

OFDM시스템을 위한 채널 shortening기법들의 비교

김재권*

A Comparative Studies of Channel Shortening Techniques for OFDM System

Jae-kwon Kim*

요 약

직교 주파수 분할 다중 (OFDM) 시스템에서는 채널의 지연확산 특성의해 발생하는 심볼간의 간섭 (ISI) 을 제거하기 위해, 채널의 길이보다 길거나 같은 cyclic prefix (CP)를 삽입한다. 그러나 긴 CP는 전송률을 감소시 킨다는 단점이 있다. 대안으로, CP로 인한 성능 열화를 줄이기 위해 수신부에서는 channel shortening 필터를 이용하여 유효 채널의 길이를 줄이는 방법이 제안되어 왔다. 본 논문에서는 기존에 제안 된 채널 shortening 기 법인 minimum shortened signal to noise ratio (MSSNR), mimimum interblock interference (min-IBI)와 minimum intersymbol interference (min-ISI)을 비교분석한다.

ABSTRACT

In OFDM system, cyclic prefix (CP) is used to eliminate the inersymbol interference that is caused by the channel dispersion. However, a long CP reduces the data transmission rate. An alternative to a logn CP is the a time domain channel shortening filter at the receiver that shortens the effective channel, thus a short CP is used in spite of a long channel impulse response. In the paper, we compare a various channel shortening techniques; minimum shortened signal to noise ratio (MSSNR), minimum interblock interference (min-IBI), and minimum ISI (min-ISI).

키워드 채널 shortening, MSSNR, minimum ISI, minimum IBI

1. 서 론

초고속 무선 통신 시스템에서는 광대역의 주파 수 선택적 페이딩 채널에서의 고속 전송이 필수적 이다. 역 고속 푸리에 변환 (IFFT)과 고속 푸리에 변환 (FFT)을 통해 간단히 신호를 변/복조 할 수 있는 직교 주파수 분할 다중 (OFDM) 시스템은

주파수 선택적 페이딩 채널에 강인하지만 심볼간 의 간섭 (ISI)이 발생하기 쉽다. 하지만 ISI 는 변 조된 각 OFDM 심볼의 앞부분에 cyclic prefix (CP)를 삽입함으로써 제거 할 수 있다.[1][2] 이때, 요구되는 CP의 길이는 채널의 지 연확산보다 길 거나 같아야 한다. 하지만 긴 CP는 전송률과 SNR 을 감소시키기 때문에 긴 CP를 피하기 위해 수신

* 교신저자 : 연세대학교 원주캠퍼스 컴퓨터정보통신공학 교수

접수일자 : 2013년 10 월 14 일, 수정일자 : 2013년 11 월 15 일, 심사완료일자 : 2013년 12 월 05 일

단에서는 finite impulse response (FIR) 필터를 사용하여 유효 채널의 길이를 줄인 후 수신 신호를 복조한다.

본 논문에서는 유효채널의 길이를 줄이기 위해 사용되는 기존의 기술들인 MSSNR[3], min-IBI[4], min-ISI[5]를 비교분석한다.

본 논문에서는 bold faced 소문자는 벡터를 나타내고, bold faced 대문자는 행렬을 나타낸다. 벡터와 행렬의 entry들은 이탤릭 소문자로 나타내었고, 아래첨자를 사용하여 entry의 위치를 나타내었다. $[\cdot]^T$ 는 행렬이나 벡터의 전치를 나타내며, $[\cdot]^H$ 는 행렬이나 벡터의 conjugate 전치를 나타낸다. 임의의 벡터 $y=[y(0)y(1) \cdots y(n)]^T$ 에 대해, $\|y\|$ 는 l_2 norm을 나타내며; $|\cdot|$ 는 복소수의 절대값을 나타낸다.

2. 시스템 모델

OFDM시스템에서의 한 개의 송신 심볼에 대한 시간영역에서 송신신호와 수신신호의 관계는 다음과 같다.

$$y = x \otimes h + z \quad (1)$$

여기서, $y=[y(0)y(1) \cdots y(N+M-2)]$ 는 수신 벡터 이고, $x=[x(0)x(1) \cdots x(N-1)]$ 은 송신벡터, $h=[h(0)h(1) \cdots h(M-1)]$ 채널의 임펄스응답, z 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 복소 가우시안 프로세스이다.

수신벡터에 대한 SIR 필터의 출력은 컨볼루션의 결합법칙에 의해 다음과 표현할 수 있다.

$$\tilde{y} = y \otimes w \quad (2)$$

$$= (x \otimes h + n) \otimes w \quad (3)$$

$$= x \otimes (h \otimes w) + n \otimes w \quad (4)$$

$$= x \otimes h_{eff} + \tilde{z} \quad (5)$$

$$= x \otimes (h_{win} + h_{wall}) + \tilde{z} \quad (6)$$

$$= x \otimes h_{win} + x \otimes h_{wall} + \tilde{z} \quad (7)$$

여기서, $h_{eff}=[h_{eff}(0)h_{eff}(1) \cdots h_{eff}(M+t-2)]$, $h_{win}=GH_w$, $h_{wall}=DH_w$, $h_{noise}=F_w$ 이다.

여기서, $G=diag(0, \cdots, 0_{d-1}, 1_d, \cdots, 1_{d+\nu}, 0_{d+\nu+1}, \cdots, 0_{M+t-2})$, H는 채널의 컨볼루션 행렬, $w=[w(0)w(1) \cdots w(t-1)]$ 은 채널에 대한 SIR 필터의 임펄스응답이다.

본 논문에서는 임펄스 응답의 시간지연은 강로 표기하며, 목표 유효채널의 길이는 ISI가 발생하지 않는 최소 길이인 $\nu+1$ 이다.

3. 채널 Shortening 기법

채널 shortening 문제는 다음의 수식으로 일반화시킬 수 있다.

$$w = \arg \max_{w \in C^{t \times 1}} (\Psi(w)) \quad (8)$$

$$= \arg \max_{w \in C^{t \times 1}} \left(\frac{w^H B w}{w^H A w} \right) \quad (9)$$

여기서, $\Psi(w)$ 는 필터의 계수를 찾기 위한 목적함수이고, A와 B는 hermitian 행렬이다.

MSSNR과 min-IBI, min-ISI는 각각의 행렬 A와 B를 정의함으로써 아래의 동일한 방식으로 필터 계수 w 를 구할 수 있다.

수식 (12)를 만족하는 자명해를 피하기 위해 수식 (12)의 분자인 $w^H B w$ 을 1로 고정한다. 위의 조건을 만족하기 위한 값을 구하기 위해, 행렬을 schur 분해한다.

$$B = Q \Lambda Q^H \quad (10)$$

$$= (Q \sqrt{\Lambda}) (\sqrt{\Lambda} Q^H) \quad (11)$$

$$= (Q \sqrt{\Lambda}) (Q \sqrt{\Lambda})^H \quad (12)$$

$$= \sqrt{B} \sqrt{B}^H \quad (13)$$

여기서, Λ 는 행렬 B의 고유값으로 구성된 실수 대각행렬이며, Q는 해당 고유값에 상응하는 고유 벡터로 이루어진 정각행렬이다. 실수 대각행렬의 특징에 의해 위의 관계가 성립한다. 또한 $t < \nu$

일 경우에 B는 full rank 행렬이기 때문에 행렬 \sqrt{B} 역시 역행렬이 존재한다. w 을 얻기 위해 다음의 복소벡터 y 를 정의한다.

$$y \equiv \sqrt{B}^H w \quad (14)$$

수식 (14)에 의해서 목적함수 $\Psi(w)$ 의 분자항을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w^H B w = w^H \sqrt{B} \sqrt{B}^H w \quad (15)$$

$$= y^H y = 1 \quad (16)$$

수식 (16)을 만족하는 필터 계수 w 를 다음의 수식을 통해 얻을 수 있다.

$$w = (\sqrt{B}^H)^{-1} y \quad (17)$$

수식 (17)을 통해 얻은 필터 계수 w 를 통해서 목적함수 $\Psi(w)$ 의 분모를 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$w^H A w = y^H (\sqrt{B})^{-1} A (\sqrt{B}^H)^{-1} y \equiv y^H C y \quad (18)$$

결과적으로 수식 (9)를 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$y = \arg \max_{y \in C^{t \times 1}} \left(\frac{y^H y}{y^H C y} \right) \quad (19)$$

수식 (19)의 목적함수는 rayleigh quotient의 역수와 같으며, 목적함수를 최대화 시켜주는 벡터 y 는 행렬 C의 최소 고유값 λ_{\min} 에 상응하는 고유벡터이다.

3.1 MSSNR 기법

CP의 길이를 초과하는 지연확산은 ISI를 초래한다. 일반적으로 SIR 필터의 계수 길이를 아무

리 늘려도 완벽하게 ISI를 제거할 수 없다. MSSNR은 유효채널의 윈도우 안의 에너지와 ISI를 발생시키는 유효채널 윈도우 밖에 존재하는 성분의 에너지의 비 (SSNR : Shortened Signal to Noise Ratio)를 최대화함으로써 채널을 줄인다.

수식 (7)을 기반으로 다음의 목적함수 정의한다.

$$\Psi_{MSSNR}(w) \equiv \frac{h_{win}^H h_{win}}{h_{wall}^H h_{wall}} \quad (20)$$

$$= \frac{w^H H^H G^H G H w}{w^H H^H D^H D H w} \quad (21)$$

$$= \frac{w^H B_{MSSNR} w}{w^H A_{MSSNR} w} \quad (22)$$

여기서, A_{MSSNR} 와 B_{MSSNR} 은 hermitian 행렬이다.

3.2 min-IBI 기법

유효채널 윈도우 밖의 성분이 ISI에 미치는 영향은 ISI를 초래하는 윈도우 밖의 성분이 윈도우로부터 멀어질수록 선형적으로 커진다. min-IBI는 위의 사실을 근거로 수식 (20)의 목적함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\Psi_{minIBI}(w) \equiv \frac{h_{win}^H h_{win}}{h_{wall}^H X h_{wall}} \quad (23)$$

$$\Psi_{minIBI}(w) \equiv \frac{w^H H_{win}^H H_{win} w}{w^H H_{wall}^H X H_{wall} w} \quad (24)$$

$$\Psi_{minIBI}(w) \equiv \frac{w^H B_{minIBI} w}{w^H A_{minIBI} w} \quad (25)$$

여기서, $X = \text{diag}(d, \dots, 2, 1, 0, \dots, 0, 1, \dots, M+t-d-v-1)$ 로써 ISI를 발생시키는 성분에 대한 가중치 행렬이다.

2.4 min-ISI 기법

MSSNR과 min-IBI는 채널의 이득, 잡음에 대한 고려를 하지 않고, 직접적으로 채널의 길이를 줄이는 SIR 필터를 유도한다. min-ISI는 위의 방식과 다르게 각 하위 채널에 대해 SINR (Signal

to Interference and Noise Ratio)을 정의하고 SIRN을 최대화하는 SIR 필터를 유도함으로써, SNR로 표현되는 채널용량과 관계되어 전송률도 향상시킨다. SINR을 다음과 같이 정의한다.

$$SINR_i = \frac{S_{x,i}|H_{win,i}|^2}{S_{x,i}|H_{wall,i}|^2 + S_{n,i}|H_{noise,i}|^2} \quad (26)$$

여기서, $S_{x,i}, H_{win,i}, H_{wall,i}, S_{n,i}, H_{noise,i}$ 는 각각 전송된 신호의 전력, 신호 경로의 전력, 간섭 경로의 전력, 잡음의 전력, 잡음 경로의 전력으로써, 다음과 같이 정의된다.

$$H_{win,i} = q_i^H G H w \quad (27)$$

$$H_{wall,i} = q_i^H D H w \quad (28)$$

$$H_{noise,i} = q_i^H F w \quad (29)$$

여기서, $q_i = [1 e^{j2\pi i/N} \dots e^{j2\pi(N-1)i/N}]^T$ 로써 IFFT 벡터이다.

수식 (27), (28), (29)를 바탕으로 수식 (26)을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$SINR_i = \frac{S_{x,i}|q_i^H G H w|^2}{S_{x,i}|q_i^H D H w|^2 + S_{n,i}|q_i^H F w|^2} \quad (30)$$

$$= \frac{w^H H^H G^H q_i S_{x,i} q_i^H G H w}{w^H H^H D^H q_i S_{x,i} q_i^H D H w + w^H F^H q_i S_{n,i} q_i^H F w} \quad (31)$$

$$= \frac{w^H A_i w}{w^H B_i w} \quad (32)$$

여기서, $A_i = H^H G^H q_i S_{x,i} q_i^H G H$ 이고, $B_i = H^H D^H q_i S_{x,i} q_i^H D H + F^H q_i S_{n,i} q_i^H F$ 이다. 수식 (30)은 각서브채널의 최적 필터를 계산하는 문제로써, 전체 채널에 대해서는 비선형 최적화 문제이다. 따라서 SINR의 분모를 이용해 선형 준 최적화를 수행한다. 수식 (30)의 분모를 다음과 같이 정의한다.

$$P_d(w) = \sum_{i \in S} \left(w^H H^H D^H q_i S_{x,i} q_i^H D H w + w^H F^H q_i S_{n,i} q_i^H F w \right) \quad (33)$$

여기서, 각 서브 채널에 대해 다음 식과 같이 정규화 한다.

$$P_d^{norm}(w) = \sum_{i \in S} \left(w^H H^H D^H q_i \frac{S_{x,i}}{S_{n,i}} q_i^H D H w + w^H F^H q_i q_i^H F w \right) \quad (34)$$

두 번째 항은 parseval 정리에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_d^{norm}(w) = w^H H^H D^H \sum_{i \in S} \left(q_i \frac{S_{x,i}}{S_{n,i}} q_i^H \right) D H w + w^H w \quad (35)$$

여기서, 두 번째 항은 형태를 바꾸어 값을 고정시킨다. 수식 (35)를 이용해 다음의 준 최적화 목적함수를 정의한다.

$$\Psi_{\min ISI}(w) \equiv \frac{\|h_{win}\|^2}{P_d^{norm}(w)} = \frac{w^H B_{\min ISI} w}{w^H A_{\min ISI} w} \quad (36)$$

2.5 비교분석

MSSNR과 min-IBI는 필터의 계수를 구하기 위한 목적함수가 오직 채널의 임펄스 응답 식으로 표현된다. 즉, 실용적인 관점에서 잡음, 전송 전력의 스펙트럼 등을 고려하지 않는다. 따라서 ISI의 발생정도는 줄일 수 있지만, channel shortening의 궁극적인 목표인 전송률의 극대화를 달성하지 못한다.

min-ISI는 각 서브채널의 SINR을 최대화시키는 필터를 설계한다. 하지만 앞서서 언급하였듯이, 각 서브채널에 대한 최적화 문제는 전체 채널에 대한 비선형 최적화 문제이기 때문에, 실시간 통신 시스템에서는 가격대비 효율과 실용성이 떨어진다. 따라서 SINR을 선형화시켜 준 최적의 전송률을 달성한다.

비교분석 결과 min-ISI의 신호대 잡음비에 의한 성능향상과, min-IBI의 간섭성분을 고려한 성능향상을 동시에 고려할 수 있는 것으로 판단된다.

4. 결론

본 논문에서는 OFDM 시스템의 CP길이를 감소시켜 효율적으로 데이터 전송을 가능하게 하는 수신부의 다양한 channel shortening 기법들을 비교 분석하였다. 본 논문에서 비교한 기법들은 원래 유선채널의 유효채널의 길이를 감소시키는 기법들로써 제안되었다. 무선 채널의 impulse response를 감소시키는 것은 시변성 때문에 어려움이 따를 것으로 예상되나, 긴 CP가 필요할 경우에는 효과적으로 적용이 가능할 것으로 예상된다. 특히, OFDMA downlink의 경우에는 여러 사용자가 한 개의 OFDM 심볼을 공유하기 때문에 가장 긴 채널의 길이에 해당하는 CP를 삽입해야 하고, 이에 따른 주파수 효율성 감소가 심각할 것으로 예상되고, 따라서, channel shortening 기법들이 성공적으로 적용가능하다고 판단된다.

참고문헌

[1] J. S. Chow, J. C Tu, and J. M. Cioffi, "A discrete multitone transceiver system for HDSL application," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 9, no. 6, Aug. 1991

[2] T. Starr, J. M. Cioffi, and P. J. Silverman, Understanding Digital Subscriber Line Technology. Engleweed Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1999.

[3] P. J. W. Melsa, R. C. Younce, and C. E. Rohrs, "Impulse response shortening for discrete multitone transceivers," IEEE Trans. Commun., vol. 44, pp. 1662-1672, Dec. 1996

[4] Samel Celebi, "Interblock interference (IBI) minimizing time-domain equalizer (TEQ) for OFDM," IEEE Lett. Signal Proc., vol. 10, no. 8, Aug. 2003

[5] Guner Arslan, Brian L. Evans, Sayfe Kiaei, "Equalization for discrete multitone transceivers to maximize bit rate", IEEE Trans. Signal Proc., vol. 49, no. 12, Dec. 2001

저자약력

김 재 권(Jea-Kwon Kim)

정회원



2004. Univ. of Texas, Austin Ph.D

2013년 현재

연세대학교 원주캠퍼스
컴퓨터정보통신공학 학부장

<관심분야>

디지털 통신, 신호처리