · (주)현대건설 연구개발본부 offshore 연구팀 차장 (zeus@hdec.co.kr)

Received November 20 2012, Revised February 15 2013, Accepted May 22 2013

다르며 파향은 수심, 선박의 속도 등에 따라 다르다.

항주파에 관한 연구의 대부분은 조선공학 분야에서 수심이 일정한 조건 하에 이루어졌다. 항로의 수역이 넓은 경우 항주파의 에너지가 원천점(source point)에서 주위로 퍼지면서 에너지가 감소하여 안전성에 문제가 없다. 하지만 항 내나 좁은 수로 등에서는 안전성에 문제가 발생할 수 있다. 따라서, 수심이 얕으면서 위치에 따라 변하는 경우의 항주파의 전파 특성에 대한 연구가 필요하다. 지금까지 항주파를 해석하는 수치모형에 대한 연구가 있었지만 변수심에서 항주파의 전파 특성에 대한 이론적인 연구가 없었던 것으로 알고 있다. 최근에 Lee et al. (2011)은 일정수심에서 항주파의 전파양상을 예측하였다.

본 연구에서 분산관계식의 순환관계를 이용하여 Kelvin (1887)의 방법을 확장한 항주파의 이론식을 제안하였다. 즉, 심해 뿐만 아니라 중간수심에서 적용되고, 일정수심 뿐만 아니라 변수심에서도 적용되는 항주파의 형상에 대한 이론식을 제안하였다. 또한, 본 연구의 이론식에 의한 해를 FLOW-3D의 수치해와 비교 및 검증하였다. 제2장에 항주파의 파형에 대한 이론식을 제안하였다. 제3장에 FLOW-3D의 항주파의 재현성을 검증하기 위하여 항주파의 최대파향각을 재현한 뒤 Havelock (1908)의 이론식과 비교하였다. 제4장에 변수심에서 항주파의 파형에 대한 이론식을 수치해와 비교하였다. 제5장에 연구내용을 정리하고 향후 연구과제를 제시하였다.

## 2. 항주파의 파형에 대한 이론식

항주파는 선박이 항행함으로써 수면의 교란이 발생하는 파랑으로 선박의 속도 및 수심에 따라 그 크기와 형상이 다르다. 항주파의 원천점(source point)은 선박이 움직이는 만큼 같이 이동하므로 선박이 항행하는 항적중심선은 수많은 원천점으로 이루어진 선이다. 항주파에는 선박을 기준으로 선박의 뒤쪽보다는 좌우 방향으로 전파하는 종파들의 파봉과 선박의 뒤쪽에서 전파하는 횡파들의 파봉으로 이루어져 있다. 이러한 파랑들은 현재 시점에서 형성된 파봉들이 이전의 서로 다른 시각에 서로 다른 원천점으로부터 전파하여 형성된다. Figure 1에서 파랑이 원천점으로부터 파봉까지 어떻게 전파하는지 알 수 있다. 모든 파향선들은 횡파 또는 종파의 파봉선에 수직으로 만난다. 여기서,  $\theta$ 는 항적중심선과 파향선 사이의 각도를 의미하며,  $\alpha$ 는 최대파향각(cusp locus angle)으로 종파와 횡파가 만나는 점과 선박을 이은 선(cusp locus line)과 항적중심선 사이의 각도를 의미한다. 종파는 횡파에 비해 선박과 좀 더 가까운 원천점에서 전파한 것을 볼 수가 있다. 예를 들어,  $\theta = 90^\circ$ 의 종파는 현재의 원천점에서 바로 전파한 것이고,  $\theta = 0^\circ$ 의 횡파는 오랜 시간 전에 원천점에서 출발하여 전파한 것이다.

Kelvin (1887)은 심해에서 적용 가능한 항주파의 파형을 다음 식으로 제안하였다.

$$\frac{y}{x} = -\frac{\sin\theta \cos\theta}{1 + \sin^2\theta} = \tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha \quad (1)$$

여기서,  $x$ 와  $y$ 는 각각 선박을 기준으로 항행 방향과 그 직각 방향의 축을 의미한다. 위 식은 항주파가 항적중심선을 기준으로 파향각이  $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$  사이에 항주파의 위치를 결정하는 식이다. 이 식을 사용하면 Figure 1과 같은 항주파의(실선으로 표시된) 파봉선을 그릴 수 있다. 또한 횡파는 파향각이  $\theta = 0^\circ \sim 35.26^\circ$ 에 분포하고 종파는 파향각이  $\theta = 35.26^\circ \sim 90^\circ$ 에 분포해 있다. 횡파와 종파가 만나는 지점은 파향각이  $\theta = 35.26^\circ$ 이고, 이때 선박을 기준으로 파향각이 최대가 되고(즉,  $\alpha = 19.47^\circ$ 가 되고) 항적중심선에서 가장 멀리 떨어져 있다.

본 연구에서 Kelvin의 방법을 사용하여 심해 뿐만 아니라 중간수심에서도 적용되는 항주파의 파형에 대한 이론식을 제안하였다. 선박이 일정한 속도  $U$ 로 항행할 때 항주파는 항적중심선에 있는 원천점에서  $\theta$  방향으로 전파하는 근파이다. 근파인 이유는 잔잔한 바다에서 파랑에너지가 전파하기 때문이다. 항주파는 주기와 방향이 서로 다른 여러 성분으로 구성되어 있다. 따라서, 항주파의 속도포텐셜을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\phi = -i \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh k(h+Z)}{\cosh kh} e^{i[\omega t - k(X \cos\theta + Y \sin\theta)]} \quad (2)$$

여기서,  $k$ 는 항주파의 파수이고,  $h$ 는 정지수심이다. Figure 2에서  $(X, Y, Z)$ ,  $(x, y, z)$ 는 각각 고정된 지점과 선박을 기준으로 한 좌표이다.  $X = x + Ut$ ,  $Y = y$ ,  $Z = z$ 임을 알 수가 있다. 식 (2)를 선박을 기준으로 한 좌표로 표현하면 다음과 같은 항주파의 속도포텐셜이 정의된다.

$$\phi = -i \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{i[(\omega - kU \cos\theta)t - k(x \cos\theta + y \sin\theta)]} \quad (3)$$

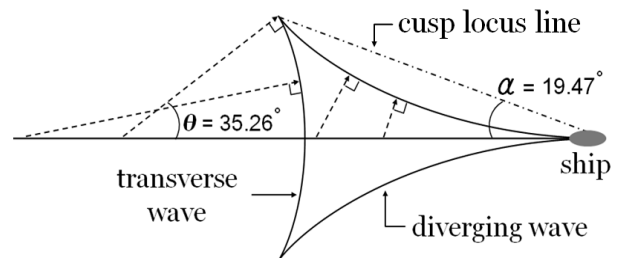


Fig. 1. Ship wave pattern (Kelvin, 1887)

선박을 기준으로 항주파의 파형을 보면 시간에 지나도 변하지 않으므로(stationary) 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$w = kU \cos \theta \quad (4)$$

위 식을 파랑의 선형분산관계식에 대입하면 다음과 같은 항주파의 분산관계식을 얻을 수 있다.

$$k = \frac{g}{(U \cos \theta)^2} \tanh kh \quad (5)$$

이 식은 심해에서 다음과 같이 된다.

$$k_0 = \frac{g}{(U \cos \theta)^2} \quad (6)$$

Kelvin (1887)은 심해에서의 파수  $k_0$ 를 사용하여 항주파의 파형을 제안하였다. 고정점 반복법을 사용하여 순환관계에 의한 항주파의 파수를 다음과 같이 구한다.

$$k_i = k_0 \tanh(k_{i-1}h), \quad i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Figure 2에서 항주파를 기준으로 한  $(x', y')$ 의 좌표계에서 군속도의 전파를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{dk}(kx' - wt) = 0 \quad (8)$$

여기서,  $x' = X \cos \theta + Y \sin \theta = x \cos \theta + y \sin \theta + Ut \cos \theta$ 이고 식 (4)를 식 (8)에 대입하고  $k(\theta)$ 에 대해 연쇄법칙을 적용하면 다음 식이 유도된다.

$$\frac{d}{d\theta} [k(x \cos \theta + y \sin \theta)] = 0 \quad (9)$$

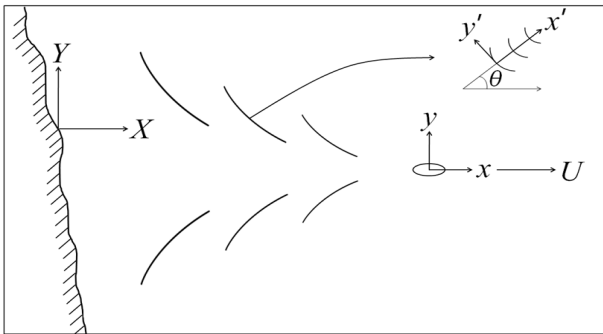


Fig. 2. Coordinates to express ship wave pattern

위 식을  $y/x$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 일반화된 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{y}{x} = \frac{k \sin \theta - \frac{dk}{d\theta} \cos \theta}{k \cos \theta + \frac{dk}{d\theta} \sin \theta} \quad (10)$$

위 식에서 파수  $k$ 에 심해에서의 파수  $k_0$ 를 대입하면 식 (1)을 얻을 수 있다. 식 (6)을 식 (10)에 대입하면 본 연구에서 개발한 심해 뿐만 아니라 중간수심까지 적용 가능한 최대파향각 이론식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{y}{x}\right)_i = \frac{\cos \theta \sin \theta - 2 \cos \theta \sin \theta (1 + n_i)}{\cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta (1 + n_i)} = -\tan \alpha, \quad (11)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

여기서,

$$n_i = \begin{cases} \frac{2k_0 h}{\sinh 2k_0 h}, & i = 1 \\ \frac{2k_0 h \tanh(k_{i-2}h)}{\sinh(2k_{i-1}h)} (1 + n_{i-1}), & i = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (12)$$

중파와 횡파가 전파하는 파형을 정확히 표현하기 위해서 식 (11)을  $x$ 와  $y$ 에 대한 다음 식으로 표현하였다.

$$x_i = \frac{1}{4} C \frac{5 \cos \theta - \cos 3\theta + 2(\cos \theta - \cos 3\theta) n_i}{\tanh(k_{i-1}h)}, \quad (13)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

$$y_i = \frac{1}{4} C \frac{-(\sin \theta + \sin 3\theta) - 2(\sin \theta + \sin 3\theta) n_i}{\tanh(k_{i-1}h)}, \quad (14)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

여기서, 상수  $C$ 는 항주파의 크기를 결정한다. Havelock (1908)은 Froude수를 다음식으로 표현하였다.

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gh}} \quad (15)$$

항주파의 분산관계식인 식 (5)를 식 (15)에 대입하면 상대수심과 Froude수의 관계를 알 수 있다.

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gh}} = \frac{1}{\cos\theta} \sqrt{\frac{1}{kh} \tanh kh} \quad (16)$$

여기서,

$$F_r = \begin{cases} \frac{1}{\cos\theta} \sqrt{\frac{1}{kh}}, & kh > \pi \\ \frac{1}{\cos\theta}, & kh < \frac{\pi}{10} \end{cases} \quad (17)$$

위 식에서 천해( $kh < \pi/10$ )의 경우 Froude수가 항상 1보다 큰 것을 알 수 있고, 심해의( $kh > \pi$ ) 경우 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$kh = \frac{1}{Fr^2} \frac{1}{\cos^2\theta} > \pi \quad (18)$$

위 식을 보면 심해에서 임의의 Froude 수에 대해  $\theta$ 가 증가할수록  $kh$ 가 증가한다. 즉,  $\theta$ 가  $0^\circ$  일 때  $kh$ 가 가장 작으므로 심해에서 Froude 수가 적용 가능한 범위는  $Fr < \sqrt{1/\pi} = 0.564$ 가 된다. 식 (13), (14)에서  $i = 1$ 일 때 심해와 천해의 경우에 분모가 각각 1과  $k_0 h$ 가 되고, 반복 횟수  $i$ 가 증가할수록 심해의 경우 분모는 1이지만 천해의 경우에 분모는  $(k_0 h)^i$ 로 급격하게 작아져 해석하기 수렴하는 것에 한계가 있다. 따라서, 본 연구에서 개발한 이론식 (11)은 천해양역을 제외한 심해와 중간수심에서 적용 가능함을

예측할 수 있다. Havelock (1908)은 Froude수가 1보다 큰 경우(즉, 천해의 경우) 횡파는 사라지며 종파만이 존재한다고 수학적으로 밝혔다.

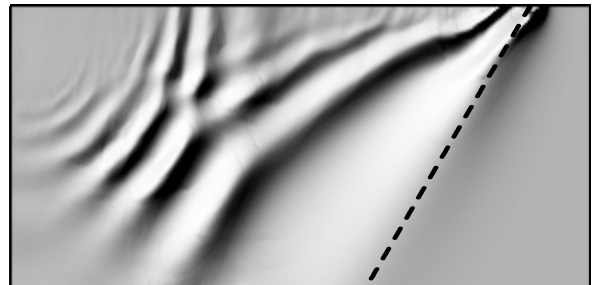
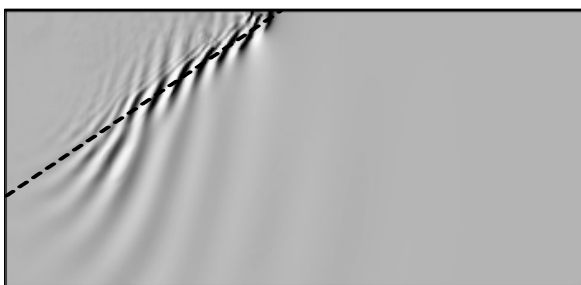
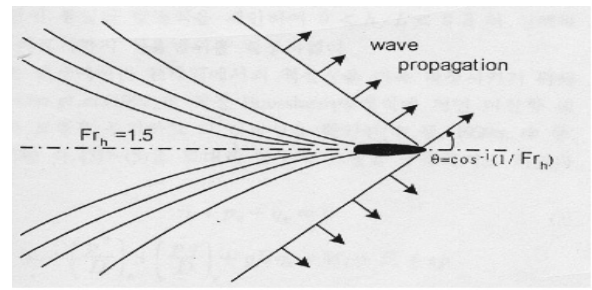
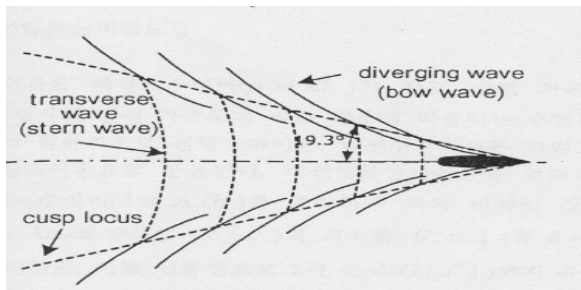
식 (11)은 일정수심에서 적용되는 식이지만 변수심에서 Taylor 급수의 0차 근사값으로 표현된 식이기도 하다. 제4장에서 심해 뿐만 아니라 중간수심까지 적용 가능한 항주파의 파형식을 FLOW-3D의 수치실험 결과와 비교하여 변수심에서 항주파의 파형을 검증하겠다.

### 3. FLOW-3D를 사용한 최대파향각 재현

Kelvin (1887)은 심해에서의 최대파향각을 식 (1)을 사용하여 제안하였다. Havelock (1908)은 심해 뿐만 아니라 중간수심해, 천해(Froude수가 1보다 큼)까지 적용되는 최대파향각을 다음과 같이 제안하였다.

$$\cos^2\alpha = \begin{cases} 8 \left( 1 - \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right), & Fr < 1 \\ \left( 3 - \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)^2, & Fr < 1 \\ 1 - Fr^2, & Fr > 1 \end{cases} \quad (19)$$

위 식을 분석해보면 최대파향각은 선속과 수심으로 정의되는 Froude수에 따라 다양하게 나타나는 것을 알 수 있다. Froude수가 0.4이하의 경우 최대파향각이 Kelvin이 제안한 것과 같이  $\alpha =$



(a)  $Fr < 1$

(b)  $Fr > 1$

Fig. 3. Ship wave patterns in theory (upper) and by FLOW-3D (lower)

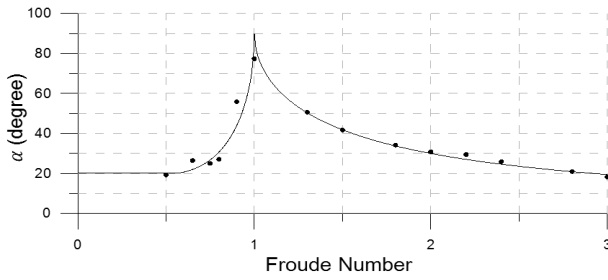


Fig. 4. Variation of cusp locus angle with Froude number (solid line: theory, dot: FLOW-3D)

19.47°로 일정하다. Froude수가 0.4부터 1로 증가하는 경우 최대 파향각도 함께  $\alpha = 19.47^\circ$ 에서  $\alpha = 90^\circ$ 로 증가한다. Froude수가 1보다 더 큰 경우(즉, 천해의 경우) 최대파향각이  $\alpha = 90^\circ$ 보다 작아진다. 본 연구에서는 FLOW-3D를 이용한 수치실험의 결과로부터 최대파향각을 측정하여 Havelock (1908)이 제시한 이론값과 비교·검토하였다.

항주파 수치모형실험을 위해  $x, y, z$ 방향의 계산영역을  $1,000m \times 250m \times 30m$ 로 두고, 격자간격을  $\Delta x = \Delta y = 2m, \Delta z = 1m$  그리고 수심을  $h = 20m$ 로 두었다. 선박의 속도는 Froude수가 0.5~3.0범위가 되도록 설정하였다. Figure 3에 보는 바와 같이 최대파향각은 Froude수가 1보다 작으면 종파와 횡파가 교차하며 나타나는 최대파고 발생지점을 연결한 선이 항적중심선과 이루는 각도를 측정하였으며, Froude수가 1보다 크면 횡파가 사라지고 종파만 관찰되므로 첫 번째 종파의 파봉선이 항적중심선과 이루는 각을 측정하였다. Figure 4에서 Froude수의 변화에 따른 최대파향각의 해석해와 FLOW-3D 수치실험의 결과를 비교하였고, 유사한 결과가 나왔다.

본 절에서 항주파의 최대파향각을 예측하는데 있어서 FLOW-3D가 정확히 재현함을 확인하였다. 제4장에서는 중간수심에서 항주파의 파향을 예측하는 이론해를 FLOW-3D의 수치해와 비교하여 이론해의 정확성을 검증하고자 한다.

## 4. 변수심에서 이론해 검증

### 4.1 변수심에서 항주파 파형식의 이론해

본 연구의 항주파 파형식을 변수심에 적용하면, 선박과 수심의 변화에 따라 수렴하는 바닥경사가 달라지는 것을 확인하였고 해석을 수행한 단면도는 Figure 5와 같다. 여기서,  $h_c$ 는 항적중심선에서의 수심,  $h_d$ 는 깊은 곳에서의 수심,  $h_s$ 는 얇은 곳에서의 수심,  $1/s$ 는 바닥경사를 의미한다.

Figure 6은 변수심에서 항주파 형상의 이론해를 보여주고 있다.  $U = 8m/sec, C = -112$ 이고 항적중심선에서의 수심은  $h_c = 10m$

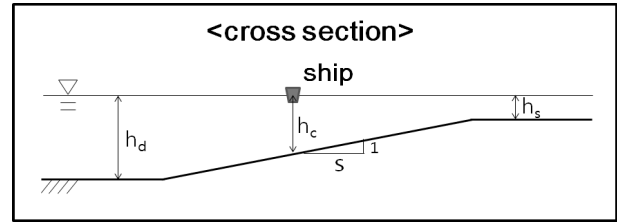


Fig. 5. Cross section of bottom to simulate ship wave propagation on varying water depth

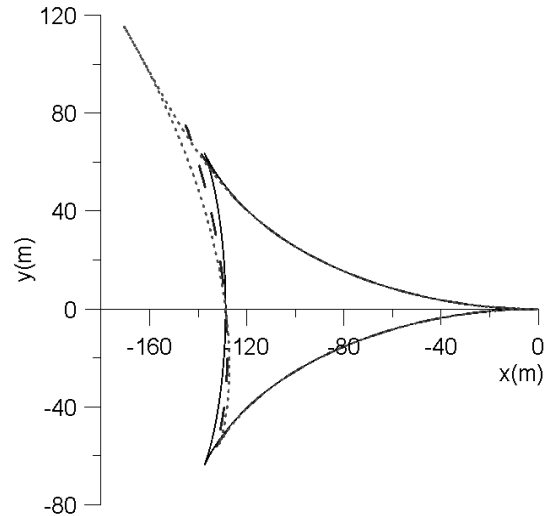


Fig. 6. Ship wave patterns suggested in this study ( $U = 8m/s, h_c = 10m$ ): solid line = constant water depth, dashed line = slope of 1/100, dotted line = slope of 1/61

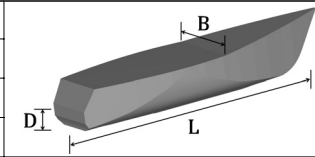
이다. 바닥경사의 변화를 주면 항주파의 전파양상이 변화하는 것을 볼 수가 있으며, 바닥경사가 1/61보다 완만한 경사에서 수렴하였다. 이는 바닥경사가 급할 경우에는 천해영역에 가까워지므로 해가 수렴하지 않는 것으로 판단된다. 바닥경사가 급할수록 종파와 횡파의 좌우 비대칭이 크게 발생하였다. 즉, 항적중심선의 왼쪽은 항적중심선에서 멀어질수록 수심이 얇아져서 굴절로 인하여 파봉선이 해안선(즉, 항적중심선)과 나란해지고, 항적중심선의 오른쪽은 항적중심선에서 멀어질수록 수심이 깊어져서 역굴절로 인하여 파봉선이 해안선과 직각을 이루었다. 항주파는 선박이 항행할 때 항적중심선의 각각의 원천점으로부터  $\theta$ 방향으로 전파하는 진행파가 군파의 형태로 전파하고 종파와 횡파의 임의의 점에는 서로 다른 주기와 방향을 가진 진행파들의 조합으로 이루어져 있기 때문에 굴절에 의한 효과를 정확히 예측하기가 어렵다.

### 4.2 FLOW-3D 수치해와 이론해 비교

본 연구에서는 FLOW-3D를 사용하여 수치실험을 수행하였다. 선박의 제원은 Table 1과 같다. 여기서, 선박의 흘수는 항주파의

Table 1. Ship dimensions

dimensions	magnitude (unit: m)
length (L)	8.53
width (B)	2.74
draft (D)	1.00



파형과는 무관하고 파고의 변화에만 영향을 주기 때문에 임의로 설정하였다. 변수심에서의 항주파의 파형을 재현한 FLOW-3D의 수치해와 이론해를 비교하였다. 항주파를 재현하기 위하여 선속을  $U = 6\text{ m/sec}$ ,  $8\text{ m/sec}$ 로 두고, 항적중심선에서의 수심이  $h_c = 10\text{ m}$ 로 두었다. 바닥경사를  $1/s = 1/100$ ,  $1/61$ 로 달리하면서 바닥경사에 따른 항주파의 파형의 변화도 함께 비교하였다.

$x, y$  축 방향의 계산영역을  $1/s = 0$ ,  $1/100$  인 경우  $800\text{ m} \times 200\text{ m}$ 로 두었고,  $1/s = 1/61$ 인 경우  $800\text{ m} \times 244\text{ m}$ 로 두었다.  $z$  축 방향의 계산영역은 평균 해수면에서 최대수심  $h_d$  까지 떨어진 수직 거리이다. 최대수심  $h_d$  은 바닥 경사  $1/s$  와 항적중심선에서의 수심  $h_c$  에 따라 다르게 된다. 격자간격을  $\Delta y = 1\text{ m}$ ,  $\Delta z = 0.5\text{ m}$ 로 하였다. 또한 선박이 출발한 지점 근처인  $x = 0 \sim 300\text{ m}$  구간에  $\Delta x = 1\text{ m}$ 의 성긴 격자를 썼고,  $x = 300 \sim 800\text{ m}$  구간에 항주파의 파형을 정확히 측정하기 위하여  $\Delta x = 0.5\text{ m}$ 의 조밀한 격자를 썼다.

FLOW-3D로 수치실험을 한 후 항적중심선의 직각방향의 좌표(즉,  $y$  축 좌표)를 따라 항적중심선 방향(즉,  $x$  축 방향)으로 수면변위가 최대가 되는 지점을 찾았다. 이 점을 이은 선이 항주파의 파봉선이다. 이 파봉선을 이으면 항주파의 형태 즉, 종파와 횡파를 이루게 된다.

Figure 7은 선속이  $U = 6\text{ m/sec}$ , 항적중심선의 수심이  $h_c = 10\text{ m}$ 인 경우 항주파의 수치해와 이론해를 비교한 그림이다. 이

조건에서 Froude수가  $F_r = 0.61$ 로서 상류이고, 파향각  $\theta = 0^\circ$ 인(즉, 파장이 가장 긴) 횡파의 경우 상대수심이  $kh = 0.86\pi$ 로 중간수심이지만 심해에 가깝다. 수치해를 보면 종파는 잘 보이지 않는데 횡파는 분명히 보였다. 이는 심해에서 드러나는 현상이기도 하다. 또한, 바닥 경사가 있음에도 불구하고 항적중심선을 기준으로 한 항주파의 좌우 비대칭성이 크게 나타나지 않았다.

Figure 8은 선속이  $U = 8\text{ m/sec}$ , 항적중심선의 수심이  $h_c = 10\text{ m}$ 인 경우 항주파의 수치해와 이론해를 비교한 그림이다. 이 조건에서 Froude수는  $F_r = 0.81$ 로서 상류이지만 Figure 7에 비해 사류에 가깝고, 파향각  $\theta = 0^\circ$ 인(즉, 파장이 가장 긴) 횡파의 경우 상대수심이  $kh = 0.42\pi$ 로 중간수심이지만 Figure 7에 비해 천해에 가깝다. 수치해를 보면 횡파는 잘 보이지 않는데 종파는 분명히 보였다. 이는 천해에서 드러나는 현상이기도 하다. 또한, 항적중심선을 기준으로 종파의 좌우 비대칭 현상이 뚜렷하게 나타났다. 즉, 항적중심선의 왼쪽(즉, 수심이 얇은 쪽)에 있는 파봉선은 굴절 현상으로 해안선과 나란해지고, 오른쪽(즉, 수심이 깊은 쪽)에 있는 파봉선은 역굴절 현상으로 해안선과 직각을 이루었다. 이러한 비대칭 현상은 바닥경사가 급할수록 더 심하게 발생하였다.

선박의 뒤에 항주파의 파형이 여러 개 나타났고, 뒤로 갈수록 파형의 크기가 증가하였다. 이는 항주파 발생이후 시간이 경과할수록 항주파가 더 멀리 퍼져가기 때문이다. Figure 7과 Figure 8은 종파와 횡파가 만나는 지점이 항적중심선에서 각각  $40\text{ m}$ ,  $100\text{ m}$  내외로 떨어진 항주파의 경우에 수치해와 해석해를 비교한 그림이다. 이때 항주파 크기를 결정하는 상수는 각각  $C = -100$ ,  $C = -112$ 에 가까웠다. 본 연구에서 제안한 항주파 파형의 이론해가 수치해와 정성적으로 유사하게 나왔다.

이번에는 항주파의 파형을 정량적으로 비교하였다. 선속이  $U = 6\text{ m/sec}$ 인 경우 수심이 상대적으로 깊어서 관측이 용이한 횡파의

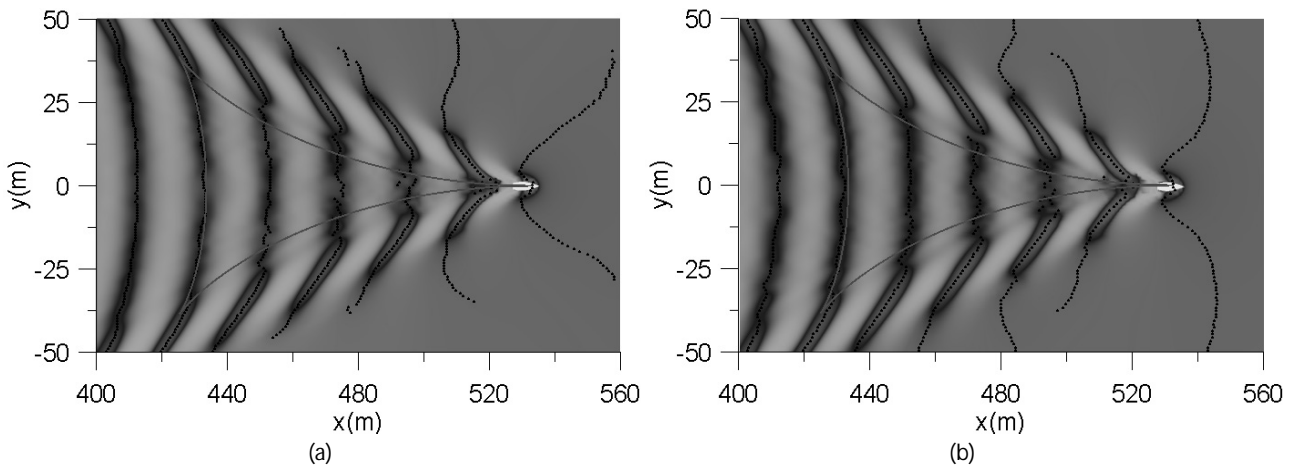


Fig. 7. Comparison of ship wave patterns on varying water dept ( $U = 6\text{ m/s}$ ,  $h_c = 10\text{ m}$ ): dot = FLOW-3D, solid line = present theory, (a) slope =  $1/100$ , (b) slope =  $1/61$

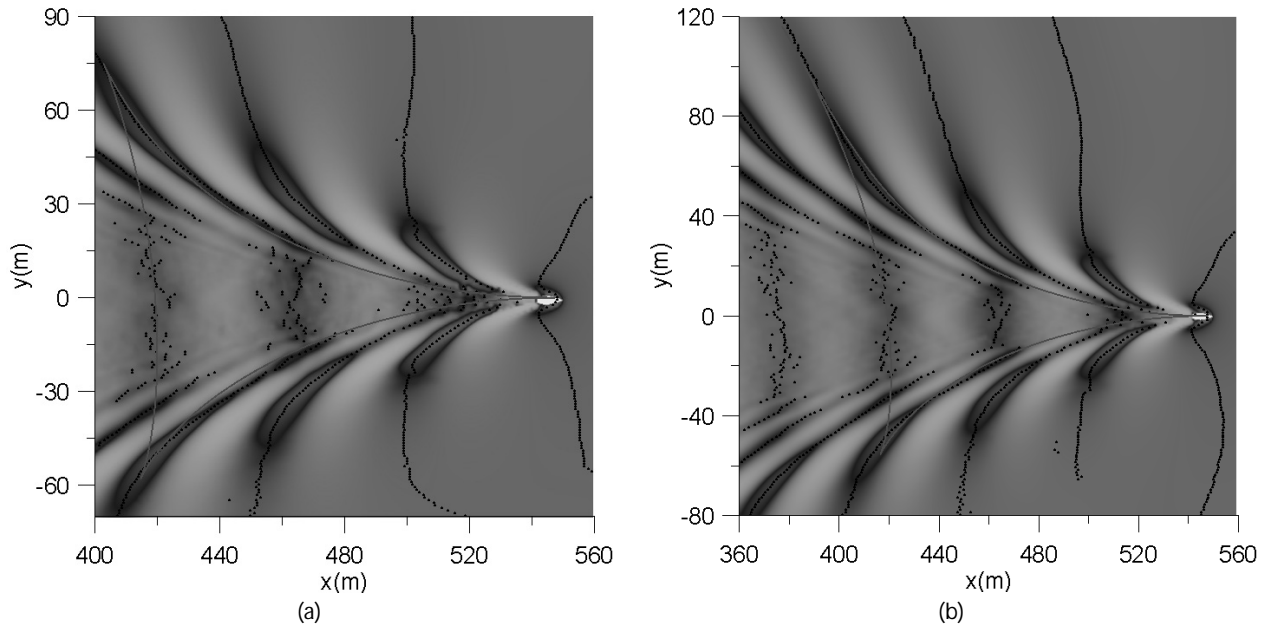


Fig. 8. Comparison of ship wave patterns on varying water dept ( $U=8\text{ m/s}$ ,  $h_c=10\text{ m}$ ): dot = FLOW-3D, solid line = present theory, (a) slope = 1/100, (b) slope = 1/61

Table 2. RMSE (%) of transverse wave crest positions for  $U=6\text{ m/sec}$

ship speed (m/sec)	$h_c(\text{m}) / F_r$	10 / 0.61			11 / 0.58		
	bottom slope	0	1/100	1/61	0	1/100	1/61
6	$C$	-102	-100	-100	-100	-99	-99
	left range of $\frac{y_F}{y_{Fmax}}$	(0.01,1)	(0.01,1)	(0.02,1)	(0.01,1)	(0.01,1)	(0.02,1)
	right range of $\frac{y_F}{y_{Fmax}}$	(0.01,1)	(0.01,1)	(0.02,1)	(0.01,1)	(0.01,1)	(0.02,1)
	RMSE (%)	0.16	0.17	0.14	0.14	0.14	0.15

위치에 대한 이론해와 수치해를 비교하였고, 선속이  $U=8\text{ m/sec}$  인 경우 수심이 상대적으로 얇아서 관측이 용이한 종파에 대해 비교하였다. 바닥경사는  $1/s = 0, 1/100, 1/61$ , 항적중심선의 수심은  $h_c = 10, 11\text{ m}$ 로 두어 총 12가지(즉,  $2 \times 3 \times 2$ 가지) 경우에 비교하였다.

횡파는 항적중심선(즉,  $x$  축)과 나란하게 전파하므로 횡파의 위치를 비교하기 위하여  $y$  축을 따라  $x$  축의 좌표를 비교하였다. 종파는 항적중심선의 법선(즉,  $y$  축)과 나란하게 전파하므로 종파의 위치를 비교하기 위하여  $x$  축을 따라  $y$  축의 좌표를 비교하였다. Figure 1에 횡파 및 종파의 전파 방향을 볼 수 있다.

Table 2, 3에 항주파의 위치에 대한 오차를 RMSE (즉, root-mean-squared error)로 다음과 같이 표현하였다.

$$\text{RMSE (\%)} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( \frac{x_F - x_T}{x_{Fmax}} \right)^2} \times 100 & \text{for transverse wave} \\ \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( \frac{y_F - y_T}{y_{Fmax}} \right)^2} \times 100 & \text{for diverging wave} \end{cases} \quad (20)$$

여기서, 아래첨자  $F$ 와  $T$ 는 같은 각각 FLOW-3D 수치해의 좌표, 본 연구의 이론해의 좌표를 의미하고,  $n$ 은 오차 계산 시 적용되는 FLOW-3D 수치해의 총 개수를 의미한다. 모든 경우에 항주파의 위치에 대한 오차를 대등하게 비교하기 위하여 항주파의 이동 거리를 각 경우의 최대 이동 거리(즉, 횡파의 경우  $y_{Fmax}$  이고,

**Table 3.** RMSE (%) of diverging wave crest positions for  $U = 8\text{ m/sec}$

ship speed (m/sec)	$h_c(m) / F_r$	10 / 0.81			11 / 0.77		
	bottom slope	0	1/100	1/61	0	1/100	1/61
8	$C$	-116	-112	-112	-112	-110	-114
	left range of $\frac{y_F}{y_{Fmax}}$	(0.24,1)	(0.17,1)	(0.11,1)	(0.27,1)	(0.23,1)	(0.19,1)
	right range of $\frac{y_F}{y_{Fmax}}$	(0.24,1)	(0.19,1)	(0.27,1)	(0.27,1)	(0.24,1)	(0.24,1)
	RMSE (%)	1.35	2.29	1.79	3.49	2.86	1.78

중파의 경우  $x_{Fmax}$ )로 나누었다.

모든 파향각에서 항주파의 위치 관측이 가능하지 않았다. 따라서, 각 경우에 관측한 범위를 항적중심선의 법선 방향으로 한 최대 이동 거리(즉,  $y_{Fmax}$ )로 나누어 나타내었다.  $U = 6\text{ m/s}$ 의 경우(즉, Table 2의 경우) 중간수심에서 심해에 가까운 항주파이기 때문에 변수심에서도 좌우 비대칭성이 크지 않아 항주파의 적용범위도 좌우 대칭으로 확인되었다. 반면  $U = 8\text{ m/s}$ 의 경우(즉, Table 3의 경우) 중간수심에서 천해에 가까운 항주파이기 때문에 변수심에서 좌우 비대칭성이 나타나 항주파의 적용범위도 좌우 비대칭으로 확인되었다.

고려한 모든 경우에 RMSE는 모두 4% 이내로 작았다. 이는 본 연구의 파형 이론식이 일정수심 뿐만 아니라 변수심에서도 적용 가능하다는 것을 의미한다.

### 5. 결론

본 연구에서 항주파의 파형 즉, 중파와 횡파의 위치를 예측하는 이론식을 개발하였다. Kelvin (1887)은 심해에서만 적용 가능한 항주파의 파향에 대한 이론식을 개발하였는데 본 연구에서 개발한 식은 심해 뿐만 아니라 중간수심까지 적용이 가능하다. 또한 일정수심 뿐만 아니라 환경사의 변수심에서도 적용이 가능하다.

FLOW-3D를 사용하여 심해에서부터 천해까지 항주파를 재현하여 최대파향각을 측정하여 Havelock (1908)의 이론식과 비교하여 FLOW-3D의 항주파의 재현성을 검증하였다. 본 연구에서 개발한 이론식을 FLOW-3D에 의한 수치해와 비교하였다. 즉, 심해뿐만 아니라 중간수심에서 항주파의 파형을 재현하였고, 또한 일정 수심 뿐만 아니라 변수심에서도 항주파의 파형을 재현하였다. 그 결과 수심이 얕을수록 항주파가 좌우로 더 멀리 퍼져나가는 것을 알 수 있었다. 또한 일정경사의 변수심에서 선박이 해안선과 나란하게 이동하는 경우 해안선에 가까운 쪽(즉, 수심이 얇은 쪽)에서는

굴절이 발생하여 파봉선이 해안선과 나란해지는 경향이 있어서 최대 파향각이 일정수심에 비해서 더 커졌다. 반면 해안선에 떨어진 쪽(즉, 수심이 깊은 쪽)에서는 역굴절이 발생하여 파봉선이 해안선과 수직을 이루는 경향이 있어서 최대파향각이 일정수심에 비해서 더 작았다. 모든 경우에 항주파의 파형의 위치를 이론식과 수치해를 정량적으로 비교한 결과 오차가 4% 이내로 작게 나왔다. 이는 이론식이 수치해와 근사하게 나옴을 증명하는 것이다.

앞으로 본 연구는 다양한 경우에 대하여 검증을 할 필요가 있으며, 천해에서(즉, Froude수가 1보다 큰 경우) 항주파의 전파양상을 예측할 수 있는 이론식을 개발하도록 나아가야 할 것이다.

### 감사의 글

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2012R1A1A2043775).

### References

Havelock, T. H. (1908). "The propagation of groups of waves in dispersive media, with application to waves on water produced by a travelling disturbance." *Proc. Royal Society of London, Series A.*, pp. 398-430.

Kelvin (1887). "On the waves produced by a single impulse in water of any depth." *Proc. Royal Society of London, Vol. 42*, pp. 80-83.

Lee, C., Lee, B. W., Kim, Y. J. and Ko, K. O. (2011). "Ship wave crests in intermediate-depth water." *Proc. 6th International Conference on Asian and Pacific Coasts*, Hong Kong, pp. 1818-1825.

Taylor, D. W. (1943). *The Speed and Power of Ships*, U.S. Govt. Printing Office.