영재교육연구 제 23 권 제 3 호
Journal of Gifted/Talented Education
2013. Vol 23. No 3, pp. 387～406
http://dx.doi.org/10.9722/JGTE.2013.23.3.387

수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 통계적 변이성 인식 수준 비교 연구

고 은 성

순천향대학교

본 연구에서는 변이성 인식 능력을 중심으로 수학영재학생들과 일반학생들의 통계적 사고 수준을 비교한다. 연구결과 측정상황에서 중학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타난 반면, 초등학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에는 유의한 차이가 나타나지 않았다. 그리고 우연상황에서도 중학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타난 반면, 초등학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에는 유의한 차이가 나타나지 않았다. 그러나 수준별 빈도를 조사한 결과 수학영재학생들의 사고 수준이 상위 수준에 집약되어 분포하기보다는 일반학생들의 사고 수준이 상당부분 중첩되어 있는 것으로 나타났다. 이러한 연구결과는 수학영재학생들에게 통계를 지도하는 데 있어 유용한 시사점을 제공한다.

주제어: 수학영재학급 학생들, 일반학급 학생들, 통계적 사고 수준, 변이성 인식

I. 서 론

통계가 다양한 학문분야의 방법론적 학문으로 그 중요성을 주목받기 시작하면서, 미래에 다양한 분야에서 우수한 연구자로서 핵심적인 역할을 수행하게 될 수학영재 학생들의 통계적 사고를 개발시켜야 할 필요성이 언급되고 있다(고은성, 이경화, 2011; 고은성, 2012; 이경화 외, 2010; Wheatley, 1983). 연구자들은 우선 수학에서와 같이 통계에서도 수학영재 학생들이 일반학생들보다 우수한 사고 능력을 보이는지 확인할 필요가 있다고 제안한다. 연구자들에 따르면 이는 수학에서처럼 통계에서도 수학영재 학생들에게 교육과정의 범위를 뛰어넘는 과제를 제공해도 되는지, 상당한 학습 속도와 깊이를 기대할 수 있는지를 결정하는 데 중요하다. 표본 개념의 이해에 대해 연구한 고은성과 이경화(2011), 그리고 변이성 모델링과 표집분포의 이해에 대해 연구한 고은성(2012)의 연구결과에 따르면 일부 통계적 개념이나

교신저자: 고은성(kes7402@sch.ac.kr)
*본 논문은 고은성의 박사학위논문의 일부를 요약한 것임

아이디어에 대해서는 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 나타나는 반면, 유의한 차이가 나타나지 않는 경우도 있었다. 또한 수준별 빈도를 조사한 결과에서는 대부분의 통계적 개념에서 수학영재학급 학생들의 이해 수준이 상위 수준에 분포되기보다는 일반학급 학생들의 이해 수준과 상당부분 중첩됨이 확인되었다. 이경화 외(2010)는 그들의 연구에서 수학적 능력과 통계적 개념 이해 수준 사이에 매우 낮은 상관관계가 나타났다고 보고하였다. 이들 연구자는 다양한 통계적 개념이나 아이디어에 대해서도 이와 유사한 경향들이 나타나는지 지속적인 연구가 이루어져야 한다고 제안한다.

역사적으로 사회적 현상과 과학적 현상에 존재하는 변이성을 인식하고, 인정하고, 관찰하고, 설명하려 노력했던 사람들에 의해 통계학이 그 토대를 마련할 수 있었으며, 발전할 수 있었다(Pfannkuch & Wild, 2004; Stigler, 2002). 변이성을 인식하고 양화하고 모델링하는 과정을 중심으로 이루어진 통계학의 발전은 통계적 사고에서 변이성이 얼마나 핵심적인 역할을 하는지 명확히 보여줄 뿐만 아니라 변이성에 대한 사고는 변이성 인식에서부터 시작됨을 말해준다.

본 연구에서는 변이성 인식을 중심으로 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 사고 수준을 비교하고, 이를 통해 수학영재학생들의 통계적 사고 능력에 대한 추가적인 이해를 얻고자 한다. 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 사고 수준을 비교하기 위해 먼저, 과제를 해결하는 과정에서 나타나는 학생들의 사고 특징을 사고 수준의 위계를 고려하여 분석하고 이를 기반으로 사고 수준 위계 틀(framework)을 개발하였다. 이어 개발된 틀에 비추어 연구에 참여한 각 학생들의 사고 수준을 조사한 후 두 그룹 비교를 위한 t 검정을 실시하였다.

II. 선행연구 검토

Reading과 Shaughnessy(2004, p. 202)는 변이성을 변화가능한 실재의 특징으로 정의한다. 그리고 변이성을 지닌 상황에서 관찰되는 현상을 기술할 때 관여하는 인지 과정을 변이 추론으로 정의한다. 예를 통해 변이성과 변이 추론의 의미에 대해 살펴보면 다음과 같다(고은성, 이경화, 2010). 100개의 검은 공이 들어있는 상자로부터 10개의 공을 10회 복원 추출하는 상황과 검은 공 30개와 흰 공 70개가 들어 있는 상자로부터 10개의 공을 10회 복원 추출하는 상황을 비교해 보자. 전자의 상황에서는 10회에 걸쳐 꺼내진 결과가 모두 동일하다. 즉 변이성이 존재하지 않는다. 그래서 그 특징을 기술하거나 측정한 변이가 크게 의미가 없으며, 변이 추론이 거의 필요하지 않다. 그러나 후자의 상황에서는 10회에 걸쳐 꺼내진 결과들 사이에 차이가 존재한다. 즉 자료집합 안에 변이성이 존재하므로 결과를 예측하거나 모집단에 대한 정보를 추론하기 위해 그 특징을 기술하거나 측정하는 활동이 필요하므로 변이 추론을 하게 된다.

변이성을 인식하고 양화하고 모델링하는 과정에서 통계의 핵심 개념들이 정립되고 통계적 아이디어들이 나타나면서 통계학의 토대는 마련되었다(Pfannkuch & Wild, 2004; Stigler,

2002). 이러한 통계의 특징은 Moore(1990)와 Snee(1990)가 제시한 통계적 사고의 정의에 잘 반영된다. Moore(1990)는 우리 주변의 모든 곳에 변이성이 존재함을 인식하고 자료 내의 변이성을 양화하고 모델링하는 적절한 방법을 탐색하는 것을 통계적 사고로 기술하고 있으며, Snee(1990, p. 118)는 우리가 행하는 모든 것에 변이성이 내재하고 있음을 인지하고, 내재해 있는 변이성을 확인하여 특징짓고, 양화하고, 제어하고, 축약함으로써 과정이나 현상을 개선할 수 있음을 인식하는 사고를 통계적 사고로 정의하고 있다. 통계적 사고에 대한 연구자들의 이러한 정의는 통계적 사고에서 변이성이 얼마나 핵심적인 역할을 하는지 명확히 보여줄 뿐만 아니라 변이성에 대한 사고는 변이성 인식에서부터 시작됨을 말해준다.

이러한 이유로 많은 연구자들은 학생들의 통계적 사고를 개발하고 향상시키기 위한 수단으로 통계교육에서 변이성에 주목하고 변이성에 대한 추론을 지도할 것을 제안해 왔으며 (Green, 1993), 학생들의 변이 추론의 특징, 변이 추론의 위계, 학생들의 변이 추론의 발달을 도울 수 있는 방법 등에 대한 연구를 수행해 왔다. 이들 선행연구는 변이성과 관련된 추론에서 학생들이 많은 혼란과 어려움을 보인다고 보고하고 있다. 이는 변이성의 특성과 무관하지 않은 것으로, 우리는 태어나면서부터 항상 변화하는 체계 속에 놓여있어 변이성을 어떠한 특별한 개념으로 인식하지 못한다(Wild & Pfannkuch, 1999, p. 235). 즉 변이성의 존재는 너무 당연한 것이어서 암묵적으로 인식하고 인정하고는 있지만 이를 구체적으로 언급할 필요성을 느끼지 못한다는 것이다. 이러한 관습은 학생들이 변이성에 대해 사고하고 추론하는데 어려움을 제공하는 하나의 근원이 될 수 있다. Watson(2006)은 학생들이 인지적으로 자료를 처리하는 능력이 발달하는 저학년에서부터 변이성의 존재를 명시적으로 다룰 것을 주장한다(p.21). 즉 변이성을 인식하고 인정하는 사고 및 태도의 개발을 시작으로 변이성을 관찰하고 설명하는 좀더 고차원적인 변이 추론으로 나아갈 것을 제안한다.

Moore(1990, p. 135)는 통계적 사고의 핵심 요소로 변이성의 편재 인식하기, 자료의 필요성 인식하기, 변이성을 염두하고 자료산출 방법 설계하기, 변이성 수량화하기, 변이성 설명하기를 꼽고 있다. Wild와 Pfannkuch(1999)는 변이성을 고려하는 사고가 다음과 같은 4요소 즉, 변이를 인식하고 인정하기, 예측, 설명, 통제를 목적으로 변이를 측정하고 모델링하기, 변이를 설명하고 극복하기, 변이를 염두하고 조사전략 이용하기를 포함한다고 주장한다. 이것은 변이를 인식하고 인정하는 것이 변이성 고려의 시작임을 의미한다. Reading과 Reid(2004)는 Wild와 Pfannkuch의 4 요소를 좀 더 구체화하고 명확히 하고자 시도하였는데, 변이성 인식에 대한 사고는 변이성의 편재성을 인식하는 형태, 변이성 기록의 필요성을 인식하는 형태로 나타난다고 설명하였다. 즉 변이성을 인식한다는 것은 주변의 모든 상황에 변이성이 존재함을 인식하는 것에서부터 시작하여(Wild & Pfannkuch, 1999), 자료에 근거한 판단을 위해 변이성을 기록할 필요가 있음을 인식하는 것으로 이어진다(Reading & Reid, 2004, p. 38). 변이성 기록의 필요성에 대한 인식은 자료 기록의 필요성에 대한 인식으로 나타난다.

Watson(2005)은 빨간색 구슬이 50%를 차지하는 상자에서 10개의 구슬을 꺼냈을 때 그 중 빨간색이 몇 개인지를 예상하는 과제를 이용해 6세의 아이들부터 고등학생들까지를 대상으

로 변이성과 분포에 대한 학생들의 이해가 어떻게 발달하는지 조사하였다. 그녀의 연구에 따르면 어린 아이들은 자료 집합에 변이성이 존재함을 인식하고 인정하였다. 그러나 어떠한 값을 중심으로 자료들이 분포되어 있는지 예상하지 못하였다. 즉 기댓값을 예측하지는 못하였다. 7학년의 대부분의 학생들은 빨간색이 50%라는 사실에 기초해 기댓값을 예측하였으며, 그 기댓값을 중심으로 타당한 변이성을 지닌 값들을 제시할 수 있었다.

Watson(2009)은 구체적인 자료가 없는 맥락을 학생들에게 제시한 후, 그 맥락에 대한 분포를 표현하도록 하였다. 연구결과 학생들이 맥락에 대한 분포를 예상하기 전에 변이성의 인식이 먼저 이루어져야 함을 확인하였다. 즉 학생들은 그래프를 그리기 위해 먼저 변이를 인식해야 했다. Watson은 학생들이 변이를 인식하고 그것을 기댓값과 연결시키는 데 있어 어떤 단계가 있는 것처럼 보인다고 언급했다(p. 51). 변이성의 인식은 완전한 통계적 조사 상황에서 발생해야 하지만, 이러한 연구는 실제적인 통계적 조사 과정에서 학생들의 사고가 어떻게 발생할 것인지에 대한 통찰을 제공해줄 수 있다.

III. 연구방법

1. 피실험자

<표 1>은 피실험자에 대한 요약이다. 초등학교 5학년의 수학영재학생은 청주시 소재 대학부설 과학영재교육원의 교육생이며 일반학생은 청주시 소재 초등학교에서 선정된 1개 학급의 학생들이다. 중학교 2학년의 수학영재학생은 초등학교 5학년과 동일한 과학영재교육원의 교육생 17명과 서울시 소재 대학부설 과학영재교육원의 교육생 12명으로 구성되어 있다. 중학교 2학년의 일반학생들은 서울시 강남구 소재 중학교에서 선정된 1개 학급의 학생들이다.

<표 1> 피실험자 구성

구분	초 5	중 2	합계
일반학생	34명	36명	70명
영재학생	31명	29명	60명
합계	65명	65명	130명

2. 검사문항

문헌분석과 전문가 검토를 통해 검사문항을 개발한 후 4명의 초등학생과 3명의 중학생을 대상으로 예비 실험을 실시하였다. 예비 실험에서는 7명의 학생 모두에 대해 문항조사와 면담조사가 실시되었는데 다음의 두 가지 사항에 초점을 두고 진행하였다. 첫째, 검사문항이 변이성에 대한 사고 특성을 평가하는 데 적절한지 조사하였다. 즉 검사 문항이 변이성에 대한 사고를 자극할 수 있는지, 그리고 다양한 범주의 반응을 유도할 수 있는지 조사하였다. 둘째, 문항에서 제시하는 문제의 상황과 문항의 형태가 학생들의 수준에 적절한지, 그리고

문항에 사용된 언어가 학생들에게 적절하지 조사하였다. 예비조사 결과를 통해 문항을 수정·보완하였다. [그림 1]은 본 연구에 사용된 과제이다. Q1-Q3은 측정상황에서, 그리고 Q4-Q6은 우연상황에서 학생들이 변이성을 인식하는 데 어떠한 사고 특징을 보이는지 조사하기 위해 개발된 것이다.

※ 민수네 학급은 과학시간에 건전지로 이동하는 조립 자동차를 만들었습니다. 다음 물음에 답하시오.

Q1. 민수는 조립 자동차의 빠르기를 알고 싶어 자동차가 30m를 직선 이동하는 데 걸리는 시간을 측정하였더니 20초가 나왔습니다. 다시 한번 측정한다면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.
① 같은 결과가 나올 것 같다.
② 비슷하지만 다른 결과가 나올 것 같다.
③ 전혀 다른 결과가 나올 것 같다.

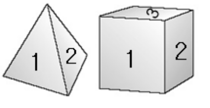
Q2. 이 조립 자동차의 빠르기를 알기 위해 어떻게 하는 것이 좋다고 생각하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.
① 매번 결과가 같게 나올 것이므로 20초가 이 자동차의 빠르기이다.
② 여러 번 측정을 한 후 그 결과들을 이용하여 빠르기를 결정한다.
③ 측정할 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 자동차의 빠르기를 알 수 없다.

Q3. 조립 자동차가 30m 가는데 걸리는 시간을 6번 측정한다면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.
① 20초, 20초, 20초, 20초, 20초, 20초
② 18초, 20초, 21초, 19초, 17초, 22초
③ 12초, 25초, 20초, 7초, 30초, 20초

※ 영희가 친구들과 주사위 놀이를 하였습니다. 다음 물음에 답하시오.

Q4. 한 개의 주사위를 24번 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하니 6번이었습니다. 영희가 다시 주사위를 24번 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하면 어떤 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.
① 같은 결과가 나올 것 같다.
② 비슷하지만 다른 결과가 나올 것 같다.
③ 전혀 다른 결과가 나올 것 같다.

Q5. 영희가 던진 주사위가 정4면체(각 면에 1부터 4까지 쓰여 있다)와 정6면체(각 면에 1부터 6까지 쓰여 있다) 모양 중 어떤 것인지 알아보기 위해 어떻게 하는 것이 좋다고 생각하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.
① 처음에 24번 던졌을 때 1의 눈이 6번 나왔으므로 정4면체 모양이다.
② 24번씩 던지는 실험을 여러 번 한 후 그 결과를 이용하여 결정한다.
③ 던질 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 알 수 없다.



정4면체 정6면체

Q6. 8명의 학생이 정6면체 주사위를 30번씩 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하면 어떠한 결과가 나올 것이라 예상하는지 고르고, 그 이유를 설명하시오.
① 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 ② 7, 3, 6, 4, 6, 3, 4, 7 ③ 2, 6, 5, 1, 5, 8, 4, 9

[그림 1] 변이성의 인식에 대한 사고 수준 조사를 위한 과제

3. 자료수집 및 분석

먼저 학생들에게 조사 문항을 제시하고 자신의 의견을 기술하도록 하였다. 이때 제시한 학생들의 반응을 토대로 1차 분석을 실시하였다. 1차 분석 결과를 이용해 학생들의 사고 특징을 예비적으로 범주화하고, 또한 면담을 실시할 학생을 선정하였다. 문항에 기술한 학생들의 반응만으로는 어느 범주에 속하는지 구별이 어려운 학생들과 각 범주를 대표하는 전형적인 반응을 보인 학생들이 면담 대상으로 선정되었다. 문항에 대한 학생들의 모든 반응 내용은 워크시트에 정리하였으며, 면담 과정은 모두 녹화 또는 녹음한 후 그 내용을 전사하였다. 학생들의 문항에 대한 반응 내용과 면담을 전사한 내용이 분석 자료로 활용되었다.

자료 분석은 두 단계의 과정을 통해 이루어졌다. 우선 첫 번째 단계에서 학생들이 사용한 용어나 표현을 바탕으로 학생들의 반응을 범주화하였다. 이때의 범주들은 기존의 틀을 사용한 것이 아니라 학생들의 반응을 토대로 귀납적인 과정으로 얻어진 결과들이다(Denzin & Lincoln, 1994; Goetz & LeCompte, 1984). 두 번째 단계에서는 다른 연구자와 함께 인지 발달 모델인 SOLO(Biggs & Collis, 1982)[1]를 사용하여 첫 번째 단계에서 얻어진 범주들을 재범주화하였다. 학생들 각각의 사고 수준 조사 결과의 신뢰도를 높이기 위해 2인의 연구자가 채점자간 신뢰도(inter-coder reliability) 검사를 실시하였다(성태제, 2002). 사고 수준 조사 결과 Kappa 계수가 .794로 나타났다.

IV. 연구 결과 및 논의

1. 변이성의 인식에 대한 사고 평가 기준

변이성 인식에 대한 학생들의 사고 수준을 평가하기 위한 기준을 설정하기 위해 문제 1과 문제 2에 대한 학생들의 반응을 두 단계의 분석을 통해 범주화하였다. 1차 분석에서 실시한 귀납적 코딩에 의해 학생들의 반응은 제시된 문제 상황에서 변이성을 전혀 인식하지 못하는 경우, 일부 문제 상황에서만 변이성을 인식하는 경우, 모든 문제 상황에서 변이성을 인식하는 경우로 구분되었다. 그리고 변이성을 인식한 반응에 대해서는 변이성에 어떠한 패턴이 존재할 것이라 인식하지 못하는 경우, 평균이나 최빈값을 통해 변이성의 패턴을 표현하는 경우, 중심과 퍼짐을 이용해 분포를 표현하는 경우로 구분되었다. 이러한 범주들은 2차 분석에서 다시 SOLO 모델에 비추어 변이성의 편재성 인식이 부족한 경우, 변이성 인식이 불안정한 경우, 하나의 실체로서 변이성 인식이 부족한 경우, 변이성을 하나의 실체로 인식하는 경우, 분포 아이디어로 확장하는 경우, 이렇게 위계를 갖는 5개의 범주로 구분되었다. <표

1) SOLO 모델은 과제에 대한 학습자의 반응 수준을 결정하는 데 관련된 것으로 가설적 인지 구조를 제안한다. 이 모델은 4개의 성취 수준으로 이루어진다. 각 성취 수준은 적절한 측면에 주목하지 못하는 전구조(prestructural) 수준, 단지 하나의 측면에만 주목하는 단일구조(unistructural) 수준, 여러 측면에 주목하지만 그 관계에는 주목하지 못하는 다중구조(multistructural) 수준, 그리고 여러 측면의 상호 관계에 주목하는 관계적(relational) 수준으로 구분된다.

2>는 각 수준에 속하는 학생들의 사고 특징을 요약한 것이다.

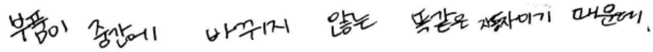
<표 2> 변이성 인식에 대한 사고 수준

수준	각 수준에서의 특징
0	변이성의 편재성 인식 부족: 자료가 모두 동일할 것이라 생각함.
1	변이성 인식 불안정: 변이성을 인식은 하지만 상황에 따라 변이성을 인정하지 않음.
2	하나의 실체로써 변이성 인식 부족: 자료집합에 변이성이 존재함을 인식하지만 변이성이 어떠한 경향성을 갖는다고 생각하지 못함.
3	변이성을 하나의 실체로 인식: 변이성을 어떠한 경향성을 갖는 실체로 인식함
4	분포 아이디어로 확장: 자료가 대푯값을 중심으로 분포되어 있을 것이라 예측함

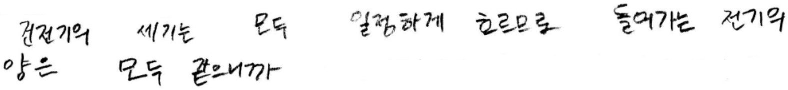
각 범주에 대한 구체적인 설명은 다음과 같다.

0수준의 학생들은 문제에 기술된 상황에서 변이성을 거의 인식하지 못하였다. 매 번의 측정에서 산출된 자료가 모두 동일할 것이라고 생각하였다. 측정상황에서 학생들은 자동차의 속력을 측정하는 실험에서 동일한 자동차를 이용하고, 동일한 조건에서 실험을 하면 항상 같은 결과가 나올 것이라 생각하거나, 자동차의 속력은 이미 결정되어 있어서 동일한 시간을 이동하는데 걸리는 시간은 당연히 항상 같게 나온다고 생각하였다. 반면 우연상황에서 학생들은 주사위 실험의 결과가 수학적 확률과 일치하게 나올 것이라 생각하여 자료집합 내의 변이성을 인정하지 않았다. 다음은 0수준에 속하는 학생들 반응의 예이다.

중학교 일반학급 학생인 NM20[2]은 부품 등 자동차를 구성하고 있는 요소들이 동일하게 유지되므로 항상 같은 결과가 나올 것이라 생각하였으며([그림 2] 참조), 중학교 일반학급 학생인 NM26은 건전지의 세기 등 자동차의 빠르기에 영향을 주는 요인에 변화가 없으므로 항상 같은 결과가 나올 것이라 생각하였다([그림 3] 참조). 학생들은 동일한 조건에서는 항상 같은 결과가 나올 것이라 생각함으로써 변이성의 존재를 인식하지 못하였다.



[그림 2] Q2에서 NM20의 반응

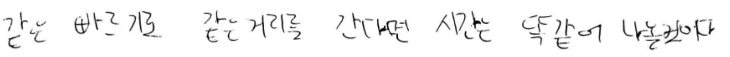


[그림 3] Q2에서 NM26의 반응

[그림 4]는 중학교 일반학급 학생인 NM05가 Q2에서 제시한 내용이며, 이어지는 면담은 이에 대한 설명이다. NM05는 자동차의 빠르기를 한 번 측정한 후 이어서 다시 측정했을 때

2) NE는 초등학교 일반학급 학생을, GE는 초등학교 수학영재학급 학생을, NM은 중학교 일반학급 학생을, GM은 중학교 수학영재학급 학생을 나타내며, 숫자는 각 그룹에서 학생 개개인을 구분하기 위해 부여한 번호이다.

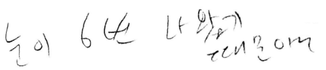
어떠한 결과가 나올 것인지 예상하도록 하는 Q1에서 ‘같은 결과가 나올 것 같다.’ 라고 답하였으며, 자동차의 빠르기를 알기 위해 어떻게 하는 것이 적절한지를 묻고 있는 Q2에서 ‘매번 결과가 같게 나올 것이므로 20초가 이 자동차의 빠르기이다.’라고 답하였다. 그리고 Q3에서 여섯 번 측정한 결과가 항상 같을 것이라 생각하여 ‘20초, 20초, 20초, 20초, 20초, 20초’를 답으로 택하였다. 이 학생 역시 자동차의 빠르기를 측정하는 상황에서 변이성이 존재함을 인식하지 못하고 있었다.



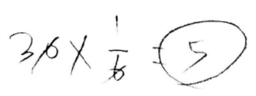
[그림 4] Q2에서 NM05의 반응

NM05: 30m를 20초에, 여기에서처럼 자동차가 30m를 20초에 갔다면 같은 빠르기로 같은 거리를 가는 거니까 항상 시간은 똑같게 나오게 되지 않나요..
연구자: 이 자동차의 속력이 30m를 20초에, 그러니까 이것이 이 자동차의 빠르기야?
NM05: 30m를 20초에 간다고 했으니까 이게 이것의 빠르기 아닌가요?

[그림 5]와 [그림 6]은 각각 중학교 일반학급 학생인 NM03이 Q5와 Q6에서 제시한 내용이다. NM03은 한 개의 주사위를 24회 던졌을 때 1의 눈이 6번 나온 후 다음 시행에서 어떠한 결과가 나올 것인지 예상하도록 하는 Q4에서 ‘같은 결과가 나올 것 같다.’라고 답하였으며, 이 주사위가 정사면체 모양인지 정육면체 모양인지 알기 위해 어떻게 하는 것이 적절한지를 묻고 있는 Q5에서 ‘매번 결과가 같게 나올 것이므로 정사면체 모양이다.’라고 답하였다. 그리고 Q6에서 8명의 학생이 정육면체 주사위를 각각 30회씩 던진 후 1의 눈이 나온 횟수를 조사하면 어떠한 결과가 나올 것인지 예상하도록 했을 때 ‘5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5’를 답으로 택하였다. 이 학생의 경우 주사위를 던지는 우연상황에서 실험의 결과는 수학적 확률을 따를 것이라 생각하여 변이성을 인정하지 않고 있다.



[그림 5] Q5에서 NM03의 반응



[그림 6] Q6에서 NM03의 반응

1수준의 학생들은 자료집합에 존재하는 변이성을 인식하는 데 있어 불안정한 사고를 보였다. 상황에 따라 변이성을 인식하기도 하고 인식하지 못하기도 하였다. 측정상황에서 학생들은 시행이 언제 이루어지냐에 따라 변이성을 인식하기도 하고 인식하지 못하기도 하였다. 예를 들면, 시행이 계속되면 결과가 달라질 수 있다고 생각하는 반면, 바로 이어지는 다음

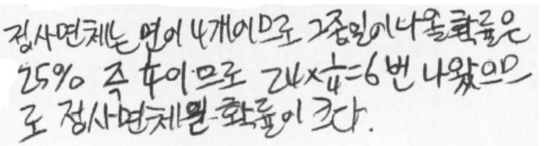
시행에서는 이전과 같은 결과가 나올 것이라 생각하였다. 우연상황에서 학생들은 하나의 주사위를 던졌을 때 나오는 눈은 던질 때마다 다를 수 있으므로 결과가 서로 같을 수도 있고 다를 수도 있다고 생각하였지만, 어떤 상황에서는 주사위를 던지는 실험의 결과가 수학적 확률을 따를 것이라 생각하여 변이성을 인식하지 못하였다. 다음은 1수준에 속하는 학생들 반응의 예이다.

중학교 수학영재학급 학생인 GM06은 자동차의 빠르기를 측정한 후 이어서 다시 측정했을 때 어떠한 결과가 나올 것인지 예상하도록 하는 Q1에서 '같은 결과가 나올 것 같다.' 라고 답하였으나, 자동차의 빠르기를 알기 위해 어떻게 하는 것이 적절한지를 묻고 있는 Q2에서는 '측정할 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 자동차의 빠르기를 알 수 없다.'라고 답하였다. 다음의 면담은 이에 대한 GM06의 설명이다. 측정에 있어서 조건의 작은 변화가 결과에 영향을 주어 측정값이 다르게 나올 수 있다고 생각하지만, 완벽히 같은 조건에서 실험이 이루어지면 자료에 변화가 없을 것이라 생각하고 있다.

연구자: 여기[Q1]에서는 같은 결과가 나올 것 같다고 그랬지. 근데 여기[Q2]에서는 측정할 때마다 결과가 다르게 나오기 때문에 자동차의 빠르기를 알 수 없다고 했네. 왜 그렇게 생각했는지 설명해 줄 수 있을까.

GM06: 여기[Q1]에서는 완벽하게 그 전과 같은 상황을 재현한다고, 여기에 다시 한 번 측정한다고 했으니까 같은 상황과 같은 힘, 그런 걸로 하면 같은 결과가 나올 수 있는데, 여기[Q2]에서는 측정이 완벽히 같다는 조건이 없잖아요. 그러니까 측정할 때마다 결과가 다르게 나올 수 있다고 생각했어요.

[그림 7]은 초등학교 수학영재학급 학생인 GE03이 Q5에서 제시한 내용이다. GE03은 1개의 주사위를 24회 던졌을 때 1의 눈이 6번 나온 후, 똑같은 시행을 하면 어떠한 결과가 나올 것인지 예상하도록 하는 Q4에서 '비슷하지만 다른 결과가 나올 것 같다.' 라고 답하였으나, 주사위가 정사면체 모양인지 정육면체 모양인지를 알기 위해 어떻게 하는 것이 적절한지를 묻고 있는 Q5에서 '매번 결과가 같게 나올 것이므로 정4면체 모양이다.'라고 답하였다. 이 학생의 경우 Q4에서 자료집합 내에 변이성이 존재할 것이라 인식하지만 Q5에서 수학적 확률에 비추어 사고함으로써 변이성을 인정하지 않고 있다.

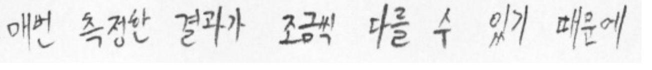


[그림 7] Q5에서 GE03의 반응

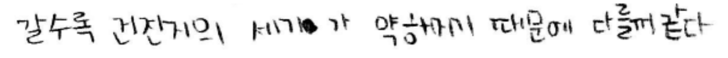
2수준의 학생들은 자료집합에 변이성이 존재함을 인식하지만 변이성이 어떠한 경향성을 갖는 실체임을 인식하지 못하였다. 측정상황에서 학생들은 자료가 다양하게 나온다는 것을

인정하지만, 즉 변이성이 존재함을 인정하지만 이러한 변이성이 어떠한 경향성을 갖는다는 것에 대한 인식은 부족하였다. 그리고 우연상황에서 학생들은 한 개의 주사위를 던졌을 때 어떤 눈의 수가 나올지 예측할 수 없다는 사실에 사고가 고착되어 있어 변이성이 어떠한 경향성을 갖는다는 사고까지 미치지 못하였다. 다음은 2수준에 속하는 학생들 반응의 예이다.

초등학교 수학영재학급 학생인 GE09와 중학교 일반학급 학생인 NM04는 측정상황을 포함하고 있는 Q1-Q3에서 모두 변이성이 존재함을 인식하고 인정하였다. 그러나 GE09의 경우 측정 결과가 조금씩 다르게 나타날 수 있음은 인식하였지만 자료집합 내의 변이성이 어떠한 경향성을 나타낼 수 있다는 것에 대해서는 인식하지 못하였다([그림 8] 참조). 그리고 NM04 역시 측정 결과가 다르게 나타난다는 것을 그 원인과 함께 설명을 시도하고 있지만 자료집합 내의 변이성이 어떠한 경향성을 보이게 될 것인지에 대해서는 주목하지 않고 있다([그림 9] 참조).

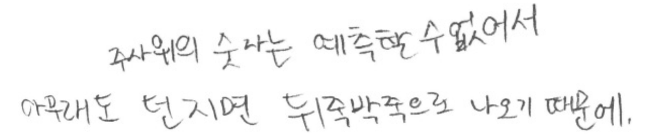


[그림 8] Q2에서 GE09의 반응



[그림 9] Q2에서 NM04의 반응

중학교 일반학급 학생인 NM36은 우연상황을 포함하고 있는 Q4-Q6 모두에서 변이성이 존재함을 인식하였으며, 또한 인정하였다. 그러나 이 학생의 경우 주사위를 24회씩 던졌을 때 1의 눈이 나오는 횟수를 기록한 자료집합 내에 변이성이 존재함을 인정하였지만 그것이 어떠한 경향성을 갖는다는 것에 대해서는 인식하지 못하였다. [그림 10]는 NM36이 Q5에서 제시한 내용이다. 한 개의 주사위를 던졌을 때 어떤 수의 눈이 나오는지 예측할 수 없다는 사실에 사고가 고착되어 주사위를 24회씩 던졌을 때 1의 눈이 나오는 횟수를 기록한 자료집합 내에 어떠한 경향성이 나타날 것이라 예측하는 사고까지 발전하지 못하고 있다.



[그림 10] Q5에서 NM36의 반응

3수준의 학생들은 변이성이 어떠한 경향성을 갖는 실체임을 인식하였다. 측정상황에서 학생들은 자료집합 내에 자주 나타나는 관찰값이 존재할 것이라 예측하거나, 평균 알고리즘을 이용해 자료를 요약할 수 있다고 생각하였다. 그러나 자료들이 최빈값이나 평균을 중심으로 분포되어 있을 것이라는 사고까지는 나아가지 못했다. 최빈값과 평균을 단지 자료집합을 간단하게 나타낼 수 있는 하나의 대푯값으로만 인식하였다. 예를 들면, 최빈값에 대해서는 여러

번 나타나므로 이 값이 자동차의 빠르기라고 생각하였으며, 평균에 대해서는 자료가 여러 개 있을 때 하나의 값으로 나타내기 위해 평균 알고리즘을 적용시켜야 하는데, 제시된 문제 상황이 그에 적절하기 때문에 평균을 구하면 된다고 생각하였다. 우연상황에서도 역시 학생들은 자료의 평균이나 최빈값 등을 이용해 판단하는 것이 적절하다고 생각하였으나 중심과 퍼짐에 대한 아이디어는 나타나지 않았다. 다음은 3수준에 속하는 학생들 반응의 예이다.

[그림 11]은 초등학교 일반학급 학생인 NE33이 Q2에서 제시한 내용이다. 이 학생의 경우 자료들이 서로 다르지만 어떠한 경향성, 즉 비슷하거나 같게 나오는 값들이 존재한다고 생각하여 '여러 번 측정을 한 후 그 결과들을 이용하여 빠르기를 결정해야 한다.'라고 답하였다. 그리고 변이성의 경향을 파악하기 위해 자료를 기록할 필요가 있음을 제시하고 있다.

여러번 측정을 하며 적어놓고 비슷하거나 같게 나온 시간이 있다면 그 시간으로 해야 더 정확하기 때문이다.

[그림 11] Q2에서 NE33의 반응

[그림 12]는 중학교 일반학급 학생인 NM02가 Q2에서 제시한 내용이며, 이어지는 면담은 이에 대한 설명이다. 이 학생의 경우 평균을 자료집합을 하나의 값으로 나타내기에 적절한 도구로 사용하고 있다. 평균을 이용해 자료집합에 내재해 있는 변이성의 경향성을 나타내고자 하지만, 평균을 중심으로 자료들이 주위에 퍼져있을 것이라는 분포에 대한 아이디어까지 확장하는 사고는 보이지 않는다.

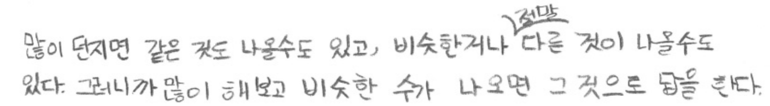
각자 비슷하지만 다른 결과가 나올것이다. 그모든 값을 모아 평균을 내는것이 가장 좋다고생각한다

[그림 12] Q2에서 NM02의 반응

연구자: 여기에서 자료를 모아 평균을 내는 것이 가장 좋다고 생각한다라고 했는데 왜 평균이 가장 좋은 방법이라고 생각을 했지?

NM02: 값들이 서로 다양하게 나오는데... 어떤 값 하나를 정해야 하니까... 평균이 가장 적절한 것 같에요.

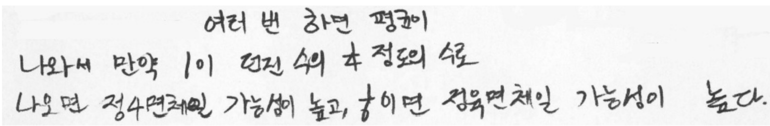
[그림 13]은 초등학교 일반학급 학생인 NE33이 Q5에서 제시한 내용이다. 이 학생은 측정 상황에서와 마찬가지로([그림 11] 참조) 자료들이 서로 다르지만 어떠한 경향, 즉 비슷하거나 같게 나오는 값들이 존재한다고 생각하여 '여러 번 측정을 한 후 그 결과들을 이용하여 빠르기를 결정해야 한다.'라고 답하고 있다. 변이성의 경향을 파악하기 위해 자료를 기록할 필요가 있음을 제시하고 있다.



많이 던지면 같은 것도 나올수도 있고, 비슷한거나 전혀 다른 것이 나올수도 있다. 그러니까 많이 해보고 비슷한 수가 나오면 그 것으로 답을 한다.

[그림 13] Q5에서 NE33의 반응

[그림 14]는 초등학교 수학영재학급 학생인 GE12가 Q5에서 제시한 내용이다. 이 학생의 경우 통계적 확률을 구하기 위해 평균을 사용하고 있다. 평균을 변이성을 요약하기 위해 사용할 수 있는 하나의 값으로 생각하고 있지만 평균을 중심으로 자료들이 주위에 퍼져있을 것이라는 분포에 대한 아이디어까지 확장하는 사고는 보이지 않는다.

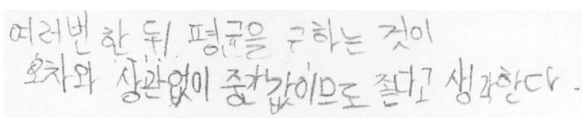


여러 번 하면 평균이 나와서 만약 1이 던진 수의 $\frac{1}{4}$ 정도의 수로 나오면 정4면체일 가능성이 높고, $\frac{1}{6}$이면 정육면체일 가능성이 높다.

[그림 14] Q5에서 GE12의 반응

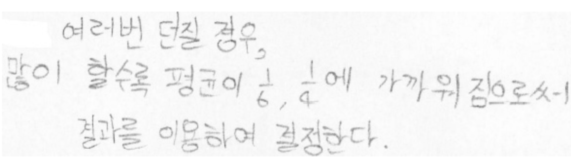
4수준의 학생들은 자료가 최빈값이나 평균과 같은 자료집합의 대푯값을 중심으로 분포되어 있음을 예측하였다. 측정상황에서 학생들은 오차에 주목하였는데, 참값을 분포의 중심으로 간주하고 자료들이 참값을 중심으로 분포되어 있을 것이라 예측하였다. 우연상황에서 학생들은 수학적 확률을 이용해 분포의 중심을 정하고, 각 수의 눈이 확률에 의한 값을 중심으로 고르게 나타날 것이라 예측하였다. 다음은 4수준에 속하는 학생 반응의 예이다.

[그림 15]와 [그림 16]은 각각 중학교 수학영재학급 학생인 GM11이 Q2와 Q5에서 제시한 내용이며, 이어지는 면담은 이에 대한 설명이다.



여러번 한 뒤, 평균을 구하는 것이 오차와 상관없이 중간값이므로 좋다고 생각한다.

[그림 15] Q2에서 GM11의 반응



여러번 던질 경우, 많이 할수록 평균이 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$에 가까워짐으로써 결과를 이용하여 결정한다.

[그림 16] Q5에서 GM11의 반응

연구자: [Q2에서] 평균을 구하는 것이 오차와 상관없이 중간값이므로 좋다고 생각한다고 했는데, '오차와 상관없이'라는 말이 무슨 뜻인지 설명해 줄 수 있을까?

GM11: 만약에 평균이 있으면 그것보다 작게 나온 값들도 있고 크게 나온 값들도 있을 거 아니

에요. 평균은 중간에 있고 좌우로 큰 값하고 작은 값들이 있을 거니까 평균은 거의 변하지 않잖아요. 그래서 평균으로 하는 게 맞는 거 같아요.

연구자: [Q5에서] 많이 할수록 1/6, 1/4에 가까워진다는 게 무슨 뜻이지?

GM11: 만약에 여기에서 영희가 사용한 주사위가 정육면체라면 24번을 던졌을 때 1의 눈이 다양하게 나올 거잖아요. 그런데 계속해서 많이 하면 4번 나오는 경우가, 주사위가 정육면체라면 각 숫자가 나오는 횟수가 거의 비슷해지니까 4번 나오는 경우가 1/6에 가까워지겠죠.

2. 변이성 인식에 대한 사고 수준 분석

수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 측정상황에서 변이성 인식에 대한 사고 수준의 차이를 알아보기 위해 두 독립표본 *t* 검정을 실시한 결과는 <표 3>과 같다. 초등학교 일반학급 학생들의 사고 수준의 평균은 2.24, 표준편차는 .496이며, 초등학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준의 평균은 2.52, 표준편차는 .626이다. 초등학교 일반학급 학생들과 초등학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준에 차이가 있는지에 대한 t 통계값은 -1.993, 유의확률은 .051로 유의수준 .05에서 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다.

중학교 일반학급 학생들의 사고 수준의 평균은 2.11, 표준편차는 .979이며, 중학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준의 평균은 3.17, 표준편차는 .889이다. 중학교 일반학급 학생들과 중학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준에 차이가 있는지에 대한 *t* 통계값은 -4.524, 유의확률은 .000으로 유의수준 .01에서 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다.

<표 3> 변이성 인식에서 사고 수준의 차이에 대한 t 검정결과: 측정상황

구분	초등일반	초등영재	중등일반	중등영재
평균	2.24	2.52	2.11	3.17
표준편차	.496	.626	.979	.889
사례 수	34	31	36	29
t 통계값	−1.993		−4.524	
유의확률	.051		.000***	

<표 4>는 측정상황에서 변이성 인식에 대한 사고 수준별 빈도를 나타낸 것이다. 초등학교 일반학급 학생들의 경우 1수준부터 3수준까지의 사고를 보였는데, 70.6%의 학생이 2수준에, 26.5%의 학생이 3수준에, 2.9%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다. 반면, 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 1수준부터 4수준까지의 사고를 보였는데, 48.4%의 학생이 3수준에, 45.2%의 학생이 2수준에, 3.2%의 학생이 4수준에, 3.2%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다.

중학교 일반학급 학생들의 경우 0수준부터 3수준까지의 사고를 보였는데, 41.7%의 학생

이 3수준에, 38.9%의 학생이 2수준에, 11.1%의 학생이 0수준에, 8.3%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다. 반면, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 1수준부터 4수준까지의 사고를 보였는데, 41.4%의 학생이 4수준에, 41.4%의 학생이 3수준에, 10.3%의 학생이 2수준에, 6.9%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다.

<표 4> 변이성 인식에 대한 사고 수준별 빈도: 측정상황

수준	초등 일반	초등 영재	중등 일반	중등 영재
0수준: 변이성의 편재성 인식 부족	0 (0.0)	0 (0.0)	4 (11.1)	0 (0.0)
1수준: 변이성 인식 불안정	1 (2.9)	1 (3.2)	3 (8.3)	2 (6.9)
2수준: 하나의 실체로서 변이성 인식 부족	24 (70.6)	14 (45.2)	14 (38.9)	3 (10.3)
3수준: 변이성을 하나의 실체로 인식	9 (26.5)	15 (48.4)	15 (41.7)	12 (41.4)
4수준: 분포 아이디어로 확장	0 (0.0)	1 (3.2)	0 (0.0)	12 (41.4)
합계	34 (100.0)	31 (100.0)	36 (100.0)	29 (100.0)

수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 우연상황에서 변이성 인식에 대한 사고 수준의 차이를 알아보기 위해 두 독립표본 t 검정을 실시한 결과는 <표 5>와 같다. 초등학교 일반학급 학생들의 사고 수준의 평균은 1.82, 표준편차는 .521이며, 초등학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준의 평균은 2.06, 표준편차는 .442이다. 초등학교 일반학급 학생들과 초등학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준에 차이가 있는지에 대한 t 통계값은 -2.001, 유의확률은 .050으로 유의수준 .05에서 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다.

중학교 일반학급 학생들의 사고 수준의 평균은 1.89, 표준편차는 .521이며, 중학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준의 평균은 2.62, 표준편차는 .728이다. 중학교 일반학급 학생들과 중학교 수학영재학급 학생들의 사고 수준에 차이가 있는지에 대한 t 통계값은 -4.714, 유의확률은 .000으로 유의수준 .01에서 두 그룹 간에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다.

<표 5> 변이성 인식에서 사고 수준의 차이에 대한 t 검정결과: 우연상황

구분	초등일반	초등영재	중등일반	중등영재
평균	1.82	2.06	1.89	2.62
표준편차	.521	.442	.523	.728
사례 수	34	31	36	29
t 통계값	-2.001		-4.714	
유의확률	.050		.000***	

<표 6>은 우연상황에서 변이성 인식에 대한 사고 수준별 빈도를 나타낸 것이다. 초등학교 일반학급 학생들의 경우 1수준부터 3수준까지의 사고를 보였는데, 70.6%의 학생이 2수준에, 23.5%의 학생이 1수준에, 5.9%의 학생이 3수준에 속하는 것으로 나타났다. 반면, 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 1수준부터 3수준까지의 사고를 보였는데, 80.6%의 학생이 2수

준에, 12.9%의 학생이 3수준에, 6.5%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다.

중학교 일반학급 학생들의 경우 0수준부터 3수준까지의 사고를 보였는데, 88.9%의 학생이 2수준에, 5.6%의 학생이 0수준에, 2.8%의 학생이 3수준에, 2.8%의 학생이 1수준에 속하는 것으로 나타났다. 반면, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 2수준부터 4수준까지의 사고를 보였는데, 51.7%의 학생이 2수준에, 34.5%의 학생이 3수준에, 13.8%의 학생이 4수준에 속하는 것으로 나타났다.

<표 6> 변이성 인식에 대한 사고 수준별 빈도: 우연상황

수준	초등일반	초등영재	중등일반	중등영재
0수준: 변이성의 편재성 인식 부족	0 (0.0)	0 (0.0)	2 (5.6)	0 (0.0)
1수준: 변이성 인식 불안정	8 (23.5)	2 (6.5)	1 (2.8)	0 (0.0)
2수준: 하나의 실체로써 변이성 인식 부족	24 (70.6)	25 (80.6)	32 (88.9)	15 (51.7)
3수준: 변이성을 하나의 실체로 인식	2 (5.9)	4 (12.9)	1 (2.8)	10 (34.5)
4수준: 분포 아이디어로 확장	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	4 (13.8)
합계	34 (100.0)	31 (100.0)	36 (100.0)	29 (100.0)

VI. 결론 및 시사점

본 연구에서는 변이성 인식 능력을 중심으로 수학영재학생들과 일반학생들의 통계적 사고 수준을 비교하였다. 연구결과 다음과 같은 결론을 확인할 수 있었다.

첫째, 수학에서와는 달리 통계에서는 수학영재학생들의 사고 수준이 상위 수준에 집약되어 분포하기보다는 일반학생들의 사고 수준과 상당부분 중첩되어 있는 것으로 나타났다.

측정상황에서 중학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타난 반면, 초등학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에서는 유의한 차이가 나타나지 않았다. 또한 우연상황에서도 중학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타난 반면, 초등학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에서는 유의한 차이가 나타나지 않았다. 그러나 수준별 빈도를 조사한 결과 수학영재학생들의 사고 수준이 상위 수준에 집약되어 분포하기보다는 일반학생들의 사고 수준이 상당부분 중첩되어 있는 것으로 나타났다.

이러한 연구결과는 선행연구와 유사한 경향을 보인다. 예를 들면, 고은성(2012)의 연구에서는 초등·중학교 수학영재학생들과 일반학생들의 변이성 모델링과 표집분포 이해 능력을 비교하였다. 그들의 연구결과에 따르면 변이성 모델링에 대한 사고 수준에서 초등학교 수학영재학생들과 일반학생들, 그리고 중학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다. 그리고 표집분포의 이해에 대한 사고 수준에서 초등학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에서 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타난 반면, 중학교 수학영재학생들과 일반학생들 사이에서는 통계적으로 유의한 차이가 나타나지 않았다. 그러나 수준별 빈도를 조사한 결과 수학영재학생들의 사고 수준이 상위 수준에 집

약되어 분포하기보다는 일반학생들의 사고 수준이 상당부분 중첩되어 있는 것으로 나타났다. 초등·중학교 수학영재학생들과 일반학생들의 표본 개념 이해 수준을 비교한 고은성과 이경화(2011)의 연구도 이와 유사한 결과를 제시한다.

조사한 통계적 개념에 따라 수학영재학생 집단과 일반학생 집단 사이에 통계적으로 유의한 차이가 있는 경우가 있는 반면, 그렇지 않은 경우도 있었다. 그러나 수준별 빈도를 조사한 결과에서 공통적으로 수학영재학생들의 사고 수준이 상위 수준에 집약되어 분포하기보다는 일반학생들의 사고 수준과 상당부분 중첩되어 있는 것으로 나타났다. 이러한 연구결과는 수학영재학생들이 수학적 사고에서와는 달리 통계적 사고 능력에서 일반학생들에 비해 아주 뛰어난 능력을 보인다고 판단하기는 어렵다는 시사점을 제공한다. 즉 수학에서는 수학영재학생들과 일반학생들의 사고 능력이 매우 극명하게 구분되는 경향이 강하다. 그러나 통계에서는 그러한 경향이 발견되지 않음을 확인할 수 있다. 물론 이러한 연구결과는 다양한 연령층을 대상으로, 더 많은 표본을 대상으로 지속적으로 확인되고 수정되어질 필요가 있다.

둘째, 몇몇 통계 개념을 활용하는 능력면에서 수학영재학생들이 일반학생들보다 우수한 결과를 보여주었다.

초등학교 일반학급 학생들과 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 측정상황의 변이성 인식에 대한 사고 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 없는 것으로 나타났지만, <표 4>를 통해 알 수 있듯이 최빈값이나 평균을 자료집합 내의 변이성을 요약하는 수단으로 인식하는 사고에 있어 초등학교 수학영재학급 학생들이 우수한 것으로 보인다. 초등학교 일반학급 학생들의 경우 70.6%의 학생들이 변이성을 하나의 실체로 인식하지 못하는 2수준에 속하고, 26.5%의 학생들만이 변이성의 하나의 실체로 인식하는 3수준에 속하는 반면, 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 45.2%의 학생들이 변이성을 하나의 실체로 인식하지 못하는 2수준에 속하고 48.4%의 학생들이 변이성의 하나의 실체로 인식하는 3수준에 속하는 것으로 나타났다. 이는 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 최빈값이나 평균을 자료집합 내의 변이성을 요약하는 수단으로 인식하는 사고에 있어서 초등학교 일반학급 학생들보다 우수한 수준임을 나타낸다. 이는 평균에 대한 교육과정에서의 학습 결과로, 선행연구에 따르면(Greenes, 1981; Krutetskii, 1976) 수학영재학급 학생들은 학습의 속도와 깊이 면에서 일반학급 학생들과 차이를 보이는데 본 연구에 참여한 초등수학 수학영재학급 학생들의 경우 평균이 주어진 문제 상황에서 활용될 수 있는 적절한 도구임을 인식하고 이를 적용한 것으로 보인다.

중학교 일반학급 학생들과 중학교 수학영재학급 학생들은 측정상황의 변이성 인식에 대한 사고 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다. 그리고 <표 4>를 통해 알 수 있듯이 중학교 일반학급 학생들의 경우 38.9%의 학생들이 변이성을 하나의 실체로 인식하는 능력이 부족한 2수준에 속하는 반면, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 10.3%의 학생들만이 2수준에 속하는 것으로 나타났으며, 또한 중학교 일반학급 학생들의 경우 분포 아이디어로까지 확장하는 4수준의 사고를 보이는 학생이 없는 것으로 나타난 반면, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 41.4%의 학생들이 속하는 것으로 4수준에 속하는 것으로 나타났다. 분포 개념은 중심, 퍼짐, 밀도, 왜도와 같은 여러 통계적 개념들의 통합체(Bakker & Gravemeijer, 2004)

로 4수준에 속하는 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 교육과정에서의 자료집합에 대한 경험을 토대로 이러한 다양한 통계적 개념들에 대해 직관적 수준의 이해를 형성한 것으로 보인다.

초등학교 일반학급 학생들과 초등학교 수학영재학급 학생들의 경우 우연상황의 변이성 인정에 대한 사고 수준에서 통계적으로 유의한 차이가 없는 것으로 나타났다. 그리고 중학교 일반학급 학생들과 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 초등학생들과 달리 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났으며, 중학교 일반학급 학생들의 경우 대부분(88.9%)의 학생들이 2수준에 속하는 것으로 나타난 반면, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 51.7%의 학생이 2수준에, 34.5%의 학생이 3수준에, 13.8%의 학생이 4수준에 속하는 것으로 나타났다. 교육과정에서 학생들은 측정상황에서 최빈값이나 평균을 경험하는데, 이는 개별적인 자료에 주목하기보다는 자료집합을 하나의 총체로 인식할 수 있는 기회가 된다. 그러나 우연상황에서는 주로 실험을 통해 얻어진 자료의 집합에 대해 사고하는 것이 아니라 수학적 확률을 구하기 위한 표본 공간에 사고의 초점이 맞추어진다. 이는 자료집합을 하나의 총체로 생각하도록 자극하기보다는 매번의 실험에 의해 얻어지는 개별적인 자료에 주목하도록 하는 경향이 있다. 따라서 우연상황에서 수집한 자료집합 내에 존재하는 변이성이 어떠한 경향성을 갖는지에 대해 사고하기 위해서는 측정상황에서의 경험을 우연상황으로 전이시킬 수 있어야 하는데, 중학교 수학영재학급 학생들의 경우 3수준과 4수준에 속하는 48.3%의 학생들이 측정상황에서의 경험을 우연상황으로 전이시킨 것으로 보인다.

일부 학생들은 우연상황에서 주사위를 던지는 실험의 결과가 수학적 확률과 일치할 것이라 생각하였다. 선행연구(신보미, 2007; Reading & Shaughnessy, 2004)에 따르면 이러한 현상은 수학적 확률과 통계적 확률 모두를 학습한 고등학생과 대학생들에게서까지 빈번히 나타난다. 이러한 결과는 통계가 결정론적 사고를 강조하는 수학 교과 내에서 지도되는 것과 무관하지 않다. 또한 일부 학생들은 측정상황에서 모든 조건이 완벽히 같다면 실험 결과 역시 동일할 것이라 생각하였다. 이렇게 결정론적 사고에 기반하여 통계를 학습하는 학생들의 경우 이후 통계적 활동에서 이루어지는 과정들, 예를 들면 자료를 수집하고, 표나 그래프로 자료를 정리하여 해석하고, 평균이나 분산과 같은 통계적 요약치를 구하고 이를 해석하는 활동들에 대해 어떠한 의미를 부여하면서 활동에 참여하는지에 대한 연구가 필요하다. 이러한 활동들이 단순히 자료를 정리하는 기법이나 통계량을 구하는 절차의 의미로 국한되어 학생들에게 받아들여진다면 이것은 진정한 통계 학습이 될 수 없으며, 이후 통계적 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 이러한 도구를 적절한 시기에 적절한 곳에서 사용할 수 없게 될 것이다.

지금까지의 결과를 바탕으로 교육적 시사점을 제시하면 다음과 같다. 첫째, 수학영재학생들에게 통계 프로그램을 제공할 때 수학에서와는 달리 정규교육과정에서 기대하는 사고 능력을 뛰어넘는 과제를 제시하거나 수행결과를 기대하는 것이 바람직한지에 대해 재고할 필요가 있다. 수학에서는 정규교육과정의 수준을 뛰어넘는 고난이도의 과제를 제시함으로써 수학영재학생들의 사고를 자극하고 개발한다. 이는 수학영재학생들이 일반학생들보다 월등히 뛰어난 수학적 사고 능력을 지니고 있다는 특성을 반영한 것이다. 그러나 통계에서는 그러한 경향이 보이지 않는다.

둘째, 우연상황에서 변이성 인식 사고를 자극할 수 있도록 지도하는 것이 필요하다. 네 그룹의 학생들 모두 우연상황에서 더 낮은 사고 수준을 보였다. 이는 측정상황과 우연상황에 대한 경험의 차이에서 비롯된 것으로 볼 수 있다. 교육과정에서, 또는 일상생활에서 측정상황의 경우 주로 측정되는 물체의 참값보다는 근삿값을 구하는 데 초점을 두며, 이를 위해 최빈값이나 평균을 이용한다. 이러한 학생들의 경험은 측정상황에서 얻어진 자료집합 내의 변이성을 인식하고, 인정하고, 나아가 변이성을 하나의 실체로 인식하고 자료의 분포까지 예측하도록 자극한다. 그러나 우연상황의 경우 주사위 던지기나 윷놀이, 그리고 복권과 같은 일상의 경험에서는 주로 다음 시행에서 무엇이 나올지 예상하는 것에 초점을 두는 사고를 주로 한다. 여러 번의 시행을 통해 얻어진 자료들이 어떠한 특징을 갖는지에 대한 사고는 거의 이루어지지 않는다. 또한 교육과정에서 우연상황에 발생하는 자료에 대한 분석은 주로 확률을 구하기 위한 표본 공간에 초점이 맞추어진다. 그 동안 올바른 확률과 통계 교육을 위한 방안으로 우연상황을 이용한 통계적 확률의 지도가 계속해서 제시되어 왔다. 이는 학생들이 우연상황에서 통계적 사고의 핵심인 변이성을 인식하고, 인정하고, 그 경향성을 탐구할 필요가 있다는 본 연구의 논의와 같은 방향을 제시하고 있다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

고은성, 이경화 (2010). 변이성과 변이 추론의 지도를 위한 지식. **수학교육학연구, 20**(4), 221-239.

고은성, 이경화 (2011). 일반학급 학생들과의 비교를 통한 수학영재학급 학생들의 표본 개념 이해 수준 연구. **영재교육연구, 21**(2), 287-307.

고은성 (2012). 수학영재학급 학생들과 일반학급 학생들의 통계적 사고 수준 비교 연구: 변이성 모델링과 표집분포 이해 능력 중심으로. **영재교육연구, 22**(3), 503-525.

성태제 (2002). **타당도와 신뢰도**. 서울: 학지사

신보미 (2007). **시뮬레이션을 활용한 확률 지식의 교수학적 변환 방식**. 박사학위논문. 한국교원대학교.

이경화, 유연주, 홍진곤, 박민선, 박미미 (2010). 수학 우수아의 통계적 개념 이해도 조사. **학교수학, 12**(4), 547-561.

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The Solo Taxonomy*. New York: Academic Press.

Bakker, A., & Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (1994). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational* *research*. Orlando, FL: Academic Press.

Green, D. (1993). Data analysis: What research do we need? In L. Pereira-Mendoza (Ed.), *Introducing data analysis in the schools: Who should teach it?* (pp. 219-239). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *Arithmetic Teacher, 28*(6), 14-17.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: The University of Chicago Press.

Moore, D. S. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press.

Pfannkuch, M., & Wild, C. J. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 17-46). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Reading, C., & Reid, J. (2004). *Consideration of variation: A model for curriculum development.* Paper presented at the IASE 2004 Roundtable 27 June to 3 July in Lund, Sweden. [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt04/2.3_Reading & Reid.pdf]

Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician, 44*(2), 116-121.

Stigler, S. M. (2002). **통계학의 역사**. (조재근 역). 서울: 한길사. (원본출간년도: 1986)

Watson, J. M. (2005). Variation and expectation as foundations for the chance and data curriculum. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building connections: Theory, research and practice. Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Melbourne* (pp. 35-42). Sydney: MERGA.

Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Watson, J. M. (2009). The influence of variation and expectation on the developing awareness of distribution. *Statistics Education Research Journal, 8*(1), 32-61.

Wheatley, G. H. (1983). Mathematics curriculum for the gifted and talented. In J. VanTassel-Vaska & S. M. Reis (Eds.), *Curriculum for gifted and talented students* (pp. 137-146). Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223-265.

= Abstract =

A Comparison of Mathematically Talented Students and Non-Talented Students' Level of Statistical Thinking: The Noticing of Statistical Variability

Eun-Sung Ko

Soonchunhyang University

This study compared levels of mathematically talented students' statistical thinking with those of non-talented students in the noticing of statistical variability. t tests were conducted to test for statistically significant differences between mathematically gifted students and non-gifted students. Results for the t-test shows that there is no difference between the TE students' and NE students' noticing of variability in the measurement settings. Meanwhile, the t-test results also show that there is a difference between the TM students' and NM students' noticing of variability in the both measurement and chance settings. Table of frequencies of each level, however, shows that levels of mathematically gifted students' thinking were not distributed at the high levels but were overlapped with those of non-gifted students. These results are thought-provoking results in statistics instruction for mathematically talented students.

Key Words: Mathematically talented students, Non-talented students, Levels of statistical thinking, Noticing of variability

1차 원고접수: 2013년 5월 29일
수정원고접수: 2013년 6월 25일
최종게재결정: 2013년 6월 25일