

유압 베인 펌프에서의 탄성유체윤활 해석 Elastohydrodynamic Lubrication Analysis in Hydraulic Vane Pump

박태조^{1*}

T. J. Park

Received: 9 May. 2013, Revised: 13 Aug. 2013, Accepted: 15 Aug. 2013

Key Words : Vane Pump(베인 펌프), Cam Ring(캠링), Vane(베인), Elastohydrodynamic Lubrication(EHL : 탄성 유체윤활), Minimum Film Thickness(최소유막두께)

Abstract: Hydraulic vane pumps are widely used in various hydraulic systems because of its compactness and light weight. It is well known that the vanes and cam ring are separated by very thin liquid films which result in the EHL state. Contrary to the case of cylindrical roller bearings, the inlet and side boundary pressures are much higher than the atmospheric pressure. In this paper, a numerical solution of the EHL of finite line contacts between the cam ring and vane tip with profiled ends is presented. Using a finite difference method with non-uniform grids and the Newton-Raphson method, converged solutions are obtained for moderate load and material parameters. The EHL pressure distribution and film shape are considerably affected by pump delivery pressure and the side boundary condition applied. Both the maximum pressure and the minimum film thickness always occurred near the edge regions. The present results can be used in the design of optimum vane profile in hydraulic vane pump.

기호 설명

c : $y=0$ 에서의 탄성접촉반폭

d : 탄성접촉부 길이

$D_{i,j,k,l}$: 무차원 영향계수, $\bar{D}_{i,j,k,l}/R$

$\bar{D}_{i,j,k,l}$: 탄성변형량 계산에 사용되는 영향계수

E : 등가탄성계수, $2/E = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$

G : 무차원 재료변수, αE

h : 유막두께

H : 무차원 유막두께, h/R

p : 압력

p_{in} : 해석영역 입구부 압력

P : 무차원 압력, p/E

R : 베인 선단의 곡률반경 (Fig.2 참조)

R_d : Dub-off 반경 (Fig.2 참조)

R_d^* : 무차원 Dub-off 반경, R_d/R

u : 베인 선단부 속도

U : 무차원 속도변수, $\eta_o u/ER$

x, y : 운동방향 및 길이방향 좌표계

X, Y : 무차원 좌표계, $x/R, y/R$

y_d : 프로파일링 위치 (Fig.2 참조)

Y_d : 무차원 프로파일링 위치, y_d/R

w : 베인에 작용하는 하중

W : 무차원 하중변수, w/ER^2

α : 유압유의 압력-점도 지수

η : 무차원 점도, $\bar{\eta}/\eta_o$

η_o : 대기압 상태에서의 유압유 점도

$\bar{\eta}$: 유압유의 점도

ρ : 무차원 밀도, $\bar{\rho}/\rho_o$

ρ_o : 대기압 상태에서의 유압유 밀도

$\bar{\rho}$: 유압유의 밀도

* Corresponding author: tjpark@gnu.ac.kr

1 School of Mechanical Engineering, Engineering Research Institute, Gyeongsang National University, Jinju 660-701, Korea
 Copyright © 2013, KSFC

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서론

각종 유압장치에서 사용되는 대표적인 펌프중의 하나인 베인 펌프(Vane pump)는 로터의 회전에 따라 반경방향의 슬롯(Slot)에 설치된 베인(Vane)과 캠링(Cam ring) 사이의 용적변화를 이용하여 고압의 유체를 생성한다.¹⁾ Fig.1은 베인 펌프의 핵심구성부품인 캠링, 로터 및 베인이 조립된 상태에서의 사진으로 곡률반경이 작은 베인 선단부는 토출압과 원심력의 작용으로 항상 캠링 내면과 밀착상태를 유지하고 있다. 이 결과, 베인과 캠링 사이는 윤활작용으로 발생하는 유체압력에 의해서 윤활면이 국부적으로 탄성변형됨과 동시에 유압유의 점도가 지수함수적으로 증가하는 점이 특징인 탄성유체윤활(Elastohydrodynamic lubrication : EHL) 상태로 운전되고 있다. 이러한 EHL은 아주 작은 면적을 통하여 고하중을 전달하는 기계요소인 볼 및 로울러 베어링, 각종 기어 및 캠기구 등에서 주로 발생하는 윤활영역으로 부품의 상대운동면은 아주 얇은 유막으로 분리되어 운전된다. 따라서, 베인 펌프의 효율과 내구수명을 향상시키기 위해서는 설계사양과 운전조건에 따른 정확한 윤활상태의 파악이 필요하며 이를 위해서는 EHL 해석이 요구된다.

1959년에 Dowson & Higginson²⁾에 의해서 EHL 문제에 대한 최초의 수치해석결과가 제시된 이후, 지난 반세기 동안 이에 대한 연구가 집중적으로 수행되었다. 하지만 무한한 길이의 선접촉문제이거나 볼 베어링에서와 같은 타원접촉문제³⁾가 대부분이며, 로울러 베어링에서와 같은 점접촉길이 유한한 선접촉문제에 대한 연구는 극소수에 불과한 실정이다.⁴⁾ 특히, Optical interferometry를 사용한 Wymer & Cameron⁵⁾의 실험결과, 로울러의 길이방향 프로파일에 따라서 양단부에서 발생하는 최소유막의 크기는 큰 차이를 보였다. Mostofi & Gohar⁶⁾는 프로파일링(Profiling)한 로울러의 EHL 문제를 처음으로 수치해석하였지만 해석과정이 시행착오적일 뿐만 아니라 결과가 물리적으로 타당하지 않았다. Park & Kim⁷⁾은 불균일한 격자계를 채용한 유한차분법과 뉴우튼-랩슨(Newton-Raphson) 방법을 적용하여 동일한 문제를 체계적이고도 정확하게 수치해석하였다.

한편, 로울러 베어링 등의 경우와 동일하게 베인 펌프에서도 점접촉길이 유한한 선접촉 EHL 문제가 발생하지만 이에 대한 해석결과는 아직 제시되지 않고 있다. 특히, 해석영역의 주변이 대기압상태이고 측

면누설(Side leakage)이 발생하는 로울러 베어링의 경우와는 달리 입구부에는 고압이 작용하고 측면방향으로의 누설도 극히 제한되는 사실도 수치해석에서 고려해야 될 조건이다.

이에 본 논문에서는 베인 펌프의 효율과 내구수명을 향상시키기 위한 연구의 일환으로 Fig.2에 나타낸 것과 같이 폭방향으로 프로파일링한 베인과 캠링 사이에서의 EHL 문제를 실제와 유사한 압력경계조건을 적용하여 수치해석하고자 한다.

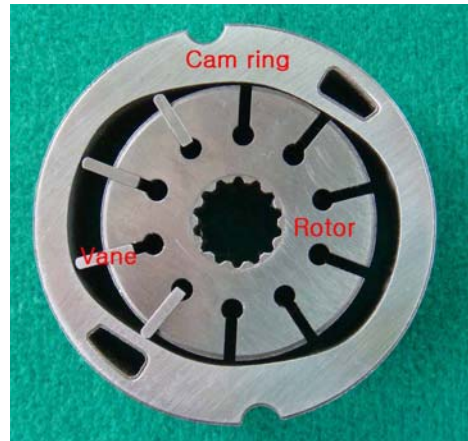


Fig. 1 Cam ring, rotor and vanes in hydraulic vane pump

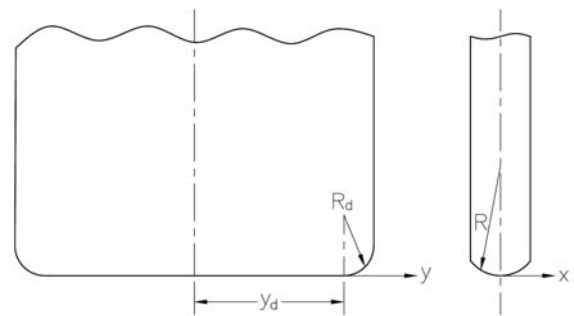


Fig. 2 Schematic of vane geometry.

2. 지배방정식

본 논문에서는 유압 베인 펌프의 베인과 캠링 사이에서 발생하는 유한한 길이의 선접촉 EHL 문제를 수치해석하기 위하여 베인 선단부와 캠링의 곡률은 일정하다고 가정하였다.

2.1 레이놀즈 방정식

베인의 운동방향이 x 방향일 때(Fig.2 참조), 유막내에서 발생하는 유체압력은 다음의 레이놀즈 방정식을

만족시킨다.³⁾

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{\rho} h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{\rho} h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \frac{\partial(\bar{\rho} u h)}{\partial x} \quad (1)$$

여기서, u 는 베인 선단부에서의 미끄럼 속도이다.

$X=x/R$, $Y=y/R$, $P=p/E$, $H=h/R$, $\rho=\bar{\rho}/\rho_o$, $\eta=\bar{\eta}/\eta_o$, $U=\eta_o u/ER$ 과 같은 무차원변수를 사용하여 식(1)을 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\rho H^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\rho H^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = 6 \frac{\partial(\rho U H)}{\partial X} \quad (2)$$

2.2 유압유의 상태방정식

유압장치에서 주로 사용되는 유압유인 광유(Mineral oil)는 압력에 따라서 점도와 밀도가 변화하며, 이를 무차원식으로 표현하면 각각 다음식과 같다.²⁾

$$\eta = \exp(GP) \quad (3)$$

$$\rho = 1 + \frac{0.58EP}{1+1.68EP} \quad (4)$$

여기서, $G=\alpha E$ 이고 E 의 단위는 GPa이다.

2.3 유막두께식

EHL 상태하에서 베인과 캠링 사이의 유막두께는 다음식과 같이 정의할 수 있다.^{3,7-9)}

$$h(x,y) = h_o + h_g(x,y) + h_d(x,y) \quad (5)$$

여기서, h_o 는 상수, $h_g(x,y)$ 와 $h_d(x,y)$ 는 각각 베인의 형상에 따른 유막과 압력에 의한 탄성변형량이다.

Fig.2에 개략적으로 나타낸 것과 같이 실제 베인의 양단부는 국부적으로 프로파일링된 형태이다. 이 경우, $h_g(x,y)$ 는 다음식으로 나타내어진다.

$$h_g(x,y) = \frac{x^2}{2R} + \frac{(|y|-y_d)^2}{2R_d} \quad (6)$$

여기서, 프로파일링을 하지 않은 위치에서 우변 두 번째 항은 0이다.

한편, 유체압력에 의한 임의위치에서의 탄성변형량은 다음식과 같이 나타낼 수 있다.⁷⁻⁹⁾

$$h_d(x,y) = \sum_k \sum_l \bar{D}_{i,j,k,l} P_{k,l} \quad (7)$$

여기서, $\bar{D}_{i,j,k,l}$ 는 (k,l) 위치에서 작용하는 단위압력 요소에 의한 (i,j) 위치에서의 탄성변형량을 나타내는 영향계수이다.^{3,7,9)}

따라서, 식(5)는 다음과 같은 무차원형태로 표현할 수 있다.

$$H = H_o + \frac{X^2}{2R} + \frac{(|Y|-Y_d)^2}{2R_d^*} \sum_k \sum_l D_{i,j,k,l} P_{k,l} \quad (8)$$

여기서, $Y_d = y_d/R$, $R_d^* = R_d/R$, $D_{i,j,k,l} = \bar{D}_{i,j,k,l}/R$ 이다.

2.4 하중조건식

펌프의 토출압력과 운전시에 발생하는 원심력에 의하여 베인에 작용하는 하중 w 는 유막내에서 발생하는 유체압력의 합과 동일하며, 이를 무차원식으로 나타내면 다음식과 같다.

$$W = \frac{w}{ER^2} = \iint P dXdY \quad (9)$$

2.5 경계조건식

로울러 베어링과 같은 일반적인 선접촉 EHL 문제의 경우와는 달리 베인 펌프의 특성을 고려하여 본 논문에서 적용한 압력경계조건은 다음과 같다.

1) 입구부에 작용하는 압력 P_{in} 은 흡입영역에서는 0이고 압축영역에서는 토출압력이다.

2) 측면경계에서는 $\partial P/\partial Y=0$ 이다. 즉, 베인과 측면(Side plate) 및 펌프 커버(Cover) 사이의 누설은 무시한다.

3) 출구경계에는 다음의 레이놀즈의 경계조건을 만족한다.

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \quad (10)$$

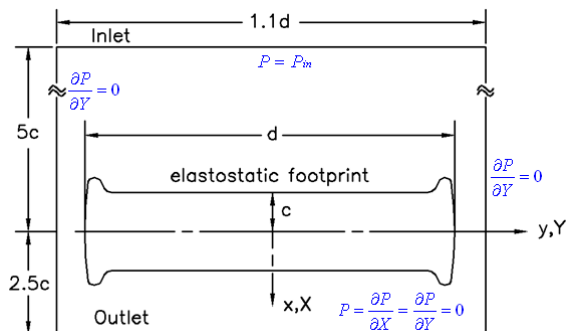


Fig. 3 Computation boundaries and pressure conditions.

3. 수치해석

본 논문에서는 참고문헌[7-9]에서와 동일하게 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 적용하여 수치해석하고자 한다. 불균일한 격자계를 사용하는 경우, 식(2)에 대한 유한차분형태는 다음식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 f_{i,j} = & \frac{\rho_{i+1/2,j} H_{i+1/2,j}^3}{\Delta X_i \eta_{i+1/2,j}} (P_{i+1,j} - P_{i,j}) & (11) \\
 & - \frac{\rho_{i-1/2,j} H_{i-1/2,j}^3}{\Delta X_{i-1} \eta_{i-1/2,j}} (P_{i,j} - P_{i-1,j}) \\
 & + \frac{\Delta X_{i-1} + \Delta X_i}{\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j} \left[\frac{\rho_{i,j+1/2} H_{i,j+1/2}^3}{\Delta Y_j \eta_{i,j+1/2}} (P_{i,j+1} - P_{i,j}) \right. \\
 & \left. - \frac{\rho_{i,j-1/2} H_{i,j-1/2}^3}{\Delta Y_{j-1} \eta_{i,j-1/2}} (P_{i,j} - P_{i,j-1}) \right] \\
 & - 6U \left[\rho_{i+1/2,j} H_{i+1/2,j} - \rho_{i-1/2,j} H_{i-1/2,j} \right] = 0 \\
 & (i = 2, \dots, M_j, \quad j = 2, \dots, N-1)
 \end{aligned}$$

여기서, M_j 는 각 $Y = Y_j$ 에서 식(10)의 레이놀즈 경계조건을 만족시키는 위치에서의 X 방향 격자이고, N 은 전체 Y 방향격자의 수이다.^{7,9)}

한편, 식(9)는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

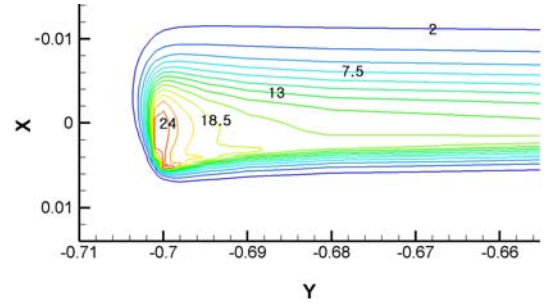
$$W = \frac{1}{4} \sum_{i=2}^{M_j} \sum_{j=2}^{N-1} P_{i,j} (\Delta X_{i-1} + \Delta X_i) (\Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j) \quad (12)$$

Fig.3은 수치해석에 사용한 계산영역의 경계와 좌표계를 나타내었다. 이때, 길이방향 중앙부에서의 접촉반쪽 c 와 접촉길이 d 는 Heydari & Gohar¹⁰⁾의 방법으로 구하였다. 입구부와 출구부 경계는 계산영역의 크기에 따라 수치해석결과가 영향을 받지 않도록 하기 위하여 가능하면 이를 넓게 하여 $-5.0c$ 와 $2.5c$ 에, 측면부 경계는 $Y = \pm 0.715$ 에 각각 위치시켰다.³⁾ 수치해석 과정과 수렴조건은 참고문헌[7-8]과 거의 동일하며, 사용한 격자의 수는 최대 94x45 개이다. EHL문제 자체의 아주 강한 비선형성으로 인하여 실제의 운전조건에 대한 수치해석은 어렵기에 본 논문에서는 다음과 같은 주요자료를 수치해석에 사용하였다:

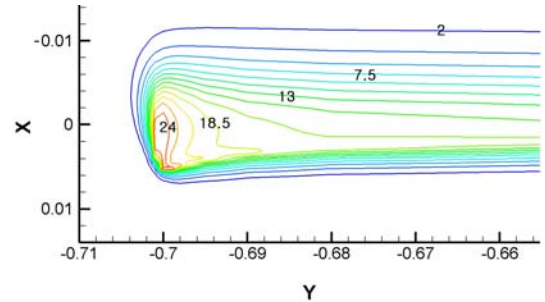
$R_d^* = 0.3$, $|Y_d| = 0.7$, $U = 2 \times 10^{-11}$, $G = 2,500$, $W = 2 \times 10^{-5}$, $E = 220$ GPa.

4. 결과 및 고찰

Fig.4와 Fig.5에는 측면경계에 적용한 경계조건의 차이에 따른 EHL 압력과 유막의 등고선을 베인 길이

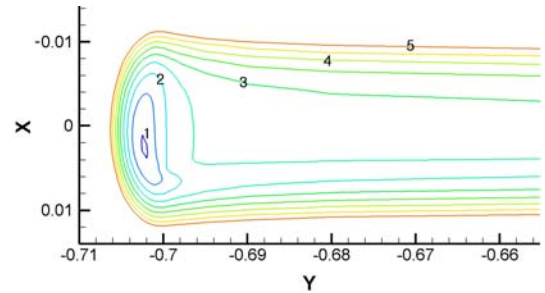


(a) $P=0$

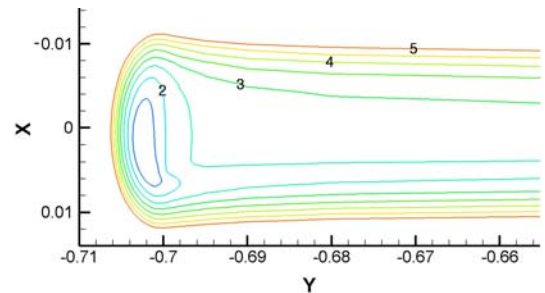


(b) $\partial P / \partial Y = 0$

Fig. 4 Contours plot of dimensionless pressure ($P \times 10^4$) with side boundary condition applied. $\rho_{in} = 0$.



(a) $P=0$



(b) $\partial P / \partial Y = 0$

Fig. 5 Contours plot of dimensionless film thickness ($H \times 10^5$) with side boundary condition applied. $\rho_{in} = 0$.

방향으로는 축소된 그림을 각각 비교하여 나타내었다. 여기서, 입구압력 $P_{in} = 0$ 는 베인이 흡입영역에 위

치하고 있는 경우에 해당되며, 이는 로울러 베어링인 경우의 결과와 비교를 위하여 설정하였다. 최대압력과 최소유막은 모두 베인의 양단부 부근에서 발생하였으며, 특히 선접촉 EHL의 대표적인 특징인 압력 Spike와 "Dog bone" 형상의 유막이 선명하게 나타나고 있다. 측면경계조건의 차이에도 불구하고 압력분포는 거의 동일하지만 유막두께는 큰 차이를 보이고 있다. 즉, 로울러 베어링의 경우($P=0$)에는 측면누설로 인하여 양단부 부근에서 윤활작용에 의한 발생압력이 낮으므로 이곳에서의 탄성변형량은 상대적으로 작다. 따라서 유막두께가 급격하게 작아져 누설을 억제함으로써 중앙부에서 고압을 발생시켜 하중을 지지할 수 있는 것이다. 이와 달리 베인 펌프에서는 측면과 커버 사이 간극으로의 누설이 제한되기 때문에 양

단부에서의 유막두께가 상대적으로 크게 되어도 동일한 크기의 유체압력을 발생할 수 있는 것이다. 따라서, 운전조건이 동일한 경우에 로울러 베어링에서 보다 베인 펌프의 베인과 캠링 사이의 윤활상태가 한층 양호할 것으로 예측된다.

다음에 제시하는 결과들은 모두 베인 펌프인 경우로 측면경계조건은 $\partial P/\partial Y=0$ 이다.

Fig.6과 Fig.7에는 베인이 유압유를 압축하는 경우, 입구부에 작용하는 토출(압축)압력의 크기에 따른 EHL 압력분포와 유막형상을 각각 나타내었다. 일정한 하중상태에서 입구부 압력의 증가는 해석영역에 작용하는 압력을 전체적으로 증가시키므로 베인과 캠링 사이의 아주 얇은 유막에서 발생하는 EHL 압력은 상대적으로 약간 낮아졌다. 반면에 유막두께의 크기

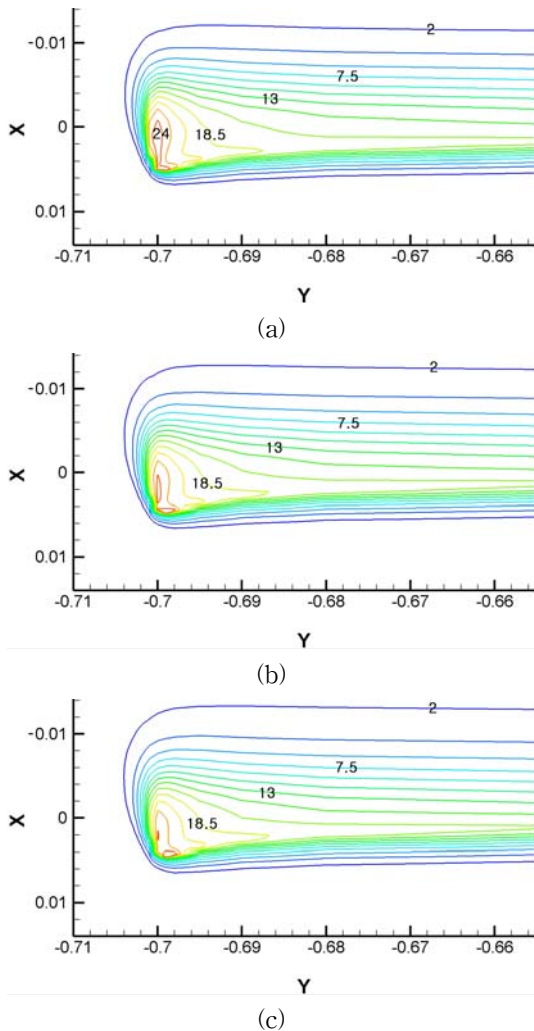


Fig. 6 Contours plot of dimensionless pressure ($P \times 10^4$) with vane pump delivery pressure. p_{in} is (a) 5 MPa, (b) 10 MPa, (c) 15 MPa

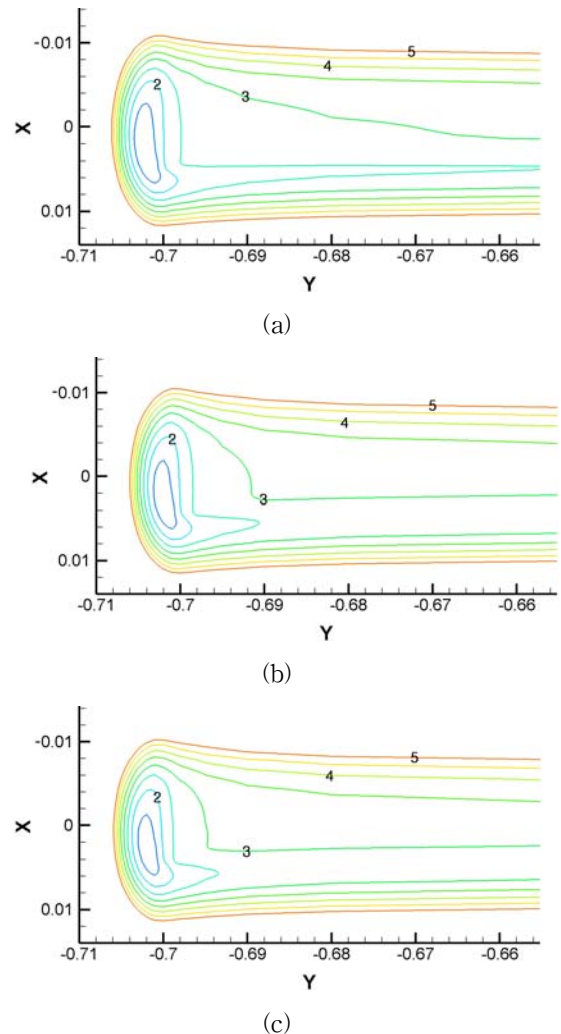


Fig. 7 Contours plot of dimensionless film thickness ($H \times 10^5$) with vane pump delivery pressure. p_{in} is (a) 5 MPa, (b) 10 MPa, (c) 15 MPa

는 전체적으로 증가하였다.

Fig.8과 Fig.9에는 토출압력이 서로 다른 경우에 프로파일 시작위치($Y=\pm 0.7$)와 길이방향 중앙부($Y=0$)에서의 베인의 운동방향에 대한 압력분포와 유막형상을 각각 비교하였다. 여기서, $P_{in}=0$ MPa와 $P_{in}=15$ MPa에 대한 각각의 압력과 유막두께는 Fig.4(b)와 Fig.5(b) 및 Fig.6(c)와 Fig.7(c)의 결과와 동일하다. 앞에서 고찰한 바와 같이 펌프의 토출압력이 증가할수록 EHL 압력분포는 전체적으로 약간 감소하는 반면에 유막두께는 증가하였다.

Fig.10은 수치해석에 사용한 측면경계조건이 베인의 양단부 부근에서 발생하는 최소유막의 크기에 미치는 영향을 나타낸 결과이다. 펌프의 토출압력이 높아질수록 측면경계조건에 따른 차이는 점차 크게 되었다. 또한, Fig.4와 Fig.5의 고찰결과와 동일하게 측면유출을 허용하지 않는 경우의 최소유막두께가 상대적으로 크게 나타났다. 이러한 결과는 지금까지 베인 펌프의 베인이나 캠링의 설계에서 프로파일링의 중요성을 크게 인식하지 못한 이유중의 하나로 이해된다. 즉, 측면유출이 발생하는 로울러 베어링에서는 로울러 양단부에서의 응력집중을 완화시킴과 동시에 최소유막두께를 증가시켜 피로수명을 향상시키기 위해서는 프로파일링 설계가 아주 중요하다. 그러나 베인 펌프에서는 상대적으로 최대발생압력이 낮고 최소유막두께는 클 뿐만 아니라 유압유내에서 운전되기 때문에 프로파일링을 고려하지 않더라도 문제가 발생할 가능성이 상대적으로 낮았기 때문으로 추정된다. 하지만 내구성이 우수한 고성능 베인 펌프를 설계하기 위해서는 베인과 캠링에 대한 프로파일링이 요구되며, 이를 위해서는 본 논문에서 처음으로 제시한 유한한 길이의 EHL 해석이 필수적이다.

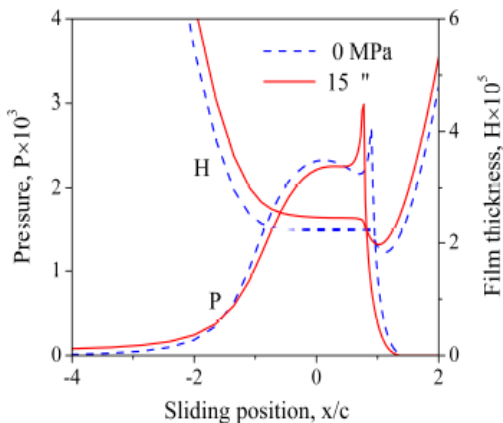


Fig. 8 Dimensionless pressure distribution and film shapes in the X-direction at $Y=\pm 0.7$.

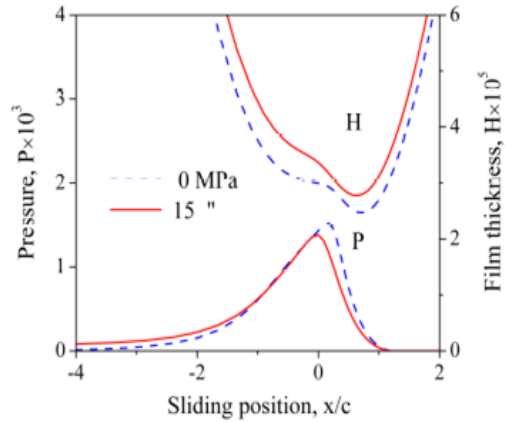


Fig. 9 Dimensionless pressure distribution and film shapes in the X-direction at $Y=0$.

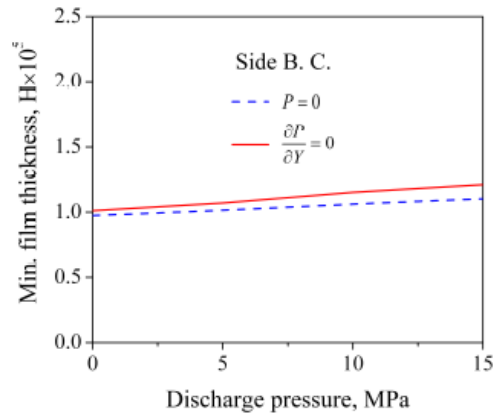


Fig. 10 Effect of side boundary condition on the minimum film thickness.

이상에서 나타낸 것과 같이 본 논문에서는 베인 펌프의 프로파일링한 베인과 캠링 사이에서의 EHL 해석을 성공적으로 수행하였다. 보다 실질적인 설계자료를 도출하기 위해서는 캠링의 형상과 시간에 따른 흡입·압축시의 압력변화 및 슬롯내에서의 베인의 거동 등을 고려한 해석이 추가적으로 요구된다.

5. 결론

본 논문에서는 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하여 유압 베인 펌프의 베인과 캠링 사이에서 발생하는 접촉길이가 유한한 선접촉 EHL 문제를 처음으로 수치해석하였다. 이때, 베인 폭방향으로의 유압 유 누설은 제한하였다. 이 결과, 최대 유체압력과 최소유막두께는 항상 베인의 접촉폭 양단부에서 발생하였다. 또한, 동일한 운전조건에 대하여 로울러 베어링의 경우보다 발생압력은 낮고 유막두께는 크게 되므

로 윤활상태는 상대적으로 양호할 것으로 예측되었다. 본 논문의 수치해석 방법과 결과는 베인 펌프의 베인과 캠링의 설계 및 성능향상에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2011-0014650).

참 고 문 헌

- 1) Esposito, A., Fluid Power with Applications, 7th ed., Prentice Hall, 2009.
- 2) Dowson, D. and Higginson, G. R., "A Numerical Solution to the Elastohydrodynamic Problem," J. of Mech. Eng. Sci., Vol. 1, pp. 7~15, 1959.
- 3) Hamrock, B. J. and Dowson, D., "Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part 3 : Fully Flooded Results," J. of Lub. Tech., Vol. 99, pp. 264~276, 1977.
- 4) Chen, X., Sun, H. and Shen, X., "Review and Prospect of Developments in EHL of Finite Line Contacts," Proc. of IUTAM Sympo. on Elastohydrodynamics and Micro-elastohydrodynamics, pp. 95~106, 2004.
- 5) Wymer, D. G. and Cameron, A., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Line Contact," Proc. IMechE, Vol. 188, pp. 221~231, 1973-74.
- 6) Mostofi, A. and Gohar, R., "Elastohydrodynamic Lubrication of Finite Line Contacts," J. of Lub. Tech., Vol. 105, pp.598~604, 1983.
- 7) Park, T. J. and Kim, K. W., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Finite Line Contacts," Wear, Vol. 223, No. 1-2, pp. 102~109, 1998.
- 8) Park, T. J., "Numerical Analysis of Misaligned Finite Line Contacts EHL Problem", J. of KSTLE, Vol. 26, pp. 263~271, 2010.
- 9) Park, T. J. and Kim, K. K., "A Numerical Analysis of the Elastohydrodynamic Lubrication of Elliptical Contacts," Wear, Vol. 136, pp. 299~312, 1990.
- 10) Heydari, M. and Gohar, R., "The Influence of Axial Profile on Pressure Distribution in Radially Loaded Rollers," J. of Mech. Eng. Sci., Vol. 21, pp. 381~388, 1979.