

## 경방향 하중을 받는 스피들 베어링 계의 동특성 연구

최춘석<sup>a</sup>, 홍성욱<sup>a\*</sup>

## Study on Dynamic Characteristics of Spindle-bearing System Subjected to Radial Load

Chun-Suk Choi<sup>a</sup>, Seong-Wook Hong<sup>a\*</sup><sup>a</sup> Department of Mechatronics, Kumoh National Institute of Technology, Daehak-ro 61, Gumi, Gyeongbuk, South, 730-701, Republic of Korea

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received	13	July	2013
Revised	25	July	2013
Accepted	5	August	2013

## Keywords:

Spindle  
Radial load  
Angular contact ball bearing  
Natural frequency

## ABSTRACT

Angular contact ball bearings are often adopted for a high-speed spindle owing to their durability against axial and radial loads. The dynamic characteristics of an angular contact ball bearing, however, are very complicated because they are dependent on the applied loads as well as on the system configuration. This study systematically analyzes the radial-load-dependent characteristics of spindles as well as angular contact ball bearings. Toward this end, a spindle dynamic model along with the bearing dynamics model is established. An iterative solution algorithm is implemented to resolve the statically indeterminate problem associated with spindle-bearing systems subjected to radial load. Two numerical examples are provided to investigate the spindle and bearing characteristics as a function of radial load with regard to the system configuration.

## 1. 서론

공작기계에 사용되는 스피들은 생산성과 가공성을 증대시키기 위해 고속 운전을 필요로 한다. 이를 위해 고속, 정밀성을 유지할 수 있는 각접촉 볼베어링(Angular contact ball bearing)이 스피들에 널리 채용되고 있으며 축방향과 경방향의 복합하중을 받을 수 있게 된다<sup>[1-3]</sup>. 각접촉 볼베어링은 인가되는 예하중과 경방향 하중 및 회전속도 등에 따라 그 특성이 크게 변하는 것으로 알려져 있다<sup>[4-10]</sup>. 특히 경방향 하중에 따른 특성은 스피들 형상과 베어링 위치 등에 복합적인 영향을 받는 것으로 알려져 있다<sup>[11,12]</sup>. 그러나 경방향 하중이 가해지는 경우의 베어링 및 스피들 계에 대한 복합적인

해석이 이루어진 연구결과는 많지 않다.

공작기계의 스피들은 가공 과정에서 경하중을 받게 될 뿐만 아니라 그 하중의 크기 또한 일정하지 않게 된다. 경하중의 변화는 베어링의 특성에 직접적인 영향을 미치게 되어 궁극적으로 스피들의 동특성을 변화시키게 되므로 스피들의 실제 운전조건에서의 특성을 정확히 예측하기 위해서는 경하중에 따른 베어링의 특성을 올바르게 이해할 필요가 있다.

본 연구에서는 스피들-각접촉 볼베어링 계에서 경하중이 인가될 때의 베어링 특성을 체계적으로 분석하였다. 이를 위해 먼저 2개의 각접촉 베어링에 의해 지지되는 단순 축에서 베어링의 위치와 하중의 크기를 변화시킬 때의 베어링 특성 변화 및 스피들 고유진동수

\* Corresponding author. Tel.: +82-54-478-7364

Fax: +82-54-478-7319

E-mail address: swhong@kumoh.ac.kr (Seong-Wook Hong).

변화에 대해 분석하였다. 이를 통해 경하중이 가해지는 조건에서 베어링 특성과 스핀들의 동특성을 계산하는 방법을 검증하고 규명하였다. 다음으로는 실제 스핀들 모델에서 경하중이 가해질 때의 베어링 및 스핀들 특성에 대해 분석하였다. 이 같은 과정을 통해 경하중이 가해지는 경우의 스핀들 계의 동특성 변화에 대해 논의하였다.

## 2. 스핀들과 각접촉 볼베어링 모델링

### 2.1 스핀들-베어링 모델 및 계산 알고리즘

각접촉 볼베어링으로 지지되는 스핀들의 동적 해석을 위해 본 연구에서는 보요소에 기반한 유한요소모델과 de Mul<sup>[3]</sup>의 이론에 기초한 베어링 모델을 사용하였다. 베어링의 특성을 계산하기 위해서는 베어링에 인가하는 하중을 알아야 하나 스핀들에 경방향 하중이 가해질 경우, 축계가 부정정 조건이 되어 힘-평형 조건식으로부터 반력이 결정되지 않는다. 이 때는 힘-평형 조건식과 힘-변형식을 동시에 고려해야 하는데, 베어링의 비선형성으로 인해 동시해법을 적용하기 어렵다<sup>[7,11]</sup>. 따라서 본 연구에서는 베어링 자체의 비선형 특성과 부정정 조건을 고려한 반복해법을 사용하였다.

Fig. 1은 경방향 하중을 받는 경우 스핀들과 베어링 모델을 계산하는 과정을 설명하고 있다. 경방향 하중을 고려하지 않은 상태에서 베어링 강성을 계산하여 초기치로 사용하고 축계에 발생하는 힘-평형 방정식과 힘-변형 방정식에 베어링 위치별 반력을 구하며 베어링 하중을 계산하게 된다. 이렇게 결정된 베어링 하중을 이용하여 베어링 강성을 결정하고 다시 그 결과를 힘-평형 방정식과 힘-변형 방정식에 대입하여 이 결과가 수렴할 때까지 반복계산을 수행하게 된다.

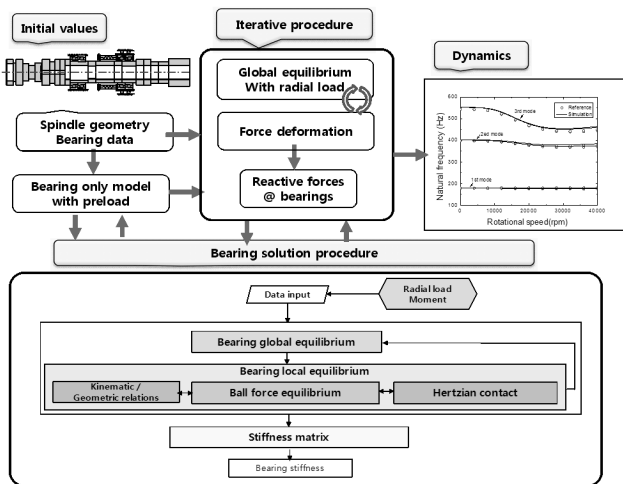


Fig. 1 Computational flow for spindle-bearing system

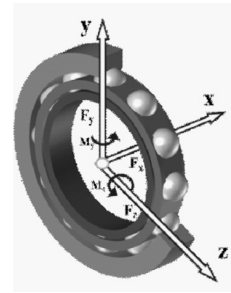


Fig. 2 Coordinate systems for angular contact ball bearing

	dx	dy	dz	dθ <sub>y</sub>	dθ <sub>z</sub>	
F <sub>x</sub>	<b>K<sub>xx</sub></b>	K <sub>xy</sub>	K <sub>xz</sub>	K <sub>xθy</sub>	K <sub>xθz</sub>	Coupling stiffness
F <sub>y</sub>	K <sub>yx</sub>	<b>K<sub>yy</sub></b>	K <sub>yz</sub>	K <sub>yθy</sub>	<b>K<sub>yθz</sub></b>	
F <sub>z</sub>	K <sub>zx</sub>	K <sub>zy</sub>	<b>K<sub>zz</sub></b>	<b>K<sub>zθy</sub></b>	K <sub>zθz</sub>	
M <sub>y</sub>	K <sub>θyx</sub>	K <sub>θyy</sub>	<b>K<sub>θyz</sub></b>	<b>K<sub>θyθy</sub></b>	K <sub>θyθz</sub>	
M <sub>z</sub>	K <sub>θzx</sub>	<b>K<sub>θzy</sub></b>	K <sub>θzz</sub>	K <sub>θzθy</sub>	<b>K<sub>θzθz</sub></b>	
	Axial stiffness		Radial stiffness		Angular stiffness	

Fig. 3 Definition of stiffness matrix for an angular contact ball bearing

### 2.2 각접촉 볼베어링의 강성

Fig. 2는 각접촉 볼베어링의 동특성을 모델링 하기 위해 설정한 좌표계이다. 베어링의 내륜 중심점에 대해 외부에서 가해지는 3방향 힘과 2방향 모멘트에 대한 변위를 기초로 베어링 강성을 결정하게 된다.

각접촉 볼베어링의 강성은 일반적으로 Fig. 3과 같은 행렬로 표시할 수 있다<sup>[11]</sup>. 예시한 바와 같이 한 개의 축방향 강성과 쌍으로 이루어진 경방향 강성, 각변위 강성, 그리고 커플링 강성 등을 갖게 된다. 나머지 표기 하지 않은 강성도 존재하지만 그 값이 상대적으로 작아 계산 시 고려하지 않아도 대부분의 결과에 큰 영향을 미치지 않는다.

경방향 하중 없이 축방향 예하중만 가해진 상태에서는 쌍으로 이루어진 경방향 강성, 각변위 강성, 커플링 강성들이 모두 같은 크기를 갖게 되어 등방성(Isotropy)이 유지되나, 경방향 하중이 가해지면 그 값들이 차별화되는 비등방성(Anisotropy)를 보이게 되어 회전체 특성에 변화를 야기하게 된다.

## 3. 경방향 하중에 따른 특성

### 3.1 경방향 하중에 인가에 따른 베어링 강성 특성

#### 3.1.1 경방향 하중에 따른 베어링 강성 변화

Fig. 4와 같이 베어링에 경하중이 직접 인가되고 있을 때의 베어링 강성 계산 결과를 Fig. 5에서 보여주고 있다. 경하중 증가에 따

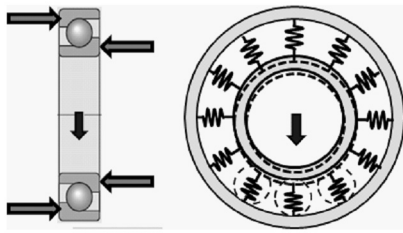


Fig. 4 Axial and radial loads applied directly to the bearing

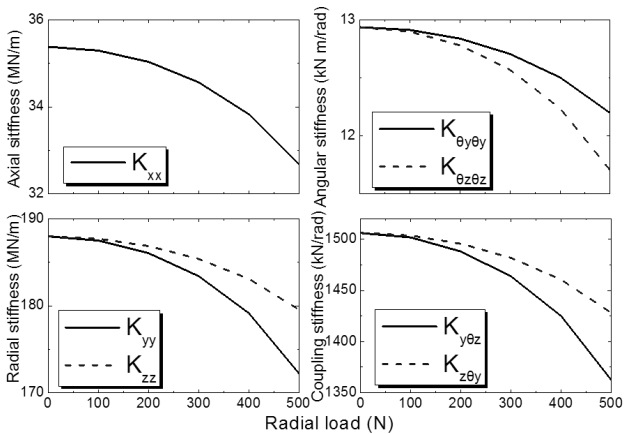


Fig. 5 Stiffness coefficients as a function of radial load. (7008C, axial preload=300N)

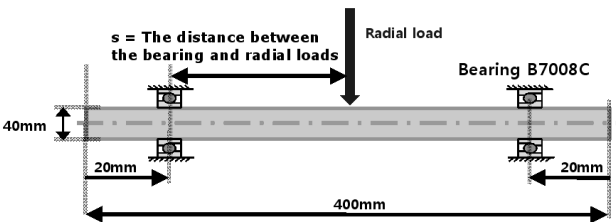


Fig. 6 Simple shaft-bearing model when a radial load is applied

라 모든 강성 계수가 감소하는 경향을 보이고 있으며, 두 쌍의 강성 계수들이 분리되는 비등방성(Anisotropy) 특성을 보이고 있음을 알 수 있다. 여러 개의 베어링이 스피indle에 결합된 상태에서 축에 하중이 가해지면 베어링에 인가되는 경하중을 직접 알 수 없다. 스피indle에 경방향 하중이 인가되고 있을 때 특성을 분석해 보기 위해서 Fig. 6과 같이 직경이 40 mm이고 길이가 1,000 mm인 균일축에 두 개의 각접촉 볼베어링(7008C)으로 지지된 시스템을 고려하였다.

하중은 그림에서와 같이 축의 중심위치에 인가하였다. 베어링을 양 끝단에서 20 mm 떨어진 위치에 배면배열(O형)로 두고 예하중을 300 N 인가한 경우의 결과를 Fig. 7에서 보여주고 있다. 결과의 검증용 위해 개발된 프로그램에 의한 결과와 상용프로그램에 의한 결과를 같이 표시하였으며 모든 강성 계수 계산결과가 서로 잘 일

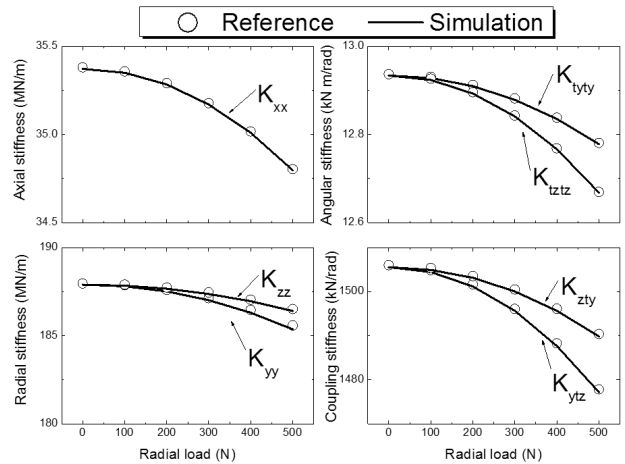


Fig. 7 Comparison of bearing stiffnesses as a function of radial load by the commercial program and the proposed program

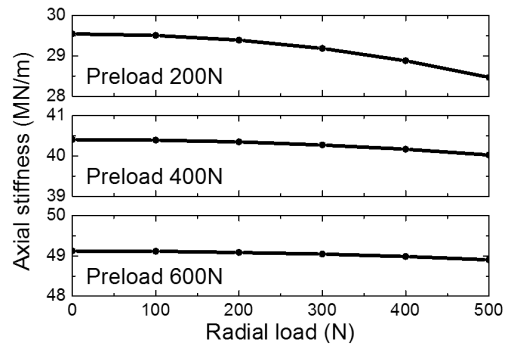


Fig. 8 Axial stiffness ( $K_{xx}$ ) of the bearing when the radial load is applied with the axial preload varied

치하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5와는 달리 경하중에 따라 강성 계수가 단조 감소하지 않고 증가나 감소가 교차하고 있음을 알 수 있다.

예하중 변화에 따른 특성을 분석하기 위하여 예하중을 200 N에서 600 N까지 200 N 간격으로 변화시키며 계산을 실시하였다. Fig. 8은 이 때의 축방향 강성을 나타낸 결과이다. 경방향 하중이 증가하게 되면 축방향 강성이 변화하지만 축방향 예하중이 커질수록 축방향 강성의 변화 폭이 감소하는 것을 확인할 수 있다.

### 3.1.2 베어링 위치변화에 따른 강성변화

베어링의 설치위치와 하중과의 관계를 살펴보기 위하여 베어링의 설치 위치를 변경시키며 계산하였다. 베어링의 위치를 회전체 축의 끝단에서 20 mm에 위치한 경우와 120 mm에 위치한 경우를 비교하였다. 베어링의 배열은 O배열로 동일하게 적용하였다.

Fig. 9는 베어링의 위치가 변화할 때 하중이 인가되는 방향의 경방향 강성을 계산한 결과를 나타낸 것이다. 베어링이 회전체의 중심에서 바깥쪽에 설치된 경우인 20 mm에 설치된 경우 경방향

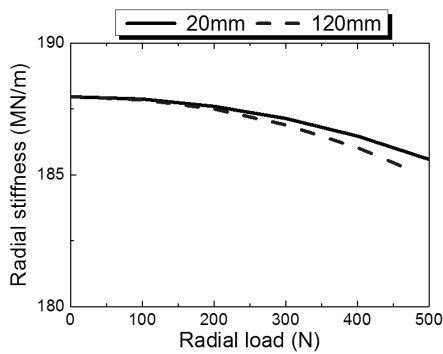


Fig. 9 Radial stiffness ( $K_{yy}$ ) with the location of the bearings varied when the radial load is applied

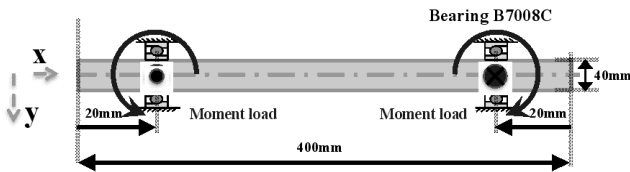


Fig. 10 Shaft-bearing model with moments applied to the bearings

강성이 증가 하고 있으나 베어링의 위치가 회전축의 중심에 가까운 120 mm에서는 경방향 강성이 감소하고 있다.

베어링의 설치위치와 경방향 하중이 인가되는 위치 사이의 거리가 멀수록 경방향 강성이 경방향 하중에 따라 증가하고 있지만, 거리가 가까워지면 감소하고 있다. 또한 베어링을 동일한 위치에 두고 축의 길이만 변경한 경우에는 경방향 강성의 변화가 없는 것으로 나타나 축의 길이는 강성에 영향을 주지 않는다. 따라서 베어링 경방향 강성은 베어링의 위치와 경방향 하중이 인가되는 위치 간의 거리 변화에 의해 영향을 받는다는 것을 확인할 수 있다. 이는 경방향 하중에 의하여 발생되는 토크가 베어링에 영향을 준 것으로 추정 되므로 이를 검증할 필요가 있다.

### 3.1.3 모멘트 변화에 따른 베어링 강성 특성

베어링 강성 변화와 모멘트의 관계를 분석을 위하여 Fig. 10과 같이 단순 회전체의 베어링 설치 위치에 서로 반대 방향의 모멘트를 가하는 경우를 고려하였다. 이는 경방향 하중이 인가되는 경우에 각각의 베어링에 가해지는 모멘트의 특성을 고려한 것이다.

Fig. 11은 모멘트의 크기를 증가시키며 베어링의 경방향 강성, 각변위 강성, 토크 강성을 계산한 결과를 보여주고 있다. 결과에서 볼 수 있는 바와 같이 모멘트가 인가됨에 따라 동일한 값을 가지던 두 개의 강성이 분리되는 비등방성이 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 특히 모멘트는 상하의 대칭적인 변화를 일으키게 되므로 경방향 하중만 가해진 경우와 달리 성분에 따라서는 강성이 증가할 수 있음을 확인할 수 있다.

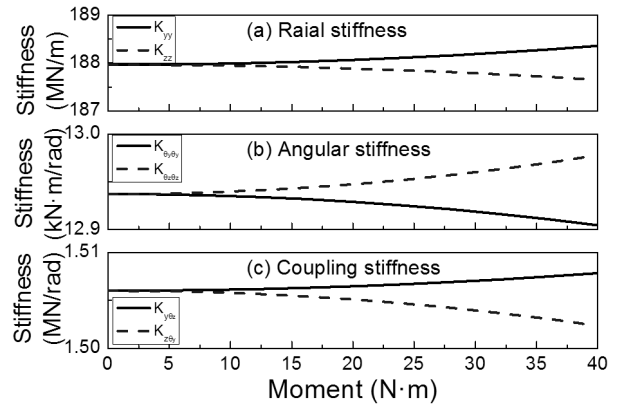


Fig. 11 Bearing stiffness changes due to moment

## 3.2 경하중에서의 스피들 동특성 변화

### 3.2.1 단순 균일 축

Fig. 12는 단순 균일축 모델에 대해 개발된 프로그램과 상용프로그램을 이용하여 고유진동수를 계산한 결과를 비교하고 있다. 경방향 하중의 크기 증가에 따른 고유진동수를 3차모드까지 보여주고 있다. 경방향 하중이 인가되기 전 수직 수평방향 고유진동수가 2개

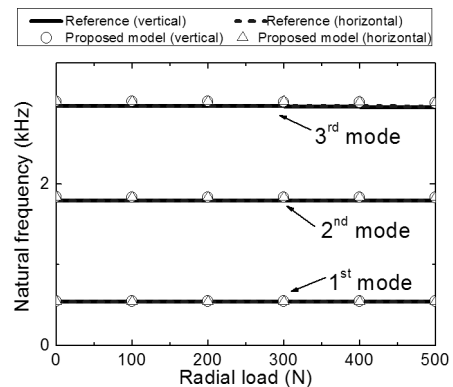


Fig. 12 Comparison of natural frequencies as a function of radial load by the commercial program and the proposed program

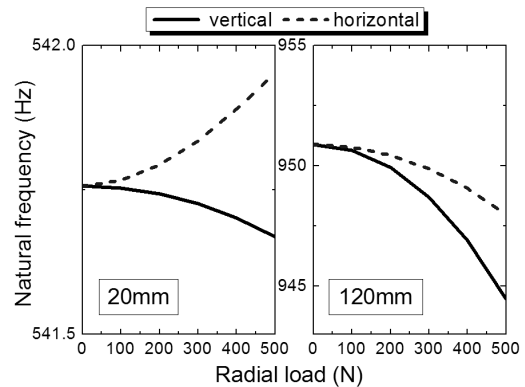


Fig. 13 Fundamental natural frequencies

로 분리되면서 전체적으로는 6개 모드가 표시되었으며 베어링 강성 변화에 의한 효과가 크지 않아 경하중에 의한 고유진동수 변화가 크지 않게 나타나고 있다. 전체적으로 개발된 프로그램에 의한 계산과 상용프로그램 계산이 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 13은 베어링 위치를 변화시켰을 때 첫 번째 모드의 고유진동수를 비교한 것이다. 스프링들의 고유진동수 변화 양상이 베어링의 위치변화에 따른 경방향 강성의 변화와 동일한 추세를 보이고 있음을 확인할 수 있다. 경하중이 인가될 때 베어링의 특성이 회전체의 고유진동수 변화에 중요한 영향을 주는 것을 확인할 수 있다.

### 3.2.2 스프링들

실제 사용하고 있는 스프링들 모델에 대해 경방향 하중 인가에 따른 특성을 살펴보기 위해 Fig. 14와 같은 모델을 고려하였다. 베어링은 4개의 각접촉 볼베어링(7014C)을 Tandem O배열로 설정하였다. 경방향 하중은 그림에서와 같이 스프링들 선단에 두었으며 가해지는 경방향 하중을 변화시키며 계산을 실시하였다. Fig. 15는 600 N의 예하중을 인가한 상태에서 경하중을 가했을 때 베어링 강성을 계산한 결과이다. 베어링 간격이 비교적 좁고 축의 강성이 높아 베어링 위치에서의 모멘트 하중이 크게 인가되지 않아 모멘트에 의한 효과는 제한적으로 나타나고 있다.

Fig. 16은 스프링들에 경방향 하중이 가해질 때의 고유진동수 변화를 보여주고 있다. 경방향 하중이 증가함에 따라 베어링 특성변화를

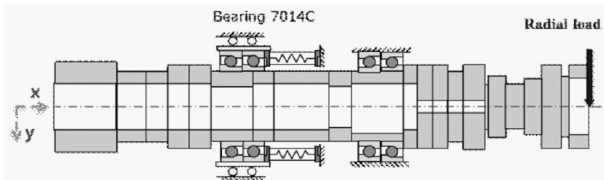


Fig. 14 Spindle-bearing model with the radial load applied

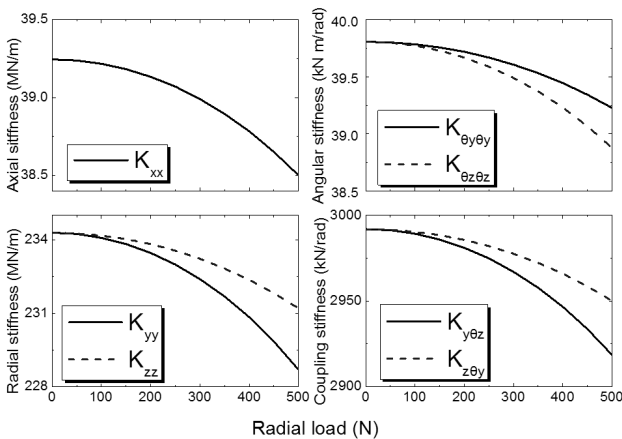


Fig. 15 Stiffness coefficients as a function of radial load for the spindle-bearing mode

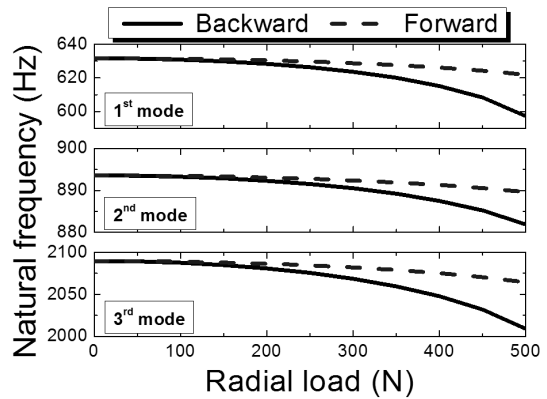


Fig. 16 Natural frequencies with the radial load varied

추세에 맞추어 고유진동수가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 특히 여기서 고려한 스프링들은 4개의 베어링에 의해 지지되고 있으므로 베어링에 인가되는 하중은 더욱 복잡한 양상을 띠게 되며 스프링들의 동특성을 살펴보기 위해서는 베어링만의 해석을 통해 얻어진 베어링 특성 보다는 스프링들과 베어링이 통합적으로 고려된 모델을 이용해야 바람직한 결과를 얻을 수 있다.

## 4. 속도변화에 따른 스프링 동특성

베어링의 특성은 회전속도에 크게 영향을 받는 것이 잘 알려져 있다<sup>[2]</sup>. 경방향 하중이 가해지는 조건에서의 속도변화에 따른 스프링들의 특성을 살펴보기 위해서 단순축 모델에 회전속도를 0~40,000 rpm 까지 4,000 rpm 간격으로 계산하였다.

Fig. 17은 속도 변화에 따라 경방향 하중이 가해지는 방향의 경방향  $K_{yy}$ 를 보여주고 있다. 회전속도가 바뀌면서 베어링의 강성이 더욱 크게 변화하고 있으며 경하중에 의해 그 변화 폭이 다소 둔화되고 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 경방향 하중에 비해 회전속도에 의한 영향이 더욱 중요하지만 경방향 하중에 의해 그 변화

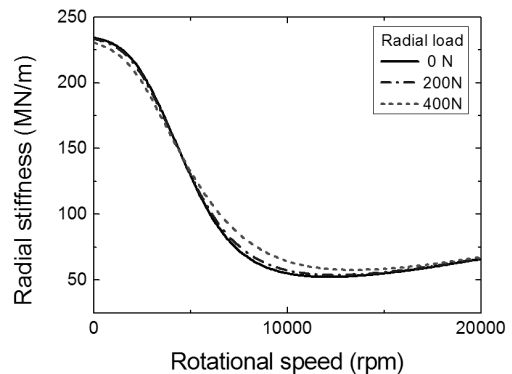


Fig. 17 Radial stiffness ( $K_{yy}$ ) as a function of rotational speed with the radial load varied

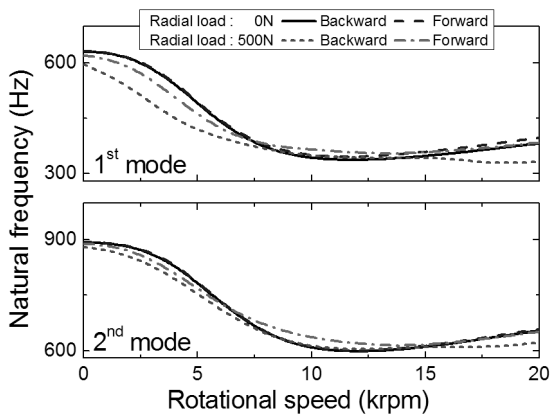


Fig. 18 Natural frequencies as a function of rotational speed with the radial load varied

폭이 복잡적으로 나타나므로 보다 엄밀한 해석이 필요함을 의미하게 된다. 이같은 특성은 경방향 강성 뿐만 아니라 축방향, 각변위, 그리고 커플링 강성들도 같은 추세로 나타나고 있는 것을 확인하였다.

Fig. 18은 회전속도 변화에 따른 단순축의 고유진동수 변화를 도시한 것이다. 경방향 하중이 인가되기 전후를 비교하면 경방향 하중이 인가되기 전에는 전방모드와 후방모드의 분리가 거의 없이 회전속도 변화에 따른 베어링 강성변화가 고유진동수 변화에 그대로 반영되고 있으나 경방향 하중이 인가되면 전방모드와 후방모드의 분리가 두드러지며 지고 있다. 이는 이미 확인한 바와 같이 경하중 인가에 의한 베어링 비등방성이 회전체 특성에 영향을 직접적으로 미치고 있음을 의미한다. 회전속도에 따라 경방향 하중 인가 전후의 고유진동수가 교차되는 특성을 보이고 있으므로 경하중과 회전속도에 대한 효과를 특정하기 어려우며 동시 고려를 통해 해석하는 것이 바람직하다.

### 5. 결론

본 논문에서는 경방향 하중이 인가되는 조건에서의 각접촉 불배어링 특성과 이들 베어링으로 지지된 스피들 계의 동특성 변화에 대해 고찰하였다. 이를 위해 경방향 하중을 받는 스피들-베어링 모델을 개발하고 검증하였다. 단순 축 모델과 스피들 모델을 대상으로 경방향 하중이 가해질 때의 베어링 특성과 스피들의 동특성을 분석하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 베어링 자체에 경방향 하중이 가해지는 경우 대부분의 강성계수가 감소하는 추세를 보인다.
- (2) 경방향 하중은 베어링의 비등방성을 발생시킨다.
- (3) 스피들에 결합된 상태의 베어링에 대한 경방향 하중 특성은 스

핀들과의 통합 모델에 대한 부정정계 특성을 고려한 해석이 필요하다.

- (4) 스피들 구성에 따라 베어링에 미치는 하중 조건이 변화하게 되어 베어링 특성에 큰 영향을 미친다.
- (5) 경방향 하중은 회전속도에 의한 강성의 변화 폭을 다소 감소시키는 경향이 있다.

### 후 기

본 연구는 기계장비 정밀도 시뮬레이션 플랫폼 기술 개발 사업의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

### References

- [1] Abele, E., Altintas, Y., Brecher, C., 2010, Machine Tool Spindle Unit, CIRP Annals Manufacturing Technology, 59:2 781-802.
- [2] Harris, T. A., 1990, Rolling Bearing Analysis, Johns Wiley & Sons, New York.
- [3] de Mul, J. M., Vree J. M., Maas, D. A., 1989, Equilibrium and Associated Load Distribution in Ball and Roller Bearings Loaded in Five Degrees of Freedom while Neglecting Friction-part I: General Theory and Application to Ball Bearings, ASME Journal of Tribology, 111:1 142-148.
- [4] Hong, S. W. Choi, C. S. Lee, C. H. 2013, Effects of Bearing Arrangement on the Dynamic Characteristics of High -speed Spindle, Journal of KSPE. 30:8 854-863.
- [5] Park K. B., Chung W. J., Lee C. M., 2008, Model Updating of High-Speed Spindle, Journal of KSMTE, 17:2 7-12.
- [6] Bae, G. H., Hwang, J. H., Hong, S. W., 2010, Modeling of Stiffness Coefficients for Angular Contact Ball Bearing, Proceedings of the 2010 KSPE Spring Conference, 143-144.
- [7] Hong, S. -W., Shin, Y. C., 2001, Dynamic Analysis of Rotor Systems with Angular Contact Ball Bearings Subject to Axial and Radial Loads, Proceeding of the 1st International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery, Paper No.: 4009.
- [8] Jorgensen, B. R., Shin, Y. C. 1998, Dynamics of Spindle-bearing Systems at High Speeds Including Cutting Loads Effects, ASME, Journal of Manufacturing Science and Technology, 120 387-394.
- [9] Li, H., Yung C. Shin 2004, Analysis of Bearing Configuration Effects on High Speed Spindles Using An Integrated Dynamic Thermo-mechanical Spindle Model, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 44:4 347-364.

- [10] Jiang, S., Zheng, S., 2010, A Modeling Approach for Analysis and Improvement of Spindle-drawbar-bearing Assembly Dynamics, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 50:1 131-142.
- [11] Hong, S. W., Bae, G. H., 2013, Rotor Dynamic Model for Spindle-Bearing Systems and Its Applications, *Proceedings of the 15<sup>th</sup> Asia Pacific Vibration Conference*, 527-537.