대한수학교육학회지 <학교수학> 제 15 권 제 3 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 15, No. 3, 619 ~ 632. Sep 2013

모둠별 게임 변형을 통한 초등수학영재들의 수학적 정교화 과정 분석

성 예 원* · 송 상 헌**

본 연구는 초등수학영재들이 수학적 소재의 기존 게임을 변형하여 새로운 게임을 만들어 가는 동안 모둠내 토론 과정에서 드러나는 수학적 정교화 과정을 분석하고 이를 모델화 한 것이다. 이를 위해 한 개의 지역공동영재학급에서 5주간의 수업을 진행하였으며, 특히 게임의 변형의 아이디어를 모둠별로 모아가는 수학적 정교화 과정을 모델로 구안하고자 하였다. 정교화 과정에서 수학적 경로와 수학외 경로가 상호작용을 하는 이중 경로의 모습을 띄었으며, 수학적(논리적) 근거에 따라 3가지의 수학적 경로(호의, 비호의, 중립)와 4가지의 수학외 경로(비일관성, 사회적 증거, 호감, 권위)으로 분석할 수 있었다. 이 과정에서 수시로 통찰이 일어났으며, 이 과정을 거쳐 수학적 규칙이 모둠에서 수렴되는 정교화의 모습을 볼 수 있었다. 이를 바탕으로 초등수학영재들이 모둠별로 게임을 변형하는 과정에서 보이는 수학적 정교화 과정을 분석하고 수학적 정교화 모델을 제안하였다.

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학 영재들은 보통의 학생들보다 개인적으로 더 기발한 아이디어를 제안하곤 한다. 그러나 사람은 사회적 존재라서 개인의 아이디어를 넘어 집단적 사고를 통해 다른 사람들과 아이디어를 교환함으로서 보다 완성도 높은 협동적 산출물을 만들어낼 때가 있다. 그 동안 초등수학 영재들이 수학 문제나 게임을 변형해 가는 과정에 대한 연구(송상헌, 정영옥, 임재훈, 신은주, 이향훈, 2007; 김우현, 송상헌, 2007; 류창우, 송영무, 2010; 구본왕, 송상헌, 2011; 이대희, 송상헌, 2013)는 있었지만 모둠에서 집단 지성을 사용해 아이디어를 모아 정교화해 가는 과정에 대한 연구는 거의 없었다. 따라서 모둠별 대화 분석을 통해 수학적 정교화 과정을 모델링하고, 그것의 실제적인 예시를 살펴볼 필요도 있다.

정교화 과정에 대한 선행연구는 사회심리학에서 Petty & Cacioppo(1986)에 의해 정교화 가능성 모델(Elaboration Likelihood Model, 이하 ELM)로서 제시된 바 있다. 태도와 설득에 관한 연구는 사회심리학의 주된 관심에서 시작되었다. 하지만 수학적인 게임을 재창조하는 과정에서 모둠 활동을 통해 이뤄지는 정교화는 사회심리학의 설득적 상황과는 다르며, '수학적 내용'을 기준으로 판단이 이뤄지며, 이는 당위적이다.

수학적 아이디어 창조 과정에서 초등수학영재들의 개별적 아이디어를 모둠 활동을 통해 어떻게 정교화하는지 그 과정을 모델링한 연구는 없

* 의왕 오전초등학교(truehue@hanmail.net, 제1저자)
** 경인교육대학교(song2343@hanmail.net, 교신저자)

었다. 이에 본 연구는 머긴스 게임이라는 소재를 예로 들어, 초등수학영재들이 모둠 활동을 통해 수학적인 게임을 만들어 갈 때, 어떻게 아이디어를 정교화해 나가는지 그 과정을 분석하면서 수학적 정교화 과정 모델을 구안하는 것을 목적으로 한다.

사고의 확산 단계에서 영재 학생들이 What if (not)? 전략을 사용하여 머긴스 게임을 변형하며 개개인의 생각을 펼치는 과정은 개방형 접근(Open Ended Approach)의 일부분에 속한다. 그렇게 개별적으로 확장한 아이디어를 모둠에서 수렴하는 과정이 바로 아이디어의 정교화라고 볼 수 있다. 본 연구는 개인의 아이디어를 모둠에서 모아가는 대화의 사례들을 통해 초등수학영재들이 보여주는 정교화 과정을 분석하고 그 속에서 일어날 수 있는 정교화 과정을 모델화하는 것이다.

2. 연구의 내용

본 연구의 내용은 다음과 같다.

[연구내용 1] 초등수학영재들이 모둠별 게임 변형 과제를 통해 보여준 수학적 정교화 과정을 분석한다.

[연구내용 2] 초등수학영재들의 모둠별 게임 변형에서 일어날 수 있는 수학적 정교화 과정 모델을 구안한다.

3. 용어의 정의: 수학적 정교화

수학적 정교화란 정교화해 가는 주된 소재가 수학적일 때 보이는 특징적인 과정을 의미한다. 특히 본 연구에서는 '수학적 소재를 중심으로 확산한 개인의 아이디어를 모둠에서 취사 선택함과 동시에 보다 좋게 만드는 것'으로 한정하여 '수학적 정교화'라 명명하였다. 창의적 아이디어의 산출 과정은 학습자의 개연적 추측을 통한 아이디어의 창출과 그것의 정교화 과정을 거치므로, 수학적으로 엄밀한 증명과는 다른 수학외의 경로가 필연적으로 등장하게 된다. 따라서 수학적이고 논리적인 타당성을 가진 생각이 제시되었을 때의 직선적이고 당위적인 수학적 경로(호의, 비호의, 중립)와, 수학외 경로(수학이외의 요소로서 일관성, 호감, 사회적 증거, 권위)의 이중경로가 상호 역동적으로 영향을 미치는 가운데 정교화가 일어난다.

II. 이론적 배경

1. 정교화

'정교하다'라는 말은 '내용이나 구성 따위가 정확하고 치밀하다'라는 뜻이다. '화-하다'라는 말은 '어떤 현상이나 상태로 바뀌다.'라는 뜻이다[1] '정교화하다'란 표준국어대사전의 '정교하다'와 '화-하다'를 합한 형태로, '내용이나 구성을 정확하고 치밀한 상태로 바꾸다.'의 의미를 갖는다. 본 연구에서의 '정교화'란 '정보를 통합하여 내용과 구성을 정확하고 치밀한 상태로 바꾸다.'의 의미이다. 즉, 내용과 구성을 보다 좋게 하는 과정을 의미한다. 이는 표준국어대사전의 정의에 가까우며, 정교화 가능성 모델의 '정보를 덧붙이다'를 '정보를 통합하다'의 의미로 더한 결과이다.

정교화와 관련하여 과학교육에서는 예비교사에게 진행된 가설의 정교화 과정 연구가 있었다. 오필석, 오성진(2011)은 예비 초등 교사들의 귀추적 탐구 활동에서 가설의 정교화 과정에 관한 연구를 진행하였다. 오필석, 오성진의 연구와 본

1) 국립국어원 누리집 표준국어대사전

연구의 공통점은 교과의 차이는 있으나 연구대상자의 대화를 분석하고 정교화가 어떻게 이루어지는 지 살펴본 점이었다.

수학외의 상황에서 수학적 내용으로 정교화하는 연구로서 수학적 모델링의 정교화에 대한 연구는 다수 이뤄져 있었다. NCTM(1991)은 수학적 모델은 현상의 특징을 나타내는 수학적 구조이며, 이러한 모델을 고안해 내는 과정이 수학적 모델링이라고 밝혔다(NCTM, 1991; 박슬희, 2013:5에서 재인용) 영재학급 학생의 수학적 모델링에 대해 연구한 김홍희(2009)는 영재학급 학생들은 문제 상황에 있는 다양한 관계 파악을 통해 수학적 모델을 형성한다고 보았다. 그의 연구는 본 연구와 소재에서는 차이가 있으나, 공통적인 점은 문제 상황과 관계 파악을 다양하게 하여 해결에 접근하려는 영재들의 모습이며, 실제 게임 변형과제에서 다양한 관계를 생각하여 속성의 수렴에 이르는 과정에 있다. 또한 손홍찬(2006)은 스프레드시트를 환경에서 주어진 문제 상황을 해결하는 데 도움을 받아 수학적 발견과 정당화에 도움을 줄 수 있다고 보았다. 이렇게 수학외의 상황을 수학적으로 만들어가는 데 공학적인 요소의 도움을 받는 것에 의의가 있음을 서술한 강옥기(2010)는 수학적 모델링의 정교화를 제시하여 문제를 구성하고, 모델로 변환하고, 모델을 변형하여 해를 구하고, 얻어진 해가 의미가 있는지 풀어보며, 의미가 있으면 실제 문제의 해로 해설하여 그 모델을 다른 유사한 상황에 적용한다고 하였다. 이정곤(2012)은 ‘만약 명제가 거짓이라면 어떻게 하면 맞게 될 것인가(If-Not-What-Yes)’와 ‘만약 이런 경우에는 어떻게 될 것인가(What-If-For)’를 통한 접근방법으로 명제를 정교화 했을 때, 학습자들이 교사와 함께 새로운 수학적 결과를 만들어 냈다는 성취감을 얻고 진정한 수학을 했다는 느낌을 가질 수 있도록 한다고 하였다.

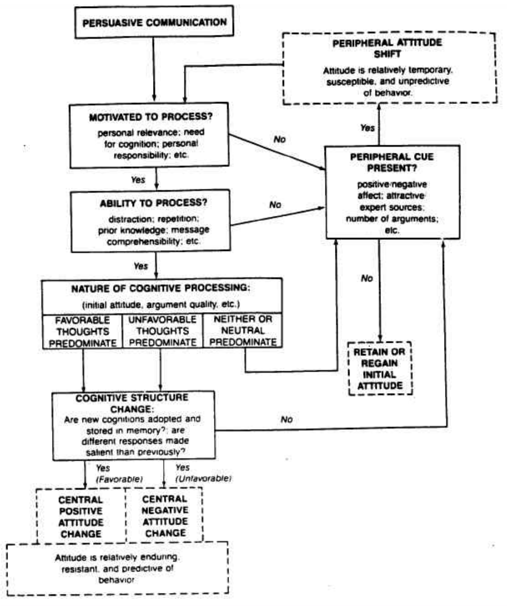
그러나 지금까지 수학과 수학외의 요소가 함께 개입되는 상황에서의, 특히 수학적 소재의 모둠의 게임을 만들 때 일어나는 정교화에 대한 연구는 이뤄지지 않았다. 수학적인 게임을 만들어가는 상황에서는 수학 이외의 요소인 재미를 위한 우연성, 기존의 게임과는 다른 요소를 추구하는 성향, 사회적으로 존재하는 게임의 요소, 모둠 내의 역학적 관계 등이 필연적으로 포함되며 수학적 경로와 수학외의 경로가 역동적으로 관련을 맺게 된다. 따라서 수학적 소재의 보드게임 변형 과제에서 모둠의 의견을 모아갈 때 수학적 및 수학외의 요소가 어떠한 형태로 정교화 과정에서 이뤄지는 지를 분석한 연구가 필요하다고 보았다.

2. 정교화 가능성 모델

정교화 가능성 모델(Elaboration Likelihood Model: ELM)은 Petty & Caccioppo(1986)가 제안한 설득의 이중 경로 모델로, 설득 메시지를 처리하는 경로를 중심 경로와 주변 경로로 구분하며, 두 가지 경로 중 어떤 경로를 사용해 설득 메시지를 처리하느냐에 따라서 적합한 설득 메시지가 달라질 수 있다고 가정했다. 한편, Cialdini(1981)는 6가지 설득의 단서를 제시하였다. 하지만 처음부터 설득의 법칙이 ELM의 주변경로의 단서로 도입된 것은 아니었으나, Shavitt & Brock1994)을 통해 중심경로와 주변경로의 이론이 한 자리에 놓이며 ELM이 정립되었다. 이는 메시지가 중심 경로(central route)와 주변 경로(peripheral route)라는 두 가지 경로(dual process)를 통해 처리된다고 가정한다.

<표 Ⅱ-1> 주변경로 단서의 6법칙

1. 상호성(Reciprocation) - 상대방을 빚진(약자) 상태로 만들어라.
2. 일관성(Consistency) - 약속은 약속을 낳는다.
3. 사회적 증거(Social proof) - 다른 사람의 행동에 의해서 더 쉽게 설득된다.
4. 호감(Liking) - 호감이 가는 사람의 말을 잘 듣게 된다.
5. 권위(Authority) - 전문가나 사회적 지위를 가진 사람의 말을 잘 듣는다.
6. 희귀성(Scarcity) - 얼마 남지 않아 희귀하다고 느끼게 된다.



[그림 Ⅱ-1] Elaboration Likelihood Model(ELM)

Ⅲ. 연구의 방법 및 절차

1. 연구의 대상자 선정

본 실험 대상자인 W지역공동영재학급 학생들은 1단계-추천, 2단계-영재성평가, 3단계-심층면접으로 선발되었다. 본 실험 대상자들은 같은 지역의 4개의 학교에서 모인 영재들로 학업성취도는 상위권이었으며, 영재라는 사실에 자부심을 갖고 있었다. 2012년도에 G도 W초등학교 지역공동 영재학급 6학년(2012) 17명 학생을 4~5명의 4개의 모둠으로 구성하여 머긴스 게임 변형 과제 수업을 하여 예비검사한 뒤, 이듬해인 2013년에 동일 지역의 6학년 20명 학생을 4개의 모둠으로 구성하여 학생들의 대화를 녹화하여 전사하였다. 모둠 구성은 이질 집단으로 4~6명씩 구성하였고 4모둠 중, 특히 정교화 과정을 주로 분석할 수 있었던 3모둠 학생들의 특징을 서술하면 다음과 같다.

<표 Ⅲ-1> W영재학급 3모둠 학생들의 특징

영재학급 명단		영재성 검사	심층 면접	특징
3모둠	MS	6위	5위	아이디어를 많이 내지만 강한 성격은 아니므로 다른 이의 의견을 수렴적으로 받아들이고, 규칙에 대해서 이해를 잘 한다.
	YJ	22위	7위	교육청영재에서 낙방 후 지역공동영재학급으로 왔기에 초반에는 좌절감을 안고 수동적인 모습이었으나, 게임 만들기에 몰입하자 굉장한 성취감을 보여줌.
	SJ	20위	3위	아이디어를 주로 내며, 통찰 후에는 게임의 규칙을 잘 받아들이는 모습임. 특히 과제집착력이 뛰어남.
	HW	15위	18위	아이디어를 이해하고 도입하는 데 민감성이 있어서 좋은 아이디어를 가려내는 감초 같은 역할을 함.
	KK	17위	10위	2주차부터 모둠에 합류하였으나 열심히 아이디어를 내며 발표 시 아이디어를 정리해서 이야기 함.

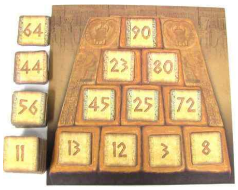
2. 연구의 과제

본 연구를 위해 사용한 게임의 소재는 머긴스 게임이다. 학생들은 What if (not)? 전략을 사용하여 머긴스 게임을 재창조하여 모둠의 새로운 게임을 만들도록 하였다. 2주차의 수업에서 다음과 같은 주제를 제시한다.

<표 Ⅲ-2> 수업 주제

[주제] 여러분이 모둠에서 아이디어를 모아서 보다 나은 수학적 변형게임을 만들어 봅시다. 여러분들과 같은 수학영재들에게 적합한 '수학 게임'을 만들어 봅시다. 단순한 재미나 기발함보다 수학적으로 의미 있는 게임이어야 하겠지요?

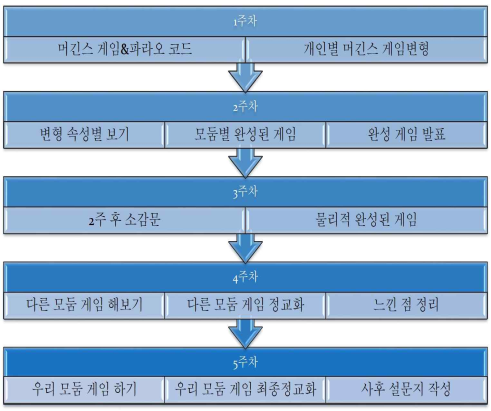
예를 들자면 <파라오코드의 놀이판>처럼 나오기 어려운 수가 위에 있고 가장 많은 점수를 받는 걸 생각해봐요. 그러니까 수학적인 내용을 바탕으로 수학적으로도 재미있고 또 수학적으로 기발한 게임 변형을 시도해 보세요.



파라오코드 놀이판

이 주제는 수학적 보드 게임을 What if (not)? 전략에 의해 변형하여 새로운 게임을 만들도록 요구하는 것으로 아이디어 확산이 필요하다. 하지만 또한 펼친 생각들을 받아들이거나 받아들이지 않고 선택하여 아이디어를 수렴하는 정교화 과정이 필요하다.

3. 연구의 방법과 수업의 흐름



[그림 Ⅲ-1] 수업의 흐름

본 연구는 연구자가 참여한 5차시의 수업 분석을 통한 질적 연구 방법으로 그 수업의 흐름은 <그림 Ⅲ-1>과 같으며, Petty & Caccioppo(1986)가 제시한 정교화 가능성 모델을 변형하여 모둠 활동에서의 '수학적 정교화 과정 모델'을 구안하여 적용하였다.

Ⅳ. 수업 분석 및 논의

1. 5주간의 수업 분석

가. 1주차 수업(머긴스 게임 제시 후 개인별 변형)

1주차 수업에서는 머긴스 게임, 파라오 코드를 직접 해 보면서 이들의 공통점과 차이점을 찾아보면서 머긴스 게임을 변형한 내용을 개인별 학습지에 정리하는 것으로 마무리했다. 본 수업 이전에 실시한 예비 수업에서 What if (not)? 전략으로 변형할 수 있는 속성들을 표로 제시해 주었더니 이미 알고 있는 속성을 나열하는 수준에 그쳐, 실제 수업에서는 머긴스 게임과 파라오 코드의 공통점과 차이점을 찾아보면서 모둠에서 변형할 주요 속성들과 변형했을 때의 예상되는 모습들을 서로 토론하는 과정에서 찾아보는 방식으로 바꾸었다. 그랬더니 열린 사고가 가능해진 모습이었다.

예비 수업의 개인별 변형의 사례에서는 크게 말판의 모양 변형(B), 함정(T)이나 보너스칸(C), 주사위(D)와 관련된 반응인 주사위의 수, 주사위의 모양, 제한시간, 수학적인 규칙(R) 도입 등이 나타났지만 모둠별 토론에서는 예비 수업에서 드러나지 않았던 수의 범위(N)에 대한 변형까지도 나타났다. 또한 점수 계산(F)에서는 파라오 코드의 점수 계산처럼 카드 뒷면의 점수에 확률상의 위계를 준 경우가 있었다.

나. 2주차 수업(모둠별 변형 게임 만들기)의 결과

2주차 수업은 1주차 수업 때 개인별로 변형했던 사례들을 모둠에서 어떻게 추가로 변형할 지를 찾아보면서 모둠별로 완성도를 높이기 위해 정교화를 시도하도록 하였다.

<표 Ⅲ-3> 2주차 4개의 모둠이 보여준 게임의 변형

모둠	게임명	변형 게임의 내용
1	징코드	오징어 모양의 판에 숫자 카드를 올려놓고, 주사위 3개 팔면체, 십면체, 십이면체를 던져서 숫자를 가져감.
2	Bomb	2개의 숫자카드와 1개의 연산카드를 뽑아서 만든 수만큼 말을 이동시킬 수 있으며, 이 때 규칙카드의 규칙을 해결해야 함.
3	넘버코드	윷놀이판 위에 숫자 카드들을 놓고, 주사위와 사칙연산 주사위를 이용해 윷놀이판 위의 숫자 중 하나를 만들고 카드 뒷면에 적힌 숫자의 난이도만큼 점수를 가져감.
4	Stupid 게임	가위바위보에 배수가 적혀 있고, 가위바위보 그림에서 이긴 그림에 쓰여 있는 숫자의 배수를 말판에서 자리를 가져갈 수 있음.

1주차 수업 때는 자신이 머긴스 게임을 왜 변형해야 하는 지 필요성조차 느끼지 못하던 학생들도 게임 변형이라는 목표를 인식하고 나서는 수업에 몰입하는 모습을 볼 수 있었다. 각자의 게임을 소개하면서 그 게임이 어떻게 변형되었을 때 수학적으로 실현가능성이 있는지를 살펴보는 시간이 되었다. 2주차 4개의 모둠이 보여준 게임의 변형은 <표 Ⅲ-3>과 같았다.

다. 3주차 수업의 결과

2주차 수업이 종료된 후 학생들은 머리 속으로만 게임을 만들지 말고 그 게임을 실제로 해보는 과정이 필요하다고 제안하면서 시중에서 판매되고 있는 게임들과 같이 완성도 높은 게임을 만들어 보고 싶다고 말하였다. 그래서 3주차에는 학교 자료실을 개방하여 어떤 재료를 사용해도 좋다고 제시하였다. 이 과정에서는 수학적인 변형보다는 물리적인 제작이 주를 이루었는데, 그 과정에서도 말판에 들어갈 숫자는 전 수업 때 이뤄졌던 것보다 더 정교화 되기도 하였다.

라. 4~5주차 수업의 결과

4주차에는 다른 모둠들의 게임을 직접 해보고, 좋은 점과 보다 고치면 좋을 점 등의 의견을 들어보도록 했고, 5주차에는 자기 모둠이 만든 게임을 한번 더 해보면서 다른 모둠의 의견을 참고하며 자기 모둠의 게임을 최종적으로 수정해보는 과정을 가졌다. 이를 통해 정교화의 방향은 모둠간 정교화(4주차)와 모둠내 정교화(5주차)의 두 가지의 양상으로 나타났다.

예를 들어, 1모둠은 2, 3, 4모둠의 게임을 해보면서 자신이 속한 모둠의 게임뿐만 아니라 다른 모둠의 게임까지 이해하는 데 주안점을 두었다. 또한 다른 모둠의 좋은 점과 더 고치면 좋을 점을 찾아 발표함으로써 각 모둠에서 그러한 의견을 수렴하는 시간을 가졌다. 실제로 2주차 수업에서 재미있을 것 같다고 말했던 2모둠의 게임에서 숫자들의 확률을 직접 계산해 보고는 그 숫자들은 실제로 나오지 않아 평가 절하하였다. 또한 4모둠에서는 가위바위보에 의한 (수학 이외의 요소인) 우연성을 넣었지만, 이에 수학적인 요소인 배수를 결합하여, 재미있는 보너스를 중간 중간에 숨겨둔 게임인 Stupid 게임이 재미있다는 평을 얻었다. 하지만, 정작 자기 모둠의 게임을 해보는 시간이 부족하여 당초 계획에 없던 시간을 더 늘려 5주차 수업에서는 자기 모둠의 게임도 직접 해보고, 다른 모둠이 이야기해준 고칠 점 들을 재고해보는 시간을 가졌다.

2. 수업 분석에 따른 연구 내용별 논의

가. [연구 내용 1]에 대한 논의

본 연구에서는 초등수학영재들이 모둠별 게임 변형에서 보이는 수학적인 정교화 과정을 분석하는 것을 목표로 한다. 따라서 중점적인 연구인 2주차 수업을 통해 분석하고자 한 수학적 정교화 과정은 모둠별로 머긴스 게임을 변형하여 수학적인 새로운 게임으로 변형을 할 때 정교화는 어떻게 이뤄지는 지의 여부이다.

모둠별 게임변형에서 일어나는 정교화 장면을 ‘수학적 정교화 과정(Mathematical Elaboration Process: MEP)’이라고 명명하였는데, 수학적 소재를 중심으로 모둠의 아이디어를 모아서 다듬어 가는 과정을 의미한다. 수학적 정교화 과정은 사회심리학에서의 정교화 과정과 약간 다르다. 그 이유는 사회과학의 중심경로에서는 동기 부여가 되어있거나, 정보를 처리할 능력이 있느냐의 과정이 필요하다. 하지만 수학에서는 결과의 당위성이 작용하는 부분이 많기 때문에 수학적 경로에서의 호의, 비호의, 중립적 반응의 근거는 수학적인 가치가 된다. 그런데 수학적 소재를 중심으로 하더라도 게임이라는 요소 때문에 기발하고 재미있는 게임을 만드는 과정에서는 수학외의 경로도 중요해진다.

따라서 대화의 분석 과정에서 학생들의 정교화는 ‘수학적 경로’와 ‘수학외 경로’의 두 가지 방향으로 일어났다. 수학적 소재인 보드 게임을 변형할 때 학생들은 수학적으로 가치 있는 게임을 만들어야 한다는 생각을 하면서 게임을 만들었다. 그리고 수학적이고 논리적인 생각에 대해서는 수직적으로 받아들였다. 하지만 게임을 변형하는 상황에서는 필연적으로 재미, 우연성, 다른 게임과의 관련성 및 게임을 해 본 경험 등의 수학의 외적 요소가 등장하게 된다. 따라서 수학 이외의 요소인 ‘수학외 경로’가 개입된다. 학생들의 대화를 분석해 보더라도 수학적인 경로와 수학외 경로가 역동적으로 영향을 미치며 정교화가 이뤄짐을 확인할 수 있었다. 또한 영재학생들의 정교화 과정에서 수시로 직관적 통찰(AHA! Experience)이 일어났다.

1) 수학적 경로

수학적 소재를 중심으로 한 모둠 활동 과정에서 학생들은 수학적인 경로와 수학 이외의 경로를 통해 토론을 통해 보다 나은 것을 찾아가는 방향성을 보여주었다. 특히 수학적 소재를 중심으로 한 정교화 과정에서의 인지적 판단의 근거는 당위적이자 수직적으로 받아들여지는 수학적, 논리적 내용이 되었다. 수학적 경로에서는 세 가지의 경로로 또 나눌 수 있는 다. 먼저 수학적 및 논리적 근거에 따라 수직적으로 의견이 받아들여지는 ‘호의’, 수학적 및 논리적인 근거가 맞지 않는 이유로 의견이 받아들여지지 않는 ‘비호의’, 호의와 비호의의 판단을 내리기 어려운 경우의 ‘중립’이 바로 그것이다. 다양한 속성별 변형이 일어나므로, 호의, 비호의, 중립의 과정은 지속적 순환 형태로 드러난다. 실제로 수학적 정교화 과정은 피드백의 과정이 반복적으로 일어났다.

2) 수학외 경로

활동 과정 중에는 특히 수학적 경로뿐만 아니라 재미, 우연성, 다른 게임과의 관련성 및 게임을 해 본 경험 등의 수학외적 요소도 함께 생각하며 게임을 창조해 가는 모습을 볼 수 있었다. 이는 수학적인 게임을 창작하는 상황이므로, 게임이 가지는 우연적인 요소와 재미도 고려하였기 때문으로 분석된다. 특히 사회적으로 존재하는 기존의 아이디어도 함께 고려하여 판단하고 도입하는 모습을 볼 수 있었다.

수학적 정교화 과정의 대화에서는 Cialdini (1993)가 정교화 가능성 모델(Elaboration Likelihood Model: 이하 ELM)에서 주변경로의 단서로 제시한 아래의 6가지 법칙(상호성, 일관성, 사회적 증거, 호감, 권위, 희귀성) 중 본 연구에서는 4가지(비일관성, 사회적 증거, 호의, 권위) 반응의 범주가 드러남을 확인하였다.

특히, ELM에서의 일관성은 '이전에도 이렇게 해왔다'의 내용인데, 성예원(2013)은 게임 변형에서 What if (not)? 전략을 사용하기 때문에 원 게임에서의 속성을 부정하는 과정이므로 이를 일관성과 반대되는 내용의 '비일관성'이라고 명명했다. 학생들은 원 게임과 다른 속성을 생각하면서, 아예 새로운 속성을 생각해 내기도 하였다[2].

ELM의 사회적 증거의 의미는 원래 다른 사람의 행동에 의해서 설득되는 것을 의미한다. 하지만 본 연구에서는 게임을 새롭게 만드는 과정이 이뤄지므로 '다른 사람의 행동'이 아니라 이미 사회적으로 존재하는 게임의 속성을 적용하려 하거나, 또 다른 보드 게임의 속성을 차용하는 경우를 말하는 상황으로 하였다. 재미를 위한 요소로서 기존에 사회적으로 있는 요소를 집어넣는 것을 볼 수 있었다[3].

ELM의 호감은 호감이 가는 사람의 말을 잘 듣게 되는 경향을 말한다. 이는 수학적 정교화 과정에서 수학적 생각을 받아들이는 '호의'로 변경하여 명명하였다. 즉, 자신이 낸 생각에 대한 애착 및 친구가 낸 생각에 대한 긍정적 기대심과 같은 개념으로, 본 연구에서 호의는 학생들의 대화에서도 통찰을 통해 생각해 낸 자신의 아이디어를 관철시키고자 할 때 드러난다[4].

ELM의 권위는 전문가 또는 전문적으로 보이는 사람의 말을 따르는 것을 의미한다. 하지만, 본 연구에서의 정교화 상황은 전문가인 교사가 개입하여 학생들의 정교화를 하도록 이끄는 것이 아니라, 영재 학생 모둠내에서 정교화를 하기 위해 어떠한 과정을 거치는지를 보는 것이므로 전문가적인 요소 보다는 모둠 내의 권위 및 역학적 관계를 의미하는 것으로 보았다. 이는 모둠 내에서의 역학적 관계와 관련되는 부분이다. '이 사람이 이렇게 말하니까 좋은 것 같다'라는 판단이 드는 경우이다. 따라서 본 연구에서 원래 ELM의 주변경로의 단서 6법칙에서의 4번의 의미인 호감과 5번의 권위가 결합되는 의미로 사용됨을 의미한다. 또한 권위는 모둠 내의 역학적 관계에서 평소 성적이 좋거나, 리더십 및 아이디어를 많이 내는 친구들의 의견을 주로 따를 때 발생하였다.

권위에 있어서는 모둠 내의 역학적 관계(주도 학생과 주변 학생)가 드러나며, 리더십과 관련이 있는 부분이다. 의견을 제시해도 받아들여지지 않다가 다른 학생의 말에 의견이 존중되고 받아들여지는 모습이다.

첫째, 역학적 관계에서 모둠 내 의결에 있어서 주도적인 학생이 이야기 했을 때 그 의견에 귀를 기울이는 것이다[5].

둘째, 상대의 평소 성적을 아는 경우, 상대방이 이해했다고 간주해 버리는 경우가 있었다.

3) 통찰의 순간

---

2) 3모둠은 원래의 속성과 같은 것은 원칙적으로 배제하자는 의견을 제시하기도 했다.
3) 4모둠은 기존 게임에서 드러나지 않았던 기존의 가위바위보와 수학적인 요소와 배수를 결합하여 카드를 만들었다.
4) 3모둠에서는 자신의 생각을 계속 관철시키기 위해 상대의 의견을 듣기보다는 어렵다는 의견을 더욱 뚜렷하게 피력했다. 하지만 수학적이나 논리적인 근거를 들기보다는 자신의 생각을 고집할 때 보이는 반응이었다.
5) 특히 2모둠과 3모둠에서는 아이디어를 내는 학생이 뚜렷햇고 보다 적극적으로 설명하거나 다음의 속성 변형으로 진행을 하려는 모습을 볼 수 있었다.

게임 변형에 있어 핵심 아이디어가 나오는 것은 시간을 많이 들이는 과정이 아닌 특정 영재들의 깨달음의 순간에 있었다. '아, 그래 이렇게 하자!'라는 깨달음을 수학적 근거를 들어 설명하고 이해시키는 과정 속에서 정교화가 일어났다.

아이디어의 통찰(AHA! Experience)은 순간적으로 이뤄지며, 이를 통해 생각난 것을 모둠원들에게 빠르게 전달하려는 모습을 보이려고 한다. 이를 통해 생각난 아이디어는 모둠원에 의해 호의, 비호의, 중립의 방향으로 나누어진다.

영재들의 특성은 영감이 강림하듯 섬광처럼 깨닫는 순간이 있다는 점이다. 통찰은 수학적 정교화 과정이 일어나는 연속선상에 일어난다. 통찰이 일어나는 경우를 아래 대화에서 분석해보면 세 가지 장면을 볼 수 있다.

SJ : 백 개의 숫자를 더해서. 그러면..... 아, 아니지 (생각난 듯) 높은 숫자 뒤에 점수를 만들자. 파라오코드처럼. 장수풍뎅이가 많은 건 나오기 어려운 수였지. 그것처럼 (난이도로) 별을 만들자. 많았던 거는 나오기 힘든 숫자로.

MZ : 주사위가 여러 개가 있어. 사칙연산카드랑 뽑아가지고, 아 여기에 동그라미를 다 줘서 여기에서 제일 많이 놓은 사람이 이기는 거야.

JY : 카드를 가져가라고?

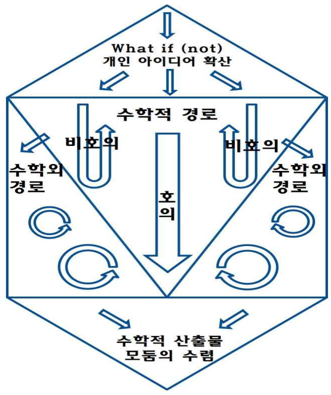
MJ : (깨달은 표정) 아, 나 이제 알겠어!

첫째, 통찰은 아이디어를 제시할 때에 스스로 내부의 생각이 정리되면서 깨달음처럼 일어난다. 둘째, 핵심 아이디어를 다른 학생이 수학적 경로에서 호의적으로 이해했을 때 일어나는 데, 이는 결국 모둠의 게임의 규칙으로 받아들여진다. 그리고 셋째, 수학외 경로에서 역학적인 영향이 큰 학생이 핵심 아이디어를 설명하고, 상대 학생이 수학적 경로에서 이를 이해했을 때도 통찰이 일어난다.

나. [연구 내용 2]에 대한 논의

[연구내용 1]을 통해 초등수학영재들이 모둠별 게임변형에서 보이는 수학적 정교화 과정에 대해 분석한 내용을 바탕으로 수학적 정교화 과정 모델을 구안하게 되었다. 사회과학에서의 정교화 가능성 모델(ELM)을 기초로 수정을 하며 크게 3차례의 수정이 이루어졌다[6].

1) 수학적 정교화 과정 모델의 구안



<그림 Ⅲ-2> 모둠별 게임 변형의 수학적 정교화 과정 모델

지도(Map)이라는 어감을 갖는 수학적 정교화 과정(Mathematical Elaboration Process: MEP) 모델은 확산과 수렴을 단순화하여 삼각형과 역삼각형의 결합으로 표현하고 그 주변에서 일어나는 요소들을 하나의 모델로 시각화하고자 하였다.

우선, 경로의 이름은 ELM의 '중심경로'와 '주변경로'에서 '수학적 경로'와 '수학외 경로'로 수정하여 명명하였다. 수학적 게임을 만드는 과정에서 영재 학생들에게는 수학적인 요소와 수학 이외의 요소가 상호 연관되어 지속적으로 영향을 미치므로 중심과 주변이라고 구분 짓기 보다는 수학적 내용이 근거가 되는 수학적 경로와

6) 상세한 수정의 과정은 성예원(2013)을 참조 바람.

수학 이외의 요소가 영향을 미치는 수학외 경로가 서로 영향을 미치게 되기 때문이다.

그리고 수학외 경로를 어떠한 형태로 시각화할 것인지를 고려하면서 모델을 정교화하였다.

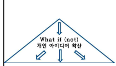
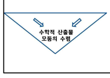
모둠별 게임 변형의 수학적 정교화 과정은 중심에 수학적 생각이 놓이도록 크게 수정이 이뤄졌다. 수학적 경로가 가운데 일어나는 가운데, 수학외 경로가 영향을 미치며 수학적 경로와 수학외 경로의 역동적 영향을 받는 가운데, 모둠의 수렴이 일어남을 의미한다. 따라서 수학외 경로의 4가지를 생각하여 돌아가는 원 모습을 4개로 작성하였다. 또한 수학적 경로를 중심에 두어 수직적으로 나타내었고, 이와 역동적인 상호작용 및 영향을 주는 수학외 경로를 주변에 표현하였다. 수학적으로 호의, 또는 비호의에서 판단하지 않는 사항일 경우 중립적인 판단으로 수학외 경로로 이행한다. 따라서 수학외 경로가 양쪽에서 수학적 경로를 감싸는 것으로 표현하였다. 수학외 경로에서는 아래쪽 원 모양 화살표의 방향이 중심을 바라보아 역동적인 모습이 되도록 하였으며 원 방향의 화살표는 수학외 경로의 4가지 요소 중 어느 요소가 더 영향을 미치는 경우가 있으므로 크기를 달리하여 표현하였다.

2) 모둠별 게임 변형의 수학적 정교화 과정 기호 설명

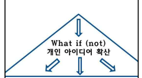
모둠별 게임 변형의 수학적 정교화 과정(MEP)은 당위적인 수학적 경로와 수학외적으로도 영향을 주는 수학외 경로로 나누어진다. 이러한 이중경로는 개인의 아이디어를 모둠에서 모아서 다듬어갈 때 이루어진다.

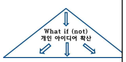
여기에 등장하는 기호는 크게 다섯 가지(확산, 수렴, 호의, 비호의, 수학외 경로)의 기호가 등장한다. 각각의 기호에 대한 설명은 <표 Ⅲ-4>와 같다. <표 Ⅲ-5>는 3모둠의 대화내용을 수학적 정교화 과정의 모델에 근거하여 분석한 내용이다. 이는 수업 중 녹화하여 전사한 대화를 수학적 정교화 과정(MEP)의 단계에 따라 분석한 내용의 한 장면을 발췌한 것이다.

<표 Ⅲ-4> MEP의 기호 설명

기호	단계	설명
	확산	수학적 정교화 과정은 수직적으로 보았을 때, 크게 확산과 수렴의 과정으로 이루어진다. 따라서 수학적 정교화 모델의 상단의 삼각형 부분은 생각이 확산됨을 뜻한다. 이는 주제 또는 과제나 속성에 대한 개인의 아이디어가 확산되는 과정을 의미한다.
	호의	수학적(논리적)으로 받아들이는 생각으로 수직적이며 당위적으로 받아들여지게 된다는 의미이다.
	비호의	수학적(논리적)으로 받아들일 수 없거나 비판적으로 거부되는 의견으로 수학적(논리적) 당위성이 떨어질 경우에는 받아들여지지 않는다는 의미이다.
	수학외 경로로 이행	수학적으로 판단하기 어려운 경우의 중립적인 경우를 의미한다.
	수학외 경로 4법칙	수학외 경로로 4가지(비일관성, 권위, 호감, 사회적 증거)의 반응이 나타나는 것을 의미한다.
	수렴	모둠의 정교화 과정을 거쳐서 수학적 산출물로 수렴되어 정착함을 의미한다.

<표 Ⅲ-5> 수학적 정교화 과정 흐름 분석

MEP 분석	전사한 대화 자료
	SJ: 뭐 넣을래? 사칙연산은? HW: 다 넣어. YJ: 그래 다 넣어. 괄호도. SJ: 괄호? HW: 아니면 분수 아니면 소수.
 수학외 경로	SJ: 마이너스 넣자. HW: 마이너스는 빼기 아니야? SJ: 아니, 마이너스는 만약에 0이면 -30으로 하는 거야.(추가 설명이나 수학적인 개념이 아니라 비일관됨)
 권위	SJ: 주사위를 1부터 100까지 하고. HW: 주사위를 카드로 한다며? SJ: 그래, 주사위를 카드로 하고, 놓을 게 있어야 할 것 아니야. 근데 판에다 놓을 걸 40밖에 안 해? 40이면

	너무 적어, 한 80까지는 해야지. 몇 개할래? 좀 많아야 돼.
 비호의  	KK: 모양을 사다리로 하자. 숫자가 있고 칸에 숫자를 넣자. SJ: 무슨 소리야? KK: 아니, 그게 아니고, 카드를 놓아야 한다니까? 근데 어떻게?(사다리모양을 그리며)그냥 내려가는 거지. 말이 안 되잖아? 맞잖아? MS: 여기 이렇게, 사다리꼴에 각 숫자가 있으면, 판에 있는 숫자를 사칙연산으로 만드는 거지. SJ: 야 근데 그게 어렵잖아. HW: 맞아 어려워. SJ: 마음대로 할 수 있는 게 아니잖아. 판이 한정되어 있어서.
 호의  	KK: 그럼 우리 판을 윷놀이판으로 하자. SJ: 어떻게? KK: 왜 좋은 것 같은 데, 윷놀이판? SJ: 그것도 힘들거든? YJ: 윷놀이 판이나 머긴스 판이나 똑같잖아. KK: 가운데 X잖아. SJ: (갑자기 생각난 듯)아, 이렇게 해. 가운데 엑스로 하자. 그냥 놓는 거야. 순서가 없어. 그럼 윷놀이판으로 하자. HW: 좋아.

Ⅴ. 마무리하는 글

본 연구에서 설정한 두 가지 연구내용을 통해 얻은 결과를 간단히 요약하면서 그것의 교육적 가치를 정리하여 결론으로 대신하고자 한다.

첫째, 초등수준의 영재라도 기존 게임의 속성을 변형하여 새로운 산출물을 만들어 봄으로써 원래의 게임의 구조를 파악하고 기존 게임과의 공통점이나 차이점을 비교하면서 새로운 창조적 생산자의 역할을 할 수 있었다.

연구 대상자들은 게임에 내재한 수학적 원리에서 마땅히 고려해야 하는 요소(말판에 숫자가 들어가는 칸 수와 수의 범위, 사용하는 주사위의 개수나 모양, 연산 방법, 만드는 수의 범위, 점수 계산 방법 등)의 수학 내적 경로와 게임의 재미(시간 제한, 보너스 칸 추가, 대박 로또, 역전)나 형식적인 측면(개인/모둠별, 등)의 수학 외적 경로를 동시에 고려하여 새로운 게임을 만들어 낼 수 있었다. 비록 수학적인 게임을 창작하는 상황이지만 게임이 가지는 우연적인 요소와 재미도 고려하였기 때문에 수학 외적인 요소나 이미 경험한 기존의 아이디어들도 함께 고려하여 판단하고 도입하는 모습을 볼 수 있었다.

둘째, 조건 변경을 통한 게임 수업에서는 3가지의 수학적 경로(호의, 비호의, 중립)와 Cialdini(1993)가 ELM에서 말한 주변 경로 6법칙(상호성, 일관성, 사회적 증거, 호감, 권위, 희귀성) 중 상황에 따라 일부를 바꾸어 4가지의 수학 외 경로(비일관성, 사회적 증거, 호감, 권위)의 반응을 실제로 확인할 수 있었다.

셋째, 영재는 개별 활동에서 모둠별 토론 과정은 개인의 아이디어를 모둠에서 더 좋은 게임으로 다듬어 정교화하는 활동은 학습자들의 창조적 과정의 경험과 자신감 촉발의 계기가 될 수 있는 유의미한 과정임을 확인하였다.

이는 영재학생들의 소감문을 통해서도 볼 수 있었으며, 수업을 마무리하는 5주차 수업 이후의 사후 검사지에서도 드러났다. 그 예로 머긴스 게임의 변형게임 중 성공 사례인 ‘파라오 코드’게임을 소개함으로써 지식을 창조적으로 재창조하는 역할을 자신도 할 수 있다는 긍정적 자신감을 촉발시키는 계기가 되었다.

넷째, 사회적 설득의 심리학에서 사용하는 정교화 가능성 모델(ELM)을 바탕으로 학생들의 개별 아이디어를 모아서 모둠내의 수학적 규칙 및 산출물을 만들어가는 동안 드러나는 정교화에 초점을 맞추어 모둠별 게임 변형의 수학적 정교화 과정 모델(MEP)을 개발하였다.

지금까지 수학적 탐구과정에 대한 연구는 다수 이루어졌다. 이는 수학적 모델링의 정교화 연구와 관련하여 기술된 바 있다. 하지만, 수학과 수학외의 요소가 함께 개입되는 상황에서의, 특

히 수학적 소재의 모둠의 게임을 만들 때 일어나는 정교화에 대한 연구는 이전에 이루어지지 않았다. 본 연구는 수학적인 게임을 만들어가는 상황에서 수학 이외의 요소가 포함되며 수학적 경로와 수학외의 경로가 역동적으로 관련을 맺게 됨을 밝혔다. 또한 이를 단순히 수학적 정교화 과정을 분석하는 데서 그치는 것이 아니라 이를 모델로 구안하여 시각화 하였다는 데 의의가 있다.

다섯째, 수학적 정교화 과정(MEP) 모델은 교육현장에서 특히 수학적 게임의 변형을 통해 창조적 산출물을 얻는 수업에서 활용 가능성과 교육적 가치가 있을 것으로 기대한다.

본 연구의 소재로 잡은 게임은 머긴스 게임이지만, 이를 다른 게임(ex: 루미큐브, Nim게임, 펜토미노, 주사위 윷놀이 등)의 수학적 게임을 변형하여 재창조 할 때 공통적으로 얻어지는 사고의 방향을 범주화할 수 있다. 또한, 모둠에서 수학적인 산출물을 창조할 때에도 수학외 경로에서 비일관성을 일관성으로 수정할 경우 일반 수학적 산출물을 창조할 때의 과정을 분석하는 모델로써 충분히 활용 가능하리라 본다. 이러한 모델을 활용할 경우, 수학적인 아이디어가 제시되고, 이 중에서 어떠한 아이디어가 더욱 받아들여지는 지, 또한 그 생각들을 다듬어 가면서 변화되는 규칙들을 만드는 과정을 시각적으로 모델을 통해 분석할 수 있다는 장점이 있다.

또한 프로그램을 진행하며 수학적인 내용을 중심으로 보다 나은 아이디어를 찾아가며 얻는 창조의 기쁨, 개발자가 되어보는 경험, 상대방에게 자신의 아이디어를 설명하고 선택된 결과를 다시 다른 친구들에게 설명하며 창조경험의 내면적 반성을 얻는 정교화의 과정에서 교육적 가치를 발견하였다. 다만, 4~5주차 수업에서 짧게나마 피드백으로 볼 수 있었던 모둠 간 경합 상황에서의 정교화에 대한 연구는 추후의 다른 연구에서 좀 더 자세히 규명할 수 있기를 기대한다.

참고 문헌

강옥기 (2010). 수학적 모델링의 정교화 과정 연구. 대한수학교육학회지: **수학교육학연구, 20**(1), 73-84.

구본왕, 송상헌 (2011). 폴리오미노에 What if (not)? 전략을 적용한 영재 학급용 수학 수업 소재 발굴과 활용. 대한수학교육학회지: **학교수학, 13**(1), 177~189.

김우현, 송상헌 (2007). 변형된 상금 분배 문제의 해결과정에 나타나는 초등학교 수학영재들의 사고 특성 분석. 대한수학교육학회지: **학교수학, 11**(2), 317-333.

김홍희 (2009). **초등 수학영재학급 학생의 수학적 모델링 과정에 관한 분석**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.

류창우, 송영무 (2010). 흑백게임을 활용한 수학영재들의 R&E 연구 소재 개발. 대한수학교육학회지: **학교수학, 12**(3), 337-351.

박슬희 (2013). **수학적 모델링의 정교화 과정 사례 연구**. 한국교원대학교 석사학위 논문.

성예원 (2013). **초등수학영재들이 모둠별 게임 변형에서 보이는 수학적 정교화 과정 분석**. 경인교육대학교 대학원 석사학위 논문.

손홍찬, 류희찬 (2006). **스프레드시트를 활용한 수학적 모델링 활동에서의 수학적 발견과 정당화**. 한국교원대학교 박사학위논문.

송상헌, 정영옥, 임재훈, 신은주, 이향훈 (2007). 수학영재들이 NIM 게임 과제에서 만든 문제 만들기 사례 분석. 대한수학교육학회지: **수학교육학연구, 17**(1), 51-66.

오필석, 오성진 (2011). 예비 초등 교사들의 귀추적 탐구 활동에서 가설의 정교화 과정에 관

한 연구. **한국과학교육학회지, 31**(1), 128-142.
이대희, 송상헌 (2013). 영재학급 학생들이 What-If-Not 전략을 사용하여 만든 변형 루미큐브 게임 사례 분석. **한국초등수학교육학회지, 17**(2), 285-299.
이정곤 (2012). **예비교사 교육에서 If-Not-What- Yes와 What-If-For를 통한 반례 생성과 명제의 정교화**. 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.
Brown, S. I. & Walter, M. I. (1983). *The Art of Problem Posing.* Philadelphia, PA:Franklin Institute Press.
Cialdini, R. (1993). *Influence: The psychology of persuasion.* <설득의 심리학>. 이현우(역). 21세기북스.
ELM(Elaboration Likelihood Model), University of Oregon (검색일 2013. 4. 25)
http://journalism.uoregon.edu/~tbivins/stratcomweb/readings/ELM.pdf
Petty, R. E., & Cacioppo (1986). The Elaboration Likelihood Model of Persuasion. *Advances. Experimental Social Psychology, 19,* 123-205.
Shavitt, S. & Brock, T.C. (1994). Persuasion: psychological insights and perspectives. (pp. 114-141). Boston: Allyn and Bacon. (검색일 2013.4.15)
http://www.psychwiki.com/wiki/Elaboration_Likelihood_Model

Mathematical Elaboration Process of the Elementary Gifted Children's Board Game Re-creation in Group Project

Sung, Ye Won (Uiwang Ojeon Elementary School)
Song, Sang Hun (Gyeongin National University of Education)

One area where research is especially needed is their elaboration process and how they elaborate their idea as a group in a mathematical board game re-creation project. In this research, this process was named 'Mathematical Elaboration Process'.

The purpose of this research is to understand how the gifted children elaborate their idea in a small group, and which idea can be chosen for a new board game when they are exposed to a project for making new mathematical board games using the what-if-not strategy.

One of the gifted children's classes was chosen in which there were twenty students, and the class was composed of four groups in an elementary school in Korea. The researcher presented a series of re-creation game projects to them during the course of five weeks.

To interpret their process of elaborating, the communication of the gifted students was recorded and transcribed. Students' elaboration processes were constructed through the interaction of both the mathematical route and the non-mathematical route.

In the mathematical route, there were three routes; favorable thoughts, unfavorable thoughts and a neutral route. Favorable thoughts was concluded as 'Accepting', unfavorable thoughts resulted in 'Rejecting', and finally, the neutral route lead to a 'non-mathematical route'. Mainly, in a mathematical route, the reason of accepting the rule was mathematical thinking and logical reasons. The gifted children also show four categorized non-mathematical reactions when they re-created a mathematical board game; Inconsistency, Liking, Social Proof and Authority.

* Key Words : Elaboration(정교화), ELM(정교화 가능성 모델), Mathematical Elaboration Process(MEP, 수학적 정교화 과정), Mathematics Gifted(수학영재), Group Project(모둠 과제). Mathematical Game(수학적 게임)

논문접수 : 2013. 8. 8
논문수정 : 2013. 9. 4
심사완료 : 2013. 9. 16