

논문 2013-50-8-9

# OFDM 시스템의 비트 및 부채널 할당을 위한 선형계획법 기반 휴리스틱

( A Linear Program Based Heuristic for the Bit and Subchannel  
Allocation in an OFDM System )

문 우 식\*, 김 선 호\*, 박 태 형\*\*, 임 성 빈\*

( Woosik Moon, Sunho Kim, Taehyung Park<sup>Ⓢ</sup>, and Sungbin Im )

## 요 약

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 전송방식의 장점은 높은 주파수 효율, RF 간섭에 대한 강인성, 낮은 다중경로 왜곡 등을 들 수 있다. 다중 사용자 OFDM의 채널용량을 확대하기 위해서는 사용자간의 부채널과 비트할당을 위한 효율적인 알고리즘을 개발하여야 한다. 본 연구에서는 다중 사용자 OFDM 시스템에서 총전송전력을 최소화하는 부채널 및 비트 할당을 위한 0-1 정수계획법문제의 선형계획법 dual 문제의 특성을 기존의 블록최적화기법 접근법과 비교하고 선형계획법 dual 해를 이용한 primal 휴리스틱 알고리즘을 제안한다. MQAM (M-ary Quadrature Amplitude Modulation)을 사용하고 3개의 독립적인 Rayleigh 다중 경로로 구성된 주파수 선택적 채널을 가정할 경우 MATLAB을 사용한 모의실험에서 제안된 휴리스틱 해의 성능을 기존의 MAO, ESA 휴리스틱 해 및 정수계획법 최적해와 성능을 비교하였다.

## Abstract

The advantages of the orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) are high spectral efficiency, resiliency to RF interference, and lower multi-path distortion. To further utilize vast channel capacity of the multiuser OFDM, one has to find the efficient adaptive subchannel and bit allocation among users. In this paper, we compare the performance of the linear programming dual of the 0-1 integer programming formulation with the existing convex optimization approach for the optimal subchannel and bit allocation problem of the multiuser OFDM. Utilizing tight lower bound provided by the LP dual formulation, we develop a primal heuristic algorithm based on the LP dual solution. The performance of the primal heuristic is compared with MAO, ESA heuristic solutions, and integer programming solution on MATLAB simulation on a system employing M-ary quadrature amplitude modulation (MQAM) assuming a frequency-selective channel consisting of three independent Rayleigh multi-paths.

**Keywords** : OFDM, Subchannel Allocation, Bits Allocation, Linear Programming, Primal Heuristic

## I. 서 론

\* 정회원, 숭실대학교, 정보통신전자공학부  
(School of Electronic Engineering, Soongsil University)

\*\* 정회원, 숭실대학교, 산업정보시스템공학과  
(Department of Industrial and Information Systems Engineering, Soongsil University)

Ⓢ Corresponding Author (E-mail: tpark@ssu.ac.kr)  
접수일자: 2013년5월14일, 수정완료일: 2013년7월24일

OFDM 시스템은 전체전송대역을 다수의 직교 부채널로 나누어 데이터를 전송하는 방식이며, 보호구간을 삽입하여 다중경로 페이딩 채널 환경에서 심볼간 간섭을 효과적으로 제거할 수 있는 전송방식이다. 또한 모든 사용자의 채널 정보를 전송단에서 알고 있고 적응적

방법이 사용되면 상당한 성능 개선이 이루어질 수 있다는 것이 알려져 있다. 즉, 채널 상황이 좋은 상태에서 더 많은 비트 또는 심벌을 전송하고 채널 상황이 좋지 않은 경우 적은 수의 비트나 심벌을 전송한다.

페이딩 채널 환경에서 OFDM 시스템의 부채널 및 비트를 적응적으로 할당하기 위해서는 전송전력과 부채널 및 비트의 할당을 계산해야 한다. 이 중 부채널 및 비트 할당은 0-1 혹은 정수변수로, 전송전력은 연속값을 갖는 변수로 모형화된다. 따라서 최적화 모형으로 수식화될 때, 정수변수와 연속변수가 혼합된 혼합정수 비선형계획 (Mixed Integer Nonlinear Programming, MINLP) 모형으로 수식화된다.

채널용량 극대화 (Rate Adaptive, RA) 모형은 전송전력의 제약하에 전체 전송량을 극대화하기 위한 부채널 및 비트할당을 결정한다. 볼록최적화 (convex optimization) 모형으로 수식화된 RA 모형에서 최소사용자전송량을 극대화하거나 사용자간 형평성(fairness)을 고려한 모형이 소개되었다<sup>[1~2]</sup>. 기존의 RA모형에서는 부채널 할당을 표현하는 0-1 정수조건을 완화한 (continuous relaxed) 모형들의 최적해 조건 및 휴리스틱 알고리즘이 개발되었다. 각각의 사용자가 부채널을 배타적으로 사용하고, 전력량은 water-filling 알고리즘으로 결정할 때, 전송량이 극대화됨이 증명되었다<sup>[3]</sup>. 사용자별 전송전력이 모두 동일하다고 가정하면, 부채널 및 비트할당은 정수계획법 문제가 된다. 이러한 가정하의 MaxMin 문제에 대한 휴리스틱이 보고되었다<sup>[4]</sup>.

MA (margin adaptive) 모형은 사용자의 전송수요를 만족하며 총전송전력을 최소화하는 부채널 및 비트 할당을 결정하는데, RA모형처럼 MINLP모형으로 수식화되었다. 볼록완화(convex relaxed) 문제에 대한 Karush Kuhn Tucker (KKT) 최적조건과 라그랑지안 승수 (Lagrangian multiplier)를 이용한 부채널 할당 휴리스틱이 소개되었다<sup>[5]</sup>. 이러한 휴리스틱 해에서의 목적값은 원 문제의 상한(upper bound)에 해당한다. KKT 조건을 이용한 부채널 할당 대신, 채널이득 데이터만 사용하여 부채널을 할당하여 가능해(feasible solution)를 계산하거나, 부채널별 회기식(recursion)을 이용한 탐색(search) 기법도 최근에 소개되었다<sup>[6~7]</sup>.

[5]에서 고려한 MINLP 모형에서 목적함수를 0-1 변수를 사용하여 부분선형(piecewise linear) 함수로 표현할 경우 0-1 정수계획법 모형과 동등하게 된다<sup>[8~9]</sup>. 이

동등한 0-1 정수계획법 모형의 라그랑지안 쌍대 (Lagrangian dual) 문제로 계산한 총전송전력은 원래 문제의 하한(lower bound)에 해당한다. [9]에서는 0-1 정수계획법 모형과 라그랑지안 쌍대 문제의 성능을 모의실험을 통하여 보여주었다.

본 연구에서는 [9]에 소개된 0-1 정수계획법 모형의 LP dual을 계산하고, 이 문제에서 구한 목적값이 볼록완화문제 하한보다 우수함을 증명하고, LP dual 문제의 최적해를 이용한 부채널 할당 휴리스틱 알고리즘을 제시한다. 이 알고리즘은 사용자별 부채널 할당을 먼저 결정하고, 비트 할당은 사용자별로 그리디(greedy) 휴리스틱으로 계산한다. 계산된 해가 사용자별 전송량 제약식을 만족하지 못하는 경우, Add-Drop(AD) 휴리스틱을 사용하여 제약식을 모두 만족하는 해를 찾는 알고리즘이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 본 논문에서 고려하는 OFDM 시스템의 모델을 간단히 소개하고, III장에서는 적응 부채널 및 비트 할당 문제의 MINLP 문제 형성 및 연속완화문제, 동등한 0-1 정수계획법 문제를 소개한다. IV장에서는 LP dual 문제를 소개하고, dual 최적해와 그리디 휴리스틱, Add-Drop 휴리스틱을 결합한 휴리스틱 알고리즘을 소개한다. V 장에서는 OFDM 예제문제를 통해 [5, 6]에 소개된 휴리스틱의 해와 본 연구의 휴리스틱 해를 비교하고, Matlab 모의실험을 통하여 제안한 휴리스틱의 성능을 비교한다. VI장에서 본 논문의 결론을 제시한다.

## II. 시스템 모델

본 논문에서 고려하는 OFDM 시스템의 블록도를 그림 1에 도시하였다. 이 시스템에서는  $m$ 명의 사용자를 수용하고 있으며,  $i$ 번째 사용자의 데이터 전송율을  $R_i$ 라고 가정한다. 전송단에서는  $m$ 명의 사용자로부터 데이터가 부반송파 및 비트 할당 블록으로 입력되고 비트 할당 블록은 각 사용자의 비트를 여러 부채널에 할당한다. 전송단에서는 모든 사용자의 채널 정보를 실시간으로 알 수 있다고 가정한다. 또한 각각의 사용자에게 부채널 및 비트 할당 정보가 별도의 채널로 전송된다고 가정한다. 전송단의 출력으로 나온 복잡한 심볼은 IFFT(Inverse Fast Fourier Transform)를 통하여 시간영역으로 변환된다. 시간영역 샘플의 순환확장 (cyclic

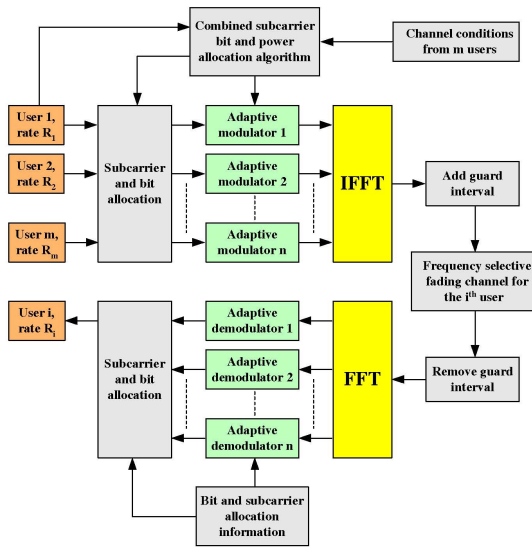


그림 1. 부채널, 비트, 전력할당을 사용하는 다중 사용자 OFDMA 시스템의 블록도  
Fig. 1. The functional block of multi-user OFDMA system using sub-carrier, bit and power allocation schemes.

extension), 즉 보호구간을 부반송파간의 직교성이 성립하도록 추가된다. 전송 신호는 각각의 사용자에게 상이한 주파수 선택적 페이딩 (frequency selective fading) 채널로 전달되어 진다.

### III. 문제 형성

본 논문에서 고려하는 최적화문제는 전송수요  $R_i, i = 1, \dots, m$  를 갖는  $m$  명의 사용자와  $n$  개의 부채널로 구성된 OFDM 시스템에서 사용자들의 주어진 데이터 전송율과 미리 정한 QoS(Quality-of-Service)를 만족하는 부채널 및 비트할당을 통해 총전송전력을 최소화하는 문제이다.

아래의 0-1 변수  $y_{ij}$  는 사용자  $i$  가 부채널  $j$  를 사용할 경우  $y_{ij} = 1$ , 그렇지 않은 경우,  $y_{ij} = 0$  로 나타낸다. 부채널  $j$  를 통해 사용자  $i$  가 전송하는 비트수를 변수  $x_{ij}$  로 표시하고, 각 부채널에서 전송 가능한 최대 비트수/심볼을  $U$  로 가정할 때,  $x_{ij}$  는 0과  $U$  사이의 정수값을 갖는다.  $x_{ij}$  가 가질 수 있는 값들의 집합을  $C$  로 나타낼 때,  $C \subseteq \{0, 1, \dots, U\}$  이다. 예를 들어 M-ary Quadrature Amplitude Modulation (MQAM)을 사용하

는 경우,  $C = \{0, 2, 4, 6\}$  이다. 총전송전력을 최소화하는 다중사용자 OFDM의 부채널 및 비트 할당 문제는 다음과 같은 MINLP 문제로 수식화되었다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}: \quad & \text{Min} \sum_i \sum_j f_i(x_{ij}) / \alpha_{ij}^2 \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j x_{ij} = R_i, \quad \forall i \\
 & x_{ij} \leq U y_{ij}, \quad \forall i, j \\
 & \sum_i y_{ij} \leq 1, \quad \forall j \\
 & x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in C, \quad \forall i, j \\
 & y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서 목적함수의  $f_i(x_{ij})$  는 사용자  $i$  가  $x_{ij}$  비트를 부채널  $j$  로 전송할때의 전력,  $\alpha_{ij}$  는 채널이득,  $R_i$  는 사용자  $i$  의 전송량,  $U$  는 부채널의 전송비트 최대값,  $C$  는 비트값이 가질 수 있는 값들의 집합을 표시한다. 함수  $f_i(x_{ij})$  는 [5]를 참조한다. 본 논문에서는 최적화문제  $\mathbf{P}$  의 최적해가 갖는 목적함수값을  $z_P$  로 표시하고 문제  $\mathbf{P}$  의 연속완화문제를  $\overline{\mathbf{P}}$  로 표시한다. [5]에서는 perspective함수<sup>[10]</sup>를 사용하여 문제  $\mathbf{P}$  의 연속완화문제  $\overline{\mathbf{P}}$  을 다음과 같이 형성하였다.

$$\begin{aligned}
 \overline{\mathbf{P}}: \quad & \text{Min} \sum_i \sum_j y_{ij} f_i(x_{ij}/y_{ij}) / \alpha_{ij}^2 \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j x_{ij} = R_i \quad \forall i \\
 & 0 \leq x_{ij} \leq U y_{ij}, \quad \forall i, j \\
 & \sum_i y_{ij} = 1, \quad \forall j \\
 & 0 \leq y_{ij} \leq 1, \quad \forall i, j
 \end{aligned} \tag{2}$$

$f_u(x) = u f(x/u)$  를 함수  $f(x)$  의 perspective함수로 정의하고,  $f(x)$  가 볼록함수인 경우,  $f_u(x)$  는  $(u, x)$  의 볼록함수이다. Perspective함수는 0-1 의사결정 변수와 볼록연속 함수의 곱으로 표현된 비볼록 목적함수를 볼록함수로 변환하는데 사용되었다<sup>[1-2]</sup>. [5]에서는 문제  $\overline{\mathbf{P}}$  의 최적해에 대한 필요조건을 소개하고, 문제  $\overline{\mathbf{P}}$  의 해를 구하는 dual ascent 알고리즘을 소개하였다. [5]의 MAO(Multiuser Adaptive OFDM) 휴리스틱은 식 (2)의 최적해를 이용하여, 사용자  $i$  에게  $y_{ij} > 0$  이 되는 부채널들을 할당하고, 그리디 휴리스틱을 사용하여 비트할당을 한다. MAO의 목적함수값은 문제  $\mathbf{P}$  의 목적함수값  $z_P$  의 상한이 된다.

변수  $x_{ij}$  는 집합  $C$  에 속하는 정수 값을 가지므로, 문제  $\mathbf{P}$  에서 전송전력  $f_i(x_{ij}) / \alpha_{ij}^2$  이 갖는 값도 집합

$\{0, f_i(2)/\alpha_{ij}^2, f_i(4)/\alpha_{ij}^2, f_i(6)/\alpha_{ij}^2\}$  안의 값만을 가질 수 있다. 정수변수  $x_{ij}$ 를 다음과 같이 0-1 변수들의 합으로 표현할 수 있다.  $x_{ij} = k$ 인 경우,  $x_{ijk} = 1$ 로 정의하면,  $x_{ij} = \sum_{k \in C} kx_{ijk}$ 가 된다. 변수  $x_{ijk}$ 를 사용하여, 문제 **P**는 0-1 정수계획법문제 **P2**로 변환된다<sup>[8-9]</sup>.

$$\begin{aligned} \mathbf{P2}: \quad & \text{Min} \quad \sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} x_{ijk} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_j \sum_k kx_{ijk} = R_i, \quad \forall i \quad (\mu_i) \\ & \sum_i \sum_{k>0} x_{ijk} \leq 1, \quad \forall j \quad (\lambda_j) \\ & x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k \\ & x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j, k \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서  $c_{ijk} = f_i(k)/\alpha_{ij}^2$ , 즉, 사용자  $i$ 가 부채널  $j$ 에  $k$ 비트를 전송할 때의 전력량을 표시한다. 식 (3)에서 제약식 옆 괄호안의 변수는 제약식에 대한 dual 변수를 나타낸다. 식 (3)의 목적함수는 **P**의 목적함수를 부분선형 함수로 대체한 형태이다. 이러한 함수를 원래함수의 내부선형화 (inner linearization) 함수라 부른다<sup>[11]</sup>. generalized assignment 문제인 식 (3)에 대한 휴리스틱 알고리즘과 정수계획법 알고리즘이 소개되었다<sup>[12-14]</sup>.

#### IV. 선형 계획법 기반 휴리스틱 알고리즘

이 장에서는 문제 **P2**에 대한 LP dual 문제를 계산하고 문제 **P**의 가능해를 찾는 primal 휴리스틱(이하, PH) 알고리즘을 소개한다.

식 (3)에서  $x_{ijk}$ 의 정수 제약식을 뺀 선형계획법 완화문제  $\overline{\mathbf{P2}}$ 의 LP dual 문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{D}: \quad & \text{Max} \quad \mu, \lambda \quad \sum_i R_i \mu_i - \sum_j \lambda_j \\ \text{s.t.} \quad & k\mu_i - \lambda_j \leq c_{ijk} \quad \forall i, j, k \\ & \lambda_j \geq 0 \quad \forall j \end{aligned} \quad (4)$$

$\lambda_j = \max\{\max_{i,k}\{k\mu_i - c_{ijk}\}, 0\} \forall j$ 로 정의하면,  $\lambda_j$ 는 문제 **D**의 제약식을 만족한다. 따라서 문제 **D**의 목적함수값을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} z_{\mathbf{D}} &= \max_{\mu} \sum_i R_i \mu_i - \sum_j \max\{\max_{i,k}\{k\mu_i - c_{ijk}\}, 0\} \\ &= \max_{\mu} \sum_i R_i \mu_i + \sum_j \min\{\min_{i,k}\{c_{ijk} - k\mu_i\}, 0\} \end{aligned}$$

$\theta(\mu) = \sum_i R_i \mu_i + \sum_j \min\{\min_{i,k}\{c_{ijk} - k\mu_i\}, 0\}$ 로 정의할

때,

$$z_{\mathbf{D}} = \max_{\mu} \theta(\mu) \quad (5)$$

즉  $\overline{\mathbf{P2}}$ 의 LP dual 문제는 제약식이 없는 최대화문제가 된다. 여기에서  $\theta(\mu)$ 는 affine 함수의 최소화 함수이므로 미분불가능한 오목 (nondifferentiable concave) 함수이다. 따라서  $z_{\mathbf{D}}$ 는 subgradient 최적화 알고리즘을 적용하여 해를 구할 수 있다. 본 연구에서는 Variable Target Value Method (VTVM) 알고리즘을 사용하여 최적값  $z_{\mathbf{D}}$ 를 계산하였다. VTVM 알고리즘은 최적 스텝길이 결정을 위한 목적함수의 상한을 자동적으로 조정하는 알고리즘으로서 목적함수의 상한에 대한 사전정보가 필요 없는 subgradient 최적화 알고리즘이다<sup>[15]</sup>.

LP duality 이론에 따라 다음 정리가 성립한다.

정리 1.  $z_{\overline{\mathbf{P2}}} = z_{\mathbf{D}}$ .

또한 문제 **P2**의 선형계획법 완화문제의 목적함수값은 문제  $\overline{\mathbf{P1}}$ 의 목적함수값보다  $z_{\mathbf{P}}$ 에 근접하다.

정리 2.  $z_{\overline{\mathbf{P2}}} \geq z_{\overline{\mathbf{P1}}}$ .

증명)  $\overline{\mathbf{P2}}$ 의 가능해  $(x_{ijk})$ 가 주어진 경우,  $x_{ij} = \sum_{k \in C} kx_{ijk}, y_{ij} = \sum_{k \in C} x_{ijk}$ 로 정의하면,  $(x_{ij}, y_{ij})$ 는 문제  $\overline{\mathbf{P1}}$ 의 가능해가 된다.  $x_{ij}$ 가 정수 값을 갖는 경우,  $f_i(x_{ij}) = \sum_{k \in C} c_{ijk} x_{ijk}$ .  $f_i(x_{ij})$ 가 strictly convex 함수이므로,  $x_{ij}$ 가 정수  $\bar{k}$ 와  $\bar{k}+1$ 사이의 실수 값을 갖는 경우, 두 점  $(\bar{k}, c_{ij, \bar{k}})$ 와  $(\bar{k}+1, c_{ij, \bar{k}+1})$ 을 연결하는 선은 점  $(x_{ij}, f_i(x_{ij}))$  위를 지나게 된다. 따라서  $f_i(x_{ij}) \leq \sum_{k \in C} c_{ijk} x_{ijk}$ 가 되고,  $z_{\overline{\mathbf{P2}}} \geq z_{\overline{\mathbf{P1}}}$ .

$z_{\mathbf{D}} = z_{\overline{\mathbf{P2}}}$ 이고 정리 2에 따라  $z_{\overline{\mathbf{P2}}} \geq z_{\overline{\mathbf{P1}}}$ 이므로, LP dual 문제 **D**의 최적해를 이용하여 문제 **P**의 가능해를 찾는 휴리스틱 알고리즘의 성능이 [5]에서 개발한 MAO 휴리스틱 보다 우수하리라 예상된다. 문제 **D**의 최적해를 사용한 휴리스틱 알고리즘은 다음 3 단계로 구성되었다.

Step 1. 식 (5)을 풀어서 최적해를 구하고 사용자별 부

채널을 배정한다.

Step 2. 사용자별로 그리디 휴리스틱을 풀어서 비트할당을 실시한다.

Step 3. 모든 사용자의 전송수요를 만족하는 경우 알고리즘을 종료하고, 그렇지 않으면 Add-Drop 휴리스틱을 사용하여 전송수요를 모두 만족하는 가능해를 찾는다.

Step 1과 Step 2의 부채널 및 비트할당 절차는 다음과 같다.  $\tilde{\mu}$ 가 문제 **D**의 최적해인 경우, 각 부채널  $j \in N$ 에 대하여,

$$(i(j), k(j)) = \underset{i,k}{\operatorname{argmin}} \{c_{ijk} - k\tilde{\mu}_i \mid c_{ijk} - k\tilde{\mu}_i < 0\} \quad (6)$$

로 정하고, 문제 **P2**의 해는  $x_{i(j),j,k(j)}^* = 1$ ,  $x_{ijk}^* = 0, i \neq i(j), k \neq k(j)$ 로 정한다.  $x_{ijk}^*$ 와 그리디 휴리스틱을 이용하여 문제 **P**의 가능해를 다음과 같이 계산한다.

$$y_{ij} = \sum_{k>0} x_{ijk}^* \text{로 정의하고, } \sum_{k>0} x_{ijk}^* > 0 \text{인 경우}$$

$$y_{ij} = 1 \text{로 하면, (6)에 의해 } \sum_{i=1}^m y_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{k>0} x_{ijk}^*$$

$= x_{i(j),j,k(j)}^* = 1, j \in N$ 이 된다. 즉 모든 부채널별로 한 명의 사용자가 할당된다. 사용자  $i$ 에게 할당된 부채널의 집합은  $J_i = \{j \mid y_{ij} = 1\}$ 로 정하고,  $x_{ij}, j \in J_i$ 의 값은 그리디 휴리스틱을 사용하여 결정한다. Step 2에서 사용하는 그리디 휴리스틱에 대하여는 뒤에서 기술한다. 이러한 휴리스틱 알고리즘의 목적값을  $z_H$ 로 표시하면  $z_D \leq z_P \leq z_H$ 의 관계가 성립한다.  $\alpha = z_H/z_D$ 로 정의하면,  $\alpha$ 는 휴리스틱해가  $z_P$ 에 근접한 정도를 나타낸다.

이러한 PH 알고리즘이 항상 문제 **P**의 가능해를 찾는 것은 아니다. 부채널  $j$ 가 가질 수 있는 최대 비트수가  $U$ 인 경우,  $U|J_i| < R_i$ 이면, 사용자  $i$ 의 전송수요  $R_i$ 를 만족할 수 없다. 따라서 이러한 경우 사용자  $i$ 가 사용하는 부채널의 집합  $J_i$ 를 확장하고 다른 사용자  $s$ 의 부채널 집합  $J_s$ 를 축소하는 절차가 필요하다. 원래 문제가 가능해를 갖는 경우, 식 (6)에 의해 모든 부채널에 사용자가 할당되므로,  $U|J_i| < R_i$ 인 사용자  $i$ 가 있는 경우,  $U|J_s| > R_s$ 인 사용자  $s$ 가 반드시 존재한다. 이러한 휴리스틱 절차를 Add-Drop(AD) 휴리스틱으로 부른다. 아래에서는 AD 휴리스틱 절차를 소개한다.

사용자  $i$ 의 부채널 집합  $J_i$ 가 정해진 후, 비트할당은

다음과 같은 목적함수가 볼록함수인 자원할당(resource allocation)문제이다.

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{j \in J_i} f_j(x_j) \\ \text{s.t. } & \sum_{j \in J_i} x_j = R_i \\ & x_j \in \{0, 1, 2, \dots, U\}, j \in J_i \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에 대한 알고리즘은  $d_j(y) = f_j(y) - f_j(y-1)$ ,  $j \in J_i, y = 1, 2, \dots, U$ 를 정렬하여 부채널별로 한 단위씩 비트할당을 증가시켜 최적해를 계산하는 그리디 알고리즘이 사용된다<sup>[16]</sup>. Step 2 이후 사용자별 비트할당이  $\overline{x_{ij}}, j \in J_i, i \in M$  일 때,  $b_i = \sum_{j \in J_i} \overline{x_{ij}}$ 로 표시한다.

$b_i = R_i, \forall i$ 인 경우, 가능해를 찾았으므로, 휴리스틱을 종료한다.  $b_i < R_i$ 인  $i$ 가 있는 경우를 고려한다. 문제 (7)의 목적함수를  $z(J_i)$ 로 표시할 때, 집합  $J_s$ 에 속하는 부채널  $k$ 를 집합  $J_i$ 로 이동할 때, 이동 전후 두 사용자가 사용하는 전송전력의 차이  $\Delta_{is}(k)$ 는 다음과 같다.

$$\Delta_{is}(k) = z(J_i \cup k) + z(J_s - k) - z(J_i) - z(J_s) \quad (8)$$

AD 휴리스틱은 다음 절차를 사용자별로  $b_i = R_i$ 가 될 때까지 반복한다.

Step 3.1 Step 2를 실행하여  $b_i, \forall i$ 를 계산한다.

Step 3.2  $b_i = R_i, \forall i$ , 휴리스틱을 종료한다.  $b_i < R_i$ 인 경우, 부채널을 가져올 사용자  $s$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} K = & \{(s, k) : b_s = R_s, \overline{x_{sk}} > 0, s \neq i\}, \\ (\bar{s}, \bar{k}) = & \underset{(s,k) \in K}{\operatorname{argmin}} \{\Delta_{is}(k)\}. \end{aligned}$$

Step 3.3  $(\bar{s}, \bar{k}) = \emptyset$ 인 경우, 휴리스틱을 종료한다.  $J_i^{\neq w} = J_i \cup \bar{k}, J_s^{\neq w} = J_s - \bar{k}$ 로 부채널의 집합을 갱신한다.

(7)의 연산복잡도는  $K$ 명의 사용자,  $N$ 개의 부채널이 있는 시스템의 경우, 사용자별 부채널의 개수가 평균적으로  $N/K$ 일 때,  $O(R_i N/K)$ 의 연산이 소요된다. 따라

서 모든 사용자의 전송량의 합  $R = \sum_{i=1}^K R_i$ 인 경우,

Step 3.1은  $O(NR)$ 의 연산이 소요된다. 모든 사용자간

표 1. 모의실험에서 사용한 파라미터들의 요약

Table 1. Summary of parameters in the simulation.

사용자 k	1			2			3			4			5		
데이터 전송율	192			128			64			64			64		
Power [dB]	0	-3	-3	0	0	-3	0	-3	-3	0	0	-3	0	0	-3
Delay [ $\mu$ s]	0	0.25	0.125	0	0.5	1.0	0	0.25	1.25	0	0.50	1.00	0	0.25	1.25
Doppler 주파수 [Hz]	50			100			10			50			20		
부채널 번호 (개수)	1-32 (32)			33-64 (32)			65-96 (32)			97-112 (16)			113-128 (16)		
고정된 비트수	6			4			3			4			4		

표 2. 알고리즘들의 상한비율 비교

Table 2. Comparison of upper bounds from algorithms.

알고리즘	$z_H/z_{P2}$	$max z_H/z_{P2}$
PH	1.049	1.434
MAO	1.092	3.332
ESA	1.063	2.245

표 3. 알고리즘들의 전송전력 및 부채널 할당 비교

Table 3. Comparison of transmission power and subchannel allocation.

알고리즘	총전송전력	사용자별 부채널 개수				
P2	44407.26	70	22	11	14	11
PH	44409.78	70	22	11	14	11
MAO	47694.11	52	31	15	17	13
ESA	48661.57	48	32	16	16	16

표 4. 사용자별 modulation level usage

Table 4. Modulation level usage per users.

	User-ID	1	2	3	4	5
P2	4-QAM	4.034	4.065	4.76	0.654	0.662
	16-QAM	40.659	24.157	10.973	12.355	10.744
	64-QAM	3.330008	3.754	1.628	2.131	3.182
PH	4-QAM	4.25	4.712	5.122	0.87	0.854
	16-QAM	39.881	23.254	10.406	12.145	10.656
	64-QAM	3.996	4.26	2.022	2.28	3.278

에 Step 3.2와 Step 3.3를 실행하는 경우, 최대  $O(C_2^K N^2 R / K^2)$ 가 소요되므로, AD1-AD3의 연산은  $O(N^2 R)$  복잡도를 갖는다.

## V. 모의 실험 및 결과

본 장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 문제 P2에 대한 PH 알고리즘의 성능을 비트에리율, 목적함수값 및 변조 레벨 빈도를 사용하여 평가하였다.

제안된 PH 휴리스틱은 i) 부채널별 비트수가 상수로 정해지고 사용자들은 사전에 정해진 부채널만 사용하는

전통적인 fixed scheme ('OFDM-FDMA'로 표시), ii) 사용자별 부채널 할당은 고정된 상태에서 부채널의 전송전력을 채널이득  $\alpha_{ij}^2$  값에 따라 조정하는 적응적 전력 할당법이 추가된 방법('OFDM-FDMA-AP'로 표시), iii) ILOG Cplex<sup>[17]</sup>를 사용하여 P2의 정수해를 구한 방법('P2'로 표시)과 비교하였다. 부채널별 할당되는 비트수는 집합  $C = \{0, 2, 4, 6\}$ 에 속하는 값, 즉 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM이 2, 4, 6 비트/심볼을 전송한다고 가정하였다. 아래 시뮬레이션에서는 5명의 사용자가 전송량 192, 128, 64, 64, 64를 갖는다고 가정하였다. 각 사용자의 전송 채널은 3개의 상호독립인 Rayleigh 다중경

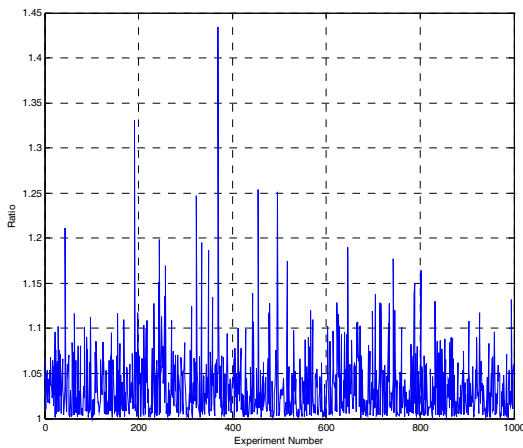


그림 2. 휴리스틱과 P2의 목적값의 비율  
Fig. 2. Ratio of objective value.

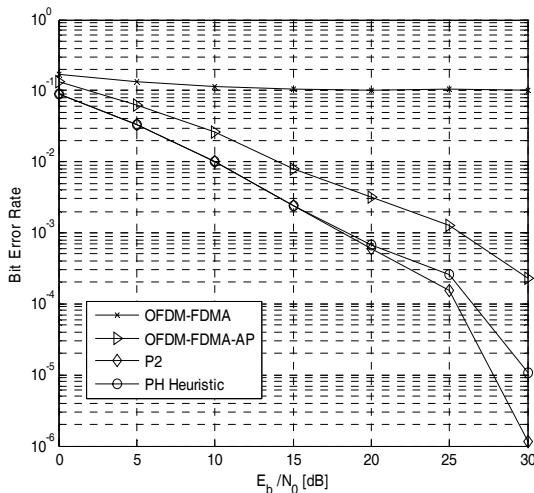


그림 3.  $E_b/N_0$ 에 대한 제안된 알고리즘의 오류율  
Fig. 3. BER performance of proposed algorithm for  $E_b/N_0$ .

로 구성된 frequency-selective fading 채널로 이루어진다고 가정하고 MATLAB을 사용하여 구현하였다. 각 signal to noise ratio (SNR)에 대하여 1,000번의 독립실험을 실시하였다. 각 사용자의 경로별 평균 gain, delay, Doppler 주파수는 표 1에 요약되었고 하단에 OFDM-FDMA와 OFDM-FDMA-AP의 사용자별 채널 및 비트수 할당에 대한 상세한 정보를 기록하였다.

문제 P2의 최적해는 각 사용자에게 부채널, 비트 및 전력량을 적응적으로 할당한다. OFDM-FDMA에서는 부채널을 블록으로 사용자에게 할당하고 사용자의 데이터 전송율을 만족하도록 부채널에 균등한 전송비트를

할당한다. OFDM-FDMA-AP에서는 부채널의 할당 및 전송비트의 결정은 OFDM-FDMA와 같고 전송신호전력의 할당은 채널정보를 이용하여 적응적으로 정하였다. P2와 휴리스틱에서는 사용자별 할당된 비트수 및 채널이득에 따라 전송신호전력을 결정하였고 이를 전송된 비트수에 대한 평균 신호대잡음비로 계산하였다.

표 2에는  $E_b/N_0=20$ 인 경우, 임의로 생성한 1,000개의 문제에 대하여 제안된 PH 휴리스틱과 [5]에 소개된 MAO 휴리스틱, [6]에 소개된 ESA(Enhanced Subcarrier Allocation) 휴리스틱의 성능을 비교하였다. 표 2의 두 번째 열의  $z_H/z_{P2}$ 는 휴리스틱의 목적함수값과 문제 P2의 목적함수값과의 평균비율을 나타내고, 세 번째 열은 1,000개 중 최대비율을 나타낸다. 제안한 PH 휴리스틱의 총전송전력은 최적값을 평균 4.9%를 초과하였고, MAO는 9.2%, ESA는 6.3%를 초과하였다. 1,000개의 문제 중 목적함수비율의 최대값은 PH의 경우 1.43, MAO는 3.33, ESA는 2.24였다.

1,000개의 문제 중 AD 휴리스틱을 사용하지 않고 PH 휴리스틱의 Step 1과 Step 2로 가능해를 구한 경우는 전체 문제의 71.2%에 해당하였다. 즉, LP dual 문제의 최적해를 정수화(rounding)함으로써 원문제의 가능해를 계산할 수 있었다. 나머지 298문제에 대하여 AD 휴리스틱을 적용하였다. 298문제에 대한 AD 휴리스틱은 평균적으로 2.6회 반복되었다. 298문제 중 AD 휴리스틱이 가장 많은 반복된 경우는 11회 소요되었다.

표 3에는 5명의 사용자, 128개의 부채널을 갖는 OFDM 시스템에서 사용자별 전송수요 192, 128, 64, 64, 64를 갖는 경우에 다양한 알고리즘들의 총전송전력 및 사용자별 부채널할당 개수를 보여준다. 이 문제의 경우, P2에 대한 목적함수간의 비율은 PH, MAO, ESA가 각각 1.000, 1.074, 1.095의 값을 갖는다. 하지만, 사용된 부채널의 개수를 보면 알고리즘 간에 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 첫 번째 사용자의 수요 192를 만족하기 위해, P2와 PH는 할당된 70개의 부채널 중 26개 부채널에 16-QAM, 나머지 부채널은 4-QAM을 사용하였다. ESA에서는 사용된 부채널의 개수는 전송수요간의 비율과 일치하고, 이 경우 48개의 부채널 모두 16-QAM을 사용하였다. 그림 2에는  $E_b/N_0=20$ 인 경우에 임의로 생성한 1,000개의 문제에 대하여 PH와 P2의 목적함수값의 비율을 나타내었다. PH 휴리스틱의 목적함수값이 P2 목적함수값의 상한이므로, 비율이 1에 근접

할수록 휴리스틱 해의 성능이 우수함을 나타낸다.

그림 3에는  $E_b/N_0$ 에 대한 각 방식의 평균오류율을 나타낸다. 전통적인 고정비트 할당방식의 경우, 주파수 선택 및 fast fading 문제 때문에 성능이 떨어짐을 알 수 있다. 적응적으로 전력을 할당하는 방법이 채널의 주파수선택 문제를 보상하므로, 고정방식에 적응적 전력할당방식이 결합하는 방식이 고정비트할당방식보다 BER 성능이 우수하지만, 제안된 P2방식이나 PH 휴리스틱 방식에 비해 동일한 BER을 달성하는데 5에서 7dB정도 추가적인 전력이 필요하였다. 낮은 SNR구간에서는 P2와 PH 휴리스틱이 비슷한 성능을 보여준 반면, 높은 SNR구간에서는 P2가 PH 휴리스틱 보다 전력소모량이 적으므로 우수한 성능을 보여주었다. 예를 들어 BER이  $10^{-5}$ 에서, P2는 PH 휴리스틱에 비해 약 2.5dB 정도 적은 전력을 소모하였다.

표 4는 P2와 PH 휴리스틱에서  $E_b/N_0 = 10$ dB 수준에서의 사용자별 변조 레벨 빈도를 보여준다. 두 알고리즘 공통적으로 대부분의 사용자는 16-QAM (4 비트/심볼)을 사용하였다. 사용자 3의 경우 64-QAM(6 비트/심볼) 보다 4-QAM (2 비트/심볼)을 많이 사용하였고, 사용자 4, 5는 4-QAM 보다 64-QAM을 보다 많이 사용하였음을 볼 수 있다. 이러한 차이는 각 사용자별 채널 상황이 상이함으로 발생하였다. P2와 PH 휴리스틱을 비교하면, P2의 경우 16-QAM을 보다 더 많이 사용했음을 볼 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 다중 사용자 OFDM 환경하의 적응적 부채널 및 비트 할당문제를 0-1 정수계획법 문제로 형성하고, 정수계획법문제의 완화문제에 대한 LP dual 문제를 형성하였다. 본 논문에서 수식화한 LP dual 문제의 목적함수값은 [5]에서 소개한 하한보다 최적해에 더 근접함을 증명하였다. LP dual 문제의 라그랑지안 쌍대 최적해를 기반으로, 사용자별 부채널을 할당하고, 그리디 휴리스틱과 AD 휴리스틱을 결합하여 사용자별 전송 수요를 만족하면서 원래 문제의 해를 구하는 PH 알고리즘을 개발하였다. 임의로 생성한 1,000개의 문제에서 제안한 알고리즘은 기존의 MAO 휴리스틱 및 ESA 휴리스틱에서 계산한 전송전력량에 비해 평균 4.3%, 1.4% 낮은 상한값을 계산하였다. 총전송전력이 최적목적값에

근접함으로, 사용자별 할당된 부채널의 개수 및 비트할당량도 최적해와 가장 근접한 결과를 나타내었다.

제안된 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 주파수 선택적 채널 환경에서 비트 오류, 목적함수간의 비율 및 변조 레벨 빈도의 분포를 계산하는 모의실험을 수행하였다. 그 결과 제안된 알고리즘이 비트수와 부채널이 고정된 방식을 사용한 경우뿐만 아니라 이전의 휴리스틱들 보다 우수한 성능을 나타내었다.

현재 여기서 제안하는 알고리즘들은 채널이득을 정확하게 알고 있다는 이상적인 상황을 가정한다. 불행하게도 일반적으로 무선채널의 특성을 완전하게 파악한다는 것은 불가능한 일로서 채널 정보에 부분적인 오류가 있는 상황에 적용 가능한 robust 알고리즘의 개발이 요구된다.

## REFERENCES

- [1] W. Rhee and J. M. Cioffi, "Increasing in capacity of multiuser OFDM system using dynamic subchannel allocation," *Proc. IEEE Int. Vehicular Tech. Conf.*, Vol. 2, 2000, pp. 1085-1089.
- [2] Z. Shen, J. G. Andrews, and B. L. Evans, "Adaptive resource allocation in multiuser OFDM systems with proportional rate constraints," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, Vol. 4, 2005, pp. 2726-2737.
- [3] J. Jang and K.B. Lee, "Transmit power adaptation for multiuser OFDM," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 21, 2003, pp. 171-178.
- [4] 이재윤, 윤동원, 박상규, 현광민, "다중 사용자 OFDM 시스템을 위한 개선된 부반송파 할당 알고리즘," *전자공학회 논문지*, 제44권 TC편, 제9호, 822-829쪽, 2007년 9월.
- [5] C. Y. Wong, R. S. Cheng, K. B. Letaief, and R. D. Murch, "Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 17, 1999, pp. 1747-1758.
- [6] Y.-F. Chen and J.-W. Chen, "A fast subcarrier, bit, and power allocation algorithm for multiuser OFDM-based systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 57, No. 2, 2008, pp. 873-881.
- [7] A. Feiten, R. Mathar, and M. Reyer, "Rate and



- power allocation for multiuser OFDM: an effective heuristic verified by branch-and-bound,” *IEEE Transaction on Wireless Communications*, Vol. 7, No. 1, 2008, pp. 60-64.
- [8] I. Kim, H. L. Lee, B. Kim, and Y. H. Lee, “On the use of linear programming for dynamic subchannel and bit allocation in multiuser OFDM,” *Proc. IEEE Global Communications Conf.*, Vol. 6, 2001, pp. 3648-3652.
- [9] 박태형, 임성빈, 서만중, “다중사용자 OFDM 시스템의 최적 부채널 및 비트할당: dual-decomposition 방법,” *한국통신학회논문지*, 34권 제 1호, 90-97쪽, 2009.
- [10] S. Boyd, and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004.
- [11] A. M. Geoffrion, “Elements of large-scale mathematical programming: Part I: Concepts.” *Management Science*, Vol. 16, No. 11, 1970, pp. 652-675.
- [12] M. L. Fisher, R. Jaikumar, et al., “A multiplier adjustment method for the generalized assignment problem.” *Management Science*, Vol. 32, No. 9, 1986, pp. 1095-1103.
- [13] D. G. Cattrysse, and L. N. Van Wassenhove, “A survey of algorithms for the generalized assignment problem.” *European Journal of Operational Research*, Vol. 60, No. 3, 1992, pp. 260-272.
- [14] M. Savelsbergh, “A branch-and-price algorithm for the generalized assignment problem.” *Operations Research*, Vol. 45, No. 6, 1997, pp. 831-841.
- [15] H. D. Sherali, G. Choi, and C. H. Tuncbilek, “A variable target value method for nondifferentiable optimization,” *Operations Research Letters*, Vol. 26, 2000, pp. 1-8.
- [16] T. Ibaraki and N. Katoh, *Resource Allocation Problems*, The MIT Press, 1988.
- [17] *ILOG-Cplex 12.4 User's Manual*, see <http://www-01.ibm.com/software/websphere/products/optimization>, 2012.

— 저 자 소 개 —



문 우 식(정회원)  
2007년 숭실대학교  
정보통신전자공학부 학사  
2009년 숭실대학교  
정보통신공학과 석사  
2009년~현재 숭실대학교  
정보통신공학과 박사과정

<주관심분야 : 최적화기법, 채널 모델링, 비선형 신호처리>



김 선 호(정회원)  
2007년 숭실대학교  
정보통신전자공학부 학사  
2009년 숭실대학교  
정보통신공학과 석사  
2009년~현재 숭실대학교  
정보통신공학과 박사과정

<주관심분야 : 저장장치 시스템, 간섭감소기법, 최적화기법, 채널추정>



박 태 형(정회원)-교신저자  
1986년 고려대학교  
산업공학과 학사  
1989년 고려대학교  
산업공학과 석사  
1998년 Virginia Tech.  
산업시스템공학과 박사

2001년~현재 숭실대학교 산업정보시스템공학과 부교수

<주관심분야 : 통신 네트워크, 정수계획법, 비선형 계획법>



임 성 빈(정회원)  
1986년 서울대학교  
전자공학과 학사  
1988년 서울대학교  
전자공학과 석사  
1994년 Univ. of Texas at Austin  
전기및컴퓨터공학과 박사

1995년~현재 숭실대학교 정보통신전자공학부 교수

<주관심분야 : 비선형 신호처리, 통신 시스템, 디지털방송 시스템, 저장장치 시스템>