대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 23 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 23, No. 2, 135 ~ 152. May 2013

수직선 표기법에 대한 분석 연구

서 보 억* · 신 현 용** · 나 준 영***

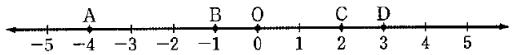
본 연구의 목적은 중학교 교과서에 나타난 수직선 표기법에 대한 체계적인 분석을 통해 수직선 및 좌표평면 표기의 가장 바람직한 방향을 탐색하는 것이다. 이를 위해 본 연구에서는 첫째, 우리나라 중학교 수학교과서와 외국의 수학교과서에 나타난 수직선 기호 표기에 대해 비교하였다. 둘째, 수직선 표기가 역사적으로 어떻게 변화되었는지 두 가지 관점에서 분석하였다. 하나는 제1차 교육과정부터 2007개정 교육과정까지의 교과서를 분석하였고, 다른 하나는 1637년 Descartes 이래 출판된 문헌에 대한 분석을 실시하였다. 셋째, 수직선 표기의 타당한 방법을 제시하였다. 기호언어학적 측면에서 수직선 기호를 분석한 결과 수직선 표기는 한쪽 화살표만을 사용하는 것이 옳은 표기로 판단된다. 본 연구의 결과로부터 수직선 및 좌표평면의 올바른 사용법에 대한 충분한 논의가 있기를 기대된다.

I. 서론

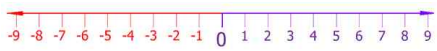
1. 연구의 필요성 및 목적

초등학교 수학교실과 중등학교 수학교실의 가장 큰 차이점이 무엇일까? 다양한 주장이 제기될 수 있겠지만 시각적으로 보이는 가장 큰 차이 중의 하나는 언어의 기호화와 수학 내용의 표기법일 것이다. 아무래도 학년이 올라갈수록 일상적인 언어는 점차 수학적 언어로 바뀌고, 수학적 언어는 수학적 기호와 표기로 바뀌게 될 것이다. Skemp(1989)는 수학 학습에서 기호에 대해 설명하기를 수학이 가진 진정한 힘이 무엇인지를 깨닫게 하는 수단이라고 하였다. 그만큼 수학학습에서 기호와 표현수단의 중요성이 크다고 할 수 있다.

또한 Ernest(1991)는 수학 기호의 사용은 특정한 상황에만 국한되어 독립적으로 사용되어질 수 없으며 다른 수학 내용과의 내적인 상호관련 및 수학 외적인 관련성에 영향을 받고 있다고 지적하고 있다. 이것은 수학 기호 및 표기법을 정확하게 이해하기 위해서는 다른 유사한 상황과 상호관련성에 근거해서 해석해야함을 시사한다. 이러한 관점에서 기호언어학자들이 제시하고 있는 기호의 생성과 내적 의미 및 실용적 사용이라는 세 가지 측면에서 수학 기호와 표기법의 사용을 검토하는 것은 중요한 의미를 지니고 있다.



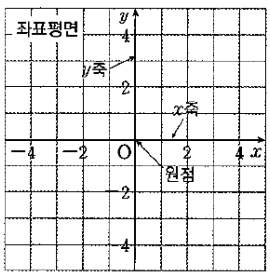
[그림 I-1] A수학교과서의 수직선 표기



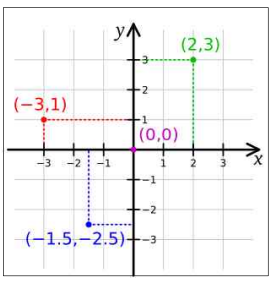
[그림 I-2] Wikipedia의 수직선 표기

* 대구가톨릭대학교 (eukeuk@cu.ac.kr) 제 1 저자
** 한국교원대학교 (shin@knue.ac.kr) 교신 저자
*** 한국교원대학교 (nonhero@knue.ac.kr)

우리나라 교육과정에서 수직선의 형식적 정의는 중학교 1학년에서 학습하고 있지만, 수직선의 실용적 사용은 초등학교 저학년에서부터 시작된다. 수직선은 수를 직선 위에 일대일 대응시킨 것을 의미하는데, 이러한 과정을 통해 수 체계를 비유하는 매우 정교화된 수학적 표현 방법이다(이상미, 2010). 또한 수직선을 사용하고 있으면서 수직선과 내적인 상호관련성을 지닌 수학적 표현으로 좌표평면이 있다. 그런데 수직선과 좌표평면의 표현법 사이에 일관성을 유지하지 못하고 있다. [그림 I-1]과 [그림 I-2]는 2007개정 교육과정에 따른 중학교 수학교과서와 Wikipedia 웹사이트에 나타난 수직선 표기이고, [그림 I-3]과 [그림 I-4]는 이들 각각에 나타난 좌표평면 표기법이다.



[그림 I-3] A수학교과서의 좌표평면 표기



[그림 I-4] Wikipedia의 좌표평면 표기

좌표평면은 두 수직선을 수직으로 만나도록 구성하였다고 선언하고 있지만, 수직선의 표기는 화살표 표시가 양쪽에 있는 반면 좌표평면의 표기에는 양의 방향에만 화살표 표시가 있다. 하지만 왜 이러한 불일치가 일어났는지에 대한 언급은 어느 교과서에도 제시되어 있지 않다. 반면, Murphy(2008)는 수직선이 가지는 수학교육적 가치가 매우 크다고 지적하고 있고, 수직선에 대한 명확한 이해가 필요하다는 점을 인정하고 있다.

본 연구에서 수행하고자 하는 표기법 및 수직선에 대한 선행연구 결과를 고찰하면, 크게 여섯 가지로 구분할 수 있다. 먼저 기호와 관련된 연구를 보면, 첫째, 기호의 이해에 대한 분석 연구가 김연희(2012), 최정현(2011), 백대현과 이진희(2011) 등에 의해 진행되었다. 둘째, 기호 사용의 적합성에 대한 분석 연구가 김응석(2009) 등에 의해 진행되었는데, 영역별 단원목표 및 기호·용어의 비중 변화와 교과서에 나타난 중심용어와 기호에 대한 다차원 척도 분석과 연결망에 대한 분석 결과를 제시하고 있다. 셋째, 기호의 교육 및 철학적 분석 연구가 김희(2010), 정치봉(2009), 김홍기(2008), 이성무(2007), 김선희(2004), 한길준과 정승진(2002), 김선희와 이종희(2002) 등에 의해 진행되었는데, 대표적으로 이성무(2007)는 기호가 가지는 의미를 교육적 관점에서 심층 분석한 결과를 소개하고 있다. 다음으로 수직선과 관련된 연구를 보면, 첫째, 수직선의 이해에 대한 실태 조사가 이상미(2010) 등에 의해 진행되었는데, 초등학교에서 수직선이 가지는 수학적 가치에 대해 언급하면서 수직선의 도입 및 활용이 어떻게 실제적으로 이루어지고 있는지를 제시하고 있다. 둘째, 수직선의 교육적 활용에 대한 분석 연구가 장지영(2011), 김현영(2010) 등에 의해 진행되었다. 셋째, 신현용(2007a, 2007b)과 신현용 외(2012)는 교과서에서 수직선의 표기법에 문제가 있다는 사실을 지적하였지만, 구체적인 연구는 진행되지 않았다. 선행연구의 분석을 통해 볼 때, 기호의 사용과 표기법에 대한 연구는 지속적으로 진행되고 있었으며, 특히 외국에서는 수직선의 교육적 중요성에 대해 심층적으로 언급

하고 있었다. 하지만 수직선에 대한 국내 연구는 매우 제한적인 범위에서 수직선의 이해 실태 및 활용에 대한 연구만 진행되고 있었고, 국외의 연구에서도 표기법에 대한 구체적 연구는 진행되지 않았다. 따라서 국내외 연구를 종합해 볼 때, 수직선 표기에 대한 체계적인 연구는 찾아볼 수 없었고, 이에 대한 연구가 필요한 것으로 나타났다.

이에 따라서 본 연구에서는 중학교 수학교과서에 나타난 수직선 표기법을 여러 측면에서 분석하고, 그러한 분석을 바탕으로 수직선 표기법의 바람직한 방향 제시를 연구의 목적으로 설정하였다.

2. 연구문제

중학교 1학년에서 처음으로 용어의 정의가 제시되는 수직선에 대한 체계적인 분석을 바탕으로 수직선 표기법의 바람직한 방향 탐색이라는 연구목적을 달성하기 위해 아래와 같은 연구문제를 설정하였다.

첫째, 우리나라 중학교 수학교과서와 외국의 중등학교 수학교과서에 나타난 수직선 표기의 공통점과 차이점은 무엇인가?

둘째, 수직선 표기가 역사적으로 어떻게 변화되어져 왔는가?

셋째, 우리나라 중학교 수학교과서 및 역사적 문헌 분석을 통하여 도출 가능한 수직선 및 좌표평면 표기의 타당한 방법은 무엇인가?

II. 이론적 배경

1. 수학기호의 역할

수학 학습은 다양한 영역을 포함하고 있다. 개념, 원리, 법칙을 기본으로 하지만, 이들의 학습에 중요한 영향을 미치는 기호에 대한 학습도 빼 놓을 수 없다. 기호는 수학적 의미를 내포하고 있는데, 이러한 기호에 내재된 의미, 기호에 포함된 수학적 약속이 무엇인지 정확하게 파악하는 것은 내면화된 수학적 의미를 외재화하는 과정에서 큰 역할을 수행한다. 따라서 기호를 학습하고 학습자가 처한 문제 상황 속에서 적절하게 사용하는 것은 중요한 수학 학습의 한 부분이다. Usiskin(1996)에 따르면, 기호는 수학이 가지는 내재적 정보나 의미를 전달하는 수단인 동시에 수학을 공유하는 집단 내에서 학습자 상호간 의사소통의 수단으로 중요한 의미를 지니고 있으며, Skemp(1989)는 기호를 '수학이 가진 진정한 힘을 깨닫게 하는 수단'으로 간주하였다. 이를 통해 볼 때, 기호는 수학이 가지는 의미를 전달하는 가장 중요한 도구이기 때문에 수학학습에서 매우 중요한 역할을 하고 있다고 볼 수 있다. 사실 수학은 기호의 언어라고 보아도 과언이 아니다. 수학 기호는 칠판이나 교과서에 적힌 내용을 단순히 똑같이 옮겨 기록하는 것으로 이해되는 것이 아니라, 그것이 지시하는 개념 혹은 대상이 정확히 무엇인지를 해석하는 활동이 요구되는 역동적인 수학 대상이다. 그만큼 기호의 정확한 사용은 중요하다고 할 수 있다.

2. 기호언어학

기호를 만들고, 만들어진 기호를 읽는 방법을 결정하고, 이러한 기호를 통해 전달하고자 하는 내적인 의미를 해석하는 학문 분야가 기호언어학이다. 수학에서 사용하는 기호 역시 기호언어학적인 관점에서 고찰될 수 있다. 왜냐하면 수학 학습활동은 교사와 학생간의 상호활동을 통하여 기호에 대해 이해하는 과정과 수학적 개념을 표현하는 활동에서 발생하는 기호의 재생산 과정을 포함하고 있기 때문이다. 기호언어학적으로

볼 때, 수학학습에서 사용되는 기호는 수학적 개념이나 정보를 담고 있을 뿐 아니라, 이러한 기호가 사용되어지는 사회문화적 범주 내에서 역사성을 지니고 형성되어진 것이다. 물론 수학기호는 세계 공통 언어로 그 자리매김을 하고 있고, 혹자는 전 우주적인 언어라고 표현하기도 한다. 그 만큼 기호의 사용 및 표기방법은 많은 정성과 의미 그리고 성찰의 결과를 담고 있다.

앞에서 언급한 것처럼 Ernest(1991)에 따르면 기호는 결코 독립적으로 사용되지 않는다. 다른 기호와 긴밀한 연관성을 맺고 있으며 서로 영향을 받고 있다. 기호라는 낱낱의 개체들은 큰 기호 체계의 일부분으로 존재하고 있다는 것을 의미한다. 따라서 한 개의 기호를 이해하기 위해서는 이와 관련이 있는 다른 기호들과의 상호관련성과 상호긴밀성에 근거하여야 한다. 새로운 기호 혹은 표기(signifier)는 항상 새로운 기호에 의해 표시되는 언어적 의미(signified)를 만들어낸다. 기호 표기 중에서 '+, -, ='와 같이 명백한 의미를 가진 것이 보편적이지만, 반드시 그런 것은 아니다. 왜냐하면, 교수학습과정에서 새로운 기호나 표기법이 지속적으로 재생산되어 사용될 수 있으며, 이러한 기호나 표기는 표현되는 그 순간에 내재된 내적인 의미와 필요에 의해 사용되어지는 과정이 더 중요하기 때문이다. 하지만 내면화되고 자동화되어진 기호나 표기는 모든 사용자에 의해 의사소통의 수단으로서 그 가치가 인정되어져 있으므로 정확한 사용은 필수적이다.

일반적으로 기호언어학적 측면에서 수학 표기법은 크게 세 개의 분야로 세분화된다. 첫째는 구문론적 관점으로, 기호만을 추상해서 취급하는 영역으로 수학기호의 생산과 규칙과 관련이 있다. 둘째는 의미론적 관점으로, 기호와 그것이 지시하는 개념의 영역으로 수학기호가 가지는 내적인 의미와 관련이 있다. 셋째는 실용론적 관점으로, 기호와 그것이 나타내는 개념에 사용하는 사람을 개입시킨 영역으로 기호를 사용하는 주체의 의도와 화자와 청자 혹은 독자와 저자 사이에 기호의 효율적인 사용과 관련이 있다(이성무, 2007; 김선희 · 이종희, 2002; 정진희 2004).

3. 수직선의 의미와 수학교육적 활용

수직선의 사전적 의미는 '직선의 가운데에 영을 기점으로 하여, 그 양쪽에 같은 간격으로 눈금을 찍고 각 점마다 하나씩 실수를 대응시킨 직선'이라고 설명하고 있다(인터넷 다음 국어사전, 2012). 이상미(2010)는 수직선에 대해 '수직선은 직선 위의 한 점에 하나의 실수를 대응시킨 것으로 수 체계를 비유하는 정교한 수학적 표현이다. 0을 기준으로 오른쪽에는 0보다 큰 수, 왼쪽에는 0보다 작은 수가 위치한다. 수직선 위의 기준점에서 단위 길이를 정하고 수를 나타내어 세기, 순서 짓기를 할 수 있으며, 산술적 연산의 수행, 분수와 소수의 소개 등에 수직선을 이용할 수 있다'라고 하였다. 이러한 지적을 통해 수직선이 매우 유용한 수학적 도구인 동시에 다양한 활용 가치가 있음을 확인할 수 있다.

수직선이 최초로 제시되는 것은 초등학교 저학년부터이다. 자연수에서 연산을 지도할 때 수직선이 자연스럽게 도입되고 있다. 초등학교 3학년이 되면 수를 표현하고 크기를 비교하고 수를 표현하기 위한 수단으로 활용되고 있고, 4학년에서는 반올림을 학습할 때 어느 쪽에 가까운지 알아보기 위해 활용되고 있다. 이처럼 초등학교에서 수직선은 학년에 관계없이 다양한 학습 상황에서 활용되고 있다. 이러한 다양한 사용과는 별도로 수직선에 대한 정의는 중학교 1학년에서 처음 등장한다.

수직선은 학생들의 수 감각을 향상시키는데 유용하다는 교육적 활용가치에 대한 연구가 진행되고 있다(Gray와 Doritou, 2008; Klein과

Beishuizen, 1998; Murphy, 2008). 특히 Gray와 Doritou(2008)는 수직선의 유용성에 대해 첫째, 수가 무한하다는 사실을 인식할 수 있도록 하고, 둘째, 수의 연속성을 이해하는데 유용하고, 셋째, 수와 수 사이에 무수히 많은 수가 존재할 수 있음을 직관적으로 받아들일 수 있도록 하고, 넷째, 수의 크기를 직관적으로 잘 비교할 수 있도록 해 주고, 마지막으로 이러한 모든 것들을 통해 수 체계에 대한 적절한 개념적 이해가 가능하도록 도와줄 수 있다고 제시하고 있다.

III. 연구방법

1. 연구 방법 및 대상

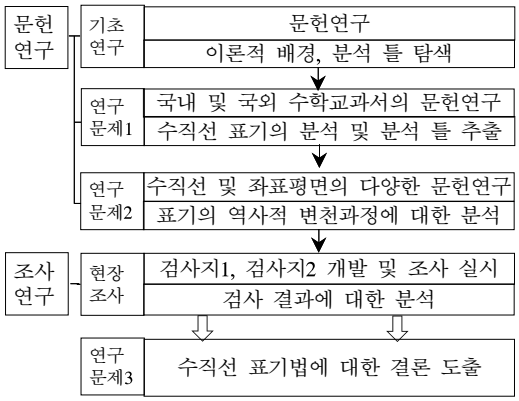
본 연구는 문헌분석과 조사연구로 구성되며 구체적인 방법과 대상은 다음과 같다.

첫째, 문헌분석 연구이다. 1637년 이후 발간된 해석기하학 및 기하학 관련 문헌 및 우리나라 제1차 교육과정부터 2007개정 교육과정까지의 중학교 수학교과서 59종을 분석대상으로 하였다.

둘째, 조사연구이다. 수직선이 처음 도입되어 학습하는 중학교 학생들의 수직선 및 좌표평면에 대한 인식을 조사하였다. 대상은 경북 소재 1개 중학교에서 2개의 검사지로 실시되었다. 조사에 참여한 학생은 각 학년별 1개 학급 총 45명이고, 검사 결과는 문항별 반응 비율, 문항별 상관관계 등 기술통계 수준에서 분석하였고, 결과는 수직선 사용에 대한 바람직한 방향 제시를 위한 보조 자료로만 활용하였다.

2. 연구절차

수직선 표기법의 바람직한 방향 탐색이라는 본 연구의 목적을 달성하기 위해 아래와 같은 절차로 연구를 진행하였다.



[그림 III-1] 연구절차

첫째, 현재 사용되어지고 있는 국내의 중학교 수학교과서와 외국의 중등학교 수학교과서에 대한 분석을 실시하였다. 이러한 분석을 통해 차이점과 공통점을 추출하고 향후 연구진행 방향을 위한 기본적인 분석틀을 구성하였다.

둘째, 1955년 제1차 교육과정 이후 현재까지 발행된 우리나라 중학교 수학교과서에 대한 문헌분석을 통해 수직선 표기의 변천과정을 고찰하였다.

셋째, Descartes의 좌표평면에 대한 언급 이후, 현재까지 발행된 다양한 문헌의 분석을 통해 수직선과 좌표평면 표기의 변천과정을 고찰하였다.

넷째, 수직선과 좌표평면에 대한 인식 및 학업성취와의 관계를 알아보기 위하여 검사지(부록 참조)를 개발하여 검사를 실시하였다. 1차 검사지는 주관식 문항으로 수직선과 좌표평면에 대한 이미지를 확인하는 문항, 수직선과 좌표평면을 활용하는 문항으로 구성하였고, 2차 검사지는 올바른 수직선과 좌표평면을 선택하는 객관식 문항으로 구성하였다. 검사 결과는 수직선의 바람직한 방향 제시를 위한 보조 자료로만 활용되었고, 검사대상은 국가수준학업성취도평가에서 중상위권에 위치하고 있는 경북 소재 중학교에

서 학년별 1개 학급 총 45명의 학생이었다.

다섯째, 문헌분석 및 검사결과에 대한 분석을 바탕으로 수직선 표기법에 대한 방향을 제시하였다.

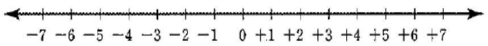
Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. 수직선 표기법에 대한 자료 분석

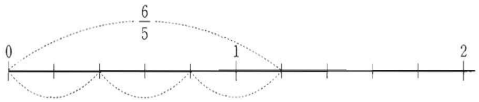
본 절에서는 수직선 표기에 대한 두 가지 자료의 분석 결과를 제시한다. 하나는 현재 중학교 수학교과서에 사용된 수직선 표기법과 세계 여러 나라 자료의 분석이고 다른 하나는 역사적 문헌에 나타난 수직선 표기에 대한 분석이다.

가. 교과서의 수직선 표기법에 대한 비교 분석

먼저, 우리나라 및 세계 여러 나라의 중학교 수학교과서에 나타난 수직선 표기법에 대해 살펴보자. 분석 대상은 우리나라 2007개정 중학교 수학교과서, 인터넷 최대의 수학 사이트 중의 하나인 Wikipedia의 자료, 프랑스, 영국, 독일, 핀란드, 러시아, 북한, 일본, 대만, 싱가포르의 중등학교 수학교과서를 선정하였다. 현재 우리나라는 2007개정 교육과정에 따른 수학교과서를 사용하고 있는데 대부분의 중학교 수학교과서에서 사용하고 있는 수직선 표기는 [그림 Ⅳ-1]과 같고, Wikipedia의 수직선 표기는 [그림 I-2]와 같다. 수직선의 정중앙에 0을 대응시키고, 우측에 양수를 좌측에 음수를 대응시켰다. 마지막으로는 좌·우측 모두에 화살표를 표시하였다. 그런데, 이러한 화살표의 표기 이유에 대해서는 별도로 설명하지 않고 있다. 여기서 특이한 것은 2007개정 교육과정에 따른 초등학교 수학교과서에서도 수직선을 사용하고 있는데 그 표기는 중학교 수학교과서와는 다르다(그림 Ⅳ-2참조). 음수를 학습하지 않았기 때문에 좌측의 출발은 0이고 우측은 화살표 표기를 하지 않고 있다.



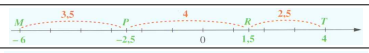
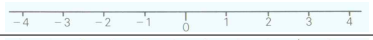
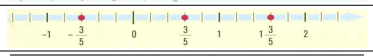
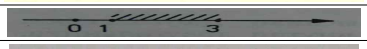
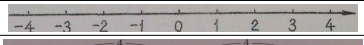
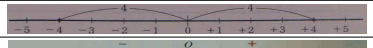
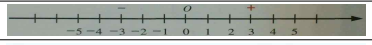
[그림 Ⅳ-1] 중학교 교과서의 수직선 표기



[그림 Ⅳ-2] 초등학교 교과서의 수직선 표기

유럽과 동아시아 몇몇 국가들의 중등학교 수학교과서에 나타난 수직선 표기법은 <표 Ⅳ-1>

<표 Ⅳ-1> 세계 여러 나라 수학교과서의 수직선 표기

국 가	수직선 표기
프랑스(Delord et al, 1991).	
영국(Holderness, 1993)	
독일(Hayen et al, 1990)	
핀란드(Laurinolli et al, 2008)	
러시아(Yakusheboi, 1995)	
북한(남호석 외, 2009)	
일본(澤田利夫, 2000)	
대만(陣昭地, 2001)	
싱가포르(Lee, 1992)	

과 같다. 유럽과 동아시아 대부분 국가들의 수학 교과서에서는 수직선의 양의 방향에만 화살표를 표기하였으나 영국과 일본의 수학교과서에서는 수직선에 화살표 표기를 하지 않았다.

다음으로, 수직선을 사용하는 좌표평면에 대해 살펴보자. 좌표평면은 '두 개의 수직선을 각각의 원점에서 수직으로 만나도록 하고, 그 만나는 점을 O라고 한다. 이때 가로의 수직선을 x축, 세로의 수직선을 y축이라 한다. 이처럼 좌표축이 정해져 있는 평면을 좌표평면이라 한다'라고 정의하고 있다(이성헌, 1963). 이 정의에 따르면 좌표평면은 분명히 수직선으로 만들어진 것이다. 이러한 좌표평면의 표기법을 살펴보면, 조사한 대부분 국가의 교과서에서 [그림 Ⅰ-3]과 같은 모양을 사용하고 있다. 수직선인 두 축은 한 쪽 방향에만 화살표 표기를 하고 있고, 이러한 표기법은 우리나라 대부분의 교과서에서도 동일하다.

나. 역사 속 문헌을 통해 본 수직선 표기법 분석

우리나라는 1945년 해방 이후 총 9차례 교육과정이 개정되었다. 먼저 교육과정에 따른 중학교 수학교과서에 나타난 수직선 표기의 변천 과정을 분석하고, 다음으로 17세기 이후 출판된 기하학 관련 서적을 고찰하고 수직선 표기가 어떻게 변천되어져 왔는지 분석한다. 분석을 효과적으로 수행하기 위해 수직선 표기법을 세 가지 즉, 수직선의 양쪽에 화살표를 붙이는 방법, 오른쪽에만 화살표를 붙이는 방법, 어디에도 화살표를 붙이지 않은 방법으로 세분화하였다.

1) 우리나라 수학교과서의 변천에서 본 수직선 표기법의 분석

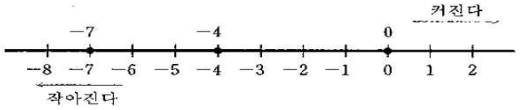
교육과정의 순서에 따른 수직선 표기법에 대해 알아보자. 초등학교의 경우, 모든 교육과정의 국정교과서에서 지금과 동일한 형태의 수직선만을 사용하고 있는 것으로 나타났기 때문에 별도의 분석은 하지 않았다. 제1차 교육과정부터 2007개정 교육과정까지 사용된 중학교 수학교과서에 대해 살펴보자. 이 시기의 중학교 수학교과서 중에서 제1차 교육과정의 7종, 제2차 교육과정의 8종, 제3차 교육과정의 국정교과서 1종, 제4차 교육과정의 국정교과서 1종, 제5차 교육과정의 4종, 제6차 교육과정의 8종, 제7차 교육과정의 12종, 2007개정 교육과정의 18종의 교과서를 대상으로 수직선 표기법에 대해 조사한 결과는 <표 Ⅳ-2>와 같다[1].

<표 Ⅳ-2> 교육과정에 따른 중학교에서의 수직선 표기

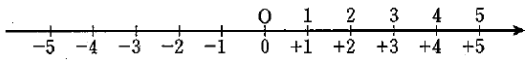
시기	분석 교과서 수	양쪽 화살표	우측 화살표	화살표 표시 없음
1차	7	0	0	7
2차	8	0	0	8
3차	1	0	0	1
4차	1	1	0	0
5차	4	3	1	0
6차	8	4	2	2
7차	12	10	1	1
2007개정	18	17	1	0

1) 제1차 교육과정부터 제4차 교육과정의 모든 교과서와 제5차 교육과정의 3종의 교과서는 한국교원대학교 교육박물관, 대한교과서(주)의 교과서 박물관에 소장 중인 전체 수학교과서를 대상으로 조사하였음.

우리나라 최초의 중학교 수학교과서에 나타난 수직선은 화살표 표기를 하지 않았다. 화살표 표기를 하지 않은 교과서를 살펴보면, 제1차 교육과정의 이원철[2](대동당), 이성헌(대동문화사), 심형필(동국문화사), 정의택(민중서관), 오용진(사조사), 김병희(영지문화사), 한필하(일한도서출판사), 제2차 교육과정의 박정기(교학사), 이성헌(동아출판사), 정봉협(민교사), 정의택(민중서관), 구광조(법문사), 박한식(영지문화사), 강명경(일조각), 이화영(향학사), 제3차 교육과정의 국정교과서(한국중등교과서주식회사), 제6차 교육과정의 박배훈(교학사), 오병승(바른교학사), 제7차 교육과정의 황석근(한서출판사)의 교과서였다(그림 Ⅳ-3 참조).



[그림 Ⅳ-3] 화살표 표기가 없는 수직선



[그림 Ⅳ-4] 오른쪽 한쪽 화살표

수직선에서 화살표를 양쪽에 모두 표기한 것을 살펴보면, 제4차 교육과정의 국정교과서(한국교육개발원)가 최초이다. 이후 제5차 교육과정의 김연식(동아출판사), 구광조(지학사), 박두일(교학사), 제6차 교육과정의 김연식(동아출판사), 최용준(천재교육), 김호우(지학사), 박두일(교학사), 7차 교육과정의 조태근(금성출판사), 금종해(고려출판), 이준열(디딤돌), 고성은(블랙박스), 신항균(형설출판사), 강옥기(두산동아), 박윤범(대한교과서), 강행고(중앙교육진흥연구소), 박규홍(두레교육), 배종수(한성교육연구소), 2007개정 교육과정의 거의 모든 교과서이다(그림 Ⅳ-1 참조).

수직선에서 화살표를 양의 방향 한쪽에만 표기한 것을 살펴보면, 제5차 교육과정의 기우항(교학연구사), 제6차 교육과정의 구광조(지학사), 김응태(한샘출판), 제7차 교육과정의 이영하(교문사), 2007개정 교육과정의 정상권(금성출판사)의 교과서였다(그림 Ⅳ-4 참조).

결론적으로 교육과정의 변천에 따른 수직선 표기법의 변화를 살펴보면, 제4차 교육과정 이후 급격한 변화가 있었음을 알 수 있다. 제1차 교육과정부터 제3차 교육과정까지 모든 교과서에서 수직선에 화살표를 표기하지 않았고 제4차 교육과정 이후 양쪽에 모두 화살표를 붙이는 교과서가 급격히 증가하는 추세를 보이고 있다. 반면에 화살표를 표기하지 않는 교과서는 점차 감소하여 사라졌고 일부 소수의 교과서에서 양의 방향에만 화살표를 표기하고 있다. 이러한 변화의 원인이나 이유를 설명하는 국내의 교과서나 해설서는 전혀 찾아볼 수 없으며, 화살표를 붙이는 이유에 대해서도 전혀 언급하지 않는 것으로 나타났다. 또한 제4차 교육과정에 따른 국정교과서에서 양쪽에 모두 화살표를 표기한 이후 양쪽에 모두 화살표를 붙이는 교과서가 증가했음에 주목할 필요가 있다. 비록 SMSG(1965) 교과서에서는 '한쪽에만 화살표를 사용하는 것은 절대적이 아니라, 커지는 방향을 강조하기 위해서'라고 언급하고 있지만, 이것만으로 수직선에서 양쪽 화살표에 대한 근거가 충분하다고 볼 수 없다.

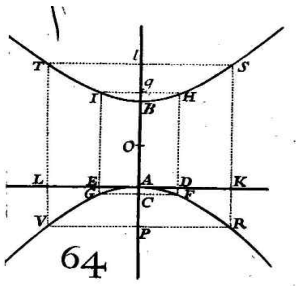
2) Descartes 이래 수학문헌으로 본 수직선 표기법의 분석

역사적으로 볼 때 수직선의 출현보다 좌표평면의 출현이 더 빨랐다. Descartes가 좌표평면을 고안하였을 때 수직선은 존재하지 않았고, 그 이

2) 교과서의 경우 대표저자만 표기함. 참고문헌에 별도 표시하지 않음.

후 수직선이 등장하였다. 따라서 역사적 문헌고찰에 있어서 수직선과 좌표평면은 따로 분리해서 살펴보는 것보다 함께 고찰하는 것이 더 의미가 있다. 우리나라 교과서의 경우, 모든 교과서에서 좌표평면의 표기방법이 동일하였기 때문에 수직선만 고찰하였지만, 역사적 문헌에서는 그렇지 않았다. 이에 대해 구체적으로 살펴보자.

1637년에 출판된 Descartes의 기하학에 대한 해설서를 남긴 Rabuel(1730)은 Descartes의 좌표평면의 모양을 [그림 Ⅳ-5]와 같이 나타내고 있다. 세계 최초의 좌표평면으로 볼 수 있는 것으로, 좌표축이 서로 직교하고 있다는 측면에서 현재의 좌표평면과 동일하지만, 축의 이름과 화살표 표기가 없다는 측면에서 차이가 있다.



[그림 Ⅳ-5] 초기 좌표평면

초기의 좌표평면을 통해 볼 때, 화살표 표기가 당연한 것이 아니었음을 알 수 있다. 따라서 역사적 분석을 위한 틀은 수직선과 좌표평면을 구별할 필요가 있다. 이에 따라 <표 Ⅳ-3>과 같이 이차원적 분석틀을 기초로 수직선의 변천과정을 살펴보았다. 만약 Descartes처럼 수직선 표기를 알 수 없는 경우는 좌표평면 표기법을 수직선 표기법으로 동일시하였다.

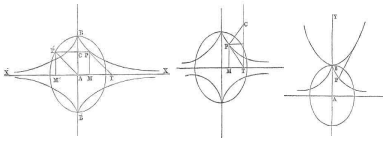
Lardner(1831)는 화살표가 없는 수직선을 사용하여 좌표평면을 생성하였으며 특이한 것은 축의 이름을 상황에 따라 일부만 표시하기도 표시하지 않기도 하였다. Riggs(1910), Phillips(1916), Roberts와 Colpitts(1918)는 화살표가 없는 수직선을 사용하였고 좌표평면에서도 화살표가 없는 두 수직선으로 좌표평면을 만들었으며 축의 이름은 대문자 X, Y를 사용하였다. Bocher(1915)는 직선 위에 실수를 표기한 것을 수직선이라고 하면서 논증기하에서 사용하는 화살표가 없는 직선을 이용하여 수직선을 표기하였고, 좌표평면 역시 화살표를 표기하지 않았으며, 좌표축의 이름도 대문자 X, Y를 사용하고 있다. Wentworth(1886), Nichols(1892), Wilson과 Tracey(1915), Siceloff와 Smith(1922)는 화살표가

<표 Ⅳ-3> 수직선과 좌표평면의 변천 과정

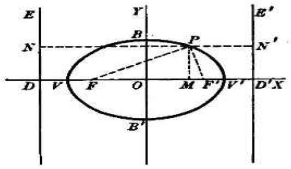
좌표평면 \ 수직선	양쪽 화살표	우측 화살표	화살표 표시 없음
양쪽 화살표	-	-	-
우(상) 화살표	-	Dowling etc(1914) Fuller(1954) *이성헌(1963)*[3] 박진석 등(2008)	Yates(1961)
화살표 표시 없음	-	*Ziwet etc(1913)*	**Descartes(1637)** **Lardner(1831)** Wentworth(1886) Nichols(1892) Riggs(1910) Bocher(1915) Wilson etc(1915) Phillips etc(1916) Roberts etc(1918)

3) 표에서 이탤릭체는 축의 이름을 소문자를 사용한 경우이고, 굵은 글씨는 축의 이름을 붙이지 않은 경우이다.

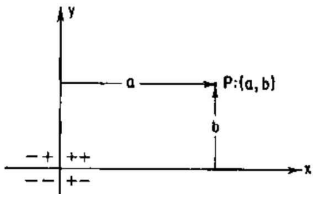
없는 수직선으로 좌표평면을 만들었고, 좌표축의 이름도 대문자를 사용하였다.



[그림 Ⅳ-6] Lardner의 좌표평면

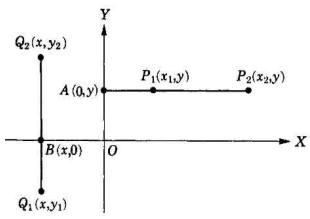


[그림 Ⅳ-7] Wilson의 좌표평면

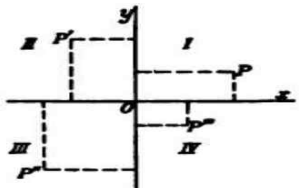


[그림 Ⅳ-8] Yates의 좌표평면

Yates(1961)는 실수 전체의 집합을 직선 위에 일대일 대응시킨 것을 수직선이라고 정의하였고, 실수의 스칼라적 성질로 인해 화살표 없는 수직선을 사용하였다.



[그림 Ⅳ-9] Fuller의 좌표평면



[그림 Ⅳ-10] Ziwet의 좌표평면

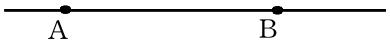
또한 좌표평면은 두 직선을 수직으로 교차시켰다고 하면서 횡 방향, 종 방향이라는 용어를 사용하고 있었고, 방향이라는 용어로 인해 양의 방향에 화살표가 있는 수직선을 사용하였다. 또한 좌표축의 이름은 소문자 x,y를 사용하고 있었다.

Dowling과 Turneaure(1914)에 따르면 수직선은 해석기하학의 출발인 수의 기하학적 표현이라고 언급하면서 한쪽 화살표가 있는 수직선을 사용하였고, 좌표평면도 한쪽 화살표 수직선으로 표시하였으며 좌표축의 이름은 대문자를 사용하고 있다. 이성헌(1963)은 한쪽 화살표가 있는 수직선과 좌표평면을 사용하였고, 좌표축의 이름은 소문자를 사용하고 있다. Fuller(1954)와 박진석과 김향숙(2008)은 한쪽 화살표를 사용하였는데, 축의 이름은 대문자를 사용하고 있다.

Ziwet와 Hopkins(1913, 1916)는 가로축이라는 용어를 사용하여 ＋, －방향을 제시하고 한쪽 화살표가 있는 수직선으로 표기하였고, 좌표평면은 화살표를 사용하지 않았으며 축의 이름도 소문자를 사용하였다. 여기서 Ziwet와 Hopkins는 화살표의 사용에 대해 의미 있는 언급을 남기고 있다. 그것은 '수직선에서 양의 방향을 표시하기 위해서 화살표를 붙인다'라고 분명히 선언하고 있다는 점이다. 이러한 선언은 그 당시 화살표를 수직선이나 좌표평면 어디에도 거의 사용하지 않았던 상황에서 큰 의미를 가진 최초의 표현이다. Dowling과 Trneaure, Fuller가 수직선에서 화살표를 사용하고 있지만 이에 대한 언급이 없었

음을 감안할 때, 그들의 이러한 선언은 의미 있는 등장으로 판단된다.

이를 통해 볼 때, 우리나라 교과서의 경우 다음과 같은 추측이 가능하다. 중학교 1학년 도형 단원에서 직선을 기호 $\overleftrightarrow{AB}$ 로 표현한다. 이는 직선을 나타내는 기호이지 수직선과는 다르다. 이 기호가 방향을 고려하여야 하는 수직선의 그림에 그대로 사용된 것으로 보인다. 참고로, 도형단원에서 직선은 [그림 Ⅳ-11]과 같고 이 경우에는 방향을 고려하지 않기 때문에 하등의 문제가 발생하지 않는다. 이것은 SMSG의 주장과 서로 일치한다.



[그림 Ⅳ-11] 도형에서 직선

지금까지의 문헌분석결과를 토대로 수직선과 좌표평면 표기법의 변천과정 및 경향성에 대하여 다음과 같이 세 가지 결론을 내릴 수 있다.

첫째, 수직선과 좌표평면에서 화살표 사용의 문제이다. 최초의 수직선과 좌표평면에는 화살표가 없는 것으로 나타났다. 하지만 시간이 흐름에 따라 점차적으로 한쪽 방향의 화살표 사용이 보편화되었다. 그 이유에 대해 Ziwet와 Hopkins (1913, 1916)는 양의 방향의 표시라고 밝히고 있다. 20세기 이후 벡터개념의 발전과 유향직선 개념의 중요성이 증대됨에 따라 나타난 현상으로 분석된다.

둘째, 수직선과 좌표평면에서 화살표의 일치의 문제이다. 고찰되어진 15개의 문헌 중에서 두 문헌을 제외하면 수직선의 표기방법과 좌표평면에서의 축의 표기방법이 완전히 일치하고 있었다. 즉, 같은 문헌 내에서는 내적인 일치가 이루어지고 있었다는 점이다.

셋째, 좌표평면에서 축 이름 사용의 문제이다. 최초의 좌표평면(Descartes, 1637)과 19세기 초기까지의 문헌에서는 축의 이름을 붙이지 않았던 것으로 보인다. 특히 Lardner(1831)는 과도기적인 성격을 띄고 있어서 필요에 의해 붙이기도 붙이지 않기도 하였다. 축의 이름은 대부분 소문자 x, y(Ziwet & Hopkins, 1913; 이성헌, 1963)보다는 대문자 X, Y를 선호하고 있었고, 현재는 혼재되어 사용되고 있다.

2. 연구결과

본 절에서는 수직선 표기법에 대한 인식조사 결과를 제시하고, 이를 바탕으로 지금까지의 연구결과를 종합하여 수직선 표기의 바람직한 방향을 제시하였다.

가. 수직선 표기법에 대한 학생들의 인식 조사

1차 주관식 검사와 2차 객관식 검사 사이에 상당한 불일치가 있었다. 학생들이 주관적으로 서술한 수직선 및 좌표평면은 실제와는 다소 차

<표 Ⅳ-4> 검사 문항에 대한 반응 비율(단위: %)

구분	수직선						좌표평면					
	주관식 문항			객관식 문항			주관식 문항			객관식 문항		
	양쪽	한쪽	없음	양쪽	한쪽	없음	양쪽	한쪽	없음	양쪽	한쪽	없음
1학년	6.7	0.0	93.3	68.8	0.0	31.3	7.7	30.8	61.5	31.3	50.0	18.8
2학년	50.0	6.3	43.8	100	0.0	0.0	6.3	43.8	50.0	31.3	68.8	0.0
3학년	83.3	0.0	16.7	91.7	0.0	8.3	0.0	81.8	18.2	66.7	33.3	0.0
계	44.2	2.3	53.5	86.4	0.0	13.6	5.0	50.0	45.0	40.9	52.3	6.8

* 양쪽은 양쪽화살표, 한쪽은 우측화살표, 없음은 화살표가 없음

이가 있었다. 그 결과는 <표 Ⅳ-4>와 같다. 특히 중학교 1학년 학생의 대부분은 1차 검사에서 화살표가 없는 수직선을 그렸는데 이는 초등학교에서 수직선을 화살표 없이 그렸던 학습 경험에 의존한 것으로 보이고, 이러한 현상은 고학년에 올라갈수록 감소하였다. 좌표평면에서도 수직선과 유사한 결과가 나타났지만, 수직선과 다른 것은 학년이 올라가더라도 혼란스러움이 여전하였다는 점이다. 이는 수직선 표기와 좌표평면 표기의 불일치로 인해 나타난 현상으로 추측된다.

또한, 1차 검사에서는 수직선 및 좌표평면에 대한 인식과 이와 관련된 문항의 학업성취정도와의 상관관계를 분석하였다. 그 결과 수직선에 대한 인식과 2번, 3번, 4번 문항의 성취정도 사이의 상관관계가 −0.0364, 0.1254, 0.0985로 나타나 거의 관계가 없는 것으로 나타났고, 좌표평면에 대한 인식과 6번, 7번, 8번 문항의 성취정도 사이에는 0.2698, 0.2697, 0.1649로 나타나 수직선보다는 다소 높지만 거의 관계가 없는 것으로 나타났다. 이는 수직선과 좌표평면에 대한 인식이 학업성취에 영향을 주고 있지 않음을 보여 준다. 다시 말하면, 수직선과 좌표평면의 표기가 학습요소로 다루어지고 있지 않음을 반증한다.

마지막으로 특이한 검사결과 한 가지가 나타났다. <표 Ⅳ-4>에서 중학교 3학년의 좌표평면에 대한 인식 부분이다. 9번 문항이 수직선, 10번 문항이 좌표평면에 대한 선택형 문항이었는데, 유독 10번 문항에서 중학교 3학년의 오답이 현저하게 높게 나타났다. 이는 수직선에 대한 높은 정답률과 비교할 때 특이한 결과이다. 현재 검사지로는 판단할 수 없지만 한 가지 가능한 추측은 중학교 3학년의 수학수준에서 볼 때, 9번의 수직선과 10번의 좌표평면에서의 수직선이 서로 일관성이 있어야 한다는 논리적 판단에 기인된 것으로 보인다.

나. 수직선 표기 방법

수직선의 초기 모양은 화살표가 없는 직선 위에 수를 하나씩 대응시킨 것이었다. 그렇다면 왜 직선 위에 수를 대응시킨 것인지 의문이 생긴다. 그것은 수는 '크기'와 밀접한 관련성을 지니고 있기 때문이다. Euclid의 원론에서 수는 선분으로 표현되었고, 이러한 오랜 전통은 수직선의 표기에도 큰 영향을 끼쳤다. 따라서 최초의 수직선은 Euclid적인 전통에 따라 화살표가 없는 직선 위에 수를 하나씩 대응시킨 모습(그림 Ⅳ-3)으로 나타났다. 이러한 모습은 최초의 좌표평면에서도 동일한 표기법(그림 Ⅳ-5)을 가져오게 하였다.

기호언어학자들의 지적처럼 기호는 역사성을 지니고 있고 사회문화적 범주 내에서 변화와 수정을 반복하게 된다. Euclid의 시대에는 없었던 새로운 수학적 사실이 등장하게 되고 그러한 변화에 적응하면서 수직선 기호가 변화하게 된다. 그러한 변화 중의 하나가 방향 문제였을 것이다. Euclid의 원론에 나타난 직선의 경우, 방향의 문제는 전혀 고려의 대상이 아니었지만, 19세기에는 그렇지 않았다. 수직선 위에 실수를 연속적으로 배치하여야 했고, 그 수직선 위에서 순서관계를 비교해야 했다. 이러한 상황으로 인해 수직선 기호가 내포하는 내적의미로 실수(스칼라)뿐 아니라 방향(벡터) 개념이 포함되어야 했다. 실제로 Ziwet와 Hopkins(1913)는 화살표의 기능을 그렇게 설명하고 있다. 또한 20세기 초 집합론이 발전하면서 실수의 집합을 표시하는 문자로 대문자를 선택하게 되는데, 수직선이 실수집합과 일대일대응하고 있고 좌표평면에서 두 축이 실수집합을 내포하고 있다는 측면에서 축의 이름도 대문자 X, Y를 보편적으로 사용한 것으로 보인다. 이러한 기호언어학의 구문론, 의미론, 실용론적 측면의 분석을 통해 볼 때, 수직선과 좌표평면 표기의 타당한 방법으로 다음과 같은 결론

을 도출할 수 있다.

첫째, 수직선은 실수를 내포하고 있는데, 실수는 크기만 있고 방향은 없다. 즉, 스칼라적 성격을 지니고 있기 때문에 화살표를 표기하지 않는 것이 역사적인 출발점이었다. 하지만, Ziwet와 Hopkins(1913, 1916)가 지적한 것처럼 양의 방향을 표시해야 한다는 새로운 필요성이 등장하였고, 이로 인해 한쪽 화살표를 표기하는 사회문화적 요구가 발생하였다. 실제로, 우리나라 현행 교과서 모두는 다음과 유사한 내용을 포함함으로서 수직선의 방향성을 암묵적으로 강조하고 있다.

> '자연수를 수직선 위에 나타내면 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다. 마찬가지로 유리수를 수직선 위에 나타내면 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.'
> '-4는 0의 왼쪽에 있으므로 $-4<0$, $+3$은 0의 오른쪽에 있으므로 0, $+3$, $+3$은 -4보다 오른쪽에 있으므로 $-4<+3$이다.'

따라서 역사적인 변천과정을 통해 볼 때, 수직선에서는 직선과는 달리 방향성이 드러나야 하므로 한쪽 방향에만 화살표를 표시하는 것이 옳은 표기로 보인다. 더욱이 한쪽 화살표를 표기하여야만 좌표평면에서의 수직선 표기와 일관성을 가지게 된다.

둘째, 수직선을 사용하는 좌표평면의 경우, 현재 교과서에서는 축의 이름을 소문자 x, y로만 사용하고 있지만, 이에 대한 타당성 및 적절성에 대한 고찰이 요구된다. 역사적으로 최초의 사용은 대문자이었고, 지금도 대문자 사용이 빈번히 나타나고 있다. 또한 축이 실수전체의 집합을 의미한다는 측면에서 집합은 대문자 X, Y로 표현하는 것이 함수 영역과의 내적인 일관성을 가질 수 있을 것이다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구는 중학교 수학교과서에 나타난 수직선 표기법에 대한 체계적인 분석을 통해 수직선 기호 표기 및 수직선 기호를 사용하는 좌표평면 기호 표기의 가장 바람직한 방향 탐색을 목적으로 수행되었다. 연구의 효과적인 수행을 위해 우리나라 전 교육과정에 따른 중학교 수학교과서, 외국의 중등학교 수학교과서, 17세기 이후 기하학과 관련된 문헌 등을 대상으로 분석하였고, 수직선 및 좌표평면에 대한 학생들의 인식 실태를 조사하였다.

본 연구의 효율적인 수행을 위해 세 가지 연구문제를 설정하였고, 그 결과는 아래와 같다.

첫째, 우리나라 중학교 수학교과서와 외국의 중등학교 수학교과서에 나타난 수직선 기호 표기에 대해 비교 분석하였다. 현재 사용하고 있는 2007개정 교육과정에 따른 중학교 수학교과서 대부분은 수직선 양쪽에 화살표 표시를 하고 있었고, 좌표평면은 모든 교과서에서 수직선의 양의 방향에만 화살표 표시를 하고 있었다. 반면 외국 여러 나라의 중등학교 수학교과서의 대부분은 수직선의 양의 방향에만 화살표 표시를 하고 있는 것으로 나타났다.

둘째, 우리나라와 외국의 교과서에 나타난 수직선 표기의 차이점을 구체적으로 알기 위해 수직선 표기가 역사적으로 어떻게 변천되었는지 두 가지 관점에서 고찰하였다. 하나는 우리나라 제1차 교육과정부터 2007개정 교육과정까지의 교과서를 분석하였다. 분석 결과 우리나라는 제4차 교육과정 이후 수직선 표기법에 급격한 변화가 있었다. 제4차 교육과정 이후 수직선에 화살표 표시를 붙이지 않은 표기가 점차 감소하여 2007개정 교육과정에서는 단 한 종류의 교과서만 남았다. 반대로 수직선에 양쪽 모두 화살표를 붙이는 교과서가 급격하게 증가하였고 소수의

교과서에서는 수직선에 양의 방향에만 화살표 표기를 하고 있다. 그런데, 국내의 교과서나 해설서 어디에도 변화의 이유나 원인에 대해 설명하지 않고 있다. 다음은 1637년 Descartes 이래 출판된 문헌에 대한 분석을 실시하였다. 수직선과 좌표평면이 서로 밀접한 관련이 있기 때문에 함께 표기법에 대해 살펴보았다. 초기의 수직선과 좌표평면에서는 화살표를 전혀 사용하지 않았고, 축의 이름도 존재하지 않는 것으로 나타났다. 하지만 19세기 이후 집합론, 벡터, 유향직선 등에 대한 수학이론이 발전함에 따라 화살표 표기에 대한 사회문화적 필요성이 증대되었다. 이로 인해 수직선에 화살표를 붙이고, 좌표평면에서 축의 이름을 사용하기 시작하였다. 이때 사용된 화살표는 양의 방향에만 표기하였으며 축의 이름도 대문자를 사용하는 것이 일반적이었다. 이러한 경향은 지금까지 이어져오는 것으로 나타났다. 문헌 고찰을 통해 얻을 수 있는 또 다른 사실은 수직선과 좌표평면 사이의 상호일관성이다. 1637년 이래 대부분의 문헌은 수직선과 수직선 기호를 사용한 좌표평면에서 서로 동일한 화살표 표기법을 사용하고 있다는 점이다. 현재 우리나라 교과서가 이러한 일관성을 지키지 않고 있다는 점은 매우 특이한 현상임에 분명하다.

셋째, 지금까지의 문헌분석 결과와 수직선 표기에 대한 인식 조사를 바탕으로 도출 가능한 수직선 표기의 타당한 방법을 제시하였다. 수직선 및 좌표평면에 대한 중학생들의 인식 조사 결과 수직선 표기에 대해 잘못된 이해를 가진 학생들이 많은 것으로 나타났고, 수직선과 좌표평면 표기의 상호불일치로 인해 중학교 3학년 학생들에게 다소 혼란이 있는 것으로 나타났다. 반면 수직선 및 좌표평면 표기의 정확한 사용과 학업성취능력 사이에는 상관관계가 없는 것으로 나타났다. 결론적으로 기호언어학적 측면에서 수직선 표기법을 분석한 결과, 수직선 오른쪽에만 화살표를 표시하는 것이 옳은 표기로 판단된다. 또한 좌표평면에서 축의 이름의 경우, 대문자 X, Y와 소문자 x,y중 어느 것이 적절한 지에 대한 검토가 필요하다.

본 연구의 결과로부터 수직선 및 좌표평면의 올바른 사용법에 대한 충분한 논의가 필요하고, 이러한 논의를 통해 학교현장에서 수직선과 좌표평면에 대한 표기법 및 내포된 기호의 의미에 대한 충실한 교육의 실현을 기대한다. 마지막으로 본 연구의 결과로부터 다음과 같은 세 가지 제언을 할 수 있다.

첫째, 본 연구의 결과에 대한 공감대 확대가 필요하다. 더불어 본 연구 결과 및 사실의 다양한 논의를 통해 수직선 및 좌표평면 표기법에 대한 합의가 필요하다.

둘째, 기호는 수학에서 매우 중요한 언어이다. 따라서 본 연구에 대한 충분한 논의를 바탕으로 중등학교 수학교과서 수정에 대한 바람직한 방향 제시가 필요하다.

셋째, 수직선 표기법 이외에도 수학학습에 요구되는 다양한 기호 및 표기법이 있다. 수직선 표기법과 유사한 상황에 놓여 있는 기호와 표기법에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

참고문헌

교육과학기술부 (2011). **초등학교 수학 5-2.** 서울: 교육과학기술부.

김선희 (2004). **수학적 지식 점유에 관한 기호학적 고찰.** 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.

김선희, 이종희 (2002). 수학기호와 그 의미에 대한 고찰 및 도입 방법. **학교수학, 4**(4), 539-554.

김연희 (2012). **수열 및 수열의 극한 단원에 제시된 수학적 용어·기호 이해 수준 분석.** 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.

김응석 (2009). **중학교 1학년 수학 교과서에 수록된 용어와 기호에 대한 적합성 분석.** 단국대학교 대학원 박사학위논문.

김현영 (2010). **수직선의 대칭적 성질을 활용한 정수의 곱셈과 나눗셈 지도방법 연구.** 영남대학교 교육대학원 석사학위논문.

김홍기 (2008). 중학교 수학에서 도입된 용어 및 기호에 관한 고찰. **학교수학, 10**(2), 223-257.

김희 (2010). **기하 증명에서 기호를 매개로 한 직관적 사고의 변환 과정 탐색.** 신라대학교 교육대학원 석사학위논문.

남호석, 김봉래, 김경훈 (2009). **수학(중학교 제1학년용).** 평양: 교육도서출판사.

박진석, 김향숙 (2008). **해석기하학개론.** 서울: 경문사.

백대현, 이진희 (2011). 중학교 수학 교과서에 제시된 기호의 서술 : 어떻게 읽고 이해할 것인가?. **수학교육학연구, 21**(2), 165-180.

신현용 (2007a). 교과서의 이 내용, 어떻게 생각하십니까?. **한국수학교육학회 뉴스레터, 23**(3), 18-19.

신현용 (2007b). 교과서의 이 내용, 어떻게 생각하십니까(II)?. **한국수학교육학회 뉴스레터, 23**(6), 26-28.

신현용, 이기석, 신인선, 방정숙, 이광호, 신재홍, 박선영, 정미자, 이은주, 조현경 (2012). **감수보고서(2009개정 중학교 수학 I , II, III 교과서).** 한국교원대학교.

이상미 (2010). **초등학교 4, 5, 6학년 학생들의 수직선 이해 실태 조사.** 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

이성무 (2007). **수학교육에서 기호의 의미와 도입에 대한 고찰.** 경성대학교 교육대학원 석사학위논문.

이성헌 (1963). **해석기하학.** 서울: 진명출판사.

장지영 (2011). **초등학교 수학 교과서에 나타난 수직선의 활용 분석.** 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

정진희 (2004). **초등학교 수학에서 사용되는 문자 '□'에 대한 오개념 및 오류 분석.** 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

정치봉 (2009). 수학교육의 기호학적 적용. **수학교육논문집, 23**(2), 461-481.

최정현 (2011). 정적분 기호 이해의 특징과 교수학적 전략. **한국수학사학회지, 24**(3), 77-94.

한길준, 정승진 (2002). 언어적 접근에 의한 수학적 기호의 교수-학습지도 방법 연구. **수학교육논문집, 14**, 43-60.

인터넷검색 (2012.12.21)[다음 국어사전] http://dic.daum.net/index.do?dic=kor.

陣昭地 (2001). 國民中學數學教科書. 臺北: 國立編譯館.

澤田利夫 (2000). 中學數學. 東京: 教育出版株式會社.

Bocher, M. (1915). *Plane analytic geometry.* Henry Holt and Company.

Delord, R. & Vinrich, G. (1991). *Mathematiques 5e.* Paris: Hachette.

Descartes, R. (1637). *La geometie(The geometury of Rene Descartes with a facsimile of the first edition, 1954).* New York: Dover.

Dowling, L. W. & Turneaure, F. E. (1914). *Analytic geometry.* New York: Henry Holt and Company.

Ernest, P. (1991). *A philosophy of mathematics education.* London: Falmer Press.

Fuller, G. (1954). *Analytic geometry.* Addison-Wesley Publishing Company Inc.

Gray, E. & Doritou, M. (2008). The number line: Ambiguity and interpretation. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepuveda (Eds.), *Proceedings of the Joint*

Meeting of PME 32 and PME-NA XXX(Vol. 3) (pp.97-104). Mexico: Cinvestav-UMSNH.

Hayen, J. et al. (1990). *Mathematik 7*. Stuttgart: Ernst Klett Schulbuchverlag.

Holderness, J. (1993). *Mathematics: Level 9 & 10*. Durham: Causeway Press Ltd.

Klein, A. S. & Beishuizen, M. (1998). The empty number line in Dutch second grades: Realistic versus gradual program design. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(4), pp.443-464.

Lardner, R. D. (1831). *A Treatise on algebraic geometry*. London: Arnot.

Laurinolli, T. et al. (2008). *Laskutaito 7*. Helsinki: WSOY.

Lee, P. Y. (1992). *New syllabus d mathematics 1*. Singapore: KHL Printing Co.

Murphy, C. (2008). The use of the empty number line in England and the Netherlands. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepuveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX(Vol. 3)* (pp.97-104). Mexico: Cinvestav-UMSNH.

Nichols, E. W. (1892). *Analytic geometry*. Boston: Leach, Shewell, & Sanborn.

Phillips, H. B. (1916). *Analytic geometry*. New York: John Wiley & Sons Inc.

Rabuel, C. (1730). *Commentaires sur la geometrie de M. Descartes*. Paris: M. Duplain.

Riggs, N. C. (1910). *Analytic geometry*. New York: The Macmillan Company.

Roberts, M. M. & Colpitts, J. T.(1918). *Analytic geometry*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Siceloff, L. P., & Wentworth, G. & Smith, D. E. (1922). *Analytic geometry*. New York: Ginn and Company.

Skemp, R. R.(1989). *Mathematics in the primary school*. Routledge.

SMSG (1965). *Geometry, student text part II*, SMSG.

Usiskin, Z.(1996). Mathematics as a language. In P. Elliott and M. Kenney (Eds.), *Communication in mathematics, K-12 and beyond*(pp. 231-243). Reston, VA: NCTM.

Wentworth, G. A.(1886). *Analytic geometry*. Boston: Ginn & Company.

Wilson, W. A., & Tracey, J. I. (1915). *Analytic geometry*. Boston: D. C. Heath & Co Publishers.

Yakusheboi, G. (1995). *Matematika*. Moscow: Crobo.

Yates, R. C. (1961). *Analytic geometry with calculus*. Prentice-Hall Inc.

Ziwet, A. & Hopkins, L. A. (1913). *Analytic geometry and principles of algebra*. The Macmillan Company.

Ziwet, A. & Hopkins, L. A. (1916). *Elements of analytic geometry*. New York: The Macmillan Company.

An Analytic Study on the Figure of Number Line

Suh, Bo Euk (Catholic University of Daegu)
Shin, Hyun Yong (Korea National University of Korea)
Na, Jun Young (Korea National University of Korea)

The purpose of this study is to navigate to the desired direction for the figure of number line through the extensive analysis of number line in middle school textbooks and literatures. For the efficient achievement of this purpose, three research questions were posed as follows:

First, we compare the figures of number line in textbooks of Korea and other countries. Korean math textbooks mark the arrow on both sides of number line. But, however, coordinate plane was marked with arrow on only positive direction of number line. In contrast, the majority of secondary school textbooks in several foreign countries has the arrow only on positive direction.

Second, the change in the figure of number line has been analyzed historically from two perspectives. From the first to 2007-revised curriculum, math textbooks of Korea were analyzed. Since the 6th curriculum, the number of textbooks with arrows on both sides has increased sharply. That is, textbooks with one arrow almost have disappeared. It is strange that any explanation for this abrupt change can't be found. The following analysis was also performed on published foreign literatures since Descartes. There was no arrow in the early figures of number line. But after 19th century, number lines with one arrow have begun to appear.

Third, based on the previous study, we propose a reasonable way for the figure of number line. In fact, we claim that, in terms of linguistic symbols, the number line should be with only one arrow on positive side.

* key Words : 수직선(Number line), 수직선 표기(Figure of number line), 좌표평면(Coordinate), 중학교 수학교과서(Middle school mathematics textbook)

논문접수 : 2013. 3. 28
논문수정 : 2013. 4. 25
심사완료 : 2013. 5. 20

<부록1> 검사지

1차 검사지

중학교 ( )학년 ( )반 번호( )번

1. 수직선을 그리고, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3을 표시하시오.

2. 다음 두 수의 대소를 비교하시오.

   (1) $+3$, $+7$ (2) -4, -8

3. -2보다 5만큼 큰 수, -2보다 5만큼 작은 수를 구하시오.

4. 다음 수를 수직선 위에 나타내었을 때, 원점 O에서 가장 가까운 수를 구하시오.

$$-\frac{7}{3},\ +4,\ -2,\ 5.2,\ \frac{1}{5}$$

5. 좌표평면을 그리고, 함수 $y=2x$의 그래프를 그리시오.

6. 다음 중 y축 위에 있는 점을 찾으시오.

   ① A(5,−4) ② B(3,6) ③ C(0,1) ④ D(−2,7) ⑤ E(2,0)

7. 다음 중 제4사분면에 있는 점을 찾으시오.

   ① (−5,3) ② (2,−1) ③ (5,0) ④ (−2,−1) ⑤ (3,4)

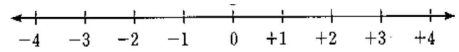
8. 점 $A(-1,2)$의 점 $P(3,0)$에 대한 점대칭인 점의 좌표를 구하시오.

2차 검사지

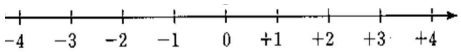
중학교 ( )학년 ( )반 번호( )번

9. 수직선을 옳게 그린 것을 찾으시오.

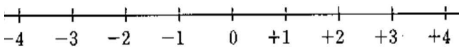
①



②

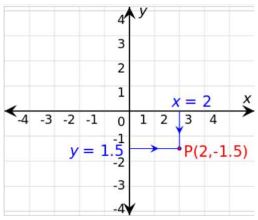


③

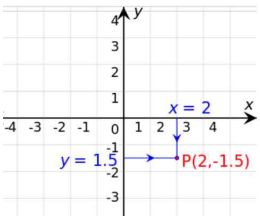
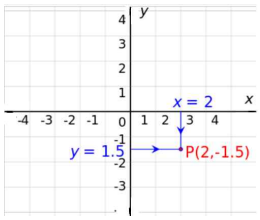


10. 좌표평면을 옳게 그린 것을 찾으시오.

①



②



③