韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 27집 제 3호, 2013. 9. 221-248

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 27, No. 3, Sep. 2013. 221-248

‘수학사탐구형’ 고등학교 스토리텔링 모델 교과서 개발 사례

권 오 남 (서울대학교)
박 지 현 (반포고등학교)
조 형 미 (서울대학교 대학원)
김 미 주 (하나고등학교)†

수학사탐구형 스토리텔링 교과서는 수학의 발달 과정에서 드러나는 발견의 논리를 교과서의 구성 원리와 내용 전개에 적용하는 것을 핵심으로 한다. 지식이 만들어져 가는 과정에 학생들이 흥미롭게 접근하도록 하여 수학이 인간의 필요에 의해 만들어진 지식이며, 인간의 창의적 사고로 인해 만들어지는 지식임을 인식하도록 할 수 있다. 뿐만 아니라, 학습 내용 이면에 숨어있는 수학적 통찰과 논리를 이해할 수 있게 하고 그것을 활용하여 새로운 수학적 지식을 만들어갈 수 있는 맥락을 제공할 수 있다. 본 연구는 수학사탐구형으로 개발된 ‘복소수와 이차방정식’단원의 개발 절차와 사례를 통해 스토리텔링 수학교과서의 가능성을 확인하고, 현장적용 가능성을 탐색하며 앞으로의 스토리텔링 교과서 개발에 있어 함의점을 제공한다.

Ⅰ. 서 론

수학적 아이디어가 발달되어온 역사적 과정을 재구성한 교수・학습이 중요하다는 주장(Fauvel & Van Maanen, 2000)과 더불어, 수학사를 활용한 수업은 수학과 교수・학습과 관련된 많은 관점에서 이미 효과적인 방법으로 인정받아 왔다. 수학사를 활용하여 수학적 개념을 결과물로 제시하지 않고, 만들어지고 있는 수학을 경험하도록 할 수 있다(Grootendorst, 1982). 또한, 수학적 주제에 대해 역사적으로 중요한 정보를 제공해줄 수 있어, 학생들의 학습동기를 향상시키고, 수학을 문화적 산물로 이해하는데 도움이 된다.

스토리텔링 교과서의 한 모델로 제시하는 ‘수학사탐구형’은 단순히 수학사적 인물의 업적이나 에피소드를 도입하는 것이 아니라 수학사적 발달 과정에서 드러나는 발견의 논리를 교과서의 구성 원리와 내용 전개에 적용하는 것을 핵심으로 한다. 수학사를 활용한 스토리텔링은 수학교과지식이 만들어져 가는 과정을 학생들에게 흥미롭게 소개하여 수학이 인간의 필요에 의해 만들어진 지식이며, 인간의 창의적 사고로 인해 만들어지는 지식임을 인식함을 목적으로 한다. 또한 학습 내용 이면에 숨어있는 수학적 통찰과 논리를 이해할 수 있게 하고 그것을 활용하여 새로운 수학적 지식을 만들어갈 수 있는 맥락을 제공할 수 있다. 현장 교사들도 수학적 개념과 관련된 역사적 맥락에서 수학적 개념을 이해하고 그 발달을 체험하며, 수학자의 고뇌를 느끼고 공감하는 수학사탐구형은 교수・학습 면에서의 긍정적으로 전망하고 있었다(권오남 외, 2012).

본 연구에서는 고등학교 스토리텔링 교과서 모델로 제안된 다섯 가지 유형*** 중 ‘수학사탐구형’을 중심으로

---

* 접수일(2013년 4월 9일), 심사(수정)일(1차: 2013년 5월 15일, 2차: 2013년 7월 25일), 게재확정일(2013년 8월19일)
* ZDM 분류 : U24
* MSC2000 분류 : 97U20
* 주제어 : 수학사, 스토리텔링, 교과서
* 본 연구는 2012년 한국과학창의재단 수학교육선진화 연구과제인 [고등학교 스토리텔링 모델 교과서 개발] 최종보고서의 일부임.
† 교신저자 : logicalmjk@hana.hs.kr

개발된 모델 교과서의 개발 사례를 소개하는 것을 일차적 목표로 하고, 현장에 적용하여 스토리텔링 교과서의 가능성 탐색을 부차적 목표로 한다. 이를 통해 앞으로의 스토리텔링 수학 교과서를 개발하는데 있어 그 방향과 실행의 지침을 제공하고자 한다.

Ⅱ. 스토리텔링으로서 수학사

1. 수학교육에서 수학사의 활용

수학교육에서 수학사의 활용은 오랫동안 강조되어 왔다. Poincare(1908), Klein(1908) 을 비롯한 학자들은 수학자들이 수학을 발전시켜온 방식대로 수학사를 활용할 것을 강조하였으며, Freudenthal(1973)은 교사들의 적절한 안내에 의하여 학생들이 수학자들의 경험을 재현할 수 있도록 구성할 것을 강조하였다. 국내외 수학교육에서의 다양한 측면에서 수학사의 활용성이 연구되어 왔다. 예를들어 백석윤(1990), 유현주(1999) 엄상미, 이경화(2006), 윤대원, 박선정(2006), 이진(2009), 이수창(2009), 심상길(2010), 양종숙(2010)의 결과를 종합하여 수학능력의 발달과 역사발생적 원리의 관계를 정리하면 다음과 같다. 첫째, 현실과 분리된 내용들을 다루는 학교 수학을 배우면서 학생들이 갖는 의문점 가운데 하나가 “대체 누가 왜 이러한 것을 생각하였을까?” 라는 것이다. 이 의문에 답을 얻지 못한 채 학생들은 수학교과는 처음부터 완벽한 형태로 존재해온 것이라 생각하게 되고 수학에 대한 흥미와 자신감을 점점 잃어간다. 완성된 형태로서의 수학을 보여주는 현재의 연역적 교재 구성은 학생들에게 참다운 수학을 알려 주지 못한다. 이러한 구성에서 벗어나 수학의 과정적 성격에 따른 학습 지도 원리가 역사 발생적 원리이다. 많은 연구들은 수학은 완성된 산물이 아니므로 수학의 역사적 발생과정을 현재의 학생들이 수학의 교수 학습에서 재현하여 학생들이 수학적 지식을 구성하는 과정을 이해하도록 해야 한다고 주장한다.

둘째, 수학사는 수학의 필요성을 알게 하고 강조함으로써 수학수업에서 학습동기와 의욕을 높일 수 있다. 수학사를 앎으로써 완벽한 수학체계 앞에서 사고의 자유를 잃은 학생에게 수학의 시행착오적 발달과정을 보여줌으로써 정서적인 친밀감을 높일 수 있고 수학의 필요성을 이해하고 학습동기와 의욕을 가질 수 있다. 또한 학습에서 흥미를 유발하여 학습효과를 높이고, 수학의 발견과정과 수학적 개념과 원리를 이해하고 자신감을 형성한다.

셋째, 수학사를 도입하면 학생의 정의적 발달에 도움이 된다. 수학사를 수학교육에 활용함으로써 수학은 절대적 진리나 변할 수 없는 이론이 아니라 학생들 자신도 수학을 비판적으로 바라보고, 새롭게 변화 발전시킬 수 있다는 개방적인 생각을 가질 수 있다. 역사적 미해결 문제들을 풀기 위해서 많은 사람들이 엄청난 노력으로 연구한 결과, 오늘날 수학의 이론들이 형성 되었다. 위대한 수학자들도 현재의 정교한 이론을 만드는 과정에서 어려움과 실수를 했다는 사실을 통하여 문제해결 과정에서 시행착오를 거듭하는 학생들에게 용기를 북 돋아 줄 수 있고 과제 집착력을 기를 수 있다. 또한, 선조들이 직면했던 어려운 수학 문제들과 새로운 개념들을 대면하여 이해하고 해결할 수 있는 탐구와 개척의 정신으로 해결하는 기쁨을 얻을 수 있다. 따라서 수학의 역사는 수학에 대한 가치를 음미하고 나아가 자신의 가치관을 확립할 수 있는 정서적 측면의 좋은 학습 자료가 될 것이며 수학에 대한 자신감, 가치인식, 사고의 유연성, 인내력 등을 길러 학생 스스로 수학을 공부하고 연구하여 활용할 수 있도록 할 수 있다.

위와 같은 수학 학습 지도에 있어서 수학사의 교육적 활용이 효율적인 장점을 가지고 있지만 실질적으로 교육 현장에 도입하는 데에는 많은 한계가 있다. 우리나라 교육과정에서는 수학사의 이용에 대한 언급이 미흡하고

---

* 권오남 외(2013) 연구 ‘고등학교 스토리텔링 모델 교과서 개발’ 연구에서 제시된 유형은 수학사탐구형, 실생활 연계형, 학문융합형, 의사결정형, 도구활용형이 있다.

교과서 집필상의 유의점에서 학습동기 유발의 소재로 이용할 것을 권고하고 있는 정도이다. 고등학교 교과서에서의 수학사 활용 실태를 조사한 연구(이수창, 2009; 이진, 2009; 양종숙, 2010)에 따르면 교과서의 각 단원의 도입 부분이나 끝 부분에서 읽을거리로 간단한 역사발달 과정이나 일화를 언급하고, 단원의 내용과 관련된 유명한 수학자를 소개하는 정도로 그쳐 수학사적 내용을 제시하는 부분이 학생들이 쉽게 습득하여 단원 학습에 효율성을 높이고 흥미를 유발시키기에는 내용이 너무 간략하고 형식적으로 제시되어 있음을 밝히고 있다.

2. 수학교육에서 스토리텔링

수학교육에서 스토리텔링의 적용과 효과에 관한 연구가 이제까지 이루어지지 않았던 것은 아니다. 그러나 연구의 상당수가 유아기의 아동, 초등학생 등을 대상으로 한 수학 수업 수준에서 이루어져 왔으며 고등학생을 대상으로 한 연구는 부족하다(백영미, 2007; 오영범, 박상섭, 2010; Goral & Gnadinger. 2006; Pramling, Pramling, & Samuelsson, 2008). 또한 주로 스토리텔링의 기법을 수업에 적용할 때 사용할 수 있는 스토리나 스토리의 구성 방법의 방향만을 제시하고 있다. Zazkis와 Liljedahl(2008)는 중등학교 수준에서 스토리텔링 수업에 사용될 수 있는 스토리를 세분화하고 각 스토리의 예를 제시하였다. 그들은 스토리를 수학적 배경을 이해하기 위한 것, 수학적 내용에 자연스럽게 따라오는 것, 내용과 잘 얽힐 수 있는 것, 도입을 위한 것, 설명을 위한 것, 발문을 위한 것, 농담을 위한 것, 그리고 스토리의 창작 등으로 구분하였다. Balakrishnan(2008)는 Zazkis와 Liljedahl의 다양한 스토리를 재구성하여 학생들의 상상력을 충분히 자극하기 위한 의도로 수업을 진행하였다. 스토리 재구성 단계에서는 Egan(2005)이 학생의 상상력을 자극하기 위한 인지적 도구로 제시한 이항적 대비(binary opposite)가 드러나는 극적 상황의 연출, 운율, 리듬, 패턴이 드러나는 스토리 구성을 제안하였다. 또한 농담과 유머를 조화시키고 인간적 지식 형성을 위한 실생활 맥락에서 접할 수 있도록 스토리를 재구성하도록 하였다. 그 결과 스토리텔링은 교사-학생 간, 학생-학생 간 상호작용을 촉진하였으며, 학생들이 새로운 시각과 거시적 아이디어를 갖고 수학적 아이디어를 일반화할 수 있도록 하는 효과를 보였다고 보고 하였다. Zazkis와 Liljedahl, Balakrishnan는 모두 중등학교 수준에서 사용할 수 있는 풍부한 스토리의 예와 스토리 재구성 방향을 제시하였으나, 수학의 학문 특성을 크게 고려하기보다는 일반적인 스토리텔링 적용 수업의 기법을 수학 수업에 그대로 도입하고 있다는 점과 구체적인 수업 설계와 교재 개발에 대한 지침을 제시하고 있지 않았다는 점에서 한계가 있다.

국내의 경우 최근 백조현, 박수홍, 강문숙(2010)은 수업에 적용하는 스토리와 수학내용의 관련성을 최대화하기 위하여 수업설계전략 모형을 7차 교육과정의 ‘확률과 통계’의 2차시 분량을 개발하여 소개하였다. 이는 스토리텔링을 통하여 수학자가 최초로 지식을 창출하는 과정에서 고민하는 과정을 학생들로 하여금 간접적으로 경험하게 함으로써 수학적 힘을 가지도록 유도하는데 목적으로 현실세계에서 활용하는 스토리텔링을 통하여 비슷한 상황 속에서 이미 경험한 수학 개념을 이용해 문제해결력을 기르는 현실주의 수학교육을 구현하고자 한 것이다. 그러나 이 역시 각 단원과 관련된 수학사 내용을 나열하고 이를 활용하는 수업을 제시한 것으로 각각의 수학사가 차시별로 분절적으로 제시되고 하나의 교과서 형태로 변환되기에는 단편적 구현이라는 한계를 지니고 있다.

스토리텔링은 인위적이고 조작적인 수학 교실 환경을 생생하고 친숙하고 개인과 밀접하게 관련되게 하고, 학생뿐만 아니라 교사에게도 정보를 더 재미있고 잘 기억할 수 있게 전달하므로 정체된 교실 환경의 해결책을 제시해 줄 수 있는 한 가지 교수방법인 것은 분명하다(Cooper & Simods, 2007). 그러나 이제까지의 수학교육에서 스토리텔링의 활용은 교수학습 방법 면에서 제한되어 있었고 교과서의 형태로 제시되기 위해서는 보다 다양한 측면의 필요하다 하겠다. 본 연구에서는 수학사적 스토리를 단순히 에피소드 형식으로 나열하여 제시하는 것이 아니라, 하나의 완성된 스토리로서 제시하여 수학교과지식이 만들어져 가는 과정을 학생들이 더욱 생생하게 느끼고 수학적 지식의 발견 논리를 깨닫는 과정에서 수학자의 고뇌를 공감하도록 하는 교과서 개발 사례를 보이

고자 한다. 이를 위해 2009 개정교육과정의 '복소수와 이차방정식' 단원의 교과서를 스토리텔링을 기반으로 개발하였다.

3. 수학사와 스토리텔링

수학적 사실, 알고리즘, 규칙들은 수세기에 걸쳐서 수학자들이 노력해 구성해온 산물이다. 교사는 이러한 문화적 산물을 학생들이 받아들일 수 있도록 시도하려고 하지만 실제로 수학적 사실, 알고리즘, 기술들이 결국은 기계적인 암기임을 조장하기도 한다. 알고리즘 규칙들을 가르칠 때, 실제 수학적 의미와 연결시키는 학습활동이 되도록 수학적 개념이나 아이디어를 도입하기 위해서 고려해야 할 사항들이 있다(Schiro, 2004).

모든 지식은 인간의 지식이고, 학생들은 발견했다는 느낌을 가지고 그 개념을 볼 때 더 깊이 이해할 수 있다(Egan, 2005). 따라서 그것을 발견하는 드라마와 발견자 개인의 이야기가 혼합되어 있어야한다(Senechal, 2005). 수학적 사실과 알고리즘은 더 이상 의미 없는 기호나 추상적 아이디어로 보여서는 안 되고 인간의 열정, 희망, 공포의 산물로 여겨야 한다는 것 또한 중요하다(Egan, 1997).

이러한 배경에서 수학사를 스토리텔링의 소재로 활용하는 것은 수학 학습을 위해 유용하다 할 수 있고, 기본적으로 수학사를 개념과 아디이어를 도입하는데 적절한 이야기의 소재로 사용해야 함을 시사한다. 수학의 역사는 수학을 시작하는 학생들에게 흥미 있는 대상이 되고 즐거운 이야기 거리가 될 수 있으며, 수학 개념의 기원에 관한 이야기는 주로 새로운 주제를 도입하고, 어떻게 수학자들이 그 자료를 가지고 일했는지 어떻게 그 아이디어가 나타나게 되었는지에 대한 답을 할 수가 있다(Mazur, Pesic, 2005).

한편 Mazur(2005)는 부력의 원리를 발견한 아르키메데스 이야기, 갈루아의 1부터 100까지의 합을 구한 일화, 데카르트의 좌표계와 파리 등과 같이 예를 들어 개념을 도입하기 위해 소개되는 이야기는 지양해야 한다고 지적한다. 이런 종류의 스토리는 장식적인 성질을 가지고 있어, 수학자들의 삶에 초점을 맞추어져 있으며, 수학 과제의 삭막함을 경감해주는 이러한 스토리는 여담에 불구하고, 수학적 내용을 보다 잘 이해하는 도움을 주기 못하기 때문이다. 수학 수업시간에 장식적인 스토리들이 없으면 재미가 없거나, 자칫 심심한 수업이 될 위험이 있기도 하지만 더 큰 위험은 이런 이야기의 사실 내용에 집중하여, 학생들이 수학 내용의 의미를 이해하고 발견하도록 도우려는 주된 목적을 방해를 한다는 것이다.

Siu(2007)는 수학사를 수업에서 활용하는 것이 단순히 수학자들의 이름, 초상화, 날짜 등을 나열하거나 수학의 역사를 수업 내용에서 분리하여 다루는 것이 아니며, 수학사가 교실 수업에 스며들도록 하는 것임을 강조한다. 따라서 본 연구에서는 스토리텔링을 활용하여 수학사를 교실 수업에 스며들게 함으로써, 학생들이 주도적으로 수학적 내용을 탐구하여 학습하도록 하고 수학사 활용의 교육적 효과를 극대화하고자 하였다.

4. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서

스토리텔링 기법을 도입한 새로운 수학 교과서에서 수학사는 학생들이 수학에 더 몰입할 수 있도록 할 수 있는 방안이 될 수 있으며 개념이 발생하게 되는 배경을 더 풍부하게 제공할 수 있다. 수학자가 개념을 소개하는 방식으로 진행 할 수 있고, 중요한 수학적 사건이 발생한 시대를 배경으로 진행할 수도 있다. 또한 수학사의 맥락에서 학생들이 주도적으로 학습 내용을 탐구하는 방식을 통해 위와 같은 방식의 스토리텔링에서의 수학사의 활용을 '수학사탐구형'이라 하고 이는 수학사에 등장하는 수학자나 수학적 상황, 역사적으로 유명한 수학문제 등을 제재로 활용한 이야기 상황과 그에 따른 학습 전개를 개발하는 것을 말한다. 수학사탐구형 교과서는 실제 수학자가 고뇌한 수학적 사실을 학생들이 함께 고민할 수 있는 상황을 만들어주도록 하며, 그 개념의 발생 원인을 학생 스스로 깨닫고 중요성을 알 수 있는 상황을 구성한다. 교사의 입장에서는 학생들이 그 개념을 스스로 발견

하고 발명하고 있다는 생각을 할 수 있도록 해야 하는 것이다. 수학적 개념과 관련된 역사적 맥락에서 수학적 개념을 이해하고 수학적 개념의 발달을 체험하고, 수학자의 고뇌를 느껴보도록 하는 ‘수학사탐구형’ 스토리텔링 모델교과서는 학생들이 수학의 발생적 순서대로 수학을 학습하는 기회를 제공하여, 수학적 개념과 관련된 교사의 이야기를 풍부하게 할 수 있다.

수학사에 관련된 스토리를 앞부분에 나열하고, 추후에 개념 설명을 제시하는 것은 기존 교과서의 ‘탐구활동’에 이어지는 ‘개념설명’과 차이가 없다. 또한 수학 관련 교양도서에서 읽을 수 있는 시대순의 이야기도 기존의 책들과 차별화 되지 않는다. 본 연구에서는 스토리 속에 수학적인 내용을 녹여내어 학생들이 스토리를 읽고 학습 내용을 탐구하는 과정에서 자연스럽게 수학적 개념을 습득하도록 하는 것을 목표로 하였다(권오남 외, 2013). 스토리와 수학적 개념, 문제를 따로 제시하는 것을 지양하고, 스토리의 전개 과정에서 관련 개념을 단계별로 유도할 수 있도록 하였다. 즉, 수학사를 단순히 ‘활용’하는 것에서 넘어서서 수학사의 맥락에서 수학적 개념과 원리를 ‘탐구’하는 과정에서 자연스럽고 깊이 있게 수학 학습을 하는 것이 가능하도록 하였다.

5. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서의 세부 유형

교육현장에 수학사를 도입한 수학 교육에 변화의 요구를 반영하기 위해서는 수학사를 내용을 도입하는 것에만 치중할 것이 아니라 수학사 내용을 어떤 방식으로 제시할 것인지에 끊임없는 노력이 필요함을 지적하며, 박정미, 노영순(2005)은 수학사의 삶과 일화, 자연과 생활 속에 숨겨진 원리들을 통해 학생들에게 제공해야 함을 지적하였다. 심상길(2009)은 수학사를 교과서에 구현해왔던 방법들을 구체적으로 조사하였는데, 중학교 방정식 단원의 교과서에서 수학사를 활용하는 유형을 다음과 같이 정리하였다. 수학자나 그의 저서 및 업적 등을 소개하는 유형, 수학사에 관련된 사실이나 이야기를 소개하는 유형, 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제를 소개하는 유형, 수학사에 관련된 문제의 옛날 풀이를 소개하는 유형으로 총 4가지로 나누어 조사한바 있다.

수학자의 저서나 업적을 소개하는 유형이나, 수학사와 관련된 사실이나 이야기를 소개하는 유형은 수학자가 자신의 사고와 생각을 풀어내거나, 당시 시대상황을 풍부하게 기술함으로서 단순히 역사적 사실로서 정보를 전달하는 것이 아니라 박정미, 노영순(2005)이 지적한 대로 그 속에 숨겨진 원리와 수학적 내용을 탐구할 수 있도록 진술될 필요가 있다. 수학자가 남긴 문제나, 옛날 문제 풀이를 소개하는 유형은 공통적으로 수학사적 문제를 활용하는 경우로 통합하여 생각할 수 있다. 따라서 풍부한 맥락을 제공할 수 있는 방안으로 현재 교과서의 수학사 활용 유형을 변형하여 수학자가 스스로 자신의 사고를 진술하는 형식, 당시 사람들이 가지고 있었던 수학에 대한 관점을 서술하는 형식, 수학사적 문제를 활용하는 형식으로 구성할 수 있다.

수학사 교수학습 자료의 개발의 연구(김해규, 2002; 김기원, 조지선, 2004)를 통합하고 수학사를 활용한 교과서 진술 방식에 대한 연구를 종합하여, 본 연구에서는 선택된 제재에 따라 교과서를 진술하는 방식을 ‘수학사 상황 제시형’, ‘수학자형’, ‘수학문제 활용형’으로 도출하고, ‘복소수와 이차방정식’ 단원에서 소단원별로 다양하게 적용하여 개발하였다.

가. 수학사 상황 제시형

수학 개념이 역사적으로 중요한 사건에 의해 혁신적으로 발달이 이루어진 경우에 수학사탐구형으로 활용이 가능하다. 수학적 개념은 시간이 흐름에 따라 사회·문화적 맥락 속에서 발달되어 왔기에, 역사적인 관점에서 수학사탐구형으로 제시되기 어려운 수학적 개념은 없을 것이다. 하지만, 학생들에게 수학사탐구형이 실질적으로 의미가 있기 위해서는 수학적 개념 발달에 있어 중요한 단계에 있는 소재여야 할 것이다. 가령 수 체계 발달에 대하여 수학사를 도입하고, 새로운 수가 등장하기 위해 수학자를 포함하여 인류가 겪게 되는 인지적인 정체나 극복을 학생들이 경험하게 함으로써 결과로서 주어지는 수학이 아닌 만들어가는 수학을 학습하게 하는 경우가 있

을 수 있다. 과거의 수학으로부터 현대의 수학으로의 변천은 학생들에게 수학이라는 학문의 발달 방법에 있어서의 변화를 경험할 수 있도록 하며, 수학적 형식화를 이해함으로써, 흥미롭게 학습할 수 있을 것이다. 이러한 수학사에서 드러난 상황을 소재로 교과서를 전개해 간 형태를 '수학사 상황 제시형'이라 하였다.

나. 수학자형

한 수학자의 스토리를 통해서 그 수학자가 고뇌한 인지적 · 정의적 어려움과 함께 수학 개념을 살펴볼 수 있는 경우, '수학자형'으로 수학사탐구형의 한 유형이 될 수 있다. 수학사를 활용한 수학교과서는 실제 수학자가 고뇌한 수학적 사실을 학생들이 함께 고민할 수 있는 상황을 만들어주도록 해야 하며, 그 개념의 발생 원인을 학생 스스로 깨닫고 중요성을 알 수 있는 상황을 구성해야 한다. 또 교사는 학생들이 그 개념을 스스로 발견하고 발명하고 있다는 생각을 할 수 있도록 해야 한다. 이러한 형태는 수학자가 스토리텔러가 되어 개념을 소개하는 방식으로 진행할 수 있고, 중요한 수학적 사건이 발생한 시대를 배경으로 수학자와 그의 상황을 소재로 진행할 수도 있다. 전자의 경우는 독자가 화자가 되는 수학자의 시대로 돌아가거나 화자인 수학자를 지금의 시대로 불러오는 등의 시간성을 잘 활용해야 그 효과를 높일 수 있을 것이다. 또한 이때에는 실제로 학습자에게 전달하고자 하는 메시지를 충분히 전달 할 수 있을 만한 수학자를 선택함은 물론 그 인물의 성격과 관점 등을 잘 활용하여 독자가 단지 메시지를 전달 받는 것이 아니라 그로 인해 감화 되고 공감을 할 수 있도록 해야 할 것이다. 후자의 경우 역시 수학자와 그와 관계된 상황에 학습자가 감정 이입이 되고 공감 할 수 있는 장치가 필요하며, 수학자의 상황을 통해 학습자 역시 심미적 학습 경험과 상호작용을 할 수 있는 분위기를 조성할 필요가 있다.

다. 수학문제 활용형

역사적 기록이나 구전되어 오는 것에서 발견될 수 있는 수학문제가 수학사탐구형으로 활용될 수 있다. 역사적 기록에서 발견될 수 있는 수학문제를 제시함으로써 학생들은 수학의 발생적 측면을 생생하게 체험할 수 있으며, 이러한 역사적 산물을 통한 학습은 학생이 수학 유물을 접하는 계기가 되어 흥미를 불러일으킬 것이다.

즉 역사적 문서에 담긴 수학적 개념 및 원리에 압도당하기 전에 역사적 문서라는 유물에 관심을 가짐으로써 수학을 자연스럽게 접하게 될 것이다. 또한 최댓값 및 최솟값을 구하는데 있어 역사적으로 미분법, 절대 부등식 등의 다양한 문제해결 방법이 적용될 수 있는 예와 같이 비슷한 수학적 개념을 다른 방법으로 해결한 역사적 문서의 경우는 학생들에게 다양한 문제해결에 대한 흥미를 불러일으킬 뿐만 아니라 창의성과 사고의 유연성까지 길러질 수 있다.

이상에서 살펴본 바와 같이 수학사탐구형은 단순히 수학사적 인물의 업적이나 에피소드를 도입하여 짧게 활용하는 것이 아니라 수학 발달 과정에서 발견의 논리를 학습의 흐름을 이끄는 주요 맥락으로 활용하는 것을 핵심으로 한다. 즉 수학사탐구형은 수학의 역사적 사실과 인물, 그리고 문제를 완벽하고 정확하게 유지하기 보다는 이를 활용하여 학생들의 흥미를 돕고 발생적 관점에서 자기주도적인 학습을 독려하고 공감을 통한 이해를 증진시키는데 목적이 있다. 이를 위해서는 짧은 흐름의 이야기 보다는 하나의 주제를 가진 긴 호흡의 스토리텔링을 활용한다.

Ⅲ. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서 개발과 적용

1. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서 개발 방향

‘복소수와 이차방정식’ 단원은 수학사를 스토리텔링의 소재로서 활용하여 학생들의 흥미를 유발할 뿐만 아니라 수학적 이해를 돕고 수학사를 통해 그 발생적 과정과 의미를 동시에 체득할 수 있도록 하는데 목적이 있다. 따라서 단순히 수학사 내용을 소개하고, 기존의 교과서와 같이 내용 전개를 진행하는 것은 스토리텔링의 효과를 극대화할 수 없기에 스토리 속에 수학적인 내용을 녹여내어 학생들이 스토리를 읽어가는 과정 속에서 자연스럽게 수학적 개념을 습득하도록 구성하였다. 여기에는 수학사와 스토리텔링, 학습과 스토리텔링을 연결하는 구체적인 방법을 활용하였다. 즉, 스토리와 개념 및 문제를 따로 제시하는 것을 지양하고, 스토리의 전개 과정에서 관련 개념을 단계별로 유도할 수 있도록 하였다. 스토리만을 나열하고, 추후에 개념 설명을 제시하는 것은 기존 교과서의 ‘탐구활동’이나 ‘개념설명’과 차이가 없을뿐더러 자칫 교과서를 수학교양도서에서 제시하는 방식으로 구성되게 할 수 있기 때문이다. 또한 지나치게 수학사에 맞추어 내용을 전개하다보면 필요한 내용이 누락되거나 교육과정을 넘어 심화된 내용이 많이 포함될 수 있기에 교육과정 문서를 분석하여 단원을 통해 꼭 학습해야 하는 내용이 빠지지 않도록 하였으며, 심화 내용을 포함해야 하는 경우 스토리를 통해 무리 없이 내용을 이해하도록 하였다.

스토리텔링 교과서에서는 문제제기, 과제 탐구, 추론과 토론, 개념 정립, 심화의 순으로 진행이 되며, 대단원 말미에는 단순 연습문제가 아닌 스토리텔링으로 학습한 내용과 관련하여 대단원 정리문제를 제시하였다. 문항의 형태는 학습자 탐구 방식과 일관성을 유지한다.

스토리텔링 교과서를 통해 학생들이 수학자들이 새로운 내용을 처음 접하고, 내용을 정립해가는 과정에 몰입할 수 있게 하기 위해서는 교과서의 발문과 스토리가 교실 내에서 새로운 수학적 대상에 대한 용어를 정의하고, 수업 시간에 활용하도록 구성하는 등의 적극적인 학습활동을 제안할 필요가 있다. 예를 들어 i를 ‘허수단위’로 바로 정의하지 않고, 교실에서 나름대로 합의된 용어 선정하도록 한 것이 있다. 또한 교과서 이므로 학습 후 소단원말미의 개념 정리에서 수학자들이 정의한 용어와 개념을 인지하도록 제시하였다.

2. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서 개발 절차

백조현 외(2010)는 수학사를 통한 ‘확률과 통계’ 과목 스토리텔링 기반 수업 설계에서의 스토리제작 과정을 ‘초안잡기→개요잡기→구체화 하기’, 세부적으로는 ‘학습주제선택’, ‘스토리 소재 잡기’, ‘주요사건 설정’, ‘캐릭터 설정 및 성격 묘사’, ‘플롯 구성’, ‘대사 자막 내레이션 개발’ 단계를 제시하였다. 본 연구에서는 백조현 외(2010)의 스토리텔링을 위한 스토리 제작 과정과 권오남 외(2013)의 스토리텔링 모델 교과서 개발 원리(맥락성의 원리, 과정지향성의 원리, 소통의 원리, 다양성의 원리)를 바탕으로 수학사 탐구형 스토리텔링 교과서 개발절차 구안하였다.

개념과 관련되는 수학사를 소재로 한 이야기와 발맞추어 나가는 학습내용이 학습자의 흥미를 끌고, 수학적 개념을 풍부하게 이해하면서 동시에 수학적 개념이 역사적인 산물임을 인식할 수 있도록 지도할 것을 목표로 다음 <표 1>에 제시된 절차를 따라 교과서를 개발하였다.

<표 1> 수학사 스토리텔링 교과서개발 절차

절 차	내 용
1. 학습주제 선택	단원 구성 및 학습 목표 설정
2. 스토리의 모티브	학습주제와 관련된 역사적 사건 선정 및 시대상황 조사
3. 등장인물 선정 및 플롯 구성	수학사 상황 제시형, 수학자형, 수학문제 활용형으로 구현
4. 스토리텔링 모델 교과서 개발 원리 반영한 내용 전개	맥락성의 원리, 과정지향성의 원리, 소통의 원리, 다양성의 원리 반영

박소화(2012)는 문헌 고찰과 개발연구 방법을 통해 스토리텔링의 요소를 활용하는 교수 설계 원리를 여섯가지로 도출하였고, 이 스토리텔링 요소가 교수 장면을 설계할 수 있도록 안내하는 역할을 할 것으로 기대 했다. <표 2>는 박소화가 제시한 여섯가지 스토리텔링 요소를 수학교육관점에서 교과서 설계 원리로 변형하여 제시한 것이다.

<표 2> 스토리텔링 요소를 적용한 교과서 설계 원리

요 소	교과서 설계 원리	설계 항목
페르소나	학습자에게 대입되는 인물, 성격 또는 패턴에 의해 주어진 역할이나 캐릭터	1. 인물/캐릭터 성격 2. 선정 인물의 행동, 성격 제공 3. 상황 제공
감정이입	학습자에게 투사하여 자신의 경험, 상상에 기초하여 동질감을 유발하도록 가공된 감정 경험	1. 핵심 내용 선정 2. 위기감, 갈등, 연민 등 정서의 종류 결정 3. 전달방법/매체 결정
비유	주요학습 내용의 메시지를 함의하고 있는 유사한 대상이나 아이디어가 상상, 연상될 수 있도록 시각화하는 속성	1. 유사한 속성이나 의도의 비유물 선정/가공 2. 전달방법/매체 결정
플롯	주요학습 내용을 복잡, 문제, 갈등으로 제시하여 이를 해결하는 과정으로 전환한 내용 진행 상의 구조	1. 내용에 맞는 플롯의 패턴 선정 2. 핵심사건(갈등) 설정 3. 문제제시
수학적 경험	수학학습이 제공하는 물리적, 사회적, 문화적 환경요소를 학습자 맥락에서 재 가공, 창출하는 학습 활동	1. 교육내용 중 학습자 참여 활동 부분 선정 2. 활동 유형 선정-놀이. 연습, 게임 체험활동 3. 활동 제시
시간성	주요학습 내용을 과거, 현재, 미래 시간과 연결하여 맥락을 도입하거나 가정하거나 추론하는 내용 전달	1. 학습 내용 선정 2. 연결할 시간성 결정 3. 소재 선정 4. 가정, 추론, 추측 도입

수학사탐구형 스토리텔링 교과서는 다른 유형과 마찬가지로 맥락성의 원리, 과정지향성의 원리, 소통의 원리, 다양성의 원리의 스토리텔링 모델 교과서 개발 원리를 기반으로 하되, <표 2>에서 제시된 스토리텔링 요소를 교과서의 이야기 전개의 구체적인 구성과 서술에 활용하였다.

이와 같은 개발 절차를 토대로 교수 및 교사와 전문작가가 공동작업으로 모델 교과서를 1차적으로 개발하였다. 또한 스토리텔링 모델 교과서의 타당성, 신뢰성, 현장 적용의 가능성 등을 검증하기 위해서 의사결정형, 도구활용형, 실생활연계형, 학문융합형 등 다른 유형의 스토리텔링 모델 교과서개발팀과 주기적인 협의와 논의를 하였고, 이 과정에서 세부 유형 팀이 순환하며 교과서 내용을 지속적으로 검토하였다. 그 외에 초등 교과서 개발

팀, 스토리텔링학과 교수 등 전문가를 초빙하여 자문을 구하고 여러 차례 수정을 거친 후 현장 적용을 위한 교과서 시안을 개발하였다. 교과서 시안이 개발되고 난 이후, 현장 적용 전에는 교과서 개발에 참여하지 않았던 2-3인의 고등학교 수학교사에게 교과서 검토를 의뢰하여 현장 적용 가능성을 검증하였다.

3. 스토리텔링 모델 교과서 현장 적용

개발된 수학사탐구형 스토리텔링 모델 교과서를 활용한 수업은 2012년 10월 16일부터 11월 1일까지 서울의 한 일반계 고등학교 학생 23명을 대상으로 방과후에 진행되었다. 모든 수업은 녹화 및 연구자 참여 관찰이 이루어졌고, 수업 전·후반에 스토리텔링 교과서에 대한 인식을 묻는 설문 조사 및 매 수업 종료 시에 학생, 교사 모두 저널을 작성도록 하여 수집하였다. 담당교사의 경우는 사전, 사후 인터뷰와 교사워크숍을 통해 스토리텔링 교과서를 활용하는 수업에 대한 이해를 높이고 방향을 공유하였다. 연구 기간의 제한 상, 단기간의 현장 적용이었기 때문에 스토리텔링 모델 교과서의 현장 적용 결과를 광범위하고 엄밀하게 연구하는 데에는 한계가 있었다. 그러나 학생과 교사의 스토리텔링 교과서 활용 학습에 대한 인식과 내용 이해에 대한 결과는 얻을 수 있었다. 또한 현장 적용과 별도로 추가적으로 현장 적용에 참여하지 않은 고등학생 6인에게 모델 교과서를 면밀히 검토하도록 하여, 그 결과 스토리텔링 교과서에 대한 일반 학생들과 교사의 인식을 분석하여 향후 스토리텔링 교과서 개발 및 적용 가능성을 모색하고자 하였다.

IV. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서 개발 사례와 적용 결과

1. 수학사탐구형 스토리텔링 교과서 개발 사례

가. 학습 주제 선택

2007 개정 교육과정에서는 수의 확장의 의미를 강조하여 교수학습 순서상 실수의 연산과 대소 비교 바로 뒤에 복소수의 개념을 학습하도록 하였다. 그러나 복소수는 실수의 확장이 아닌 방정식의 근의 확장의 개념으로 그 발생적 과정을 고려하여, 2009 개정 교육과정에서는 '방정식과 부등식' 단원에서 '복소수와 이차방정식'을 학습하는 것으로 교수·학습 순서가 변경되었다. 이러한 변화는 복소수 학습을 이차방정식의 해의 존재성과 관련하여, 그 필요성을 알게 하고 이를 통해 허수 단위의 뜻을 분명히 알 수 있도록 하는 것을 강조하기 위함이다. 본 연구에서는 복소수의 이러한 발생적 관점을 수학사의 맥락에서 구현하기 위하여 2009 개정 교육과정을 바탕으로 단원 내용을 구성하되 수학사 탐구형의 맥락에 맞게 단원 순서와 접근 방법 등은 새로이 구성하였다. 개발 단원은 대단원 ‘복소수와 이차방정식’을 주제로 중단원 4개로 구성하였다. 복소수의 등장 배경에 맞추어 이차방정식 단원을 먼저 다루었고, 이차함수와 이차방정식의 관계, 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 뒤이어 위치시켜 복소수를 방정식의 근의 확장으로 도입하기 위한 사전 지식을 학습할 수 있도록 구성하였다. 이어 복소수의 정의와 연산, 이차방정식과 이차함수의 활용을 뒤 이어 다루었다. 각 단원의 수학사를 활용한 주요 플롯은 <표 3>과 같이 정리할 수 있다.

<표 3> 복소수와 이차방정식 소단원과 이야기 플롯

소단원	주요 내용
1.1. 이차방정식	상훈이 서영의 집 근처에서 카르다노를 만남. 그의 편지에 적힌 이차방정식의 풀이를 탐구하면서 판별식을 학습
	↓
1.2. 근과 계수의 관계	카르다노의 도움을 받아 이차방정식의 근과 계수와의 관계 탐구
	↓
2.1. 이차방정식과 이차함수	상훈과 서영이 공학 도구를 이용하여 이차함수와 이차방정식의 판별식과의 관계, 이차함수와 직선의 관계 탐구
	↓
3.1. 복소수	봄벨리와의 대화를 통해 복소수를 정의
	↓
3.2. 복소수의 연산	봄벨리의 생각을 바탕으로 복소수의 연산에 대해 탐구
	↓
4.1 이차방정식과 이차함수의 활용	과거로 이동하여 디도공주의 문제를 이차방정식, 이차함수를 활용하여 해결

각 소단원의 학습 목표로는 2009 개정교육과정에서 제시하는 인지적 목표를 그대로 유지하거나, 수학사 탐구형의 특성에 맞게 하였다. 예를 들어, '복소수의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 사칙계산을 할 수 있다.'를 '① 복소수의 발생 배경을 알고, 그 의미를 안다. ② 복소수의 성질을 이해하고, 사칙계산을 할 수 있다.'로 세분화하였다.

나. 스토리의 모티브(motif)

유럽 르네상스 시대의 문화적 흐름은 수학적 아이디어와 표현방식의 변화를 야기하였다. 중세시대에 수학은 기초 학문인 4학(산술, 음악, 기하, 천문)의 한 부분으로 여겨졌지만 르네상스 시대의 수학은 상업과 무역의 급격한 발달로 실용성이 강조되었다. 따라서 14세기 경 사회적으로 경제적으로 그리고 교육 환경적으로 개인적이고 새로운 그룹인 수판기술자가 생성된다. 이들은 계산에 능한 사람으로 상업학교의 교사로 상인이나 그들의 자녀들에게 십진법 자릿값 체계나 그것을 사용할 수 있는 알고리즘을 가르쳐주면서 생활을 해왔다(야마모토 요시타카, 2010). 14-16세기 동안 복잡한 수치문제를 반복적으로 풀이하는 과정에서 풀이 방법은 "문자를 사용하는" 새로운 문제로 영역을 확장시켜 나갈 수 있게 되며, 점점 축약을 사용하기 시작하고, 기호화되기 시작한다. 허수는 이 과정에서 3차 방정식을 해결하면서 드러났으며 그 중심에는 카르다노, 타르탈리아, 봄벨리가 있다. 카르다노가 타르탈리아의 삼차방정식 풀이법을 전수받아 그 풀이법을 발표하는 과정에서 허수를 처음으로 공식적으로 언급한 수학자라면, 봄벨리는 복소수의 연산을 명백하게 제시한 첫 수학자이다.

카르다노는 1545년에 집필한 『Ars Magna(위대한 방법)』에서 모든 3차방정식의 풀이법을 최초로 제시하였다. 이 책과 관련하여 타르탈리아, 피오르, 페로 등이 관련된 삼차방정식의 풀이에 대한 수학대결에 대한 이야기는 이미 널리 알려져 있다. 이 책에서 카르다노는 제곱하면 음수가 되는 궤변적인 수를 상상하여 그것을 실제로 표현하고 있다. 개발한 모델 교과서에서 카르다노의 편지글로 제시하고 있는 문제 중 음수의 제곱근이 나오는 것은 『Ars Magna(위대한 방법)』에 등장하는 문제를 실제로 활용한 것이다. 카르다노는 삼차방정식

$x^3=15x+4$를 자신의 삼차방정식의 근의 공식으로 해결한 결과 음수의 제곱근이 나온다는 것을 알게 되어, 복소수의 존재에 대해 매우 혼란스러운 상태에 머물러 있었다.

뒤이어 봄벨리가 등장하여 카르다노의 삼차 방정식의 해결을 위하여 복소수의 연산을 도입한다. 봄벨리는 복소수를 연산을 할 수 있는 대상, 즉 수로 파악하였고, 두 복소수의 합이 실수가 될 수밖에 없는 켤레복소수 개념을 생각해 냈다. 또한 실수 연산의 확장된 연산으로 복소수의 합과 곱을 정의했다. 이러한 과정에서 봄벨리가 갖는 생각과 느낌을 학생들이 스토리를 통해 체험하고 실감할 수 있도록 구성하였다. 복소수의 연산에 대한 봄벨리의 생각은 그가 1572년에 집필한『L'Algebra(대수학)』의 2권의 내용을 바탕으로 제시하였다.

다. 등장인물 선정 및 플롯 구성

앞서 제시된 역사적 배경에서 알 수 있듯이 복소수는 한 수학자에 의해 맥락 없이 독자적으로 탄생한 것이 아니라, 방정식의 해결 과정에서 여러 수학자가 오랜 세월에 거쳐 함께 고민하여 탄생되고 그 연산이 정의되었다. 모델교과서에는 학생들이 이러한 과정을 이해하고, 허수가 곧바로 받아들여지지 않았던 과정을 함께 느끼는 경험을 하도록 판타지적 이야기를 구성하였다. 판타지적 요소를 지니고 있지만, 그 이야기는 사실적인 수학사에 기반을 두어 재구성되었기 때문에 사실(fact)과 허구(fiction)의 결합인 팩션(faction)이라고 할 수 있다.

교과서에서는 16세기 수학자인 카로다노가 불사의 존재로 등장한다. 카르다노는 삼차방정식의 풀이에 얽힌 타르탈리아라는 수학자와 있었던 문제를 해결하고자 500년을 기다려 마침내 타르탈리아의 환생인 주인공 ‘상훈’을 만난다. 상훈은 이야기 초반에 자신이 전생에 타르탈리아였다는 것을 모르는 상태에서 카르다노, 봄벨리 등의 도움을 받아 서영과 함께 수학개념을 의미 있게 탐구하며 학습한다. 학생들은 상훈의 학습 과정을 함께 따라가며 탐구중심의 학습을 할 수 있도록 하였다. 또한 상훈이 수학에 대한 긍정적인 인식과 자신에 대한 긍정적 모습으로 변해가는 과정에 따라 학생들도 수학 학습에 대한 긍정적인 태도를 기를 수 있을 것을 기대하였다(부록 1 참조).

‘복소수와 이차방정식’ 단원 모델 교과서는 수학사탐구형으로 개발하여 개념을 탐구하는 데에는 수학사 탐구형의 하위 유형인 수학사 상황 제시형, 수학자형, 수학 문제 활용형을 다음과 같이 적용하였다.

수학사 상황 제시형은 단원 전반의 플롯 구성에 적용되었다. ‘복소수와 이차방정식’ 단원에서는 단원 전체를 이끄는 주요한 수학적 상황이 16세기 삼차 방정식을 둘러싼 타르탈리아와 카르다노의 논쟁에 관한 일화를 바탕으로 그들이 방정식을 탐구하던 상황을 중심으로 이야기가 전개되도록 구성되었다. 이 경우는 단원 전체를 이끄는 주요 스토리로 수학사적 상황을 활용한 형태라고 볼 수 있겠다. 수학 상황 제시형이 스토리텔링 교과서에서 의미가 있기 위해서는 플롯과 극적 효과를 잘 이용해야 하는데 ‘복소수와 이차방정식’ 단원에서는 초반에 카르다노와 주인공 상훈이의 갈등 구조를 이용하고 상훈이가 카르다노의 제시 문제를 해결하면서 이야기를 전개하는 방식을 택하며 최종적으로 상훈이가 타르탈리아의 환생이라는 반전을 통해 극적 효과를 창출하고자 하였다.

단원 전반에 수학자, 또는 수학자의 역할을 대신하는 주인공의 이야기를 통해 수학자형을 구현하였다. ‘복소수와 이차방정식’의 단원 전반에서의 교과서의 화자는 상훈을 1인칭 시점으로 하는 ‘나’로 함으로써 ‘나’ 로 비유되는 학습자가 스스로 16세기의 수학자들이 겪었던 수학적 상황에 놓여 문제를 해결해 가도록 하였다. 교과서의 전개 방식에서도 통해 당시 수학자와 같은 방식으로 가정 또는 추측하고 확인하는 등의 수학학습을 경험하게 하고 수학자가 당면한 상황에 감정이입 되어 공감할 수 있도록 예제와 문제 중심이 아닌 실제 카르다노가 겪었던 상황과 봄벨리의 상황에서 함께 경험하도록 구성하였다. 특히 복소수를 도입하는 소단원에서는 봄벨리가 직접 등장하는데 이 경우 현재의 시점으로 온 봄벨리가 복소수의 연산에 관한 자신의 업적과 견해를 드러내어 주인공 ‘나’, 곧 학습자가 봄벨리가 제시한 방법들에 대해 이해하고 이와 관련한 상황에 이입될 수 있도록 구성하였다. 이로서 학생들이 수학자가 고뇌한 인지적·정의적 어려움과 함께 수학 개념을 살펴볼 수 있도록 하는, ‘수

학자형' 수학사탐구형을 구현하였다.

각 소단원의 도입부, 내용 전개, 마무리 등에 수학사적으로 의미 있는 문제를 다수 활용하였다. 1단원 이차방정식에서 도입부에 16세기에 유행했던 수학문제를 통해 주의를 환기하여 흥미를 유발하고, '카르다노의 사각형의 문제'라 불리는 당시 실제의 문제에서 중단원을 출발한다. 사각형의 변으로 표현되지 않는 이차방정식의 해를 통해 카르다노가 했던 허근에 대한 생각을 경험하게 된다. 또한 당시의 허근의 표기법에 대해 문헌을 바탕으로 학생들이 직접 생각해볼 수 있는 문제를 제시하여 기호의 필요성에 대해 느끼고 공감할 수 있도록 하였다. 2단원의 방정식과 함수의 관계를 파악하는데 있어서는 앞서 제시된 문제를 연속적으로 활용하되 학생들에게 실제적인 문제로 변형하여 공학적 도구를 활용하여 상호작용할 수 있도록 구성하였다. 3단원에서는 봄벨리가 복소수를 연산의 대상으로 보고 직접 연산했던 과정 기록을 바탕으로 가상의 문헌을 제시하여 학생들이 직접 연산을 정의하는 과정을 경험하도록 구성하였다. 끝으로 4단원 이차방정식과 함수의 활용 단원은 '디도 공주의 문제'로 불리는 전해오는 문제를 변형하여 활용하였다. 이 때 보다 학생들에게 극적이고 사실적으로 와 닿도록 시간성의 요소를 고려하여 과거 디도 공주의 시대로 주인공과 함께 학습자가 되돌아가 제시된 문제를 여러 가지 방법으로 해결하고 비교하도록 구성하였다. 이처럼 주요한 수학사 문제를 바탕으로 중단원을 전개하고 이것이 엮여 하나의 대단원의 주요한 개념을 학습할 수 있도록 구성하였다.

위와 같이 '복소수와 이차방정식' 단원 모델 교과서는 수학사 탐구형의 세부 유형을 적용하여 수학사 탐구형 교과서의 특징을 적용함과 함께, 학습 효과의 극대화를 고려하여 이차함수와 이차방정식의 관계를 탐구하는 과정에서는 공학도구를 활용하기도 하였다.

라. 스토리텔링 모델 교과서 개발 원리를 반영한 내용 전개

교과서의 내용 전개에서 스토리텔링 모델 교과서의 개발 원리인 '맥락성의 원리', '과정지향성의 원리', '소통의 원리', '다양성의 원리'를 구현하였다. 먼저, '복소수와 이차방정식' 단원에서는 역사적으로 복소수가 나타난 13세기부터 16세기까지의 시대 상황을 반영한 문제에서 출발하되, 초월적 존재가 등장하여 이를 시대를 초월한 현재에서 탐험하도록 한다. 즉, 시대를 초월하여 지식 탐구 과정을 경험하고 수학 개념 및 원리를 재조직 하도록 구성하였으며 단원 전체가 하나의 플롯으로 전개되는 수학사적 맥락이 활용하도록 '맥락성의 원리'를 구현하였다(부록2 참조). 모델 교과서의 각 소단원은 학습을 이끌고 가는 주요한 스토리를 도입하는 준비학습, 스토리를 기반으로한 탐구 중심의 본문, 그리고 단원 정리와 확인문제로 구성된다. 이야기는 대단원 전체에 일관성 있게 전개되며 학습자는 문제 해결, 의사소통, 추론에 중심을 둔 학습과제를 해결하면서 개념을 구성해 가도록 구성하였다.

단원의 준비학습에 학생의 흥미를 유발하고 소단원 스토리간의 개연성을 지닐 수 있도록 1-2페이지 정도의 스토리를 삽입하되 교과서 전체 분량을 고려하여 스토리가 너무 길어지지 않도록 하였다. 학습목표는 교육과정 문서상의 성취 기준과 함께 스토리텔링 교과서를 통해 추가할 수 있는 정의적 영역의 성취 기준을 추가, 변형하였다. 모델 교과서에서는 학습 과정에서 학생들이 자연스럽게 수학자들도 수학적 발견을 위한 고뇌 과정이 있었음을 알게 하여 수학에 대한 자신감도 고취시킬 수 있도록 함을 목표에 추가하였다. 이차방정식의 단원의 성취기준 중 '수학기호의 중요성을 이해할 수 있다.' 나 복소수 단원의 '복소수의 발생 배경을 알고, 그 의미를 안다.' 등이 그 예이다.

자칫 수학사에 맞추어 내용을 전개하다보면 필요한 내용이 누락되거나 너무 심화된 내용이 포함될 수 있기에 교육과정 문서를 철저히 분석하여 단원을 통해 꼭 학습해야 하는 내용이 빠지지 않도록 하였으며, 심화 내용을 포함해야 하는 경우 스토리를 통해 무리 없이 내용을 이해하도록 내용을 구성하였다. 내용 전개에서는 일반 교과서와 마찬가지로 개념설명, 예제, 연습문제를 추가하였다. 단, 개념설명의 과정에서 일반교과서와 같이 내용을 연역법으로 전개하지 않고, 스토리를 통해 자연스럽게 개념을 습득하도록 하였다. 복소수가 한 수학자의 천재적

인 아이디어로 인해 독자적으로 탄생한 것이 아니라 방정식을 해결하기 위해 여러 수학자가 수십 년 또는 수백 년을 거쳐 함께 고민한 결과임을 이해하고, 허수가 곧바로 받아들여지지 않았던 과정을 함께 느끼는 경험을 하도록 '과정지향성의 원리'를 반영하였다(부록3 참조). 예를 들어, 허수단위 i를 도입할 때, 교과서에서 $\sqrt{-1}$을 i로 표기한다는 것을 명시적으로 제시하지 않는다. 교과서에서 학급에서 논의과정을 거쳐 에 적절한 이름을 붙여 부를 수 있게 발문하고 소단원 말미의 개념 정리에서 수학자들은 $\sqrt{-1}$을 i로 표기한다는 것을 알게 하였다. 학생들이 스스로 개념을 형성할 수 있도록 교과서의 일방적 설명은 배제하였다. 예제는 기존의 교과서처럼 풀이과정을 일일이 풀어 서술하는 것을 지양하고, 단계별 질문을 제시하여 학생들 스스로 사고할 수 있는 기회를 제공하도록 하였다. 각 문항의 제목을 '예제', '유제'로 일관되게 정하지 않고, 문제의 성격에 따라 '다함께', '추론', '의사소통', '문제해결' 등으로 정하여 각 문항에서 요구하는 능력을 명백히 하였다(부록 7 참조).

단원 전반에 거쳐 스토리의 참여서로서 참여하기 위한 '나'라는 1인칭 시점을 차용하여 학습하는 주체로서 직접 소통할 수 있도록 하여 '소통의 원리'를 극대화 하였다. 또한 등장인물들 간의 소통의 상황을 지속적으로 제공하며, 등장인물들이 처한 갈등상황을 학생들이 교실에서 다른 학생들과의 대화를 통해, 그리고 교사와의 대화를 통해 해결하도록 하였다. 즉, 학생들은 내면에서 자신과의 소통 뿐 아니라, 교과서 등장인물간의 소통, 그리고 교실에서 다른 학생들과 또는 교사와의 지속적인 소통이 이루어지도록 문제 상황을 구성하였다 (부록4 참조).

각 소단원에는 다양한 문제와 입장을 가진 시대가 다른 수학자가 등장하여 복소수를 보는 입장을 드러내며, 학생들의 다양한 의견을 존중하는 과제로 내용을 전개하였다. 또한 디도 공주의 문제를 해결하는 과정에서도 두 등장인물이 서로 다른 풀이 방법을 제시하며 서로의 의견을 존중하는 내용을 삽입하였다. 이로서 '다양성의 원리'를 구현하고자 하였다(부록8 참조).

소단원 말미에는 실제 교육과정에 제시되는 개념과 주요 내용을 앞의 학습 내용을 바탕으로 연결하여 정리할 수 있도록 하였고, 간단한 스스로 확인 문제를 제시하였으며, 대단원의 말미에는 대단원의 단순 연습문제가 아닌, 스토리텔링으로 학습한 내용과 관련한 대단원 정리 문제를 제시하였다. 문항의 형태 역시 앞서 스토리텔링 교과서에서 추구하였던 학습자 탐구의 방식에 일관성을 유지하여 <생각정리하기>, <생각다지기>, <생각연결하기>, <생각 글로 표현하기> 등의 주제별 정리 및 심화 문제를 제시하였다. 예를 들어 '복소수를 '수'라고 할 수 있는 이유를 설명하여라' 와 같이 개념을 확인할 수 있는 문제, 스스로 스토리를 구성하는 문제, 학습 내용을 바탕으로 해결할 수 있는 실생활 문제를 제시하도록 하는 문제 등을 제시하여 학생들이 탐구내용을 바탕으로 사고를 확장할 수 있도록 하였다.

마. 스토리텔링 교수ㆍ설계 원리

스토리텔링 요소를 활용하는 교수ㆍ설계의 여섯가지 원리는 <표4>와 같이 단원 전반에 거쳐 적용되었다. 단원 전체에 지속적으로 등장하는 주요 등장인물을 설정하고, 각 인물의 캐릭터를 부여하여 단원 초입에 설명하여 페르소나를 구현하였다(부록 1 참조). 각 소단원의 내용이 전개되면서 등장인물들은 각자의 캐릭터에 맞는 행동을 하게 되며 핵심 주인공들은 전체 단원에 지속적으로 등장하기 때문에, 학습 내용이 달라지거나 스토리의 시간, 장소 등의 배경이 달라지더라도 학생들이 내용 전개에 몰입할 수 있도록 하였다. 전체 단원의 '플롯'을 대단원 초입에 소개하였다(부록 2 참조). '복소수와 이차방정식' 단원은 주인공 상훈이 수학을 왜 공부해야 하는가, 자신은 누구인가에 대한 의문으로부터 시작되어, 수학적 상황을 탐구하면서 수학적 내용과의 갈등, 등장인물과의 갈등 등 다양한 갈등 상황을 경험하게 된다. 대단원에 적용되는 큰 주제 내에서 소단원 별로 핵심 사건이 주어지고, 주인공과 함께 일련의 상황을 해결하는 과정에서 학생들은 자연스럽게 수학 내용을 학습할 수 있도록 하였다. 또한 갈등 상황 속에는 등장인물들이 겪는 다양한 감정이 드러나기 때문에 학생들은 등장인물들이 경험하는 자신의 존재에 대한 호기심, 수학적 좌절에 대한 분노와 탄식, 수학적 문제 해결에 대한 환희, 곤경에 처한

주인공에 대한 연민 등과 같은 다양한 '감정이입'을 경험하도록 하였다(부록 3 참조). '복소수와 이차방정식'의 핵심적인 수학적 개념인 허수 단위 'i'의 의미의 '은유'를 중의적으로 활용하여 i를 탐구하여 알아가는 것이 곧 자기 자신의 I를 찾아가는 과정으로 활용하였다(부록 4 참조). 각 소단원에 활용되는 스토리는 각 소단원의 학습 목표 구현을 위한 핵심적인 '수학적인 경험'을 할 수 있도록 구성하였다(부록 5 참조). 스토리를 통해 학생들은 수학적 상황, 또는 각 수학 내용이 적용되는 실생활 맥락적 상황을 경험할 수 있도록 하였고, 등장인물들과 함께 또는 등장인물들을 돕는 문제 해결 과정을 통하여 수학 내용을 자연스럽게 학습할 수 있도록 하였다. 예를 들어 '이차방정식과 이차함수'의 활용 단원에서는 주인공들은 '디도 공주'가 처한 문제 상황 해결을 돕기 위하여 '이차방정식'과 '이차함수'를 활용하게 된다. 문제 해결 상황 중에는 등장인물간의 대화에 참여, 등장인물들이 겪는 상황을 교실에서 친구들, 교사와 함께 탐구하며 해결, 공학도구를 활용하는 등의 다양한 활동을 통해 실질적인 경험이 이루어지도록 하였다. 각 소단원 내용에 맞는 수학사 상황, 수학자, 수학문제를 활용하기 위해서는 시대를 초월한 내용 전개가 불가피하다. 주요 내용의 '시간성'을 자연스럽게 연결하도록 하기 위해서 불사의 존재를 등장인물로 설정하였고, 시대의 이동을 할 수 있는 통로로 초상화의 마법을 통한 시대 이동이 가능하도록 하였다(부록 6 참조). 또한 시간을 넘나드는 과정에서 다음에 전개될 수학적 내용들을 학생들이 가정하고, 추측, 추론하도록 하였다. 예를 들어, 허수단위를 정의하고 그 성질을 탐구하는 과정에서 학생들에게도 가정과 추측의 기회를 제공한다. 이로서 학생들의 인지적 몰입을 유도하였다.

<표 4> 스토리텔링 교수 · 학습 요소 적용 방법 및 구현 예시

요 소	적용 방법	예시
페르소나	단원 전체에 지속적으로 등장하는 주요 등장 인물을 설정하고 각 인물의 캐릭터 부여하여 단원 초입에 설명, 캐릭터에 맞는 내용 전개	상훈, 서영, 봄벨리, 카르다노 (부록 1)
감정이입	수학적 갈등상황 및 인물간 대립구조를 설정하여 감정이입이 가능한 상황 제공	단원 초반부터 상훈은 자신과 카르다노의 관계에 대한 호기심을 갖게 되며, 수학적 탐구를 진행하면서 궁금증을 해결하게 됨 수학자들이 문제 해결과정에서 겪는 갈등상황을 제공하여 수학자들의 고민과 탄식을 경험하도록 함 (부록 3)
비유	수학적 내용에 주인공의 상황을 은유함	i의 의미를 탐구하는 과정을 상훈이 자신의 존재, 즉 I를 찾아가는 과정에 비유 (부록 4)
플롯	주인공이 수학을 왜 해야하는지, 자신의 존재는 무엇인지 탐구하는 것을 큰 플롯으로 하여, 단원의 수학적 내용에 따라 적절한 갈등 상황 창출	대단원 초입에 단원 전반에 적용되는 문제 상황을 소개(부록2), 각 소단원 초입에 이전 단원과 연계되며 새로운 문제상황이 제공되는 스토리 소개, 내용 전개 과정에도 수학적 갈등상황과 등장인물간 갈등상황 제공
수학적 경험	스토리를 통하여 학생들이 수학적 상황, 각 수학 내용이 적용되는 실생활 맥락적 상황을 경험할 수 있도록 하고, 문제 상황을 해결하는 과정에서 수학 내용을 탐구하도록 함	디도 공주의 문제(등주문제) 해결을 통한 이차방정식과 이차함수 활용 탐구(부록 5)
시간성	각 소단원 내용에 맞는 수학사 상황, 수학자, 수학 문제 활용을 위한 시대 초월적 내용 전개	불사의 존재, 신비로운 초상화를 활용한 시간 이동 (부록 6), 시간을 이동하면서 수학자들이 실제로 겪었던 수학적 가정, 추론, 추측의 과정을 경험하도록 함(부록 7)

3. 스토리텔링 교과서의 현장 적용성 탐색

‘복소수와 이차방정식’ 단원 수업 후 학생들에게 수학사 탐구형 줄거리에 대한 흥미도의 정도 ‘매우 흥미롭다’, ‘흥미롭다’, ‘흥미롭지 않다’, ‘매우 흥미롭지 않다’ 중 선택하도록 질문하였다. 이에 대해 72%의 학생들이 ‘매우 흥미롭다’ 또는 ‘흥미롭다’라고 응답하였다. 또한 가장 기억에 남고 흥미로웠던 수학내용이나 스토리, 느낀 점 등을 개방형으로 묻는 사후 질문에서 학생들은 세 가지 측면에서 제시하였다. 첫째, 수학사에 대해 먼저 꼽고 있었다. ‘옛날의 수학자들이 존재하지 않는 수를 인정하고 사용하였다는 것이 멋있다’, ‘대항해 시대의 항구에서 당시 내로라하던 수학자들이 수학대결을 펼쳤다는 사실이 흥미로웠다’, ‘복소수의 발견 과정과 그와 관련된 스토리가 흥미로웠다’ 등 수학사의 도입을 통한 수업 전개 방식에 대해 긍정적인 반응이 그것이다. 둘째, 수학적 내용면에서도 새로운 역사적으로 접근한 새로운 사실 등에 흥미를 보였는데, ‘3차방정식의 근의 공식을 추론할 수 있었던 것이 흥미로웠다’, ‘직사각형의 넓이를 이용한 이차방정식의 풀이’, ‘근호 안의 수가 음수일 때를 고려해보게 되었다’ 등이 그것이다. 학생들은 수학사를 통해 제기된 문제를 바탕으로 수업 내용 자체에 대한 흥미를 보인 것을 알 수 있다. 셋째, 스토리 자체에도 관심을 가지고 있었다. ‘카르다노와 관련된 수학사와 옛 수학이야기가 재미있었다.’, ‘카르다노와 선영이의 실체가 탄로났을 때’, ‘이런 이야기들로 수학적 지식을 전달할 수 있는 것이 흥미로웠다.’ 등으로 응답한 학생들은 스토리의 측면에 대해서도 많은 인상을 받았음을 알 수 있었다. 이러한 결과는 비록 단기간의 수업 적용이었으나 수학사탐구형 모델 교과서가 의도한 수학사를 활용하여 탐구하는 수학사적 맥락이 학생들에게도 전해진 것을 시사한다고 할 수 있겠다.

스토리텔링 교과서 ‘복소수와 이차방정식’ 단원에 대한 면밀한 검토를 진행한 6명의 고등학생들은 스토리와 수학적 내용이 조화를 이루어 수학 내용의 맥락적, 몰입적 이해가 가능하고 스토리 등장인물들의 사고의 흐름을 자연스럽게 따라갈 수 있다고 분석하였다. 또한, 스토리 내용을 바탕으로 실제 교실에서 탐구하는 과정에서 개념을 습득할 기회가 많으며, 학습 내용을 단순히 받아들이는 것이 아니라 수학사에 기반하여 수학자들의 사고의 확장 과정을 접할 수 있어서 내용을 더 깊이 있게 이해할 수 있으리라고 기대하였다. 단, 일부 학생의 경우 캐릭터에 거부감을 지닐 수 있으며, 전반적으로 연습문제의 수가 적음을 지적하였다.

스토리텔링 교과서에 대한 긍정적 인식은 모델교과서를 통해 수업을 진행한 현장 교사의 경우에도 동일하였는데, 그 근거는 현장적용 후 사후 인터뷰한 교사의 인터뷰 중에서 찾을 수 있었다. 다음은 교사 인터뷰 중 일부이다.

“어떻게 그걸 수학적으로 접근하게 되었고, 이런 것들의 배경을 알 수 있어서 아이들이 단순히 ‘이것은 이 문제를 풀기 위해 알아야 돼’ 라고 공부하기 보다는 ‘아 그래서 이 생각까지 오게 되었구나, 이런게 좀 필요해서’ 이런 것들을 스스로 좀 깨달을 수 있던 것 같아요.”

“스토리라는 자체가 조금 사람을 이완시켜주는 힘이 있는 거 같아요. 수학 정말 설명하나를 놓치면 완전히 개념자체를 잘못 생각할 수 있는데, 스토리라는 것은 한두 문장 한 페이지 편하게 읽어도 그 다음 스토리를 읽으면 앞 스토리랑 조금 연관되서 그게 스토리의 힘인 것 같아요.”

수학사탐구형 스토리텔링 모델 교과서로 수업을 한 학생뿐만 아니라 교사 역시 맥락성과 과정지향성의 원리를 충분히 인식하고 경험하고 있음을 알 수 있었다.

Ⅵ. 논의

1. 수학사탐구형 스토리텔링 모델 교과서의 의의

교육과학기술부는 2012년에 입시 대비 변별력 확보를 위한 수학교육을 미래 사회에 대비하여 사고력과 창의력을 키우는 수학교육으로 개선하고, 수학에 대한 학생들의 흥미와 긍정적 인식을 높이기 위해『수학교육 선진화 방안』을 발표하였다. 이의 한 방안으로 스토리텔링 교과서의 도입을 제시하고 2013년 1학기부터 초등학교 1, 2학년과 중학교 1학년 과정부터 개정이 시작돼, 2014년에는 초등학교 3, 4학년으로 확대되고, 2015년에는 초등학교 5, 6학년으로 단계적으로 개정될 예정이다. 고등학교 과정에서도 2016년 1학기에 스토리텔링 교과서가 도입될 예정이기 때문에, 고등학교에서 적용 가능한 스토리텔링 교과서의 한 유형을 적용 방안의 예시로 제안하고 교육현장에서 미리 새로운 형식을 접하도록 하여 그 적용 가능성을 탐색하고자 하였다. 대단원에 걸쳐 적용되는 스토리의 구조를 지니고 내용을 진행한다는 큰 틀 안에서, 수학교육계에서 꾸준하게 그 교육적 효과가 강조되어 온, '수학사'를 활용한 스토리텔링 교과서의 예시를 제안하였다. 특히, 단순히 수학사를 '활용'하는 것에서 넘어서서 맥락성의 원리, 과정 지향성의 원리, 소통의 원리, 다양성의 원리에 맞추어(권오남 외, 2013) 수학사가 교수 · 학습 과정에 자연스럽게 스며들 수 있도록 하였다. 또한 스토리텔링 효과를 극대화 하기 위하여 페르소나, 감정이입, 은유, 플롯, 수학적 상황, 시간성과 같은 스토리텔링 교수 · 학습의 요소를 구현하였다.

이와 같은 원리로 개발된 수학사탐구형 스토리텔링 교과서의 스토리텔링은 두 가지 성격을 가진다. 하나는 수학 개념 밖에서 수학적 개념 사이를 이어주는 것이다. 이러한 스토리텔링의 특징은 학생들이 이야기에 흥미를 느끼면서 수학학습에도 흥미를 느낄 수 있도록 유도하는 역할을 한다. 즉 맥락성을 그 원리로 하고 있다. 맥락성의 원리는 학생들에게 익숙한 실세계 소재를 바탕으로 하여 실세계 경험과 수학적 개념 및 원리를 이해 가능한 형태로 조직화함으로써 추상적인 수학 교과 지식을 구체화하고 학생들의 수학적 관점과 통합되어 의미충실하게 전체 맥락을 구성하고 이해를 발전시켜 나갈 수 있는 과제와 학습 맥락을 제공하고자 하는 원리이다. 개발 교과서는 이러한 원리를 바탕으로 단편적인 이야기의 나열이 아닌 한 단원 전체를 수학사와 관련한 하나의 이야기로 엮어, 개념이 학습되는 과정과 이야기가 함께 진행될 수 있게 개발되었다는 점에서 이전의 교과서의 구성과는 차이가 있다.

두 번째로 수학사탐구형 스토리텔링 교과서는 학생들이 주도적 탐구과정을 통하여 수학적 개념을 형성하도록 할 것으로 기대할 수 있다. 교과서가 과정지향성의 원리를 반영하여 지필되었기 때문에 수학교과지식을 구성해 가는 과정에서 학생들이 능동적으로 자신에게 의미 있는 방식으로 문제해결을 해결하고 해결의 아이디어를 표현할 수 있도록 하여, 학습자 당사자의 목소리가 학습에 반영될 수 있도록 함을 기대할 수 있다. 수학사 탐구형 스토리텔링은 학생들 내면에서 수학적 개념을 알아가면서 학생들이 자신만의 이야기를 만들 수 있게 돕는다. 학생도 수학자들이 겪었던 고민을 함께 하면서, 복소수에 대한 이야기를 스스로 구성할 수 있도록 하였다는 점에서 의미가 있다.

2. 수학사탐구형 교과서 개발의 어려움과 교과서 개발의 함의

수학사탐구형을 교과서를 개발하고 적용하는데 있어 어려움 중 하나는 수학사를 활용하는 의미를 살리기 위해서 내용의 심화 정도와 학습 수준의 수위를 결정하는 것이었다. 즉 역사적으로도 지금의 한 개념을 이루기 위해서 다양한 많은 개념과 표현이 연계되어 발전해 왔고 이들에 대한 배경이 이해될 때 더 의미가 풍부해지는데, 교육과정의 한계로 그 수준과 범위가 제한될 수도 있었다. 가령 복소수 연산과 복소평면 등의 관계 등은 복소수 연산의 특징을 이해하고 그 활용에 대한 이해에 의미 있는 내용이지만 해당 단원이 포함된 고등학교 1학년의 교육과정을 벗어난 것이기 때문에 개발한 교과서 내용에서는 제외하였다. 복소수와 방정식 단원은 역사적으로도 그 연계성이 분명하고 배경이 되는 역사적 상황이 존재하여 수학사탐구형을 적용하기 비교적 용이하였는데도 불구하고 내용을 제한한 부분이 있었는데 다른 단원의 경우 교육과정상의 한계를 둘 경우 스토리의 전개가 단편적이거나 중단원 연결이 어려울 수 도 있다는 것을 함의한다. 한편 스토리를 활용하는데 있어 그 비중과 분량

의 문제도 개발과정에서 논의되어야 할 문제이다. 내용을 풍부히 하고 학생들의 몰입과 이해를 위해 많은 양의 스토리가 포함되어도 좋겠지만 오히려 이것이 학습을 방해할 수도 있어 스토리와 학습내용의 비중과 분량은 실제 교과서 활용 수업의 적용과 함께 지속적으로 이루어져야 할 부분이다.

이러한 어려움을 개선하고 수학사 탐구형 모델 교과서를 개발하면서 앞으로의 다양한 소재와 유형의 개발에 있어 수학사를 잘 활용하는 방안을 정리하면 다음과 같다.

우선 몇 가지 대단원 도입에 등장인물의 캐릭터를 소개하여, 학생들이 극중 캐릭터에 좀 더 몰입할 수 있도록 할 수 있다. 등장인물에 학생들이 몰입할 수 있도록 캐릭터가 강한 인물을 등장시키는 것이 좋지만 학습자의 수준를 고려하여 고등학교의 경우 스토리가 너무 유치해지지 않도록 하는 것도 방법이다. 개발 교과서의 경우는 단원의 준비학습에 1-2페이지 정도의 스토리를 삽입하여 학생의 흥미를 유발할 수 있도록 구성하였으며 이때 스토리가 너무 길어지지 않도록 하였다. 스토리텔링의 장점을 살리는 방향에서 학습목표는 교육과정 문서상의 인지적 성취 기준도 지식의 이해 뿐만 아니라 탐구와 의미를 내면화하는 등의 성취 기준도 추가, 변형이 가능할 수 있다. 이과 함께 스토리텔링 교과서에 맞는 정의적 영역의 성취기준도 추가할 수 있겠다.

맥락성과 과정지향성을 살려 학습자가 스토리에 몰입하게 하는 방법으로는 일관된 시점을 유지하는 것도 도움이 된다. 복소수와 이차방정식의 경우는 상훈이라는 나의 1인칭 시점이 학생들이 자신과 동일시하며 학습할 수 있도록 이끄는 매개체의 역할을 하였다.

교과서의 역할을 고려할 때, 내용의 이해와 탐구뿐만 아니라 일반 교과서와 마찬가지로 개념설명, 예제, 연습문제를 추가도 고려되어야 하겠다. 그러나 앞서도 언급했듯이 개념설명의 과정에서 일반교과서와 같이 내용을 연역법으로 전개하지 않고, 스토리를 통해 자연스럽게 개념을 습득하도록 하며 이 과정에서 학생들이 스스로 개념을 형성할 수 있도록 교사의 일방적 설명은 배제하는 것도 스토리텔링의 장점을 살리는 방안이다. 교과서에 제시되는 예제는 기존의 교과서처럼 풀이과정을 쭉 풀어 서술하는 것을 지양하고, 단계별 질문을 제시하여 학생들 스스로 사고할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 단원 말미에 이러한 맥락에서 학생들의 이해를 점검하고 동시에 자신의 생각을 외면화하고, 공유하며, 타인의 생각을 내면화하는 기능을할수 있는 문제를 제시하므로써 스토리텔링의 장점을 극대화 시킬 수 있다. 복소수와 이차방정식 단원 교과서에서는 개방형문제, 개념 확인을 위한 문제, 글쓰기 문제, 심화 정리를 증명하는 문제 , 스스로 스토리를 구성하는 문제 등을 활용하였다.

수학사를 활용한 스토리텔링 모델교과서는 학생들이 스스로 지식을 구성하고 학습 동기도 유발하여 긍정적 태도를 형성하는 것은 분명하다. 다만 아직 개발초기 단계이고, 학습 성취 면에서는 장기간의 연구가 필요하며, 평가의 변화를 함께 고려해야 한다. 또한 현장적용에 있어 학생과 교사의 수업 활용의 입장을 고려하여 교사용 지도서와 교사연수 그리고 그에 따른 연구가 후속 과제로 남아있다.

참 고 문 헌

권오남 외 (2012). 고등학교 스토리텔링 모델 교과서 개발 (연구 계획서 No. 060000). 한국과학창의재단.

권오남 외 (2013) 고등학교 스토리텔링 모델 교과서 개발 최종보고서(한국과학창의재단 2013-8). 한국과학창의재단.

김기원, 조지선 (2004). 기수법에서 수학사를 활용한 교수-학습자료 개발. 신라대 자연과학연구소, 13, 1-14.

김해규 (2002). 제 7차 교육과정 초등수학교과서 도형영역에서 활용 가능한 수학사 학습 자료. 제주교육대학교 논문집, 31, 61-107.

박정미·노영순 (2005). 중학교 수학 교과서의 수학사 자료 비교 분석: 함수 단원을 중심으로. 한국학교수학회논문집, 8(4), 445-458.

백석윤 (1990). 수학사와 수학 교육과정, 과학교육연구 16, 21-35.

백영미 (2007). 스토리텔링을 적용한 수학수업이 초등학교 학생의 학업성취도 및 수학적 태도에 미치는 영향. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

박소화 (2012) 스토리텔링 기반 교수설계원리 및 모형 탐색. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

백조현·박수홍·강문숙 (2010). 스토리텔링 기반 수학과 수업 설계 전략 모형 개발 -확률통계를 중심으로, 교육혁신 연구, 20(1), 113-141.

심상길 (2009). 교과서 연립방정식 단원에 제시된 수학사의 소재 분석 및 교수학적 분석. 대한수학교육학회지, 11(3), 415-429.

심상길 (2010). 수학사 활용에 대한 예비교사들의 인식분석, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 24(3), 831-842.

야마모토 요시타카 (2010). 16세기 문화혁명. 남윤호 역. 동아시아.

양종숙 (2010). 수학사 활용 수업이 학습 태도와 학업성취도에 미치는 영향. 인하대학교 석사학위논문.

오영범·박상섭 (2010). 초등학교 수학과 개념학습을 위한 스토리텔링 기반 학습 콘텐츠 개발, 정보교육학회논문지, 14(4), 537-545.

유현주 (1999). 수학사와 수학교육, 학교수학, 1(1), 245-259.

윤대원·박선정 (2006). 수학사 및 예화자료를 활용한 교수학습이 학생들에게 미치는 효과 -수학1 수열단원을 중심으로, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 20(3),343-359.

이수창 (2009). 수학사를 활용한 미적분학 지도자료 연구. 인하대학교 석사학위논문.

이진 (2009). 교과서의 수학사와 실생활 문제 활용분석 연구. 이화여자대학교 석사학위논문.

엄상미·이경화 (2006). 수학사를 활용한 수업에서의 수학학습 태도와 수학 학습과정, 교원교육, 22(4), 135-150.

Balakrishnan, C. (2008). *Teaching secondary school mathematics through storytelling.* Simon Fraser University.

Branford (1908) *A Study of Mathematical Education, including The Teaching of Arithmetic.* Oxford, Clarendon press.

Cooper, P. J., & Simonds, C, J. (2007). *Communication for the Classroom Teacher* (8th Edition). Allyn & Bacon,Inc. 이창덕, 전인숙, 이정우, 김주영, 김지연 역(2010). 교실 의사소통 -효과적인 교실. 교육과학사

Egan, K. (1997). *Educated mind: How congnitive toools shape our understanding.* Shicago; London: University of Chicago Press.

Egan, K. (2005). *An Imaginative Approach to Teaching.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Fauvel, J., & Van Maanen, J. (2000). *History in mathematics education: An ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Freudentha, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Goral, M. B., & Gnadinger, C. M. (2006). Using storytelling to teach mathematics concepts, *Australian Primary Mathematics Classroom,* 11(1), 4-8.

Grootendorst, A.W. (1982). De geschiedenis van de wiskunde en het onderwijs in de wiskunde, *Wiskunde en Onderwijs 8(30)*, 287-306.

Klein, F.(1908). *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint. English translation undated*. New York: Dover.

Mazur, B., & Pesic, P. (2005). On mathematics, imagination & the beauty of numbers. *Daedalus,* 134(2), 124-130.

Poincare, H. (1908). *Science et Methode*. New York: Dovr. 김형보, 오병승 역(1982). 과학의 방법. 서울: 단대 출판부.

Pramling, N., Pramling, I., & Samuelsson, N.(2008). Identifying and solving problems: Making sense of basic mathematics. *International Journal of Early Childhood,* 40(1), 65-79.

Senechal, M. (2005). Mathematics as narrative at mykonos. Retrieved July 12, 2006.

Siu, M.K. (2007). No, I don't use history of mathematics in my class. Why? In F.Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis (Eds.), *Proceedings HPM2004 & ESU4 (revised edition, pp. 268-277).* Uppsala: Uppsala Universitet.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2008). *Teaching mathematics as storytelling*. Rotterdam: Sense Publishers.

Development of the model textbook based on storytelling : the case of 'Inquiry into History of Mathematics' type

Oh Nam Kwon
Seoul National University
E-mail : onkwon@snu.ac.kr

Jee Hyun Park
Graduate School of Seoul National University
E-mail : Jeannei@hanmail.net

Hyungmi Cho
Graduate School of Seoul National University
E-mail : earthan1@snu.ac.kr

Mi Ju Kim†
Graduate School of Seoul National University
E-mail : logicalmjk@hana.hs.kr

Among five types of the model textbook based on storytelling, the type of 'Inquiry into history of Mathematics' focuses on adapting the logic of mathematical discovery to the organization of mathematical contents. It enables students to recognize that mathematics has been developed by human needs and creativity while they are engaged in the story about knowledge formation. Moreover the textbook offers the context in which students are able to understand mathematical insights and logics hidden in the subject matter, so that they can reinvent and develop mathematical knowledge.

In this study, we found the principles for development of the textbook based on storytelling for 'Inquiry into History of Mathematics' by analyzing the chapter about 'Complex number and Quadratic Equations' of the model textbook. The chapter was implemented in classroom environment and students' understanding of the subject matter and their perception on the textbook based on storytelling were surveyed before and after the implementation. The results showed the possibilities of adapting the textbook based on storytelling and we suggested some implications for further development.

* ZDM Classification : U24
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20
* Key Words : Storytelling, History of Mathematics
† Corresponding author

<부록- 스토리텔링 교수 · 학습 원리 구현 예시>

1. 등장인물 소개

등장인물


김상훈

같은 반 서영을 좋아하는 남학생. 서영의 관심사가 중세 수학인 것을 알고 이에 대해 관심을 가지게 된다. 자신의 방식으로 수학을 해결하려는 의지가 강하고, 생각한 부분이 해결되지 않으면 다음으로 넘어가지 못하는 성격. 그래서 제한시간에 해결을 못해 자신이 수학을 못한다고 생각한다. 서영과 가까워지면서 여러 가지 믿을 수 없는 신비로운 경험을 하게 되고 수학에 차차 눈을 뜨게 되는데…


이서영

상훈이 반으로 전학 온 여학생. 혼자 생각하기를 좋아하고 다른 사람들에게 차갑다는 인상을 주는 신비스러운 아이이다.
수학을 좋아하고 고대 서적에 관심이 많다. 카르다노와 친분이 있고 상훈과 카르다노를 연결시켜주는 중간 역할을 한다.

16세기의 사람으로 원래 의사였으나 천문학, 물리학, 수학 문제 등에 흥미를 많이 가지고 있었으며, 당시 3차방정식의 근의 공식을 찾아낸 타르탈리아에게 그 공식을 가르쳐 달라고 집요하게 부탁한 끝에 풀이에 대해 알아내고, 이를 자신의 방식으로 연구하여 정리한 『Ars Magna(위대한 방법)』(1545)를 집필하였다.
서영을 찾아온 상훈과 만나 그에게 많은 수학적 영감을 제공한다.


카르다노
(Cardano,
1501~1576)

카르다노가 발표한 3차방정식의 근의 공식에서 나타난 음수의 제곱근에 대해 깊이 연구하였고, 1572년 그 이상한 수에 연산을 정의한 최초의 인물. 서영에 의해 현재로 소환되어 상훈과 만나게 된다.


봄벨리
(Bombelli,
1526~1572)

2. 맥락성의 원리 예시 (대단원 플롯)

새로운 존재를 찾아가는 여행에 당신을 초대 합니다.

내 이름은 김상훈. 나는 대한민국 서울에 사는 열일곱 살짜리 소년이다. 난 어릴 때부터 수학이 싫었다. 특별히 싫은 이유는 없었다. 그냥 싫었다. 그나마 관심이 가는 과목은 과학이었다. 하지만 사람들은 과학을 잘하려면 수학은 필수라고들 말한다. 대체 스마트폰을 설계하는데 이차방정식이 무슨 소용이며, 디스플레이의 화질을 높이는데 세제곱근이 왜 필요하다는 걸까?

이런 질문을 하면 주변 사람들은 나에게, 한결같이 "좋은 대학에 가야 공학자든 뭐든 될 거 아니야.", "꼭 공부 못하는 애들이 쓸데없는 질문을 해."라면서 핀잔을 준다. 단지 시험을 보고 평가를 받기 위해서라면 수학이 아닌 다른 방법도 있지 않을까? 수학을 하는 이유도 모르면서 문제 풀이에 몰두하는 것은 어디로 가는지도 모르면서 가고 있는 것과 같다. 생각해보라. 망망대해 한가운데에서 어디로 가야 할지 모르는 뗏목에 타고 있다면, 노를 저을 마음은 눈곱만큼도 생기지 않을 것이다. 이것이 수학을 싫어하는 학생들의 공통된 마음이 아닐까? 나는 그렇게 가고 싶지 않았다. 결국 난 성적도 그저 그렇고, 특별히 잘 하는 것도 없는 아이로 자라게 됐고, 이작저작 나이가 들어 어느새 고등학교 1학년이 되고 말았다.

그러나 지금은 달라졌다. 삼 개월 전, 게릴라성 폭우가 막 지나간 그때, 그를 만나고 난 후부터였다. 그는 이탈리아에서 온 '카르다노'이다. 그는 내가 가지고 있던 온갖 고민들을 한방에 날려주었다.

'수학을 왜 해야 할까?'

결론부터 말하자면, 이 질문에 해답은 없다. 아니, 해답은 무수하게 많다. 알고 보니, 수학은 한 가지 해답을 찾는 공부가 아니었다. 사람마다 자신이 찾은 해답이 다를 뿐이다. 내가 찾은 해답은, 수학은 존재할 수 없다고 생각한 것, 상상 속에만 존재한다고 믿는 것을 존재하게 한다는 것이다. 그렇게 찾은 새로운 존재를 통해 내 존재를 깨닫게 해준다. 카르다노는 내가 다른 사람과 경쟁하기 위해서, 좀 더 좋은 성적을 받기 위해서 공부하는 것이 아니라는 것을 깨닫게 해 주었다. 수학은 새로운 세상에 대한 깨달음이며, 내가 나를 알아가는 과정이었다. 사람들이 존재할 수 없다고 믿는 그것의 존재를 깨닫는 순간, 열등감 때문에 잃어버린 나 자신을, 내 자존감을 회복할 수 있었다.

지금부터 나는 그 해답을 찾은 여행에 여러분을 초대하려 한다.

3. 과정지향성의 원리, 감정이입 예시

3. 복소수

준비학습

카르다노와 나

지금 나에게 무슨 일이 일어나고 있는 것인가? 카르다노라는 사람을 내가 16세기에 만났었다면 나는 과연 누구인가? 나와 편지를 주고받을 만큼 친한 사이였던가? 그런데 왜 나를 기다렸다는 것일까? 그리고 미안해 한다는 그 말은…

"난 도대체 어떤 일이 벌어지고 있는지 모르겠다. 카르다노와 내가 아는 사이니?"

"카르다노가 이야기 해줄 거야. 그가 너에게 진실을 말할 때까지 나는 아무 말도 할 수가 없어. 이게 지금 너의 답답한 마음을 좀 풀어주는데 도움을 줄 수 있을지 모르겠다."

서영은 『위대한 방법』을 집필할 당시 카르다노가 실린 신문을 보여주었다.

<신문> 1545년 0월 0일

이탈리아 카르다노, 삼차방정식 해법을 정리하다: 위대한 방법(Ars Magna)

카르다노는 최근 집필한 『위대한 방법』에서 삼차방정식의 일반적인 풀이법을 정리하였다. 그는 삼차방정식의 근의 공식을 구한 셈이다.
삼차방정식을 해결하는 일반적인 방법이 없다는 파치올리의 설명을 정면으로 반박할 수 있는 결과이다. 이차방정식에서와 같이 근의 공식이 찾아지지 않아 수십 년 동안 수학대결에서 수학자들을 울고 웃겼던 삼차방정식의 해에 대해 드디어 그 베일이 벗겨진 것이다.

다음은 카르다노와의 인터뷰 전문이다.

기자: 선생님 삼차방정식과 같이 난해한 문제를 해결할 수 있었던 실마리는 무엇이었습니까?

카르다노: 그것은 타르탈리아의 공이 매우 크다고 할 수 있습니다. 타르탈리아와 피오르 사이에 있었던 수학대결을 알고 있습니까?

기자: 물론이지요. 그 사건은 수학계에서 대단한 사건이었지요. 모두 타르탈리아가 질 것이라 생각했지만 피오르가 제시한 삼차방정식의 문제를 10분 만에 해결해버리고는 더 어려운 문제까지 제시해서 타르탈리아가 대승을 한 사건 말씀이시지요?

카르다노: 그렇습니다. 타르탈리아는 그 수학대결이 있기 바로 전날에서야 불연 듯 삼차방정식을 해결할 수 있는 한 방법을 알아냈다고 합니다. 나는 타르탈리아에게 간곡하게 부탁하여 그 방법을 알아냈고, 그것을 바탕으로 그의 방법을 포함한 더 큰 결과를 이룰 수 있었습니다.

기자: 그런데 삼차방정식의 근의 공식이 정말 복잡한데, 연구 중 가장 힘들었던 점은 무엇이었습니까?

카르다노: 나의 근의 공식에는 한계가 있습니다. 근호 안의 수가 음수가 되는 경우를 해결할 수 없다는 것입니다.

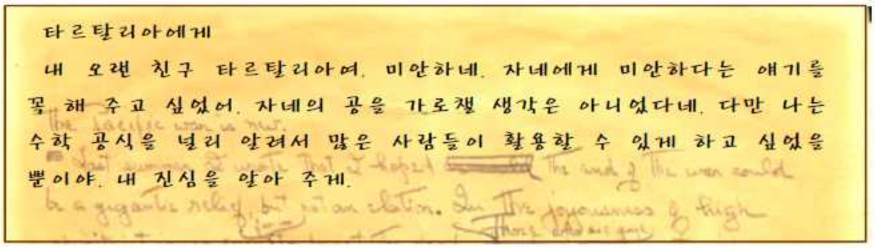
기자: 음수의 제곱근이라는 것은 무엇을 의미하는 것입니까? 그것이 '수'입니까?

카르다노: '수'라는 것이 무엇입니까? 그림이나 어떤 형태로든 구체화 시킬 수 있는 것이라 믿어왔습니다만 이것은 논리로는 틀린 구석이 없는 그런 놈입니다. 모자 안에 들어간 종이가 갑자기 비둘기가 되어 나타나는 마술처럼 음수의 제곱근은 바로 그런 놈입니다.

4. 소통의 원리, 은유 예시

나를 알다

우리는 디도 여왕과 헤어진 후 현실 세계로 돌아왔다. 그런데 우리가 돌아왔을 때는 이미 카르다노가 사라진 후였다. 그의 집에는 편지 한 장만 덩그러니 놓여 있었다. 나는 편지를 읽기 시작했다.



타르탈리아에게

내 오랜 친구 타르탈리아여. 미안하네. 자네에게 미안하다는 얘기를 꼭 해 주고 싶었어. 자네의 공을 가로챌 생각은 아니었다네. 다만 나는 수학 공식을 널리 알려서 많은 사람들이 활용할 수 있게 하고 싶었을 뿐이야. 내 진심을 알아 주게.

"대체 이게 무슨 소리야?"

나는 편지를 읽다 말고 서영에게 물었다.

그러자 서영이 놀라운 말을 하기 시작했다.

"그분은 오랫동안 널 기다려왔어. 기억나니? 넌 예전에 카르다노님과 편지를 주고받으며 수학 문제를 풀었지."

"내가?"

서영은 고개를 끄덕였다.

"넌 타르탈리아의 환생이야."

서영의 얘기는 이러했다. 타르탈리아, 그러니까 전생의 나는 카르다노와 함께 수학을 연구했다고 한다. 나는 카르다노가 풀지 못하는 문제를 해결해 줄 삼차방정식의 해법을 찾아냈고, 그것을 카르다노에게 알려 주었다고 했다. 카르다노에게 해법을 알려 주는 조건은 절대 다른 사람에게 말하지 않는다는 것이었다. 그런데 카르다노는 나와의 약속을 저버리고 1545년에 출판한 저서 『위대한 방법』에 삼차방정식의 해법을 발표하고 말았다.

사람들은 카르다노가 삼차방정식을 풀었다고 생각하고 그것을 '카르다노의 공식'이라고 까지 칭송했다고 한다. 이 사실을 알게 된 나, 타르탈리아는 억울하고 분한 마음에 재판을 걸었지만 이미 사람들의 머릿속에는 카르다노가 삼차방정식을 푼 사람으로 인식된 상태였다. 결국 나는 분을 참지 못해 방황하다가 끝내 목숨을 잃고 말았다고 한다.

"카르다노님은 네게 미안하다는 얘기를 하고 싶었던 거야. 그래서 네가 환생할 때까지 살아 있으려고 신비의 수를 연구하고 또 연구하셨지. 그 덕분에 그분은 생명의 신비를 풀게 됐고, 영원히 죽지 않는 몸을 얻게 됐어."

"그럼 넌 누구야?"

5. 수학적 경험 예시

4.1. 이차방정식과 이차함수의 활용

수학으로 디도 여왕을 돕다

나는 겨우 황소 한 마리의 가죽으로 얼마만큼의 땅을 둘러쌀 수 있었을까 의아해하며 디도 여왕에게 그 상황을 어떻게 해결했는지 물었다.

“제가 나름 지혜가 있는 여자랍니다. 그래서 황소 가죽을 가늘고 길게 잘라서 만든 끈을 엮어서 해안을 포함하는 토지의 영역을 반원으로 둘러쌌어요. 그리고 카르타고를 건설했죠.”

“우와 당신은 정말 지혜로우시네요. 그런데 왜 하필이면 반원으로 둘러싸셨어요?”

“직관적으로 생각했을 때, 그렇게 하는 것이 가장 넓은 땅을 둘러쌀 수 있으리라 생각했거든요.”

“그럼 제가 도와드릴 일은 무엇인가요?”

“제가 같은 방법으로 영역을 확장하려고 해요. 원주민들은 황소 가죽으로 끈을 만드는 건 허락했어요. 제가 만든 끈의 길이는 32km가 되요. 그런데 이번에는 원주민들이 토지의 영역을 해안가를 포함하지 않는 직사각형 모양으로만 둘러싸라고 합니다. 저는 직관이 발달했지만… 사각형 모양이 되면 왠지 수학적인 계산을 해야 최대의 넓이가 되는 땅의 가로와 세로의 길이를 구할 수 있을 것 같아서요. 수학적 능력은 부족하기에 당신의 도움이 필요해요.”

서영과 나는 일단 식을 세워보기로 했다. 가로의 길이와 세로의 길이의 합이 16이므로, 합이 16이고 곱이 넓이인 두 수를 찾으면 된다.

그 때, 문득 카르다노의 편지가 떠올랐다. 카르다노는 합이 16이고 곱이 24가 되는 수를 찾았었는데, 곱이 24보다 더 커질 수는 없는 것일까? 그런데 합이 10일 때에는 곱이 40인 수는 없지 않았는가?

서영과 나는 이 상황을 식으로 표현해보기로 했다. ‘넓이’는 영어로 area이니까 A로 두고, 사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 근으로 갖는 이차방정식을 세우기로 했다. 디도 여왕은 우리의 논의 과정을 신기하게 바라보았다.

6. 시간성-시간의 이동

"뭐라고?"

"봐, 이렇게 초상화에다 손을 갖다 대고 눈을 감은 채로 주문을 외우면……."

서영이가 주문을 외우자 갑자기 초상화 속 그림이 일그러지기 시작했다. 나는 깜짝 놀라 뒤로 물러섰다. 서서히 초상화 속의 얼굴이 입체적으로 변하기 시작하더니, 머리가 불쑥 바깥으로 튀어나왔다.

"으악!"

나는 놀라 뒤로 넘어지고 말았다.

"그렇게 놀랄 거 없어. 오랜만이야, 서영. 그나저나 오랜만에 나왔더니 얼굴이 많이 수척해진 것 같지 않아?"

"전과 똑같은데요, 봄벨리님."

"무슨 일로 날 불러냈어? 배은망덕한 카르다노가 날 보자고 했을 린 없고."

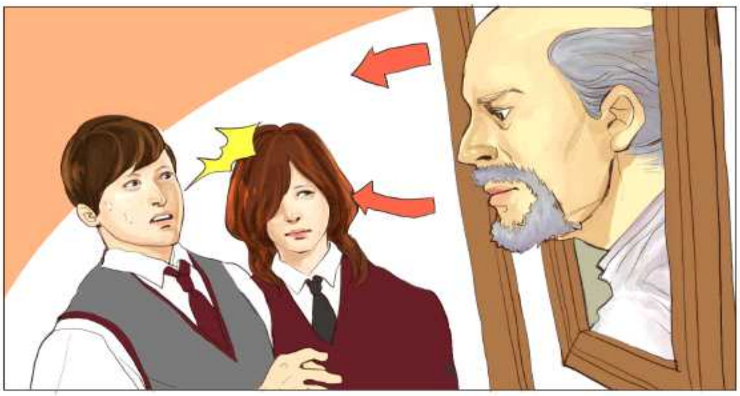
"저희가 도움을 청하고 싶어서 불렀어요."

"저희?"

봄벨리는 나를 향해 눈을 부릅떴다.

"오랜만이군."

봄벨리라는 수학자가 나를 향해 인사했다. 나는 얼떨결에 고개를 끄덕였다.



"카르다노를 생각하면 자네도 억울하겠지만, 나도 영 기분이 좋지만은 않아. 내가 의미 없는 것으로만 여겨 왔던 $\sqrt{-1}$ 의 가치를 세상에 알렸잖아."

"예?"

"설마 자네, 내가 한 일을 모른다고 잡아 뗄 생각은 아니지?"

봄벨리가 짜증 섞인 표정으로 나를 노려보았다.놀란 나는 고개를 흔들었다.

"이봐, 나는 카르다노가 '정교하긴 하지만 쓸모없는 수'라고 말했던 '허수'가 얼마나 의미 있는 수인지 세상 사람들에게 알린 수학자야. 물론 사람들은 내가 만든 수를 인정해 주지 않았지. 하지만 난 이미 직감했다고. 내가 만든 수가 현대 물리학의 발전에 큰

7. 과정지향성의 원리, 시간성-가정, 추론, 추측 예시

추론, 의사소통 **3.** 카르다노와 봄벨리가 생각하는 제곱해서 -1이 되는 수($\sqrt{-1}$)를 a라고 하고 어떤 성질을 갖는지 생각해보자.

(1) $a>0$일까? 아니면 $a<0$일까? $a>0$이라고 가정하면 어떤 문제가 생기는가? 또 $a<0$이라면 어떤 문제가 생기는지에 대해 토론해 보자.

(2) $a+a=2a$라고 할 때, $2a$를 제곱하면 어떤 수가 될지 생각해보자.

(3) 제곱해서 -1이 되는 수($\sqrt{-1}$)를 a로 정의할 때의 유의할 점에 대해 토론해보자.

나는 음수의 제곱근을 이리저리 다루다가 $\sqrt{-1}$ 만 잘 정의하면 제곱근 안이 음수가 되는 경우를 모두 표현할 수 있다는 생각을 했다.

일반적으로 a가 양수일 때, $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\times\sqrt{-1}$로 나타낼 수 있지 않을까하는 결과에 이르렀다.

그리고 $\sqrt{-1}$이 음수의 제곱근이 근본적인 원인이라고 볼 수 있으므로 이것에 이름을 붙이기로 했다.

추론 **4.** 음수의 제곱근 중 가장 기본이 되는 '제곱해서 1이 되는 수 $\sqrt{-1}$'에 대해 다음과 같이 토론해보자.

(1) '제곱해서 1이 되는 수 $\sqrt{-1}$'에 이름을 붙여보고, 간단히 표현할 방법을 토론하여 결정해보자.

(2) 정한 표현 방법으로 여러 가지 음수의 제곱근을 표현해 보자.

(3) 실수와 구분하여 이러한 음수의 제곱근을 포함한 수를 무엇이라 말할지 토론해보자.

- 41 -

8. 다양성의 원리 예시

해결2: 이차함수를 활용하여 디도 여왕 돕기

이제 서영의 방법을 들을 차례다. 디도 여왕도 서영의 공학 도구를 신기해하며, 매우 흥미롭게 서영의 방법을 보고 있다.

<서영의 노트>

$x^2-16x+A=0$에서,

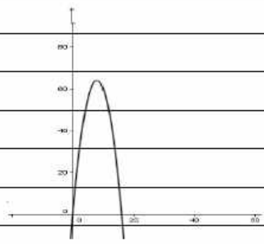
A에 값을 넣어보는 것은 귀찮은 것 같은데...

A에 값을 대입하고 x를 찾는 대신, x에 따른 A의 값을 찾는다면..

$A=-x^2+16x$고 바꾸어 쓸 수 있고, 이러면 A는 x에 대한 이차함수이네!

그러면 A의 최댓값을 찾을 수 있겠다!

그래프를 그리면



"서영아, 여기서 어떻게 그래프가 나오지? 궁금하다. 그런데 나도 근을 구하다 보니까 나름 편하게 A의 범위를 구하는 방법을 찾게 되었어. 내가 먼저 설명해볼게. 내 설명을 듣고 너의 방법도 알려줘."

"좋아! 나도 여기서 식으로 A의 범위를 바로 찾을 수 있는지는 모르겠어. 너와 내가 서로 다른 방식으로 해결방법을 생각한 것 같아. 이럴 때 참 수학이 재미있어. 그치?"

"맞아, 내 노트를 보여줄게."

해결1: 이차방정식을 활용하여 디도 여왕 돕기

<상훈 노트>

$x^2-16x+A=0$에서,
$A=36$이면, $x=8\pm2\sqrt{7}$, $A=48$이면 $x=12$ 또는 $x=4$
$A=64$이면, $x=8$, $A=72$ 이면 $x=8\pm2\sqrt{2}i$
~~, $x=8\pm2\sqrt{2}i$이면 사각형의 모양은 ??
$8\pm2\sqrt{2}i$는 사각형의 두 변의 길이가 될 수 없어.
그러면 사각형의 변의 길이가 되려면
$x^2-16x+A=0$이 실근을 가져야 하니까...