

## 사다리꼴 넓이 구하기 활동에서 나타나는 수학적 의사소통과 유추적 사고 과정 분석<sup>1)</sup>

유 상 휘\* · 송 상 현\*\*

본 연구는 학생들의 성취도 수준에 따라 구성된 동질 집단과 이질 집단에서 넓이 구하기 활동 중 나타나는 수학적 의사소통의 양태와 유추적 사고 과정을 분석함으로써 소집단내 의사소통이 유추적 사고 과정에 미치는 영향을 알아보는 것을 목적으로 하였다. 그 결과 동질 상위 집단은 개인 간 유사한 사고로 인해 의사소통의 필요를 느끼지 못하는 반면, 동질 중위 집단이나 하위 집단에서는 개인의 사고가 확장됨에 따라 의사소통이 점점 활발하게 일어났다. 이질집단의 경우는 상위권 학생이 의사소통을 주도해 감에 따라 하위권 학생의 참여횟수는 감소하였다. 그리고 평행사변형의 넓이를 구하는 활동(1차시 수업)으로부터 사다리꼴의 넓이를 구하는 활동(2차시 수업)으로 어떻게 유추가 일어날 수 있는지 그 사고 과정을 분석한 결과 소집단내 의사소통은 다른 학생들의 유추적 사고를 유발하며 그로인해 Rattermann의 유비추론 사고 과정 단계를 확장해 가는 것을 확인할 수 있었다.

### I. 들어가는 말

인간은 사고하는 사회적 존재이다. 즉, 인간은 사고함으로써 자신과 주변의 환경을 이해하고 기존의 문화를 학습 또는 발전시키며, 의사소통을 통해 타인을 이해하고 정보를 교환하며 새로운 지식을 창출해 나간다. 이러한 입장에서 보면 학생들이 사고하고 의사소통하는 과정에 관심을 가지는 것은 교육적으로도 바람직하다.

수학적 의사소통 능력의 중요성에 대해서는 NCTM의 “학교 수학을 위한 원리와 표준”과 개정 수학과 교육과정에서도 언급하고 있다(교육과학기술부, 2007). 일반적으로 수학 학습은 이질적인 소집단에서 학업성취가 신장되며, 불안이 수정되고, 학생 개개인에 의한 수용이 더욱 높아진다(최혜령, 2005)고 하는데, 우리나라의 교실 문화

에서는 그렇지 않은 면도 있다. 정확하고 명확한 학습 결과에 연연하지 않는다면 우수아는 우수아끼리 부진아는 부진아끼리 즉 동질 집단으로 소집단을 형성할 때 각 집단에서 좀 더 활발한 수학적 의사소통을 기대할 수 있다는 연구들(최혜령, 2005; 조정란, 2002)이 있다. 송순정(2003)은 아동들에게 유추를 활용하여 문제를 해결하도록 하는 데에는 구조적 유사성이 높은 대상을 선정해야 제시해야 하며 이러한 유추 모델을 선정하여 제시하였을 때 아동들이 문제 해결을 쉽게 적용할 수 있었다고 하였다. 또한 아동들에게 생각을 나눌 수 있는 시간과 기회를 제공하여 의사소통을 하는 가운데 사고의 발달을 초래하면서 유사한 대상을 찾는 노력을 좀 더 줄일 수 있다고 밝혔다.

이에 본 연구는 기존의 연구에서 더 나아가 성취도에 따라 구성된 모둠에서 평행사변형과

\*\* 내손초등학교(mlcssp@naver.com), 제1저자

\*\* 경인교육대학교(song2343@hanmail.net), 교신저자

1) 이 글은 유상휘(2013)의 석사학위논문을 보완하고 재수정한 것임.

사다리꼴의 넓이 구하기 활동을 중심으로 수학적 의사소통과 유추적 사고 과정을 분석하는 것과 동시에 모듈별 의사소통이 소집단 내에서 학생 개개인 및 소집단의 수학학습 과정에 어떠한 영향을 주는지 알아보고자 다음과 같은 두 가지 연구 문제를 설정하였다.

첫째, 성취도 수준에 따라 구성된 동질 집단과 이질 집단에서 이루어지는 수학적 의사소통의 양태는 어떠한가?

둘째, 평행사변형의 넓이 구하기 활동으로부터 사다리꼴의 넓이 구하기 활동으로 유추하는 과정에서 소집단내 의사소통이 유추적 사고 과정에 어떠한 영향을 주는가?

본 연구의 대상은 경기도 중소도시에 소재한 N초등학교 5학년 15명으로 표본의 크기 및 선정이 제한적이므로 연구의 결과를 일반화하는 데에는 제한점이 있지만 기존의 연구에 비해 유추적 사고 과정을 좀 더 상세히 밝혔다는 데에 의의가 있다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학적 의사소통

#### 가. 수학적 의사소통의 의미

NCTM(류희찬 외 5인, 1997; 김선영, 2012)에 의하면 수학적 의사소통이란, 수학적 개념을 구체물이나 그림, 다이어그램을 관련지을 수 있고, 수학적 개념과 상황에 대한 그들의 일상생활 언어는 수학적 언어 및 기호와 관련지을 수 있으며, 수학을 표현하고 토론하고 읽고 쓰고 듣는 것을 포함한다.

#### 나. 수학적 의사소통의 형태

초등학교 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2007)<sup>2)</sup>에 의하면 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위하여 수학용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용할 수 있어야 한다고 밝혔다. 또한 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있을 뿐만 아니라, 개인별로 문제를 푸는 활동을 포함하여 말하기, 듣기, 읽기, 쓰기와 같은 다양한 방법을 활용하여야 한다. 이러한 과정을 통하여 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 하고 반성함으로써 실생활에서 수학적 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는데 중요함을 인식하게 해야 한다.

#### 다. 동질집단과 이질집단에서의 의사소통

장기덕(1998)은 동질집단과 이질집단의 장점을 다음과 같이 주장했다. 동질집단은 비슷한 능력의 학생들과 더불어 자신의 학습속도를 맞출 수 있고, 학생들 수준에 적합한 교수방법이나 자료의 자세가 가능하며, 현실적 경쟁 범위 안에서 최선을 다할 수 있어 결과적으로는 개인차를 충분히 고려할 수 있다. 이질집단은 학습 능력이 낮은 학생들은 높은 학교 학습으로부터 이익을 얻을 수 있고, 동질집단은 비민주적이며 모든 학생들의 자아개념에 열등감과 자만심을 촉발시키는 것과 같은 부정적 영향을 미칠 수 있으며, 학생들이 다양한 사람과 공존하는 것을 배울 수 있고, 사회적 필요, 성취수준, 학습양식이 비슷한 학생이라고 했지만 실제로는 차이가 있어 학생들에게 거짓 감정을 줄 수도 있다. 이러한 분위기가 의사소통에 영향을 미칠 수도 있다.

2) 최근 교육과정이 바뀌었지만 현행 초등학교 5~6학년 수학 교과서는 여전히 2007 개정 수학과 교육과정을 따르고 있으므로 기존 교육과정을 참고함.

## 2. 유추적 사고

### 가. 유추적 사고의 의미

어떤 사상 A에 대한 성질이나 법칙 알아내고자 해도 이것을 알 수 없을 때, A와 구조적으로 유사한 기지(既知)의 사상 A' (이에 대하여는 성질이나 법칙 또는 해결방법 P'를 알고 있다)를 생각해 내어, A에 대해서도 P'와 마찬가지로의 것이 성립하지 않을까 하고 생각하는 사고 방법이다(강문봉 외 12인, 2013:146).

### 나. Rattermann의 유비추론 과정

Rattermann(1997; 이신자, 2009:47-48에서 재인용)은 유추에 의한 문제해결 과정으로 표상, 인출, 사상, 적합, 도식 형성의 5단계에 주목하여 연구해왔다. 유추의 첫 단계인 표상 형성 단계에서는 문제가 제시되면 먼저 문제와 문제 영역에 대한 표현을 구성해야 한다. 즉 해결하고자 하는 목표 문제의 알고 싶은 개념이나 구해야 하는 것이 무엇인지 표상을 형성하는 단계다. 둘째 인출 단계는 현재의 문제와 관련될 만한 과거에 접하여 저장한 표현을 검색해야 한다. 표상 형성 단계에서 파악된 목표 문제의 표상과 구조적으로 유사한 문제들을 떠올리며 목표 문제를 해결하는데 도움을 줄 수 있는 이와 비슷한 문제를 푼 적이 있는지 먼저 생각을 한다. 즉 목표 문제와 유사한 이전에 학습한 문제(내용)를 머릿속에서 상기시키는 단계다. 셋째 사상 단계에서는 잠정적인 해결방법을 일단 검색한 후에는 잠정적인 해결 방법과 해결해야 할 문제 사이의 관계를 사상시켜야 한다. 주어진 문제를 해결하기 위해 이전에 경험한 유사한 문제(바탕 문제)를 인출했다면 사상 단계에서는 주어진 문제와 이전에 학습한 문제에서 공통점이나 유사한 구조를

찾아 대응시키는 과정이다. 넷째 적합 단계에서는 정확한 해결방법을 찾았다면 주어진 상황에 맞게 고쳐서 문제 해결에 활용해야 한다. 바탕문제와 목표 문제 사이의 관계와 구조를 파악하여 사상이 잘 이루어졌으면 적합 단계에서는 목표 문제를 해결하기 위하여 예전에 풀었던 문제의 해결 방법을 생각하여 목표 문제에 바탕 문제의 해결 방법을 적용하는 과정이다. 유추 과정의 마지막 단계는 도식 형성이다. 이전에 학습한 문제를 유추하여 목표 문제를 해결한 것을 바탕으로 새로운 규칙을 발견하거나 일반화시키고 확장하는 단계다. 도식 형성 단계는 문제의 해로부터 학습을 하게 되는데 새로운 규칙이나 기술을 획득하거나 이미 가지고 있던 지식의 개념적 표현을 수정하게 된다. 도식 형성이 잘 이루어지면 아동 스스로 목표 문제를 바탕으로 새로운 문제를 만들어서 해결할 수 있다.

## III. 연구 방법 및 절차

### 1. 연구 대상자

경기도 군포의왕 소재 N초등학교 5학년 1개반 24명을 대상으로 1학기 매 단원 학습이 끝난 후 실시한 1~5단원까지의 학업성취도 평균 점수를 확보하였다. 이 학생들의 성적을 내림차순으로 정렬하여 8명씩 상위, 중위, 하위 급간을 정한 후, 석차별 상위 수준인 학생 3명으로 구성된 동질집단, 중위 수준인 학생 3명으로 구성된 동질집단, 하위 수준 학생 3명으로 구성된 동질 집단과 상위, 중위, 하위 수준 각 1명으로 구성된 이질집단, 총 15명을 대상으로 선정하였다. 동질 집단의 경우 성별은 특별히 고려하지 않았지만 이질집단의 경우 집단 D는 남학생으로만, 집단 E는 여학생으로만 구성하였다. 성취도를 기준으로

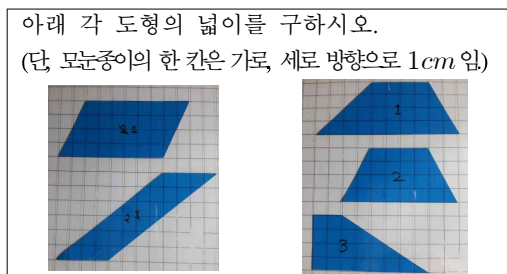
한 이질 집단의 경우 성별에 따른 영향을 최소화하고 성취도 수준에 의한 영향만 고려하기 위해 동일한 성으로만 편성하였다.

<표 III-1> 연구 대상자

구분 성취도	동질집단			이질집단	
	집단A	집단B	집단C	집단D	집단E
상	3명(A1, A2, A3)			1명(D1)	1명(E1)
중		3명(B1, B2, B3)		1명(D2)	1명(E2)
하			3명(C1, C2, C3)	1명(D3)	1명(E3)

## 2. 탐구 과제

이미연(2007)에 의하여 학생들의 수학적 참여는 과제 해결에 요구되는 인지적 사고 수준이 높은 과제일수록, 즉 탐구형 과제에서 전원참여에 의한 수학적 합의가 이루어졌고, 다양한 합의 과정을 보여주었기 때문에, 또한 김연주(2009)에 의하면 개방형 문제를 활용하면 하위 수준 학생도 유의미한 수학 활동을 전개할 수 있다는 가능성을 확인했다고 밝혀 평행사변형과 사다리꼴의 넓이를 구하는 방법을 직접 탐구하는 과제를 적절하다고 판단하였다. Wertheimer(1959; 김수미, 2003에서 재인용)와 Dienes의 수학적 다양성의 원리를 참고하여 학생들에게 다양한 형태의 평행사변형과 사다리꼴을 제시하였다. 제시한 과제는 [그림 III-1]과 같다.



[그림 III-1] 평행사변형과 사다리꼴 과제

## 3. 연구의 방법과 절차

### 가. 수업의 진행 방법

1차시는 선행 연구를 바탕으로 2가지 유형의 평행사변형(즉, 윗변의 꼭짓점에서 내린 수선의 발이 아랫변 안에 존재하는 것과 아랫변 밖에 존재하는 것)을 학생들에게 제시하였다. 계산 상 편의를 위하여 모든 수치는 짝수, 실제 크기로 제공하였고 30cm자와 한 칸의 넓이가 1cm<sup>2</sup>로 이루어진 모눈을 OHP필름으로 제작하여 모두가 사용할 수 있도록 모둠 바구니에 넣어 놓았다. 가지고 있는 어떤 도구를 사용하는 것도 허용하였다. 하지만 2차시에는 사다리꼴을 등변 사다리꼴, 직각 사다리꼴, 일반적인 사다리꼴로 나누어 제시하였다. 1, 2차시 수업은 개인별 탐구 및 집단별 의사소통에 충분히 시간을 할애할 수 있도록 2교시 수업을 통합하여 각각 80분으로 이루어졌다. 먼저 개인별로 제시한 도형의 넓이를 구해보도록 한 뒤 자신의 생각을 학습지에 정리하게 한 후, 집단별로 의사소통 시간을 주었다. 그리고 집단별 의사소통을 하는 동안 개인별 학습지에 정리할 수 있도록 하였다. 개인별 탐구 및 집단별 의사소통 시간에 교사는 학생들의 사고에 도움이 될 만한 개입은 거의 하지 않도록 노력하였고 학생들이 문제 해결과 관련된 질문에도 아무런 도움을 제공하지 않았다. 학급 전체 의사소통에 비로소 교사가 개입하여 학생-학생 간, 교사-학생 간 의사소통이 이루어졌으며 교사는 주로 제안이나 질문을 하여 학생들이 스스로 지식을 구성할 수 있도록 하였다. 학급 전체 의사소통 후에도 역시 개인별로 학습지를 정리할 수 있도록 하였다. 이에 유추적 사고 과정 분석 표에 개인, 집단, 전체로 표현한 것은 각각 개인별 탐구, 집단별 의사소통, 학급 전체 의사소통을 의미한다.

나. 수업 분석 방법

집단별 의사소통 및 학급 전체 의사소통 과정을 전사한 자료와 학생들이 응답한 학습지로 이루어졌으며, 필요한 경우 면담의 과정을 거쳤다.

다. 의사소통 과정 분석틀

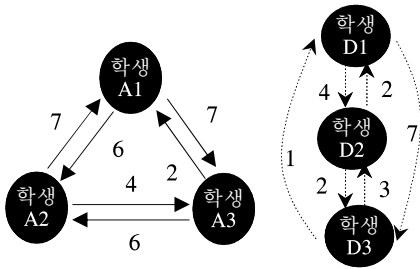
본 연구에서는 의사소통의 양태와 흐름과정을 크게 두 가지의 관점에서 분석하고자 하였다. 각 집단 내의 학생들이 평행사변과 사다리꼴의 넓이를 구해 나가는 과정에서 첫째, 문제해결에 참여하여 구성원간의 상호작용이 활발한가를 알아보기 위한 의사소통 참여도를 의사소통의 과정을 그림으로 나타내어 각각의 대화에 참여한 횟수를 통해 알아보고 둘째, 구성원들이 어떤 대화를 주고받는지를 알아보는 의사소통의 내용과

의사표출유형을 분석하기 위해 NCTM(2007, 류희찬 외 5인)의 의사소통 기준 교육목표와 초등 학교 교육과정 해설Ⅳ(2007)에서 제시하는 의사소통의 유형에 준하여 아래와 같이 분류하여 분석하였다. 수학용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하는 능력(U), 자신의 생각을 수학적 언어를 사용하여 표현하는 능력(L), 타인의 생각과 전략을 분석, 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력(J), 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 사고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는데 중요함을 인식하는 능력(R)으로 나누고 각각 하위 유형을 표로 정리하였다. 수학용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하는 능력(U)의 경우 타 의사표출 유형과는 별도로 분석하여 표현이해와 표현혼용으로 나누어 본문에 실어놓았다.

<표 III-2> 의사소통 과정 분석 틀

분류		의사표출유형	해석
수학용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하는 능력(U)		표현이해(U1)	수학적 용어 및 표현을 이해하고 정확히 사용함
		표현혼용(U2)	수학적 용어 및 표현을 혼동하여 사용상 오류가 보임
수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 타인과 효율적으로 의사소통할 수 있는 능력	자신의 생각을 수학적 언어를 사용하여 표현하는 능력(L)	공표(L1)	자신의 해결이나 생각을 드러내어 발표
		설명(L2)	자신의 생각을 남이 알 수 있도록 밝혀 말함
		제안(L3)	생각이나 해결 방법을 제시함
	타인의 생각과 전략을 분석, 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력(J)	질문(J1)	모르거나 의심나는 점을 물음
		반문(J2)	되받아 물음
		의문(J3)	의심스럽게 생각함
		긍정(J4)	그러하다고 생각함
수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 사고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는데 중요함을 인식하는 능력(R)	이해(J5)	사리를 깨달아 앎	
	수정(R1)	자신의 생각을 바로잡아 고침	
	반성(R2)	자신의 생각을 돌이켜 봄	
	정당화(R3)	근거를 제시하여 타당한 것으로 만들	
	명확화(R4)	자신의 생각을 명백하고 확실하게 함	
	일반화(R5)	아이디어의 적용 범위를 확장함	
탐구(R6)	깊이 있게 파고들어 개념		

각 학생별 반응은 A1-2와 같은 형태로 제시하였으며 A1은 응답한 학생의 ID이고 -2는 그 학생의 두 번째 발언임을 의미한다.



[그림 III-2] 의사소통의 참여도 예시

[그림 III-2]는 의사소통의 참여도를 나타낸 그림 예시이다. 어떤 학생의 발언에 다른 학생이 되받아 발언을 한 경우는 적극적인 의사소통이 이루어진 것으로 보아 실선으로 표현하였고 그렇지 못한 경우는 소극적인 의사소통으로 보아 점선으로 표현하였으며 의사소통의 횟수는 점선 또는 실선 옆에 숫자로 표기하였다. 동질 집단의 경우 상호간 자유로운 분위기 속에서 의사소통하여 삼각형 형태로 표현하였으며 이질 집단의 경우 주도하는 입장과 주도 당하는 입장이 형성되어 직선 형태로 시각화하였다.

마. 유추적 사고 과정 분석틀

Rattermann(1997; 이신자, 2009: 47-48에서 재인용)을 바탕으로 본 연구에서는 유추적 사고 과정 분석 틀을 <표 III-3>과 같이 표상, 사상, 적합, 도식 형성의 4단계로 나누고 각 단계 도달에 대한 기준을 명시하였다. 각 단계 도달여부를 도달은 ○, 미도달은 ×로 판별하기로 한다.

<표 III-3> 유추적 사고 과정 분석 틀

유추 과정	각 단계 도달에 대한 기준
표상	·이전에 경험한 지식으로부터 평면도형 넓이의 의미를 이해하고 있는지, 평면도형의 넓이를 구하는 데 필요한 요소들 및 요소들(밑변, 윗변, 가로, 높이 등) 사이의 관계를 파악하고 있는가?
사상	·이전의 경험을 상기시켜 제시된 평면도형의 넓이를 구하는데 필요한 등적변형, 배적변형 또는 반적변형, 분할 등의 방법을 유추하여 적합한 풀이 계획을 세웠는가?
적합	·이전에 사용한 넓이 구하기 전략을 주어진 상황에 맞게 수정하고 문제 해결에 활용하여 정확한 넓이를 구했는가?
도식 형성	·목표 도형 넓이 구하기 해결을 바탕으로 여러 가지 넓이 구하기 전략을 세우거나 넓이 구하는 방법을 일반화하였는가?

## IV. 연구 결과 및 분석

### 1. 의사소통 분석 결과

#### 가. 의사소통 참여도

##### 1) 집단별 의사소통 발언횟수

집단A의 경우 2차시의 수업을 진행하면서 같은 시간동안 발언횟수가 41회에서 19회로 감소하였다. 집단A의 경우 비슷한 수업이 진행되면서 의사소통 과정이 생략된 것으로 해석된다. 반면, 집단B나 E의 경우 증가폭의 차이는 있지만 각각 22회에서 71회로, 31회에서 49회로 증가하였다. 이는 비슷한 수업이 진행되면서 의사소통이 활발해지고 의사소통을 통해 자신의 생각을 수정해가는 과정의 유용함을 느꼈기 때문으로 해석된다.

<표 IV-1> 평행사변형 넓이 구하기 집단별 의사소통에서 나타난 학생별 발언횟수

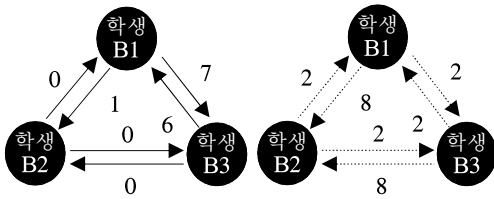
학생	집단A	집단B	집단C	집단D	집단E
1	10	10	.	.	11
2	17	3	.	.	9
3	14	9	.	.	11
계	41	22			31

<표 IV-2> 사다리꼴 넓이 구하기 집단별 의사소통에서 나타난 학생별 발언횟수

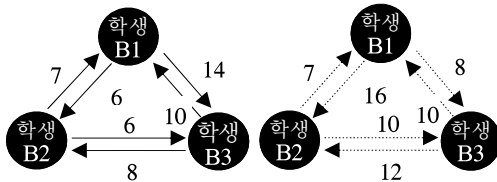
학생	집단A	집단B	집단C	집단D	집단E
1	7	26	15	10	22
2	8	19	24	7	10
3	4	26	20	4	17
계	19	71	59	21	49

2) 의사소통 과정

의사소통 과정을 살펴보았을 때 집단A의 경우 1차시 수업에는 적극적인 의사소통이 주를 이룬 반면 2차시 수업에는 소극적인 의사소통이 많았다. 집단B의 경우 처음에는 학생 B2가 의사소통에 거의 참여하지 않았으나 2차시 수업에는 모두가 활발하게 참여하고 있었고 특히 학생 B1과 B3의 적극적 의사소통이 많았다.

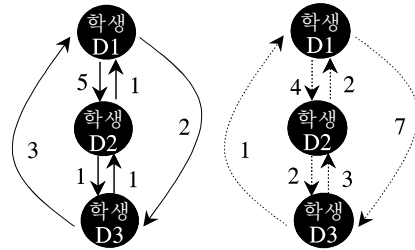


[그림 IV-1] 집단B의 평행사변형 넓이 구하기 의사소통 참여도



[그림 IV-2] 집단B의 사다리꼴 넓이 구하기 의사소통 참여도

집단 C의 경우 학생 C2와 C3간의 의사소통이 좀 더 활발했음을 확인할 수 있었다. 이질집단의 경우 상위수준 학생 D1과 E1이 주로 대화를 주도하는 것으로 나타났다. 성별별로 볼 때 동질집단B의 경우 동성인 학생 간 의사소통이 좀 더 활발한 것을 확인할 수 있었으나 집단A와 C에서는 이 같은 사실을 확인할 수 없었다.



[그림 IV-3] 집단D의 사다리꼴 넓이 구하기 의사소통 참여도

나. 의사표출유형과 의사소통의 내용

A3-1: 난 그렇게 안 했어. (공표)

A2-1: 진짜? (반문)

A3-2: 여기만(삼각형 부분만) 잘라가지고 여기다가 (반대쪽에) 붙여.(설명)

A1-2: 여기를 자르던 여기를 자르던 똑같아.(공표)

A3-3, A2-2: 똑같네.(긍정)

A1-3: 이거는(2번은) 양 옆을 직각삼각형이 되게 자른 다음에 <중략> 이걸 여기에 붙이면 직각삼각형이 된단 말이지.(설명)

A2-7: 야야. 반으로 자른 방법도 있어. 똑같네. (이해, 긍정)

<중략>

A2-12: 진짜? 해 보게? 내 걸로 해. 그만 잘라. 내가 잘라볼게 (제안)

A3-8: 내가 할 거야. (공표)

A1-7: 이미 접었어. (공표)

A3-9: 안될 것 같은데 (의문)

1) 평행사변형 수업\_모둠별 의사표출유형

집단A의 경우 자신의 생각을 수학적 언어를

사용하여 표현하는 능력인 공표, 설명, 제안이나 타인의 생각과 전략을 분석하고 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력인 질문, 반문, 의문, 긍정, 이해의 횟수가 각각 22회와 21회로 거의 비슷하였으나, 집단B, E의 경우 전자와 후자의 횟수가 각각 17회와 7회, 25회와 6회로 후자의 횟수가 낮았다.

개인별로 살펴보면 학생 A1은 타인의 생각과 전략을 분석하고 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력에 속하는 질문, 반문, 의문, 긍정, 이해 발언이 나타나지 않았으나 학생 A2의 경우 상대적으로 13회의 발언을 하여 높게 나타났다. 반면 학생 B2의 경우 질문, 반문, 의문, 긍정, 이해 발언이 전혀 나타나지 않았는데 이는 앞에서 언급했듯이 의사소통에 거의 참여하지 않고 혼자서 과제 해결에 몰두했기 때문으로 보인다.

집단A, B, E 모두 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 사고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는데 중요함을 인식하는 능력에 해당되는 수정, 반성, 명확화, 탐구 발언이 조금씩 나타났다.

#### 2) 평행사변형 수업\_전체 토론 의사표출유형

학생 A1과 E1은 자신의 생각을 수학적 언어를 사용하여 적극적으로 표현하고 있음을 알 수 있으며 공표와 설명을 주로 하였다. 반면 A3, C1, D2, D3 학생은 전체 의사소통에 참여하고 있지 않다. 본 수업 의사소통을 통해 다른 사람들이 좀 더 잘 이해할 수 있도록 자신의 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하는 능력이 발전했음을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 학생 A2, D1, D2, D3, E3에게서도 관찰되었다. 집단별 의사소통에서도 다른 학생들의 의견을 듣고 수정, 반성이 일어났고 자신의 의견을 권위적 경험에 의해 정당화하기도 하였으며 일반화의 모습도 나타났다.

#### 3) 사다리꼴 수업\_모둠별 의사표출유형

집단A의 경우 1차시 수업에 비해 의사소통이 감소하였으며 반문, 의문, 긍정, 이해 유형은 현저히 감소하였다. 1차시 수업과 마찬가지로 제안 유형을 찾아볼 수 없었다. 집단B는 1차시 수업에 비해 의사소통이 크게 증가하였고 반문, 정당화, 일반화, 탐구를 제외한 다양한 유형이 나타나고 있으며 공표의 횟수가 크게 나타났다. 집단C의 경우에도 다양한 유형이 나타나고 있으며 모든 학생들이 활발하게 의사소통에 참여하고 있었으며 표현 혼용의 사례가 많았다.

개인별로 살펴보면 학생 C2와 C3는 의사표출 유형 중 L유형과 E유형이 비슷하게 나타났으나 학생 E3의 경우 E유형이 L유형보다 높게 나타났다. 이는 E3학생이 타인의 생각과 전략을 분석, 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력은 향상되었고 의사소통에 적극적으로 참여하려는 태도를 보였으나 E1학생의 설명을 이해하지 못하고 결국에는 포기하는 모습을 보였다.

전반적으로 집단A를 제외하고 나머지 집단에서는 1차시 수업에 비해 다양한 반응이 나타나고 있으며 특히 타인의 생각과 전략을 분석하고 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력에 속하는 유형이 늘어났다.

#### 4) 사다리꼴 수업\_전체 의사표출 유형

전체 토론에서는 학생 A2, B3, C2, C3, D1에게서 골고루 표현 혼용의 사례가 나타났다. 학생 A3, C1, D2, D3, E3는 전체 의사소통에 적극적으로 참여하지 않았다. 전체 의사소통 중에는 의사표출유형 J(타인의 생각과 전략을 분석, 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력)보다는 L(자신의 생각을 수학적 언어를 사용하여 표현하는 능력)유형이 훨씬 더 많이 나타나 학생들이 이해하지 못하고 그대로 수용하였거나 아니면 바로 이해하여 질문, 반문, 의문, 긍정, 이해의 반



응을 하지 않은 경우라고 볼 수 있는데 응답한 학습지와 의사소통 반응을 살펴본 결과 후자로 판단하였다. 이는 집단A의 2차시 수업에서 의사표출유형 중 E유형이 적게 나타난 것과 같은 이유로 2차시 수업을 거치면서 전반적으로 학생들의 의사소통 능력이 많이 향상된 것으로 볼 수 있다. 학생 C2의 경우 평행사변형 넓이 구하기 수업에서는 전체 의사소통에 적극적이지 않았으나 사다리꼴 넓이 구하기 수업에서는 적극적으로 의사소통에 참여하였으며 전체적으로 전차시에 비해 의사소통이 활발해졌고 비교적 다양한 해결방법을 제시하였다.

5) 동질 집단과 이질 집단의 의사표출 유형 비교

동질 집단과 이질 집단의 집단별 의사표출유형과 의사소통의 내용은 다음과 같다. 동질 집단의 경우 평균 14.6회의 공표와 10.2회의 설명이

<표 IV-3> 동질 집단의 의사표출 유형

의사표출유형	평행사변형					사다리꼴							합계	회당빈도(합계/5)			
	A1	A2	A3	B1	B2	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1			C2	C3	
표이해	2	6		4	2	4	3		3	2		2	1		29	5.8	
표현혼용	2	6	0	4	2	0	4	3	0	3	2	1	3	4	3	37	7.4
공표	5	4	6	1	1	3	1	3	3	11	6	11	7	5	6	73	14.6
설명	3	3	1	4	2	3	5	3		4	7	2	3	5	6	51	10.2
제안				2	1					3	3	3	2	3	1	18	3.6
합계	8	7	7	7	4	6	6	6	3	18	16	16	12	13	13	142	28.4
질문				3		1	1	1	1	6	1	3		5	4	26	5.2
반문	1	2	1						1				1		3	9	1.8
의문	6	4	1						2		1		3	3	20	4	
긍정	3	1			1						3	2	2		12	2.4	
이해	3	1							1	2					7	1.4	
합계	0	13	8	5	0	2	1	2	1	9	1	9	3	10	10	74	14.8
수정	1									1		1			3	0.6	
반성	1	1					1		1	1	1	3	2		10	2	
정당화																0	
명확화						1					1	2			4	0.8	
일반화																0	
탐구	2	1													3	0.6	
합계	2	3	1	0	0	1	0	1	0	1	2	3	4	2	0	20	4
전체합계	10	23	16	12	4	9	7	9	4	28	19	28	19	25	23	236	47.2

나타났으며 5.2회의 질문과 4회의 의문이 나타났다. 이질 집단의 경우 평균 7.7회의 공표와 9.3회의 설명, 4.7회의 질문과 2.7회의 반문이 나타났다. 동질 집단의 경우 수정과 반성이 각각 평균 0.6, 2회 나타났으며 이질 집단의 경우는 각각 평균 1.7, 1.3회 나타났다.

<표 IV-4> 이질 집단의 의사표출 유형

의사표출유형	평행사변형			사다리꼴						합계	회당빈도(합계/3)	
	E1	E2	E3	D1	D2	D3	E1	E2	E3			
표이해	3	1		5	1				1		11	3.7
표현혼용			1	1		1	4	2	1		10	3.3
공표	3	1	1	6	1	1	4	3	1		21	7
설명	6			1	3	1	4	4	4		23	7.7
제안	4	2	1	3	1	3	8	5	1		28	9.3
합계		6	6	2	1		3				18	6
질문	10	8	7	6	5	4	15	9	5		69	23
반문				2	2			3	1	6	14	4.7
의문				1			1	3		3	8	2.7
긍정			1				1		1	3	6	2
이해	1					1				1	4	1.3
합계		1	1	1	1	1					4	1.3
수정	1	1	4	4	2	1	7	2	11	33	11	
반성			1	2	1					5	1.7	
정당화	1			2						1	4	1.3
명확화											0	0
일반화											0	0
탐구											0	0
합계	1	1	1	4	1	0	0	0	1	9	3	
전체합계	12	10	12	14	8	5	22	11	17	111	37	

이들은 대체로 L유형과 J유형이 교대로 나타나거나 L유형이 반복해서 나타나는 경우가 많았고 수준이 비슷한 학생 3명이 자유로운 분위기 속에서 소외되는 학생 없이 활발한 의사소통을 진행하면서 수정과 반성이 나타났으며 이것이 유추적 사고에 영향을 주었다고 볼 수 있으나 이질 집단의 경우 상위 수준 학생은 하위 수준 학생에게 공표, 설명과 같은 형태로 도움을 주고자 하였고 하위 수준 학생은 상위 수준 학생에게 크게 의존하는 경향이 나타났다.

적극적인 의사소통이 이루어지고 수정, 이해 등 다양한 의사표출 유형이 나타났으나 실제로

하위 수준 학생은 실질적으로 이해를 하지 못하고 제한된 시점에서의 설명에 주목하여 그러한 의사표출 유형이 나타난 것으로 보이며 큰 도움은 받지 못하였다. 상위 수준 학생과 중위 수준 학생은 동질 집단처럼 자유로운 분위기에서 의사소통을 진행하였고 수정, 긍정, 이해, 반문 등 다양한 의사표출 유형을 보여주었으며 이는 유추적 사고 단계의 확장에도 도움을 주었다. 중위 수준 학생과 하위 수준 학생간의 의사소통은 거의 이루어지지 않거나 이루어져도 제안 정도에 그쳐 하위 수준 학생이 이질 집단 속에서 효과적인 의사소통을 할 수 없는 원인이 드러났다고 할 수 있다. 하위 수준 학생은 중위 수준 학생을 신뢰하지 못하였거나 상위 수준 학생과 중위 수

준 학생 중심의 의사소통에서 소외당한 것으로 분석된다.

## 2. 유추적 사고 과정 분석 결과

### 가. 집단A

학생 A1과 A3가 모두 1차시(평행사변형 넓이 구하기) 수업에서는 적합단계에 머물렀으나 2차시(사다리꼴 넓이 구하기) 수업을 통해 학생 A1의 경우는 과제로부터의 유추를 통해 도식형성 단계까지 도달했다. 이 학생들은 오로지 자신의 사고로 그 단계에 도달하였으며, 집단별 의사소통이나 교사가 참여하는 학급 전체의 수업은 별로 도움이 되지 않았다. 하지만 학생 A2는 1, 2차 수업에서 모두 집단 및 전체 수업이 유추적 사고를 확장시키는 데 큰 도움이 되었다.

<표 IV-5> 이질 집단의 학생별 의사표출 유형

집단 E	E1+E2	2설명→1긍정 1설명→2이해, 수정
	E2+E3	2제안→3제안→2제안 2제안→3제안→2제안→3제안→2설명 1설명→3제안 1설명→3제안 3제안→1공표
	E1+E3	1반성, 공표→3의문→1공표→3질문→1공표→3질문 1설명→3이해, 수정→1공표 1이해, 수정→2이해, 긍정
집단 D	D1+D2	1설명→2공표 1질문→2공표→1질문→2공표
	D2+D3	2제안→3설명
	D1+D3	3공표→1제안→3설명→1반문, 제안, 반성→3반문→1반성, 수정→3설명
집단 E	E1+E2	2공표→1질문→2설명→1반문→2설명→1반문→2설명→1질문→2공표 1제안→2질문→1공표 1질문→2공표, 설명
	E2+E3	3공표→2긍정
	E1+E3	3공표→1제안→3공표 3설명→1의문→3공표 3질문→1제안 3질문→1공표 1설명→3질문→1설명→3질문→1설명→3질문→1설명→3질문→1제안→3공표→1설명→3반문→1공표→3의문→1설명→3긍정→1공표→3반문→1설명→3반문→1설명→3반성

<표 IV-6> 집단A 학생별 유추과정 도달도

유추 과정	학생들의 유추과정 도달 여부											
	A1				A2				A3			
	평행사변형		사다리꼴		평행사변형		사다리꼴		평행사변형		사다리꼴	
	개	집	전	개	집	전	개	집	전	개	집	전
표상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사상	○	○	○	○	○	×	○	○	○	○	○	○
적합	○	○	○	○	○	×	○	○	○	○	○	○
도식 형성	×	×	×	○	○	×	×	×	×	○	×	×

### 나. 집단B

학생 B1은 1차시 수업에서는 전체 의사소통 과정을 통해 적합단계에 도달하였으나 2차시 수업에서는 집단 의사소통만을 통해서도 적합단계까지 도달하였다. 학생 B2는 1차시 수업에서 전체 수업을 통해서만 적합 단계에 도달하던 것이 2차시 수업을 통해서서는 개인별 사고를 통해 직접

1. 내가 생각한 방법

1차시 사다리꼴의 넓이 28 cm<sup>2</sup>

2차시 사다리꼴의 넓이 24 cm<sup>2</sup>

3차시 사다리꼴의 넓이 20 cm<sup>2</sup>

반경이 같고 삼각형 두 개로 지은 즉 방울을 붙여 넓이를 구하는 거야. 이거야

① 1 x 4 = 2 = 20  
2 x 4 = 8 = 24  
3 x 4 = 12 = 20

2차시 8 x 2 = 20

2. 모든 친구들과의 대화를 통해 새로 알게 된 방법

1차시 사다리꼴의 넓이 28 cm<sup>2</sup>

2차시 사다리꼴의 넓이 24 cm<sup>2</sup>

3차시 사다리꼴의 넓이 20 cm<sup>2</sup>

모양은 2개 붙여

다음과 같이 평행사변형의 넓이를 구하면 28 cm<sup>2</sup> 이 된다

같은 두 개를 붙여 평행사변형의 넓이를 구한다

이렇게 만들면 직사각형의 넓이를 구하는 후 삼각형의 넓이를 빼면 된다

3. 우리 반 모두와의 대화를 통해 새로 알게 된 방법

1차시 사다리꼴의 넓이 28 cm<sup>2</sup>

2차시 사다리꼴의 넓이 24 cm<sup>2</sup>

3차시 사다리꼴의 넓이 20 cm<sup>2</sup>

①의 넓이와 ②의 넓이를 합하면 8 x 4 = 32 이 된다

①을 오른쪽 삼각형 붙이면 직사각형의 넓이 5 x 4 = 20 이 된다

직사각형의 넓이 5 x 4 = 20 이 된다

1. 내가 생각한 방법

1차시 평행사변형의 넓이 32 cm<sup>2</sup>

2차시 평행사변형의 넓이 24 cm<sup>2</sup>

가로가 6칸이고 세로는 4칸이다. 오른쪽 삼각형을 잘라 붙여서 붙이면 직사각형이 되므로 8 x 4 = 32 cm<sup>2</sup> 이다

2. 모든 친구들과의 대화를 통해 새로 알게 된 방법

1차시 평행사변형의 넓이 32 cm<sup>2</sup>

2차시 평행사변형의 넓이 24 cm<sup>2</sup>

반으로 잘르면 직사각형이 되는데 세로가 4칸이고 가로가 8칸이어서 8 x 4 = 32 cm<sup>2</sup> 이다

직각이 되게 지을 즉 삼각형을 양 옆에 붙여 직사각형이 되면 가로 6칸 세로 4칸으로 6 x 4 = 24 cm<sup>2</sup> 이다

3. 우리 반 모두와의 대화를 통해 새로 알게 된 방법

1차시 평행사변형의 넓이 32 cm<sup>2</sup>

2차시 평행사변형의 넓이 24 cm<sup>2</sup>

똑같다.

반으로 지를 즉 다시 반으로 지르면 세로 4.8cm 가로 5cm 이므로 4.8 x 5 = 24 이 된다

[그림 IV-4] 학생 A2의 학습지

적합 단계까지 도달하였다. 학생 B3도 두 번의 수업과 집단, 전체 의사소통을 거치면서 유추과정 단계가 확장된 것으로 나타났다. 학생 B2의 경우 평행사변형 전체 의사소통에서 도달한 유추단계와 사다리꼴 개인별 탐구에서 도달한 유추단계가 적합단계로 같아 유추의 확장이 의사소통에 의한 것인지 아니면 과제제시에 의한 것인지 명확하지는 않다. 그러나 학생 B1과 B3의 경우는

유사한 과제임에도 불구하고 2차시의 개인별 탐구에서 보여준 유추단계가 1차시에서 집단간 의사소통을 통해 이미 도달했던 유추단계보다 낮아졌다가 집단별 의사소통을 거치면서 다시 확장되는 것으로 보아 집단별 의사소통이 사고에 도움이 되었음을 알 수 있다.

<표 IV-7> 집단B 학생별 유추과정 도달도

유추과정	학생들의 유추과정 도달 여부														
	B1			B2			B3								
	평행사변형	사다리꼴		평행사변형	사다리꼴		평행사변형	사다리꼴		평행사변형	사다리꼴				
	개	집	전	개	집	전	개	집	전	개	집	전	개	집	전
표상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
적합	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
도식형성	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

B2-6 : 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10...40, 이게 두 개잖아. 반으로 나눠. 20. (3번에 사다리꼴 1개를 뒤집어 원래의 사다리꼴에 붙여서 직사각형을 만들어서 넓이를 구하면 40이 나온다고 설명)

B2-8 : 1번 28이야. 봐봐

B2-9 : 봐봐, 봐봐, (하나를 뒤집어 붙여서 직사각형을 만든 후 밑변의 모눈 칸을 센다) 1, 2, 3, 4.. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,..13, 14

B1-17 : 무조건 다 그렇게 계산한다고 맞는 것은 아냐

B3-16 : 14잖아.

B2-10 : 곱하면 56, 곱하면 56

B1-18 : 14곱하기 1, 2, 3, 4를 해야지, 14곱하기 4가 되는데.....

<중략>

B1-24 : 니 방법으로 해볼래?

B2-18 : 봐봐, 1,2,3,4,5,6, 1,2,3,4.. (2번 사다리꼴 하나를 뒤집어 붙여서 평행사변형을 만든다)

B3-25 : 우와! 어? 진짜 그렇게 해도 되네. 빨리 해봐 빨리.

B1-25 : 야 잘봐. 여러분 재밌습니다. 1,2,3,4,5.....12에다가 12곱하기 4는 48, 48 나누기 2는 24!!

B2-19 : 와!!! 다 똑같아, 다 똑같아.

B3-26 : 와!!!

B1-26 : 12곱하기 4 나누기 2 = 24

학생 B1의 경우 학생 B2의 설명을 듣고 사다리꼴의 넓이 구하는 방법을 의심하고 유추하지 못하였으나 이후 2번 모양의 사다리꼴의 넓이는 유추하여 직접 구하고 설명하는 모습을 보였다. 이는 집단별 의사소통을 통해 유추적 사고가 일어났음을 보여주는 예이다.

#### 다. 집단C

학생 C1은 혼자서 도형의 넓이를 구할 때는 사상단계까지만 도달하였으나 집단, 전체 의사소통을 거치면서 적합단계로 확장되었다. 학생 C2는 1차시 수업에서는 전체 의사소통을 통해 적합단계에 도달하였고 이를 바탕으로 2차시 수업에서는 혼자서 도식 형성 단계에 도달하였다. 학생 C3는 1차시 수업에서 전체 의사소통을 통해 적합단계에 도달하였고 이를 바탕으로 2차시 수업에서는 혼자서 적합단계에 이르렀다. 학생 C2는 평행사변형 수업에서 1cm<sup>2</sup>인 모눈의 개수를 세는 방법으로 넓이를 구하다가 집단 의사소통을 거치면서 새로운 방법(등적변형)이 있음을 알게 되었다. 학생 C2의 경우 3번 사다리꼴의 넓이를 스스로 구하는 과정에서 새로운 방법(분할)을 유추하여 구하였으므로 유의미한 과제와 의사소통에 의한 유추가 일어났음을 알 수 있다.

<표 IV-8> 집단 C의 학생별 유추과정 도달도

유추과정	학생들의 유추과정 도달 여부													
	C1				C2				C3					
	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴		
표상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
적합	×	×	○	×	○	×	×	○	○	○	×	×	○	○
도식 형성	×	×	×	×	×	×	×	○	○	×	×	×	×	×

#### 라. 집단D

학생 D1은 두 차시의 수업에서 집단, 전체 의사소통을 통해 유추과정단계가 확장되었으며 학생 D2 역시 1차시에서는 해결하지 못하던 것을 2차시에서는 해결해 낸 것으로 나타났다. 다만, 등적변형의 방법을 평행사변형 과제로부터 유추하는 데는 성공하였으나 스스로 구하지는 못하다가 집단 의사소통을 통해 올바른 넓이를 구할 수 있었다. 이는 제시된 과제가 유추를 일으켜도 그것이 불완전할 경우 의사소통을 통해 수정, 발전될 수 있음을 시사한다. 아쉽게도 학생 D3는 두 번의 수업과 네 번의 의사소통 과정에 적응하지 못하였으며 표상단계에도 이르지 못하였다.

D3-4 : 반을 붙인 거잖아.

D2-3 : 야 다 나눠야 돼.

D1-5 : 아~~!!! 이게 사다리꼴이잖아. 이걸 평행사변형으로 바꿨으니까 애 넓이를 구한다음에 절반이니까 2로 나눠야지.

D2-4 : 아~~!!

D3-5 : (이후 대답 없음)

<표 IV-9> 집단 D의 학생별 유추과정 도달도

유추과정	학생들의 유추과정 도달 여부													
	D1				D2				D3					
	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴	평행 사변형	사다리꼴		
표상	○	○	○	○	×	×	○	○	○	×	×	×	×	×
사상	○	○	○	○	×	×	○	○	○	×	×	×	×	×
적합	×	×	○	×	×	×	○	×	○	×	×	×	×	×
도식 형성	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

#### 마. 집단E

학생 E1과 E2는 둘 다 소집단 의사소통보다는 전체 집단간 의사소통을 통해 사고가 확장되었다. 특히 이들은 기존에 알고 있던 공식에 단순히 수치를 대입함으로써 넓이를 구했지만 전체 의사소통을 통해서 그 원리를 이해하게 되었

다. 학생 E3는 집단, 전체 의사소통을 거치면서 겨우 표상단계에 도달하였다.

<표 IV-10> 집단 E의 학생별 유추과정 도달도

유추과정	학생들의 유추과정 도달 여부											
	E1				E2				E3			
	평행사변형		사다리꼴		평행사변형		사다리꼴		평행사변형		사다리꼴	
개	집	개	집	개	집	개	집	개	집	개	집	
인	단	체	인	단	체	인	단	체	인	단	체	
표상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사상	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
적합	×	×	○	○	○	×	×	○	×	×	×	×
도식형성	×	×	×	×	×	○	×	×	×	×	×	×

## V. 결론 및 제언

본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 성취도 수준에 따라 구성된 동질 집단과 이질 집단에서 이루어지는 수학적 의사소통의 양태를 분석한 결과 집단별 의사소통은 이질보다는 동질집단, 상위보다는 중위나 하위 집단에서 좀 더 활발하게 나타났다.

동질 상위 집단 A의 경우 1차시 수업에서는 적극적인 의사소통이 주를 이룬 반면 2차시 수업에서는 오히려 발언횟수가 감소할 뿐만 아니라 집단 간에 의사소통이 활발히 일어나지 않았다. 이는 1차시와 비슷한 소재의 수업이 진행되면서 상호 의사소통을 하기도 전에 개인별 사고를 통해 스스로 내면화가 이루어져서 동료간의 의사소통의 필요성을 크게 느끼지 못한 것으로 해석된다.

반면, 동질 중위 집단 B의 경우는 오히려 의사소통의 횟수가 상대적으로 증가하였다. 이는 비슷한 소재의 수업이 진행되면서 앞 시간에 습득한 지식으로 인해 의사소통이 활발해지고 이를 통해 자신의 생각을 수정해가는 과정의 유용함을 느꼈기 때문으로 해석된다. 특히 자신의 생

각을 일방적으로 설명하거나 주장하던 방식에서 타인의 생각과 전략을 분석하고 평가하여 효율적으로 토론하는 방식으로 의사소통의 방법도 변하였다. 동질 중위 집단B의 경우 동성 간 의사소통이 좀 더 활발했으나 동질 하위 집단C의 경우 이성 간 의사소통이 좀 더 활발한 것으로 나타나 의사소통은 성별에 따른 것이 아니라 개인의 특성 차이에 기인한 것으로 볼 수 있다.

이질 집단D와 E에서는 하위 수준 학생이 중도에 과제 해결을 포기해 버리자 상위 수준 학생이 의사소통을 주도하였다. 다만, 의사소통에서 상호간 눈치를 보며 말하기를 주저하던 1차시 수업에 비해 2차시 수업에서는 서로에 대해 좀 더 친숙해 지자 보다 다양한 의사표출유형이 나타났다.

평행사변형 수업에서 동질 중위 집단B는 자신의 생각을 수학적 언어를 사용하여 표현하는 능력인 공표, 설명, 제안의 횟수보다 타인의 생각과 전략을 분석하고 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력인 질문, 반문, 의문, 긍정, 이해의 빈도 및 의사표출유형이 적게 나타났으나 사다리꼴 수업의 경우 타인의 생각과 전략을 분석하고 평가하여 효율적으로 의사소통하는 능력에 속하는 유형(질문, 반문, 의문, 긍정, 이해)이 점차 늘어났다. 이는 집단별 토론이 의사소통의 기술을 발전시킨 것으로 해석된다.

둘째, 평행사변형과 사다리꼴의 넓이 구하기 활동을 통한 유추적 사고 과정을 분석한 결과 과제 자체에 구조적으로 비슷한 요소가 있을 때도 그러하겠지만 개인이 아닌 소집단간 또는 전체 집단간 의사소통을 통해서도 유추적 사고를 확장시킬 수 있는 것으로 나타났다.

1차시 활동에서 학생 A2, B3, E3은 개인별 탐구에서 도달한 유추 단계가 집단별 의사소통을 통해 확장되었는데, 이는 아직 과제의 영향을 받기 전이므로 과제에 의한 영향이 아닌 집단별 의

사소통에 의한 결과로 볼 수 있다. 동질 집단의 학생(A1, A2, B2, C2, C3)이건 이질 집단의 학생(E1, E3)이건 상관없이 1차시의 전체 의사소통을 통해 도달한 유추 과정보다는 2차시의 개인별 탐구를 통해 이미 유추적 사고가 확장되었는데 이런 경우는 의사소통보다는 제시된 과제에서 구조적으로 비슷한 요소가 유추를 일으킨 것으로 해석된다. 물론 E2학생처럼 교사가 반드시 최종 개입하여야 하는 경우도 있지만, 동질집단의 B1, B3, C1, 이질 집단의 D1, D2 학생들은 1차시와 구조적으로 유사한 2차시 수업 과제를 개인별로 해결하는 동안에는 유추해내지 못했으나 집단별 의사소통에 의해 유추 과정이 확장되었다. 이는 모둠간 의사소통 과정이 유추적 사고를 유발했다고 볼 수 있는 증거이다.

본 연구는 수업 중 집단별 의사소통이 유추적 사고를 확장시킬 수 있음을 확인하는 데 그 의의를 둔다.

## 참고문헌

- 강문봉 외 12인 (2013). **초등수학교육의 이해** (3판). 경문사. (원본출판년도: 2008).
- 교육과학기술부(2007). **초등학교 교육과정 해설 (IV) -수학, 과학, 실과**. 서울: 저자.
- 김선영(2012). **독서토론에서 나타나는 수학적 의사소통 과정 분석**. 경인교육대학교 석사학위논문.
- 김선희(2002). 수학적 의사소통의 지도에 관한 실태 조사. **대한수학교육학회지 <학교수학>** 4(1), 63-78.
- 김수미(2003). Wertheimer의 평행사변형 구성 문제와 대안적 지도 방안. **대한수학교육학회지 <수학교육학연구>** 13(4), 485-493.
- 김연주(2009). 학생들의 학습 수준에 따른 수학적 의사소통의 특징 -개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습을 중심으로-. **한국초등수학교육학회지** 13(2), 141-161.
- 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀주, 김남균, 방정숙 공역(2007). **학교수학을 위한 원리와 기준**. 경문사. (원저: NCTM(2007), Principles and Standards for School Mathematics). (원본출판년도: 2007).
- 송순정(2003). **유추를 활용한 문제해결 지도에 관한 연구**. 인천교육대학교 석사학위논문.
- 유상휘(2013). **사다리꼴 넓이 구하기 활동에서 나타나는 수학적 의사소통과 유추적 사고 과정 분석**. 경인교육대학교 석사학위논문.
- 이미연(2007). 수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향. **대한수학교육학회지 <수학교육학연구>** 17(4), 395-418.
- 이신자(2009). **초등학교 4학년 학생의 수학 문제 해결에서 나타나는 유추적 사고 과정 분석**. 경인교육대학교 석사학위논문.
- 이종희, 김선희(2003). **수학적 의사소통**. 교우사. (원본출판년도: 2002).
- 장기덕(1998). **학습내용에 따른 소집단 편성방법이 수학 학업 성취도에 미치는 영향**. 한국교원대학교 석사논문.
- 최혜령(2005). 프로젝트 문제 해결 과정에서 보이는 수학적 의사소통 활동과 수학적 태도 분석. **한국초등수학교육학회지** 10(1), 43-66.

# Process Analysis on Mathematical Communication and Analogical Thinking through Trapezoid's Area Obtaining Activity

You, Sanghwyu (Nae-son Elementary School)

Song, Sang Hun (Gyeongin National University of Education)

The newly revised mathematics curriculum of 2007 speaks of ultimate goal to develop ability to think and communicate mathematically, in order to develop ability to rationally deal with problems arising from the life around, which puts emphasize on mathematical communication. In this study, analysis on mathematical communication and analogical thinking process of group of students with similar level of academic achievement and that with different level, and thus analyzed if such communication has affected analogical thinking process in any way.

This study contains following subjects:

1. Forms of mathematical communication took placed at the two groups based on achievement level were analyzed.

2. Analogical thinking process was observed through trapezoid's area obtaining activity and analyzed if communication within groups has affected such process anyhow.

A framework to analyze analogical thinking process was developed with reference of problem

solving procedure based on analogy, suggested by Rattermann(1997). 15 from 24 students of year 5 form of N elementary school at Gunpo Uiwang, Syeonggi-do, were selected and 3 groups (group A, B and C) of students sharing the same achievement level and 2 groups (group D and E) of different level were made. The students were led to obtain areas of parallelogram and trapezoid for twice, and communication process and analogical thinking process was observed, recorded and analyzed.

The results of this study are as follow:

1. The more significant mathematical communication was observed at groups sharing medium and low level of achievement than other groups.

2. Despite of individual and group differences, there is overall improvement in students' analogical thinking: activities of obtaining areas of parallelogram and trapezoid showed that discussion within subgroups could induce analogical thinking thus expand students' analogical thinking stage.

\* Key Words : area of trapezoid(사다리꼴의 넓이), Rattermann(래터만), analogical thinking(유추적 사고), mathematical communication(수학적 의사소통)

논문접수 : 2013. 3. 31

논문수정 : 2013. 4. 26

심사완료 : 2013. 5. 21