

# 수학 교육에서의 도덕성에 대한 연구 - 헤르바르트의 도덕성을 중심으로 -

## The study of morality in mathematics education - Focusing on the morality of Herbart -

유 충 현

**ABSTRACT.** Herbart's education provides an implication for mathematics education that combine a practical ethics education with mathematics education. Herbart show that an theoretical mathematics education would not exist as a sole. It implies that mathematics education must do activities that take into consideration the humanity in its entirety. The theory of mathematics education based on Herbart's ethics theory of education reveals the entirety of human. There are possible explanations for the ways to increase the value of the mathematics education as an education for whole human. It is that the advantage of learning mathematics is not only that we can solve the problems we face in our lives but also that we can acquire a form of life.

### I. 서론

인류 문명의 발전에서 기술의 발전과 함께 수학의 효용성과 응용성은 수학의 주요한 성격으로 인식되어왔다. 그러나 교과로서 수학은 기술의 발전에 도움이 되거나 생활의 실용적 문제를 해결하는 데 도움이 되는 지식만을 수학교육의 목적으로 하지는 않는다. 현재 우리나라에서는 새로운 수학과 교육과정이 시행되고 있고 특히 수학적 창의성과 인성을 강조하며 학업 성취도보다는 수학적 과정을

중시하고 있다. 앞으로도 수학교육의 필요성은 의심받지는 않을 것이지만 수학교육의 목적이 제대로 인식되고 있는지는 반성해 볼 필요가 있다.

본 논문은 학문으로서의 교육적 논의를 최초로 시작한 헤르바르트의 교육학이라는 근원에 비추어 이 질문을 탐색해 보려고 한다. 헤르바르트의 교육 목적은 오늘날에도 여전히 교육적 가치를 가지고 있다. 오늘날에도 헤르바르트의 교육에 대한 관점이 의미 있는 것은 도덕성의 실현을 교육의 목적으로 삼고 있다는 것과 밀접하게 연관된다.

헤르바르트의 교육학은 인식론과 윤리학이라는 두 개의 기둥으로 이루어져 있다. 헤르바르트는 도덕성을 교육의 궁극적인 목표로 정립하였고, 도덕성의 형성 조건을 규명하는 것을 도덕성의 주된 논의로 삼고 있다. 헤르바르트는 도덕성의 내용에 관하여 설명할 때에는 윤리학적 개념을 사용하고 있는 반면에 그 형성 과정을 설명할 때에는 인식론적 개념을 사용한다. 헤르바르트의 인식론은 그 자체로 수학 교과교육을 설명한 것이라고 말할 수 있을 만큼 수학교육과 밀접한 관련이 있다. 헤르바르트의 윤리학 역시 수학교육의 목적과 밀접하게 관련된다. 수학 교육이 교과교육인 이상, 교육학의 아버지라 불리는 헤르바르트의 교육적 논의에 비추어서 수학교육의 목적과 가치를 살펴 볼 필요가 있다.

헤르바르트는 교육의 유일한 과제를 도덕성이라고 표현하고 있다(김창환, 2002). 교육의 목적으로서 도덕성은 헤르바르트의 교육학뿐만 아니라 수학교육에서도 쉽게 간과할 수 없는 중요한 주제이다. 그러나 인성교육을 강조하는 현재 수학교육계의 절실한 시대적 요청에 비하여 도덕성을 주제로 한 수학 교육적 연구는 찾아볼 수 없는 실정이다.

따라서 본 논문은 헤르바르트의 교육 목적인 도덕성에 비추어 수학교육의 도덕적 의미를 밝히려는 것이다. 이를 위하여 먼저 교육의 목적으로서 도덕성이 헤르바르트의 교육학에서 갖는 의미가 무엇인지를 살펴보고, 이를 바탕으로 도덕성을 수학교육에서 어떻게 구체화 시킬 수 있는지 그 방안을 살펴볼 것이다.

## II. 본론

### 1. 헤르바르트에 있어 도덕성의 개념

#### 1) 선형적 도덕성에 대한 비판

헤르바르트는 그 당시 주류를 이루고 있던 칸트와 같은 관념론자들과는 달리

도덕성의 의미를 좀 더 포괄적으로 정의한다. 헤르바르트의 도덕성은 표상의 총체로서의 마음과 인격이 전면적인 성장을 이룩한 상태를 의미한다(崔燦燮, 1987). 도덕성에 관한 헤르바르트의 논의는 칸트의 도덕성을 비판하는 것으로 출발점을 삼고 있다. 헤르바르트의 도덕성에 관한 논의에 앞서 먼저 칸트의 도덕성에 관한 선형적 논의를 간단히 살펴볼 필요가 있다.

도덕성에 관한 칸트의 주된 논의는 도덕성의 논리적 가정을 밝혀 나가는 것이다. 선형적 요소에 대한 논리적 분석이 칸트 윤리학의 주된 내용을 이루고 있다. 칸트는 도덕적 판단의 일차적 조건인 선형적 요소를 논리적으로 분석해 나가는 식으로 논의를 전개하면서 도덕적 판단의 궁극적 조건을 밝혀나가는 방식을 취하고 있다.

칸트에 의하면 도덕적 판단은 ‘인간이 행해야만 하는 것’과 관련된다. 이것은 경험적 판단과는 구별되며 경험으로부터 추론될 수 없는 것이다. 칸트에게 있어 도덕성의 유일한 요소는 선의지뿐이며 선의지의 분석을 출발점으로 삼고 있다\*. 의무의 개념은 비록 주관적 조건에서 선의지라는 개념을 그 자체 안에 포함하고 있다. 그러므로 도덕적으로 선한 행위는 의무와 일치하기만 하는 행위가 아니라 의무로 말미암아 하는 행위이다. 의무는 법칙에 대한 존경으로 말미암아 하는 필연적 행위이며 객관적으로는 법칙 그리고 주관적으로는 이 실천법칙에 대한 순수한 존경으로 규정된다. 다시 말해 주체와 관련되는 것은 존경심이며 대상과 관련되는 것은 법칙이다. 법칙은 행위일반의 보편적인 합법칙성이며 이 법칙만이 의지의 원리가 되어야 한다. 의지의 객관적 원리는 모든 이성적 행위자에게 타당하게 적용되는 칸트의 정언명법이다\*\*. 그러므로 칸트에 있어서 도덕성은 보편적 도덕법칙에 대한 자발적인 복종으로 나타나게 되며 그것은 의지의 자유를 논리적으로 가정하고 있다.

칸트의 논의에 따르면 결국 도덕성의 개념은 자유의 원리에 바탕을 두고 있는 것으로 된다. 도덕성은 자유의 이념에 바탕을 두고 있기 때문에 자유의 이념이 정당화되지 않는 한, 도덕성 또한 정당화된다고 보기 어렵다. 그러므로 칸트에 있어서 도덕성은 궁극적으로 선형적 자유에 바탕을 두고 있으며 어떤 한 사람이

\* 칸트는 도덕형이상학 원론이라는 자신의 저서 제1장 첫 문장에서 “이 세계 안에서, 아니 더 넓게 이 세계 밖에서도 우리가 무제한적으로 선하다고 볼 수 있는 것은 오직 선의지뿐이다.”라고 말하고 있다. 칸트에 있어서 선의지는 옳은 행동을 오로지 그것이 옳다는 이유에서 항상 택하는 의지이다. 그것은 행위의 결과나 자연적인 성향 때문에 옳은 행동을 하려는 의지가 아니라 단순히 어떤 행위가 옳다는 그 이유로 말미암아 행하려는 의지이다.

\*\* 주관적 원리는 오직 각각의 주체나 행위자에게 그가 행위를 선택하는 원리로서 타당한 반면에 객관적 원리는 이성적 행위자가 이성에 의하여 자신의 욕구능력을 완전히 지배하게 되었을 때 비로소 따를 수 있는 원리이다.

도덕성을 소유하고 있다고 말하려면 반드시 인간은 선험적 자유를 받아들이지 않으면 안 된다.

도덕성에 관한 칸트의 논의는 헤르바르트에 의해 비판적으로 수용된다. 칸트는 도덕성과 그 선험적 조건들과의 관계를 논리적 관계로 파악하고 있는 반면에 헤르바르트는 그 관계를 인과적 관계로 파악하고 있다(이환기, 1998). 칸트에게 도덕성과 그 전제 조건들은 도덕성이 실현되었다고 보았을 때 필연적으로 있다고 보지 않으면 안 되는 선험적 관계에 있는 반면, 헤르바르트에 있어서 도덕성의 전제 조건들은 도덕성이 실현되기 위해서 실지로 충족되어야 할 인과적 관계이다.

헤르바르트가 보기에 도덕성에 관한 칸트의 선험적 주장은 인간의 의식과는 무관한 어떤 원인에 의하여 도덕성이 결정되는 결과를 초래하게 된다. 이러한 상황에서는 도덕성을 실현할 수 있는 교육이 들어설 자리가 없게 된다. 만약 도덕성의 선험적 논의만을 받아들인다면 학생의 인격 속에 도덕성이 저절로 나타나기를 기다리는 소극적인 태도 밖에 달리 방법이 없다. 헤르바르트가 보기에 칸트의 도덕성은 학생 자신과는 무관한 것에 의하여 결정되게 된다. 그러나 교육은 어떤 형태를 취하든 간에 개념상 교육은 인간의 형성과 관련이 있으며 실현 가능한 것이어야 한다는 것이 헤르바르트의 기본적인 생각이다. 교육이 학생의 도덕성을 함양하는 것을 가장 중요한 목적으로 삼고 있는 이상, 도덕성 또한 형성 가능한 것이어야 한다.

## 2) 헤르바르트의 도덕성 개념

헤르바르트는 칸트와 달리 도덕성을 다면적인 측면에서 파악하고 있다. 인간은 감각적인 존재인 동시에 교육을 통하여 이성적이고 도덕적인 존재로 변화한다. 헤르바르트는 교육의 목적이며 동시에 삶의 목적을 도덕성으로 규정하고 있다. 도덕성은 이미 학생의 마음 안에 내재해 있는 것이며, 인간 마음의 전체 구성요소이다.

“도덕성은 인간에게 자연적으로 주어진 능력이다. 도덕성은 생각, 상상력, 경향, 욕구 등과 마찬가지로 이미 학생의 영혼 안에 내재해 있는 것이다. 그러한 도덕성, 즉 선의지는 시간이 지남에 따라 성장하는 성격을 지니고 있다”  
(Herbart 1804, p.105)

도덕성의 첫 번째 전제 조건은 선의지이고 이 선의지의 가장 중요한 특징은 올바른 것에 대한 복종이며 복종은 언제나 명령에 대한 복종이다. 이때의 명령과

복종은 모두 자기 자신에 대한 명령이며 복종이다. 칸트는 복종의 논리적 가정으로서 보편법칙이라는 오직 한 가지 명령을 추론할 뿐이지만 헤르바르트에게 있어 보편 법칙은 명령의 내용이 아니라 명령의 형식이다. 헤르바르트에 의하면 명령과 복종 그 자체는 하나의 의지라는 점에서 볼 때, 도덕성의 문제는 결국 의지 문제로 귀착되며 의지는 그 전제 조건으로 선택의 자유를 상정하고 있다. 헤르바르트에서 인간은 선의지 오직 하나의 의지만을 가지고 있는 것이 아니라 다양한 의지를 가지고 있지만, 이것은 사고권에 바탕을 두고 있다. 사고권은 단지 개인의 생각을 모두 모아 놓은 것이 아니라 개인을 초월하여 다음 세대에 교육할 모든 내용을 모두 모아 놓은 생각의 총체이다. 사고권은 단지 눈에 보이는 인간과 자연뿐만 아니라 그것을 초월하여 인간이 이제까지 품어왔던 눈에 보이지 않는 세계에 관한 생각까지도 모두 포함한다. 다시 말해, 사고권은 지금까지 인류가 발견한 모든 지혜와 지식의 총체라고 볼 수 있으며 교육에 관한 모든 것을 결정하는 원천으로서 교육의 총체를 나타낸다(이환기, 1998)

“교육을 하고 받는 동안에 우리가 얻고자 하는 모든 것은 세계에 관하여 우리가 가지고 있는 사고권에 의해서 결정된다.”(Herbart 1804, p.78)

헤르바르트에 의하면 다면적 표상으로부터 다양한 의지가 나오며 의지는 표상의 결합으로 인한 총체적 작용에 바탕을 두고 있다. 도덕성은 다면적 표상으로부터 나오는 다양한 의지를 조화시키는 과정에 있어 선택의 자유가 필연적으로 관여하게 된다. 실제적인 자기통제와 타인에 대한 당위를 실행할 수 있는 가능성은 다면적 표상 사이의 상호협동에 기초한다. 인간은 다면적 표상에 바탕을 둔 다양한 의지 가운데 어느 하나를 선택할 수 있는 상태, 즉 선택의 자유는 사고권에 바탕을 두고 있다(崔燭燮, 1987). 헤르바르트의 논의를 정리해 보면, 다면적 표상이 다양할수록 선택의 자유는 넓어지고 다면적 표상이 조화될수록 선택의 자유가 올바르게 행사될 가능성 역시 높아진다. 헤르바르트에 있어 다양한 의지를 조화시키는 문제는 다면적 표상을 조화시키는 문제와 연결되어 있기 때문에 다면적 표상이 조화를 이룬다면 다양한 의지는 당연히 조화를 이루게 된다. 다양한 표상이 조화를 이루고 있을 때, 다양한 의지는 조화를 이루게 되고 사고권에 바탕을 둔 선택의 자유가 올바르게 행사되기 때문에 올바른 도덕성이 형성된다. 헤르바르트가 인간 마음의 총체적 활동을 표상의 형성으로 설명하려고 하였다는 점에 비추어 볼 때, 도덕성과 그 형성 또한 표상에 바탕을 둔 사고권으로 설명하려고 하였던 점은 당연하다. 도덕성의 형성은 결코 표상의 형성과 별도로 이루어질 수는 없다. 한 개인의 도덕성은 그가 가지고 있는 사고권에 바탕을 두고 있으며, 다양한 표상이 조화롭게 결합될 때 비로소 사고권은 도덕적 영향을 발휘하게

된다.

## 2. 도덕성 함양을 위한 수학교육

### 1) 도덕성 함양을 위한 수학교육의 단계

헤르바르트는 쾨니히스베르크 대학에서 교육학 강의뿐만 아니라 사범대학을 설립하고 교육의 목적인 도덕성을 구체적으로 실현하기 위하여 수학과 고전 수업으로 교사교육을 위한 세미나를 최초로 시도하였다. 도덕성은 정신 작용의 일부 분이나 특수한 태도가 아니라 마음과 인격의 전체적인 성숙이다. 특히 수학은 자연현상을 관찰하여 자연법칙의 이해에 초점을 두고 고전은 인간적 공감을 개발하기 위한 것에 초점을 두었다(Boyd, p.507). 여기서 헤르바르트가 도덕성의 실현을 위한 교육의 두 가지 과정으로서 수학과 고전을 강조하였다는 것은 주목할 필요가 있다. 수학과 고전이라는 코스가 마련된 것은 헤르바르트가 자연현상의 관찰을 훈련하고 인간적 공감을 개발하여 교육의 목적인 도덕성을 실현하기 위한 구체적인 교육과정이라고 할 수 있다. 고전 공부를 통해 학생들은 도덕적 판단과 관념이 보다 명확해질 수 있지만 그것만으로 교육의 목적을 실현하기에 부족하다. 헤르바르트가 도덕성을 실현하기 위해서 사범대학에서 시범수업을 한 교과는 수학이다(Boyd, 1964, p.507).

“수학은 자연 현상과 법칙 모두를 통각하기 위한 정신적 기초를 제공한다. 이는 지적인 교육뿐만 아니라 도덕 교육을 위해서도 매우 중요하다. 인간은 일단 배워 자연을 알게 되면 곧 자신을 자연의 일부로 보고 살아간다. ... 수학이 부과되지 않으면 자연의 법칙성을 스스로 생각하게 되지 않는다(Herbart 1896, p.83)”

헤르바르트는 자연의 법칙에 대한 지식이 도덕적 인간을 형성시키는데 빠질 수 없는 것이라 보고 있다. 인간이 자연의 법칙을 이해하지 못한다면 도덕적 관념은 공허하며 도덕적 인간을 형성시킬 수 없다. 자연의 법칙을 이해하고 자연이 법칙을 따르고 있다는 사실은 다른 어떤 지식보다도 수학에서 보다도 잘 배울 수 있다. 수학은 도덕성 함양을 위한 모든 교과 중에서 가장 강조되어야 할 교과이며 가장 중요한 지식이다. 수학은 자연의 법칙뿐만 아니라 또한 인간의 사고의 본질과 가장 밀접한 관련이 있다.

“수학은 가장 완전하고 준비가 잘된 지식 분야 일 뿐만 아니라 인간 사고

의 본질과 가장 밀접한 관련이 있다(Herbart 1896, p.144)

특히 주목할 필요가 있는 것은 헤르바르트가 교육의 목적으로서 도덕성의 함양을 위하여 수학교육 과정을 대략적으로 밝히고 있다.

“8, 9, 10세의 수학에서 직관의 ABC가 형성되어야 하고 매일 일정한 시간 동안 교수되어야 한다. 12,13,14세의 기간에는 직관의 ABC가 잘 갖추어진 학생에게 산술과 기하, 삼각법을 충분한 시간을 두고 지도해야 한다. 마지막으로 18, 19, 20세 수학교수는 수학을 삶에 적용하고 구현하여 정신 도야를 위해 주의 깊고 완벽하게 공부하여 완성해야 한다. 수학 그 자체를 고려하면서 동시에 교육적인 관점에서 수학을 사용하여 인식 주체의 문제와 관련하여 다루어져야 한다. 학생의 주체적인 정신적 도야의 필요성에 집중하는 것이 중요하다(Herbart 1896, p. 160)”

헤르바르트가 교육의 목적인 도덕성을 실현하기 위해 수학교육에서 어떻게 구체화시켰는지를 그의 교육학 강의에 내용을 가지고 재구성해 볼 필요가 있다. 헤르바르트는 교육의 목적인 도덕성의 함양을 위한 수학교육 과정을 발달 시기에 따라 3단계로 구분하고 있다. 가장 먼저, 수학에서는 직관의 형성이 강조되어야 하는 단계이고 대략 초등수학이 여기에 해당된다고 할 수 있다. 다음으로 수학적 개념이 강조되어야 하는 단계로서 중등수학이 여기에 해당된다고 할 수 있다. 마지막으로 인식 주체의 정신적 도야를 강조하는 단계로서 대략 고등 수학에 해당된다. 각 단계는 수학 그 자체뿐만 아니라 수학을 통하여 인식 주체의 문제를 동시에 고려해야 함을 헤르바르트는 강조하고 있다. 그러므로 헤르바르트의 교육의 목적인 도덕성의 실현을 위한 수학교육의 단계를 다음과 같이 제시할 수 있다. 1단계 직관의 ABC, 2단계 관념으로서의 표상, 3단계 수학의 도덕적 의미를 강조하는 단계로 도덕성 실현을 위한 수학교육 과정으로 구분해 볼 수 있고 각 단계들을 다음과 같다.

1단계, 직관의 ABC가 강조된다. 헤르바르트는 초기에 직관ABC의 훈련을 위한 교육적 가치를 강조한다. 수학은 사고력의 도야뿐만 아니라 정신 도야를 위한 유용하다. 헤르바르트에 있어 직관의 ABC는 직관을 도야하여 수학 교육을 돕고 준비하는 것이다.

“수와 도형은 우리의 원천적인 인식의 중심에 있다. 측정하기와 계산하기는 첫 번째이며 피할 수 없는 기초이다. 그것은 페스탈로찌가 말하는 직관의 ABC와 곧바로 관련된다. 도형은 오직 도형으로서만 어떻게 체계적으로 연구될 수 있는가? 우리는 모든 시대의 위대한 정신이 형의 통각을 향해 수행해

왔던 모든 것을 하나의 위대한 수학으로 모았음을 알고 있다. 그래서 무엇보다도 교육학이 헛된 노력으로 지쳐 버리는 위험에 처하지 않으려면 바람직한 목적을 위하여 먼저 수학에서 그 보물을 찾아야만 할 것이다.(Herbart 1896, p.143).”

즉각적인 마음의 작용인 직관으로 인식 주체는 먼저 사물의 형을 지각한다. 헤르바르트는 모든 형태의 기본이 삼각형이며 모든 지식이 기초하는 개념이 된다고 생각한다.

“점은 형을 목적으로 해서도 추도를 목적으로 해서도 아무 것도 나타내지 못한다. 두 점이 만들어 내는 직선은 그들 사이에 명확한 방향, 거리, 직선을 갖는다. 그러나 모든 직선은 그것이 길든지 짧든지 그 형은 모두 같다는 점에서 아직 형은 없다. 형은 세 점의 결합에 의한 삼각형에서 가장 최초의 단순한 방식으로 생겨난다. 네 점 이상이 결합되면 세 점에 의한 이전의 결합에 의해 만들어 질 수 있다. 따라서 세 점에 의한 결합, 삼각형은 보다 더 복잡한 형태의 기본적인 구성으로 간주된다.(Herbart 1896, p.173)

형의 직관은 삼각형을 기본으로 하여 수학적 관념으로서의 표상을 구성한다. 인간은 가장 먼저 표상을 가질 수 있고 이 표상들 속에서 사고를 형성한다. 이 표상들은 흥미에 의해서 자발적으로 촉발된다. 표상은 흥미와 결부되고 흥미와 사고권은 표상을 통해 서로 연관된다. 표상이 다양한 흥미를 형성할 때 도덕 교육에 연결될 수 있다. 다면적 흥미의 형성은 사고권의 형성과 연관된다. 한 개인으로서 학생은 개인을 초월해 있는 사고권에 곧바로 접근할 수 있는 것이 아니라 수학 교육을 통해 사고권은 내면화 된다.

2단계, 관념으로서의 표상이 강조된다. 수학적 관념은 그 나름대로 독특한 표상을 가지고 있으며 그 만큼 사고권의 특정한 측면을 드러낸다. 수학 수업이 사고권을 형성을 기반으로 할 때 그 목적인 도덕성과 연결될 수 있다. 사고권을 형성하는 수학 교육은 단지 지식이나 기능의 습득만을 목적으로 하는 것이 아니라 이를 통한 정신의 도야와 인격의 도야를 궁극적인 목적으로 삼고 있다. 헤르바르트는 공간적인 형태나 측정활동에서 시작하여 모든 형태를 삼각형으로 분석하여, 삼각형에서 각의 크기에 따른 변의 길이의 비를 측정하여 삼각비를 학생 스스로 작성하게 하고 삼각형 문제의 풀이에 적용하는 과정을 거치게 함으로써 삼각형에 대한 수학적 관념으로서의 표상을 형성하도록 하고 있다.

“수학은 다양한 관찰의 사실을 확정한다. 이는 우리로 하여금 삼각형의 존재와 그 가능성에 의해 모든 형태를 파악하도록 한다. 이러한 삼각형의 수학은



실제로 직선들과 점들에 의해 직관하는 사과의 경향에서 비롯된다. 즉, 직선은 점들 사이의 거리를 나타내고 삼각형이 모든 구성요소들은 실제로 그 끝점의 위치와 관련된다. 눈에 의해 직관된 표상이나 그 윤곽선은 실제로 삼각형으로 나타난다. 즉, 삼각형을 이루는 직선은 우리의 눈에 의해 확실히 보장된다. 형태의 구성은 삼각형에 정통해짐으로 아주 큰 공간에 까지 확장되며, 또한 아주 작은 형태 역시 표현된다. 삼각형의 한 변의 증가하는 비율만큼 다른 두 변이 증가됨으로, 형태가 전혀 변하지 않고 또 다른 크기를 표현할 수 있다. 이와 같이 형태의 직각은 두 개의 삼각형을 인접시키는 것과 같이 무한히 많은 삼각형을 인접시키는 것으로 볼 수 있다. 물론 무한히 인접시키는 삼각형을 우리의 눈에는 더 이상 직각되지 않을 지라도 말이다.(Herbart, 1802, pp. 177)”

대상의 형태를 결정하는 각의 크기와 길이의 비율을 가지고 헤르바르트는 직관과 개념의 관계를 설명한다. 각의 크기를 직관함으로써 길이의 비율이 수학적 상상력에 의해 형성되기 때문에 이를 돕기 위하여 헤르바르트는 학생들에게 각의 크기에 따른 길이의 비율을 나타내는 표를 작성하도록 하였다. 이를 위하여 직각삼각형에서 시작하여 작은 것에서부터 큰 것으로 측정하는 것이 직관적으로 가장 자연스러운 순서이다. 직각삼각형을 통해 예각에 대한 삼각비를 표로 만들도록 하였고, 일반적으로 모든 삼각형은 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선에 의해 두 개의 직각 삼각형으로 분해하여 직각 삼각형의 삼각비를 이용함으로써 일반 삼각형에 대한 표를 학생들에게 작성하도록 하였다(Herbart 1896, p.248).

“삼각형은 일반적으로 직관의 기본 도형이다. 특히 다른 모든 삼각형을 결정하는 기본적인 삼각형은 직각삼각형이다. 그것은 삼각법의 기본 개념을 제공한다. 그로부터 수학적 상상력을 생성시키고 오성에 이르는 예비적 훈련을 제공받으며 전 지식에의 흥미를 자극받을 수 있기를 기대한다(Herbart 1896, p. 179)”

직관과 수학적 개념을 연결시키는 것은 수학적 상상력이다. 수학적 상상력을 통해 형으로부터 양을 확대하거나 축소할 수 있게 만든다. 이를 위해서 헤르바르트는 도형을 그리게 하거나 학생들 스스로 표를 작성하도록 하고 동일한 형에 대한 다양한 크기의 표상을 가지고 도형으로부터 수로 전이될 수 있도록 하였다. 이를 위하여 헤르바르트는 삼각형과 삼각법에 있어 주의 깊은 관찰과 탐색을 강조하였고 이를 바탕으로 수학적 상상력을 생성시키고 오성의 훈련과 전 지식에 대한 흥미를 자극할 수 있기를 기대하였다.

“법칙을 표현함에 있어 수학적 상상력이 강조되어야 한다. 초기에 습관화된 이러한 수학적 상상력은 아주 빨리 일반적 개념으로 발전되고 다른 종류의 교수에 있어 대한 한 영향을 미친다. 이는 수학 전체에 대한 강한 열망을 일으킨다. 그리고 오성과 관련된 수학은 정신도야의 목적을 이루는데 있어 가장 중요하며 실제로 그렇게 되어야 한다. 또한 어떤 사건에 대한 수학적 분석은 그 자신에게 확신을 주는 좋은 길이다. 수학적 정리를 증명하기 위한 분석은 주어진 개념에서 자신의 풀어야 하는 개념을 추론하여 이끌어 낸다는 점에서 내적 필요성을 충족시키기 때문이다. 교육에서의 중요한 힘의 하나로서 수학에 대한 더욱 큰 믿음을 호소하는 것이 필요하다고 나는 느낀다. (Herbart 1802, pp. 162-165)”

도덕성 함양을 위한 수학교육의 인식론적 시작은 표상에서 출발한다. 경험적 직관에 따른 감각인상이라는 의미보다는 교과 내용을 강조한 것이 표상이다. 수학은 감각인상이 아니라 관념으로서의 표상으로 이루어져 있다. 감각인상은 실물에 한정되지만 표상은 실물을 대상으로 한 인식주체의 관념이므로 수학을 이루는 교과 내용은 관념으로서의 표상이라 할 수 있다. 수학 교육은 직관을 통한 관념으로서의 표상을 형성시키는 과정이며 동시에 관념으로서의 표상에 의해서 경험적 직관에 의미를 부여하는 과정이라 할 수 있다.

헤르바르트가 감각인상이 아닌 표상을 강조한 것은 인류의 지적 유산으로서의 수학이 감각인상이 아닌 관념의 형태를 이루고 있다는 점을 강조하기 위한 것이라고 생각된다. 인류의 지적 유산으로서 수학을 생각해 본다면 수학 교육에서 감각 인상이 필요 없는 것은 아니지만 근본적으로 수학 교육의 인식론적 내용을 이루는 것은 관념으로서의 표상이라 할 수 있다. 만약 수학교육에서 감각 인상을 강조하게 되면, 경험에 치우친 나머지 수학적 개념을 소홀히 취급하게 되어, 결국 관념으로서의 표상을 도외시하는 결과를 초래할 수도 있다.

도덕성 함양을 위한 수학교육에서 학생이 배워야 할 내용은 수학적 지식 속에 들어있는 관념으로서의 표상들이다. 학생이 도덕성 함양을 위해 수학을 배운다는 것은 수학 교과 속에 들어 있는 관념으로서의 표상을 배운다는 의미이며 수학 교과 속에 들어 있는 관념으로서의 표상은 인간의 마음이 가장 이상적이며 조화로운 통일을 이루는 총체로서의 관념을 이룬 상태라고 할 수 있다.

3단계, 수학의 도덕적 의미가 강조된다. 수학교과 속에 있는 관념으로서의 표상은 또한 다면적 흥미를 자극하여 교육의 목적인 도덕성을 실현 할 수 있도록 해야 한다. 수학교육의 목적인 도덕성의 실현을 위해서 수학교육의 도덕적 의미를 강조해야 할 필요가 있다. 수학 교육의 진정한 가치는 지적 교육에 그치는 것이 아니라 도덕적인 인간을 양육하는데 있다. 지적 교육이 인격 형성에 영향을 미치려면 다양한 표상의 통일적 파악과 수학적 관념의 내면화가 이루어 져야 한다.

헤르바르트에 따르면, 새로운 개념이 관련된 이전의 개념에 의하여 의미와 성격을 부여받는 과정에 의존하는 깊은 흥미와 마음이 성숙한 경지에 도달하여 진정으로 도덕적인 상태를 이룰 수 있는 조화로운 다면적 흥미를 육성해야 한다. 특히, 직관과 관련된 경험적 흥미와 수학적 관념과 관련된 사변적 흥미의 육성이 필요하며 무엇보다도 도덕성 함양을 위해서 심미적 흥미와 세계에 대해 심미적으로 표상하는 것을 강조하는 것이 중요하다(한대희, 2000). 헤르바르트에 있어 수학은 자연 현상과 자연 법칙을 이해하기 위한 기초이며 지적인 교육뿐만 아니라 도덕 교육을 위해서도 중요하다. 헤르바르트는 수학 수업에서 수학적 지식에 대한 심미적 흥미와 수학의 도덕적 의미를 강조한다. 학생들은 수학적 지식을 통해 여러 가지 자연 현상을 설명하는 원리나 법칙을 탐구하면서 그 현상의 궁극적인 목적과 의미가 무엇인지를 성찰해 보거나, 심미적 흥미와 수학의 도덕적 의미를 놓치지 않도록 주의해야 하고 교사는 수학적 지식을 지도하면서 그 도덕적 의미를 드러낼 수 있어야 한다. 이를 위하여 도덕성 함양을 위한 구체적인 방안은 수학 수업내용과 목표에 대한 명확한 이해와 도덕성과 관련된 목표와 내용에 대한 제시 그리고 수학 수업내용에서 도덕성과의 어떻게 연결되는지 이해하는 것을 기본 요소로 갖추고 있어야 한다. 수학 교육에서의 도덕성 함양을 위한 구체적인 방안은 수학 교사가 학생들로 하여금 도덕성과 수학의 통합 과정을 드러내는 데에 중점을 둔다.

## 2) 수학의 도덕적 의미와 그 구체적 방안

수학교육의 도덕적 접근이 이루어지기 위해서는 먼저 교사가 수학교과에 대해 도덕적 관점에서 해석하는 일이 선행되어야 한다. 수학교과에 대한 도덕적 해석이 가능한 교사는 수학 수업시간에 도덕에 관련된 정보나 이야기를 별도로 언급하지 않더라도 그가 전달하고자 하는 가치들이 잠재적으로 혹은 암묵적으로 학생들에게 전달될 수 있을 것이다. 그럼에도 불구하고 수학교과에 대해 도덕적 관점에서 해석하는 일을 다음과 같이 생각해 볼 수 있다.

교과로서의 수학은 자연과 세계를 파악하는 구조이다. 수학은 자연과 세계 속에서 출발하며 동시에 자연과 세계를 파악할 수 있다. 학생들은 수량과 공간을 자연과 세계 속에서 자연스럽게 경험하면서 그 질서와 구조를 배울 수 있으며 수학의 체계로 인해 기쁨을 느낄 수 있고 동시에 수학 내용 속에서 그 법칙을 발견할 수 있다. 수학적 기호와 상징들은 자연과 세계의 질서와 법칙을 이해하는데 많은 도움을 준다. 수학적 기호와 상징은 인간의 모든 사상과 지식이 자연과 세계의 질서와 법칙을 이해하고 서로 교통하는 것임을 생각한다면 매우 의미 있게 작용한다. 만약 수학을 통하여 자연과 세계의 질서와 법칙을 이해하지 못하거나

그 아름다움을 보지 못하고 자신의 욕심을 위해 수학을 악용한다면 여러 가지 도덕적 문제들을 가중시킬 수 있다. 수학적 체계는 그 자신의 완전함을 스스로 증명할 수 없음에도 불구하고 수학은 자연과 세계를 설명할 수 있으며 그것을 더욱 잘 설명하고 드러내기 위해서 수학은 변할 수 있고 수정되고 보완될 수 있다. 학생들은 교과로서의 수학을 배움으로써 자연과 세계의 구조와 질서를 이해하고 그 놀라운 구조와 법칙의 아름다움에 경외심과 기쁨을 가질 수 있기 위하여 수학은 자연과 세계를 경험할 수 있는 현실적 문맥과 연관하여 가르쳐야 한다. 수학적 논리와 증명은 학생들로 옳고 그름에 대한 판단을 명확하게 인식할 수 있도록 도울 것이며 기하학 역시 자연과 세계에 대한 패턴과 표현을 배우게 할 것이며, 대수 역시도 인내심과 정확성에 충실해야 한다는 것을 가르쳐 줄 것이다.

수학교육의 도덕적 접근을 위한 구체적인 방안을 다음과 같이 생각해 볼 수 있다. 첫째, 수학을 배움으로서 학생들에게 형성되어야 할 도덕적 태도를 알아볼 필요가 있다. 수학교육을 통해 학생들에게 형성되어야 할 도덕적 태도는 유한한 인간이 수학적 추론을 통해서 자연과 세계의 구조 속에 내포되어 있는 아름다움을 느끼는 심미성, 논리적이고 합리적이며 정확한 사고력과 규칙을 발견하고 일반화 할 수 있는 능력, 자연 현상을 추상화하고 상징화하는 능력, 추상적인 것을 구체화하는 능력, 추론하는 능력, 창의성과 엄밀성 그리고 정확성, 자신의 한계를 극복하고 문제를 해결하는 인내심과 성실함, 문제해결을 통한 성취감 그리고 발견의 기쁨, 공동으로 협력하여 문제를 해결하는 협동심과 나눔의 심성, 자연과 세계에서 수학적 원리를 발견하고자 하는 능력, 수학의 경이로움, 진리에 대한 믿음과 자신의 오류를 인정하는 겸손함, 인류 문화로서의 수학에 대한 역사성과 실생활에서 수학적 활용능력, 다양한 풀이방식을 추구하는 다양성과 질문을 계속 제기하는 열정이 학생들에게 형성되어야 할 도덕적 태도라고 할 수 있다.

둘째, 수학교육에 대한 도덕적 인식의 변화가 요청된다. 수학교육에 대한 도덕적 관점은 학생들의 계산 능력이나 수학적 성취도의 문제보다는 수학을 통한 인성 교육이 더 중요한 문제라는 인식의 변화가 수반되어야 한다. 학생들에게 자연과 세계의 정확한 구조에 대한 경외감과 그 아름다움을 느끼는 경험을 바탕으로 수학을 공부하면 할수록 자연 속에 존재하는 놀라운 구조와 패턴과 그 작용들에 대한 경외감을 느끼게 된다. 정다면체의 구조나 황금비, 그리고 함수 등을 학습하는 과정을 통하여 학생들이 우주와 세계에 경외심을 느낄 뿐만 아니라 그 아름다움을 감상하고 기쁨을 누릴 수 있다면, 학생들은 수학에서 드러나는 신비에 대한 경외와 기쁨을 통해 수학적 지식이 인격에 통합될 수 있을 것이다.

셋째, 수학의 실제적인 측면과 추상적인 측면을 모두 다루어야 한다. 기존의 수학교육은 추상적이고 엄밀한 논증을 강조하여 계산능력과 논리적 분석 능력만을

중시하는 경향이 있다. 수학은 실제적이고 현실적인 맥락에서 출발한다는 점에서 학생들이 실제적으로 체험하고 느낄 수 있는 수학 내용과 활동이 필요하다. 방정식과 함수를 일상생활에서 활용하면서 그 개념을 배우고 삼각함수의 유용성과 로그의 편리함을 발견하면서 그 개념을 배우는 가운데 학생들은 다양하고 적절한 상황에서 수학을 사용하는 경험을 할 수 있다. 이러한 경험은 다양한 상황 속에서 적용 가능하며 학생들은 수학의 가치를 경험하게 되고 그것을 배워야 하는 필요성을 다시 한 번 생각하게 될 것이다. 학생들은 수학의 가치를 음미하고 자기 자신의 인격에 대해 또다시 성찰할 기회를 가질 수 있다.

넷째, 수학교육에서 통합교육이 지향되어야 한다. 교과목들 간의 수평적인 통합뿐만 아니라, 이와 더불어 수학교육에서의 도덕성 함양을 위해서는 수학의 각 단원과 도덕성과의 수직적 통합도 충분히 고려되어야 한다. 수학과 도덕성의 통합은 단지 윤리과목 속에 있는 지식과 수학의 내용을 통합하는 것이 아니라 수학의 내용이 가지는 도덕적 의미와 가치를 새롭게 조명하는 것이다. 이 과정에서 교사는 수학의 도덕적 의미와 가치로 조명한 결과가 반드시 새로운 무엇이 되어야 한다는 생각으로 단순히 인위적인 조작으로 극단적인 교수현상이 일어나지 않도록 주의할 필요가 있다. 교사의 도덕적 안목에 따른 진정한 마음에서 우러나오는 자연스러운 통합이 이루어져야 한다.

다섯째, 개별학습과 협동학습의 조화를 지향해야 한다. 교과서의 예제와 연습 문제 풀이 위주의 수학 학습은 자칫 잘못하면 개인주의적인 삶의 방식을 조장한다. 각기 모든 학생들은 특별한 도덕적 존재들이다. 그 중의 어떤 사람은 다른 사람보다 좀 더 논리적이고 분석적일 수 있는 반면에, 다른 어떤 사람은 직관적이고 종합적인 능력이 뛰어날 수 있다. 그 두 학생이 같은 교실에서 배울 경우 각각의 학생이 가지고 있는 개인적인 경향에 따라 개별화된 수업을 하면서 자신의 재능을 충분히 발휘할 필요가 있으나 동시에 다른 사람과의 협동하는 방법과 자신이 가지고 있는 재능을 다른 사람들을 위하여 사용하는 방법을 배우도록 해야 한다. 이러한 개별학습과 협동학습의 조화가 수학 교육에서 이루어질 때 한 사람의 소외됨이 없이 자신이 가지고 있는 재능을 계발하면서 동시에 그것을 통하여 다른 사람을 배려하며 더불어 살아가는 도덕적 삶을 배우게 될 것이다.

### III. 결론

수학 교육이 어떠한 목적으로 학생을 인도하는 과정이라면 수학 교육은 비도덕적 행위라고 할 수 없다. 수학교사는 명시적이든 암시적이든 학생들에게 도덕성을 드러내고 전달하고 있다고 보아야 한다. 이러한 점에서 수학 교육은 결코 도

덕성과 무관할 수 없다. 수학 교육의 가치와 목적은 궁극적으로 도덕적 대담을 요구하는 질문들이다.

헤르바르트의 교육학에 비추어 본다면 수학교육의 목적 역시 도덕성이라고 말할 수 있다. 도덕성이 수학 교육의 최고 목적이 될 수 있는 것은 그것이 인간의 최고 목적을 나타내기 때문이다. 헤르바르트의 교육학에 비추어 본다면 수학교육의 모든 세부적인 목적들을 포괄하는 하나의 목적은 도덕적 인간을 만들어내는 것이라고 표현할 수 있다. 수학교육의 목적이 도덕성 함양을 추구하는 한 수학교육에서의 도덕성에 대한 명확한 이해와 수학교육과 도덕성의 통합의 필요성에 대한 분명한 이해가 전제되어야 한다.

수학적 개념과 도덕성의 연결에서 도덕성은 내용이 아닌 목적의 지위를 가진다. 도덕성은 도덕적 문제의 사태에 적용될 수 있도록 주어진 행위 규범뿐만 아니라 수학 교육적 실천을 통해 도달해야 할 목적이다. 수학교육의 도덕적 의미는 수학적 법칙을 탐구하는 활동을 통해 온전히 드러나는 것이며 그것은 수학을 배우는 것 자체가 도덕적 인간을 형성한다는 의미이다. 도덕성이 수학교육의 목적이라면 모든 수학적 개념에는 도덕적 의미가 표현되어 있어야 하며 수학교육은 그 목적인 도덕성에 도달하고자 하는 것으로 해석될 수 있다. 수학교육의 도덕적 해석은 수학 교육에서 그 목적인 도덕성을 중심에 두고 수학의 본질과 실재를 알아가며 각각의 수학적 개념에 대한 하나의 통합적 관점을 형성하는데 기여할 수 있다. 이를 위하여 자연과 세계에 대해 수학적으로 사고할 수 있는 능력뿐만 아니라 수학 교육의 도덕적 가치를 부여할 수 있어야 할 것이다. 수학교육이 도덕적 의미를 지니고 있다는 것은 수학을 배우으로써 끊임없이 인격을 함양 하는 것과 연관되어 있어서 도덕성은 모든 수학 교육적 활동과 결코 분리할 수 없다. 도덕성은 수학교육을 계속 비추어 보는 기준이라는 관점에서 도덕성 함양을 위한 수학교육은 인성 함양과 동시에 자기 성찰의 기회를 줄 수 있다.

오늘날의 수학교육은 학생들의 창의력 신장뿐만 아니라 인성 교육을 위한 도덕적 가치와 의미를 밝히는 데도 초점을 두어야 한다. 현재 올바른 수학교육의 목적을 추구하고 실천하는데 있어서 수학교육에서의 도덕성에 관한 논의는 현재의 수학교육을 반성할 수 있는 기회와 올바른 방향을 잡는데 기여할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- [1] 권낙원, 헤르바르트 교수이론이 교실수업 실체에 주는 함의, 한국교원대학교 대학원, 석사학위 논문, 2009.

- [2] 김창환, 헤르바르트: 실천으로서의 교육학, 서울: 문음사 2002 .
- [3] 우정호, 수학 학습-지도 원리와 방법, SNU-PRESS, 2010
- [4] 이환기, 헤르바르트의 교수이론, 서울 교육과학사 1998.
- [5] 임태평, 헤르바르트의 과학적 교육학 개념, 교육사상연구 2009, 23권 2호
- [6] 한대희, 인간교육으로서의 수학교육, 서울대학교 박사학위논문. 2000.
- [7] 崔熔燮, 헤르바르트의 교육학의 성립과정에 대한 연구, 전남대학교 박사학위 논문 1987.
- [8] Boyd, William, The History of Western education, 1964, 李烘雨, 朴在文, 柳漢九 共譯, 西洋教育史, 教育科學社, 1983.
- [9] Jacobs, H. R. Mathematics, A Human Endeavor : A Textbook for Those Who Think They don't Like the Subject. Freeman and Company, 1970.
- [10] Herbart, J, F, Eckoff W.J (trans) The Ideal of Pestalozzi, ABC of sense-perception, New York D. Appleton and company 1802,
- [11] Herbart, J, F, Pädagogische Schriften. hg. von Walter Asmus. Stuttgart.1891. 김영래 (역), 일반교육학, 서울 ; 지만지 2008.
- [12] Herbart, J, F, Herbart's ABC of sense-perception and minor pedagogical works, Eckoff (translated) New York D. Appleton and company(1896)
- [13] Carl J. Posy, Kants philosophy of mathematics : modern essays, edited Dordrecht ; Boston : Kluwer Academic Publishers, c. 1992
- [14] Kant, I. Critique of pure reason, translated by P. Guyer and A. Wood, The Cambridge Edition of the works of Immanuel Kant, Cambridge. 1998
- [15] Kant, I. 『순수이성비판』 (최재희 역). 서울: 박영사. 1972
- [16] Piaget J. Psychology and epistemology: towards a theory of knowledge. A. Denoël, Rosin, (Trans.). New York: Penguin Books.1977

Yu Chung Hyun

Department of Mathematics Education

Hannam University

Daejeon 306-791, KOREA

E-mail address: yuch007@naver.com