

내부가 빈 원기둥의 수직운동 특성

배운혁* · 조일형**

*텍사스A&M 대학교토목공학과

**제주대학교 해양시스템공학과

Characteristics of Heaving Motion of Hollow Circular Cylinder

Yoon Hyeok Bae* and Il-Hyoung Cho**

*Department of Civil Engineering, Texas A & M University, College Station, Texas, USA

**Department of Ocean System Engineering, Jeju National University, Jeju, Korea

KEY WORDS: Heave motion 수직운동, Moon pool 문풀, Eigenfunction expansion method 고유함수전개법, Piston resonance mode 피스톤 공진 모드, Circular cylinder 원기둥

ABSTRACT: In the present investigation, the hydrodynamic characteristics of a vertically floating hollow cylinder in regular waves have been studied. The potential theory for solving the diffraction and radiation problem was employed by assuming that the heave response motion was linear. By using the matched eigenfunction expansion method, the characteristics of the exciting forces, hydrodynamic coefficients, and heave motion responses were investigated with various system parameters such as the radius and draft of a hollow cylinder. In the present analytical model, two resonances are identified: the system resonance of a hollow cylinder and the piston-mode resonance in the confined inner fluid region. The piston resonance mode is especially important in the motion response of a hollow circular cylinder. In many cases, the heave response at the piston resonance mode is large, and its resonant frequency can be predicted using the empirical formula of Fukuda (1977). The present design tool can be applied to analyze the motion response of a spar offshore structure with a moon pool.

1. 서 론

내부가 빈 부유식 원기둥 구조물은 해양공학의 다양한 분야에 활용이 가능한 구조물로 최근에 많은 관심을 받고 있다. 대표적인 활용 분야로 석유와 가스를 채굴하는 문풀(Moon pool)을 갖는 스파형(Spar) 구조물, 파도로부터 계류시설과 연안 시설물을 보호하는 부유식 방파제, 내부 유체의 공진을 이용하여 파랑 에너지를 증폭시키는 파랑 에너지 변환장치, 태양 에너지의 흡수와 축적을 동시에 실행하는 태양 연못(Solar pond) 등이 있다.

특히 탐사나 시추 작업을 위하여 스파형 구조물 내부에 조성된 문풀은 갑판부터 바닥까지 관통된 개구부로 주로 원형이나 사각형 형상을 갖는다. 문풀은 유체와 공기가 만나는 자유 수면이 존재하므로 입사파의 주파수와 문풀 내부의 고유주파수가 일치하면 공진 현상이 발생하여 문풀 내의 수면은 크게 증폭한다. 문풀 내부 유체 영역에서 크게 증폭된 수면 변동은 스파형 구조물의 운동에 영향을 주어 구조물의 작업성 및 안정성을 저하시키거나 계류시스템에 치명적인 손상을 가져온다. 문풀 내부 유체 영역에서 발생하는 공진모드는 전후방향 거동인 슬로싱(Sloshing) 모드

와 상하방향 거동인 피스톤(Piston) 모드로 구분된다. 특히 문풀 내부에서 형태의 변화 없이 상하로 진동하는 피스톤 모드의 공진 주파수는 해양에서 빈번히 발생하는 해양파의 주파수 범위내에 위치하므로 문풀 내의 피스톤 공진모드는 스파형 해양구조물을 설계할 때 반드시 고려되어야 한다.

Faltinsen(1990)는 문풀을 감쇠가 없는 질량-스프링 시스템으로 가정하여 피스톤 모드의 공진 주파수를 구하는 간단한 식을 제안하였다. Fukuda(1977)는 공진시 상하로 진동하는 내부 유체의 부가질량 효과를 고려하여 피스톤 모드의 공진 주파수에 대한 공식을 제안하였다. Molin(2001)은 선형 포텐셜 이론을 이용하여 사각형 문풀에 대한 슬로싱과 피스톤 모드의 공진 주파수를 추정하기 위한 간략식을 제안하였다.

피스톤 공진 모드에서의 부가질량(Added mass)과 감쇠계수(Damping coefficient)는 흥미로운 거동특성을 보여준다. 즉, 부가질량은 공진 주파수에서 갑자기 증가하다가 급격히 작아져 음의 값을 갖는다. 이때 방사감쇠계수는 피크값을 보인다. 해양유체역학 분야에서 유체동역학적 공진으로 공진 주파수에서 부가질량이 음의 값을 갖는 예들은 많다. 안벽에 계류된 선박이나 병렬로 계

Received 6 July 2013, revised 20 August 2013, accepted 10 October 2013

Corresponding author Il-Hyoung Cho, +82-64-754-3482, cho0904@jejunu.ac.kr

© 2013, The Korean Society of Ocean Engineers

류된 선박에서 두 물체 사이에는 공진을 유발하는 2차원 내부 유체 영역이 존재한다. Cho and Pyo(2009)는 부분 반사를 허용하는 안벽 앞에 계류된 부유체의 운동응답 특성을 고유함수전개법을 사용하여 해석하였다. Hong et al.(2005)은 병렬로 계류된 선체에 미치는 파력과 선체 사이의 내부 유체 영역내의 파형을 경계요소법(Boundary element method)을 사용하여 계산하였다. Faltinsen et al.(2007)은 두 선체간의 병렬계류와 쌍동선 등에서 발생하는 피스톤 모드의 공진 현상을 실험과 함께 선형 포텐셜 이론을 적용하여 연구하였다. 또한 Kristiansen and Faltinsen(2008)은 보텍스(Vortex) 추적법을 통하여 부유체 사이의 내부 유체 영역에서 발생하는 물입자의 와류의 형태 및 진행경로를 수치 계산하였다. Koo and Lee(2011)은 비선형 수치 파동 수조를 이용하여 2차원 주상체의 수직운동에 따른 내부 유체 영역내의 파형과 수평/수직 방향 동유체력을 시간영역에서 해석하였다.

축대칭 구조를 갖는 내부가 빈 원기둥 형상에 대한 연구로 Cho(2002)은 진동수주형(Oscillating water column) 파력발전장치에 대한 회절문제와 방사문제를 풀어 파랑에너지 흡수효율을 계산하였다. Mavrakos(1985, 1988)는 내부가 빈 원기둥에 대한 회절문제와 방사문제를 고유함수전개법을 이용하여 해석하였고, Sioris and Memos(1999)는 Green 함수법을 사용하였는데 Mavrakos(1985, 1988)의 결과와는 차이를 보여주었다. Chau and Yeung(2010)는 파랑에너지 변환장치로 내부가 빈 원기둥 모델을 채택하여 수직 원기둥 운동에 의한 방사문제를 고유함수전개법으로 풀어 부가질량과 방사감쇠계수를 구하였다.

본 연구에서는 내부가 빈 원기둥의 수직 운동특성을 주파수 영역에서 해석하였다. 선형포텐셜 이론에 근거한 경계치 문제를 회절문제와 방사문제로 각각 나누어 고유함수전개법을 사용하여 파기진력과 동유체력을 구하고 이 결과를 운동방정식에 대입하여 수직운동 변위와 내부 유체의 파형과 유량을 살펴보았다. 특히 피스톤 공진 모드에서의 내부가 빈 원기둥의 수직운동 특성을 살펴보고, 원기둥의 형상(반경, 홀수)이 부가질량과 방사감쇠계수, 그리고 수직운동 변위에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 문제의 정식화

본 연구에서는 외경 a , 내경 b , 잠긴 깊이 d 인 내부가 빈 원기둥 모델에 대하여 파기진력과 동유체력(부가질량, 방사감쇠력) 그리고 수직방향 운동변위를 해석적인 방법을 사용하여 구하였다. Fig. 1과 같이 원통좌표계(r, θ, z)를 도입하고 원점은 수면위에 놓여 있으며, z 축의 양의 방향을 연직 상향으로 잡았다. 수심은 h 로 일정하다. 선형 포텐셜이론을 가정하여 속도포텐셜을 도입하고, 입사파가 주파수 ω 를 가지고 조화운동을 할 때, 속도포텐셜을 시간과 공간의 함수로 분리할 수 있다 $\Phi(r, \theta, z, t) = Re\{\phi(r, \theta, z)e^{-i\omega t}\}$. 수직운동만을 고려하였을 때 전체 포텐셜 $\phi(r, \theta, z)$ 은 아래와 같이 입사포텐셜(ϕ_I)과 산란포텐셜(ϕ_S) 그리고 방사포텐셜(ϕ_R)의 합으로 표현된다. 계산모델은 축대칭 구조이므로 산란포텐셜과 달리 방사포텐셜은 θ 와 무관하다.

$$\phi = -\frac{ig}{\omega} A \sum_{l=0}^{\infty} [\phi_I^l(r, z) + \phi_S^l(r, z)] \cos(l\theta) - i\omega \xi \phi_R(r, z) \quad (1)$$

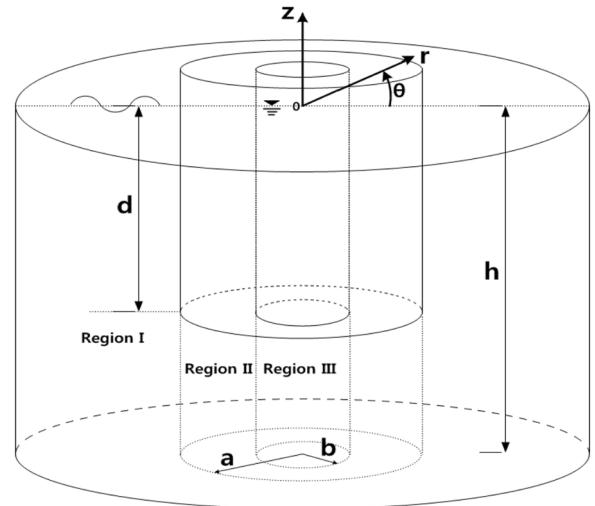


Fig. 1 Definition sketch of a floating hollow circular cylinder

여기서 ξ 는 원기둥의 수직운동 복소진폭이며($\zeta(t) = Re\{\xi e^{-i\omega t}\}$), A 는 입사파의 진폭이다.

2.1 회절문제

고유함수전개법을 적용하기 위하여 유체영역을 Fig. 1과 같이 영역 (I), (II), (III)으로 나눈다. 영역 (I)은 $r > a, -h < z < 0$, 영역 (II)은 $b < r < a, -h < z < -d$, 영역 (III)은 $0 < r < b, -h < z < 0$ 으로 정의된다.

Laplace방정식과 함께 자유표면 및 해저면 경계조건 그리고 방사조건을 만족하는 영역 (I)의 회절포텐셜(ϕ_D)은 입사포텐셜(ϕ_I)와 원기둥에 의한 산란포텐셜(ϕ_S)의 합으로 다음과 같다.

$$\phi_D^{(l)} = \beta_l J_l(k_1 r) \frac{\cosh k_1(z+h)}{\cosh k_1 h} + \sum_{n=0}^{\infty} A_{ln} \frac{K_l(k_{1n} r)}{K_l(k_{1n} a)} f_n(z) \quad (2)$$

여기서 $l=0$ 일 때 $\beta_l = 1$ 이며, $l \geq 1$ 일 때 $\beta_l = 2(i)^l$ 이다. 또한 $n=0$ 는 진행파(Propagating waves)를 나타내며, $n \geq 1$ 은 원기둥 주위에만 존재하는 비진행파(Evanescent waves) 성분을 나타낸다. J_l 와 K_l 는 각각 제 1종 Bessel 함수와 Kelvin 함수이다.

영역 (I)에서의 고유값($k_{10} = -ik_1, k_{1n}, n=1,2,\dots$)은 선형분산식($k_{1n} \tan k_{1n} h = -\omega^2/g$)을 만족하며, 고유함수 $f_n(z)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$f_n(z) = N_{1n}^{-1} \cos k_{1n}(z+h), \quad n=0,1,2,\dots \quad (3)$$

$$(N_{1n})^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2k_{1n} h}{2k_{1n} h} \right)$$

식 (3)에 정의된 고유함수 $f_n(z)$ 는 아래와 같은 직교성(Orthogonality)을 만족한다.

$$\frac{1}{h} \int_{-h}^0 f_m(z) f_n(z) dz = \delta_{mn} \quad (4)$$

여기서 δ_{mn} 는 $n=m$ 일 때 1이고, $n \neq m$ 일 때 0의 값을 갖는 Kronecker-Delta 함수이다.

영역 (II)는 Laplace방정식과 원기둥 바닥과 해지면 바닥에서의 경계조건식을 만족한다. 주어진 경계조건식들을 만족하는 영역 (II)에서의 속도포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi_D^{l(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n [R_{ln}(r)B_{ln} + \widetilde{R}_{ln}(r)\widetilde{B}_{ln}] \cos \lambda_n(z+h) \quad (5)$$

여기서 ε_n 은 $n=0$ 일 때 1을 갖고, $n \geq 1$ 일 때 2를 갖는 Neumann 기호이다. 영역 (II)에서의 고유값은 $\lambda_n = n\pi/(h-d)$, ($n=0,1,2,\dots$)이며, 함수 $R_{ln}(r), \widetilde{R}_{ln}(r)$ 는 아래와 같다.

$$R_{ln}(r) = \frac{K_l(\lambda_n b)I_l(\lambda_n r) - K_l(\lambda_n r)I_l(\lambda_n b)}{K_l(\lambda_n b)I_l(\lambda_n a) - K_l(\lambda_n a)I_l(\lambda_n b)} \quad (6)$$

$$\widetilde{R}_{ln}(r) = \frac{K_l(\lambda_n r)I_l(\lambda_n a) - K_l(\lambda_n a)I_l(\lambda_n r)}{K_l(\lambda_n b)I_l(\lambda_n a) - K_l(\lambda_n a)I_l(\lambda_n b)}$$

여기서 I_l 는 제 1종 변형된 Bessel 함수이다.

영역 (III)에서의 회절포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi_D^{l(3)}(r,z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{ln} \frac{I_l(k_{1n}r)}{I_l(k_{1n}b)} f_n(z) \quad (7)$$

식 (2), (5), (7)의 미지수 $A_{lm}, B_{lm}, \widetilde{B}_{lm}, C_{ln}$ 는 인접한 영역인 $r=a, b$ 에서 속도포텐셜과 수평방향 속도가 서로 같다는 정합조건식으로부터 구해진다.

먼저 $r=b$ 에서 속도포텐셜이 서로 같다는 정합조건식으로부터 아래와 같은 식을 얻을 수 있다. 이때 영역 (II)의 고유함수 $\cos \lambda_m(z+h)$ 의 직교성을 이용한다.

$$\widetilde{B}_{lm} = \sum_{n=0}^{\infty} C_{ln} G_{mn}, \quad m=0,1,2,\dots \quad (8)$$

여기서

$$G_{mn} = \frac{1}{(h-d)} \int_{-h}^{-d} f_n(z) \cos \lambda_m(z+h) dz$$

같은 방법으로 $r=a$ 에서 영역 (I)과 영역 (II)의 속도포텐셜이 서로 같다는 정합조건식으로부터 아래와 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$B_{lm} = \alpha_{lm} + \sum_{n=0}^{\infty} A_{ln} G_{mn}, \quad m=0,1,2,\dots \quad (9)$$

여기서

$$\alpha_{lm} = \frac{\beta_l J_l(k_1 a) N_{10}}{\cosh k_1 h} G_{m0}$$

$r=b$ 에서 영역 (II)와 (III)의 수평방향 속도가 서로 같다는 정합조건식은 다음과 같다.

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{ln} \frac{f_n(z)}{h} = \begin{cases} 0, & -d \leq z \leq 0, \\ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n [W_{ln}(b)B_{ln} + \widetilde{W}_{ln}(b)\widetilde{B}_{ln}] \frac{\cos \lambda_n(z+h)}{(h-d)}, & -h \leq z \leq -d \end{cases} \quad (10)$$

여기서

$$W_{ln}(r) = \lambda_n(h-d) \frac{dR_{ln}(r)}{dr}, \quad \widetilde{W}_{ln}(r) = \lambda_n(h-d) \frac{d\widetilde{R}_{ln}(r)}{dr},$$

$$p_{lm} = \frac{k_{1n} h I_l'(k_{1n} b)}{I_l(k_{1n} b)} \quad \text{이다.}$$

식 (10)의 양변에 $f_m(z)$ 를 곱하고 z 에 대해 $-h$ 에서 0까지 적분하면 다음식을 얻는다. 이때 식 (4)에 주어진 고유함수 $f_m(z)$ 의 직교성을 이용한다.

$$p_{lm} C_{lm} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n [W_{ln}(b)B_{ln} + \widetilde{W}_{ln}(b)\widetilde{B}_{ln}] G_{nm} \quad (11)$$

같은 방법으로 $r=a$ 에서 영역 (I)과 (II)의 수평방향 속도로서로 같다는 정합조건식으로부터 식 (12)를 얻는다.

$$q_{lm} A_{lm} = \gamma_{lm} + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n [W_{ln}(a)B_{ln} + \widetilde{W}_{ln}(a)\widetilde{B}_{ln}] G_{nm} \quad (12)$$

여기서

$$q_{lm} = \frac{k_{1n} h K_l'(k_{1n} a)}{K_l(k_{1n} a)}, \quad \gamma_{lm} = -\frac{\beta_l k_1 h N_{10} J_l'(k_1 a)}{\cosh k_1 h} \delta_{m0}$$

식 (8)과 (9)를 식 (11)과 (12)에 대입하여 정리하면 미지수 $A_{lm}, C_{lm}, m=0,1,2,\dots,N$ 에 대한 대수방정식을 얻을 수 있다. 이때 고유함수의 개수를 유한개(M)로 잡았다.

$$q_{lm} A_{lm} + \sum_{n=0}^N F_{lmn}^{(11)} A_{ln} + \sum_{n=0}^N F_{lmn}^{(12)} C_{ln} = X_{lm}^{(1)} \quad (13)$$

$$\sum_{n=0}^N F_{lmn}^{(21)} A_{ln} + p_{lm} C_{lm} + \sum_{n=0}^N F_{lmn}^{(22)} C_{ln} = X_{lm}^{(2)}$$

여기서

$$F_{lmn}^{(11)} = -\sum_{k=0}^N \varepsilon_k W_{lk}(a) G_{kn} G_{km}$$

$$F_{lmn}^{(12)} = -\sum_{k=0}^N \varepsilon_k \widetilde{W}_{lk}(a) G_{kn} G_{km}$$

$$F_{lmn}^{(21)} = -\sum_{k=0}^N \varepsilon_k W_{lk}(b) G_{kn} G_{km}$$

$$F_{lmn}^{(22)} = -\sum_{k=0}^N \varepsilon_k \widetilde{W}_{lk}(b) G_{kn} G_{km}$$

$$X_{lm}^{(1)} = \gamma_{lm} + \sum_{k=0}^N \varepsilon_k W_{lk}(a) \alpha_{lk} G_{km}$$

$$X_{lm}^{(2)} = \sum_{k=0}^N \varepsilon_k W_{lk}(b) \alpha_{lk} G_{km}$$

식 (13)에 주어진 대수방정식을 풀어 미지수 A_{lm}, C_{ln} ($m=0,1,2,\dots,N, l=0,1,2,\dots,M$)을 수치적으로 구한다. A_{ln}, C_{ln} 이 구해지면 나머지 미지수 $B_{ln}, \widetilde{B}_{ln}$ 을 식 (8), (9)로부터 쉽게 구할 수 있다.

내부가 빈 원기둥에 작용하는 수직방향의 파기전력 ($F_D = \Re\{A f_D e^{-i\omega t}\}$)은 영역 (II)의 동압력을 원기둥 바닥에 대하여 적분하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f_D = 2\pi \rho g \int_b^a r \phi_D^{0(2)}(r,-d) dr \quad (14)$$

2.2 방사문제

원기둥의 수직운동에 의한 방사문제는 회절문제와 같은 방법으로 유체영역을 영역 (I), (II), (III)으로 나누어 각 영역에서의 해당 경계조건식들을 만족하는 속도포텐셜을 구한다.

$$\begin{aligned}\phi_R^{(1)}(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n^* \frac{K_0(k_{1n}r)}{K_0(k_{1n}a_2)} f_n(z) \\ \phi_R^{(2)}(r, z) &= \psi^{(2)} + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n [R_{0n}(r)B_n^* + \widetilde{R}_{0n}(r)\widetilde{B}_n^*] \cos \lambda_n(z+h) \\ \phi_R^{(3)}(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n^* \frac{I_0(k_{1n}r)}{I_0(k_{1n}b)} f_n(z)\end{aligned}\quad (15)$$

식 (15)에서 특별해는 아래와 같이 주어진다.

$$\psi^{(2)}(r, z) = \frac{1}{2(h-d)} \left((z+h)^2 - \frac{r^2}{2} \right) \quad (16)$$

앞에서 살펴본 회절문제와 같은 방법으로 $r=a, b$ 에서 인접한 영역의 속도포텐셜과 수평방향 속도가 서로 같다는 정합조건식으로부터 식 (15)의 미지수 A_n^*, C_n^* 는 아래와 같은 대수방정식을 풀어 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}q_{0m}A_m^* + \sum_{n=0}^N F_{0mn}^{(11)}A_n^* + \sum_{n=0}^N F_{0mn}^{(12)}C_n^* &= X_m^{(1)*} \\ \sum_{n=0}^N F_{0mn}^{(21)}A_n^* + p_{0m}C_m^* + \sum_{n=0}^N F_{0mn}^{(22)}C_n^* &= X_m^{(2)*}\end{aligned}\quad (17)$$

여기서

$$\begin{aligned}X_m^{(1)*} &= \chi_m + \sum_{k=0}^N \varepsilon_k [W_{0k}(a)\tau_k + \widetilde{W}_{0k}(a)\widetilde{\tau}_k] G_{km} \\ X_m^{(2)*} &= \widetilde{\chi}_m + \sum_{k=0}^N \varepsilon_k [W_{0k}(b)\tau_k + \widetilde{W}_{0k}(b)\widetilde{\tau}_k] G_{km} \\ \chi_m &= \int_{-h}^{-d} \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial r}(a, z) f_m(z) dz \\ \widetilde{\chi}_m &= \int_{-h}^{-d} \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial r}(b, z) f_m(z) dz \\ \tau_m &= -\frac{1}{(h-d)} \int_{-h}^{-d} \psi^{(2)}(a, z) \cos \lambda_m(z+h) dz \\ \widetilde{\tau}_m &= -\frac{1}{(h-d)} \int_{-h}^{-d} \psi^{(2)}(b, z) \cos \lambda_m(z+h) dz\end{aligned}$$

영역 (II)의 미지수 B_m^*, \widetilde{B}_m^* 는 아래 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$B_m^* = \tau_m + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^* G_{mn}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

$$\widetilde{B}_m^* = \widetilde{\tau}_m + \sum_{n=0}^{\infty} C_n^* G_{mn}$$

원기둥의 수직운동에 의한 동유체력은 영역 (II)의 동압력을 원기둥 바닥면에 대하여 적분하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f_R = 2\pi\rho\omega^2\xi \int_0^a r\phi_R^{(2)}(r, -d) dr e^{-i\omega t} \quad (19)$$

$$= (\omega^2\mu\xi + i\omega\nu) e^{-i\omega t}$$

여기서 μ 와 ν 를 각각 부가질량과 방사감쇠계수이다.

원기둥 내부의 자유 수면의 변동유량($Q(t) = Re\{qe^{-i\omega t}\}$)은 수직방향 속도를 원기둥 내부 면적을 따라 적분하여 구할 수 있다.

$$q = Aq_D - i\omega\xi q_R \quad (20)$$

$$q_D = -\frac{ig}{\omega} \int_0^{2\pi} \int_0^b r \frac{\partial \phi_D^{(3)}}{\partial z}(r, 0) \cos l\theta dr d\theta$$

$$q_R = 2\pi \int_0^b r \frac{\partial \phi_R^{(3)}}{\partial z}(r, 0) dr$$

여기서 q_D 는 단위 진폭을 갖는 입사파가 내부가 빈 원기둥에 의해 회절되어 생긴 유량이며, q_R 는 단위 속도를 가지고 운동시 유기된 원기둥 내부의 유량이다.

2.3 운동방정식

파기진력과 동유체력을 아래 주어진 운동방정식에 대입하여 원기둥의 수직운동 변위를 구한다.

$$-\omega^2(m+\mu)\xi - i\omega(\nu+b)\xi + \rho g S \xi = Af_D \quad (21)$$

여기서 $m(=\rho g\pi(a^2-b^2)d)$, $S(=\pi(a^2-b^2))$ 는 각각 내부가 빈 원기둥의 질량과 수선면적이다. $b(=2\kappa\rho g S/\omega_0)$ 는 점성에 의한 감쇠계수이다. 여기서 ω_0 와 κ 는 각각 비감쇠 공진주파수와 무차원화된 감쇠계수이다. ω_0 와 κ 는 자유감쇠실험(Free-decay test)을 통하여 실험적으로 구할 수 있다. 제주대학교 2차원 수조에서 자유감쇠실험을 실시하였고 그 결과를 Fig. 2에 그렸다.

$\kappa = \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{z_i - z_{i+1}}{z_{i+2} - z_{i+3}} \right\}$ 에 Fig 2의 실험결과를 대입하여 구한 결과 $\kappa = 0.051$ 이며, $\omega_0 = 5.09$ rad/sec이다.

Fig. 3은 입사파의 진폭으로 무차원화시킨 내부가 빈 원기둥 수직운동의 진폭 비인 RAO($|\xi/A|$, Response amplitude operator)를 보여주고 있다. 실선은 고유함수전개법을 이용한 해석 결과이며, 동그라미는 모형실험 결과이다. 자유감쇠실험을 통하여 얻은 무차원화된 감쇠계수($\kappa = 0.051$)를 적용한 결과, 해석결과와 실험결과는 서로 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 이후 계산에서 점성에 의한 감쇠계수로 이 값을 사용한다. Fig. 3에서 $\omega = 5.244$ rad/sec 에서 발생한 상대적으로 작은 피크는 입사파

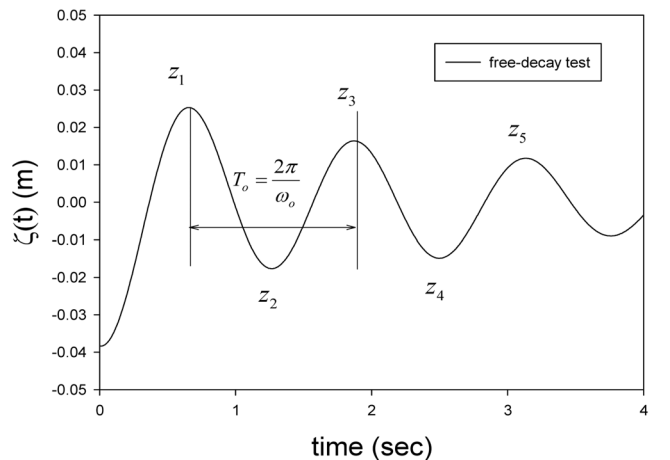


Fig. 2 Free-decay test results for $h = 0.6m$, $d = 0.35m$, $a = 0.1m$, $b = 0.04m$

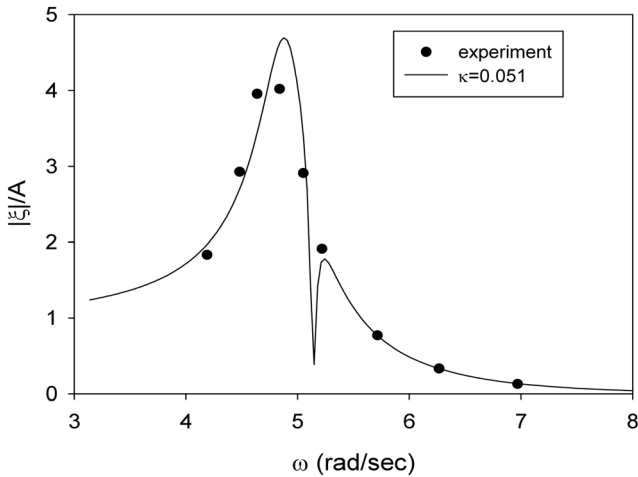


Fig. 3 Comparison of heave RAO with the experimental measurements for $h = 0.6m, d = 0.35m, a = 0.1m, b = 0.04m$

의 주파수가 원기둥의 수직운동의 고유 주파수와 일치될 때 나타나는 시스템 공진 주파수이며, $\omega = 4.88\text{rad/sec}$ 에서 발생하는 피크는 내부 유체의 공진으로 생긴 피스톤 모드 공진 주파수이다. Fukuda(1997)는 피스톤 모드에서의 공진 주파수를 구하는 간략식을 $\omega = \sqrt{\frac{g}{d+0.41\sqrt{S}}}$ 로 제안하였다. Fukuda(1977)의 간략식을 현재의 실험모델에 적용한 결과 피스톤 모드 공진 주파수는 $\omega = 5.08\text{rad/sec}$ 로 Fig. 3의 내부 유체 공진 주파수보다는 약간 큰 값을 갖는다.

3. 계산결과 및 고찰

고유함수전개법을 사용하여 얻은 해석해의 수렴도를 살펴보기 위하여 고유함수의 개수(N)를 증가시키면서 무차원화된 수직방향 파력 $C_f = |f_D|/\pi\rho g(a^2 - b^2)$ 과 무차원화된 부가질량 ($\bar{\mu} = 2\mu/\rho\pi\bar{a}(a-b)^3$)의 수렴도의 결과를 $k_1a = 2.0, 4.0$ 에 대하여 Table 1에 정리하였다. 본 연구에서는 Table 1을 참조하여 소수점 이하 4자리까지 정확도가 유지되도록 고유함수 개수를 50개로 잡았고 이후 모든 계산에 같은 값을 사용하였다.

본 해석결과와 타당성을 검증하기 위하여 Chau and Yeung (2010)의 계산결과와 본 계산결과를 Fig. 4에서 비교하였다. 내

Table 1 Convergence test of $(C_f, \bar{\mu})$ with the number of eigenfunctions (N) for $M=10, h/a=5.0, d/a=0.5, b/a=0.5$

N	$k_1a = 2.0$		$k_1a = 4.0$	
	C_f	$\bar{\mu}$	C_f	$\bar{\mu}$
10	0.09136	1.05947	0.01997	1.27553
20	0.09331	1.00248	0.02127	1.23458
30	0.09367	0.99362	0.02153	1.22781
40	0.09377	0.99128	0.02162	1.22598
50	0.09382	0.99055	0.02165	1.22541
60	0.09383	0.99044	0.02167	1.22536

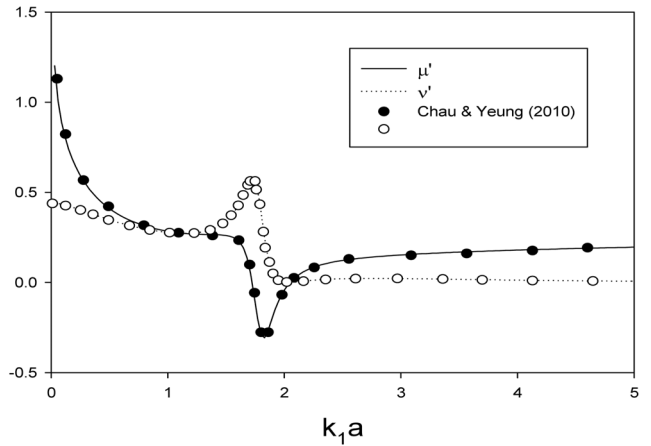


Fig. 4 Comparison of non-dimensional added mass and damping coefficients from present solutions with Chau and Yeung's results ($h/a = 1.0, d/a = 0.25, b/a = 0.5$)

부가 빈 원기둥의 형상은 $h/a = 1.0, d/a = 0.25, b/a = 0.5$ 이다. 실선은 현재의 고유함수전개법을 이용한 해석결과이며, 동그라미는 Chau and Yeung(2010)의 해석결과이다. 무차원화된 부가질량($\mu' = \mu/\rho\pi a^3$)과 감쇠계수($\nu' = \nu/\rho\pi\omega a^3$) 모두 서로 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 계산된 주파수 영역 ($0 < k_1a < 5$)내에 피스톤 공진모드는 $k_1a = 1.74$ 에서 발생하며, 여기서 부가질량은 음의 값을 가지며 이때 감쇠계수는 최대값을 갖는다. 앞에서 소개한 Fukuda(1997)의 간략식을 이용하여 구한 피스톤 공진주파수는 $k_1a \approx 1.75$ 이다. 즉, 본 계산에서 나타난 피스톤 모드의 공진 주파수는 Fukuda(1977)의 간략식과 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 5는 Fig. 4와 같은 계산 조건하에서 파기진력을 무차원화된 파장(k_1a)에 대하여 살펴보았다. 여기서 실선은 회절문제를 풀어 구한 원기둥 바닥에서의 동압력을 바닥면에 따라 적분하여 구한 파기진력을 나타내며, 동그라미 기호는 방사문제를 풀어 구한 무한 원방에서의 방사파의 진폭을 가지고 Haskind 관계식을 이용하여 구한 파기진력이다. 두 결과는 정확히 일치함을 보이고 있다. 파기진력에서도 피스톤 공진주파수인 $k_1a = 1.74$ 에서 피크값을 갖다가 급격히 줄어들어 $k_1a = 2.0$ 에서 기진력이 0에 가까운 값을 갖는다.

Fig. 6은 $h/a = 10.0, d/a = 6.0$ 에서 원기둥의 외경 a 를 1.0m로 고정시키고 내경 b 를 바꿔가면서 내부가 빈 원기둥의 수직운동 RAO을 살펴보았다. 그림에서 계산된 주파수 영역내에 2개의 공진 주파수가 존재한다. $\omega = 1.20 \text{ rad/sec}$ 에서 발생하는 피크는 내부 유체의 공진에 기인하며 Fukuda(1977)의 계산식을 적용하여 구한 피스톤 공진 주파수($\omega_0 = 1.24 \text{ rad/sec}$)와 잘 일치한다. 내부 유체 공진은 원기둥의 내경 (b)이 증가하면 내부 유체의 수선면적(S)이 증가하고 이로 인하여 Fukuda식에서 흡수의 증가 효과를 가져 온다. 따라서 피스톤 모드 주파수가 저주파수 영역으로 약간 이동하는 것을 볼 수 있다. 그러나 RAO 곡선에서 상대적으로 작은 피크값을 보이는 공진주파수 $\omega = 1.28 \text{ rad/sec}$ 는 입사파의 주파수와 원기둥의 고유 주파수와 일치될 때 나타나는 시스템 공진

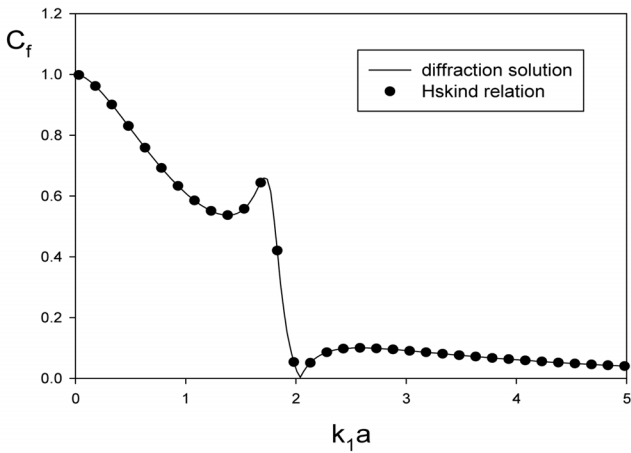


Fig. 5 Comparison of the wave exciting forces between the present solutions (Lines) and Haskind relation (Symbol): for $h/a = 1.0, d/a = 0.25, b/a = 0.5$

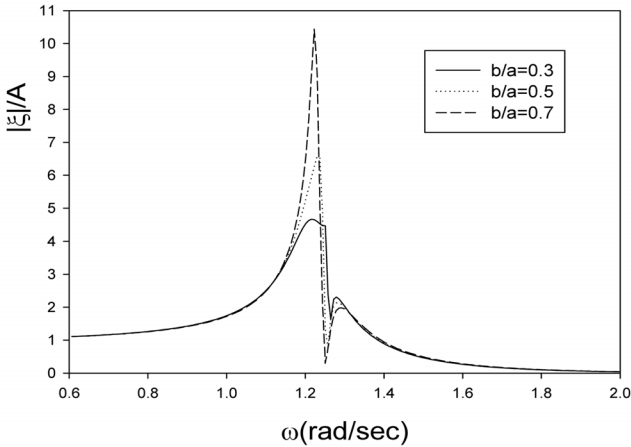


Fig. 6 Heave RAO of a hollow circular cylinder as a function of b/a and wave frequencies for $h/a = 10.0, d/a = 6.0, a = 1.0m$

이므로 원기둥의 내경이 변해도 공진 주파수의 위치나 RAO값의 없다.

원기둥의 홀수는 내부 유체 영역이 외부영역과 차단되는 정도를 나타내는 변수이다. 원기둥의 홀수가 커질수록 내부 유체 영역으로 들어온 파가 외부로 빠져나지 못하여 방사 감쇠력은 줄어든다. 이러한 현상은 내부 유체가 피스톤과 같이 상하로 진동하는 피스톤 공진 모드에서 더욱 뚜렷이 나타난다. Fig. 7은 원기둥 홀수변화($d/a = 3, 6, 9$)에 따른 무차원화된 부가질량과 방사감쇠계수를 보여주고 있다. 원기둥의 홀수가 커질수록 피스톤 공진 주파수가 저주파수 영역으로 이동하는 것을 볼 수 있으며 이러한 공진 주파수 이동은 Fukuda(1977)의 공식으로부터 확인할 수 있다. Fig. 4에서 살펴보았듯이 공진 주파수에서 부가질량은 음의 값을 가지며 그 때 감쇠계수는 피크값을 갖는다. 특히, 홀수가 커질수록 원기둥 내부로 들어온 파는 외부로 빠져나가지 못하여 방사감쇠계수는 줄어들며 공진폭도 좁아지는 것을 볼 수 있다.

원기둥 홀수변화($d/a = 3, 6, 9$)가 수직운동 변위에 미치는 영향을 Fig. 8을 통하여 살펴보았다. 홀수가 증가함에 따라 내부

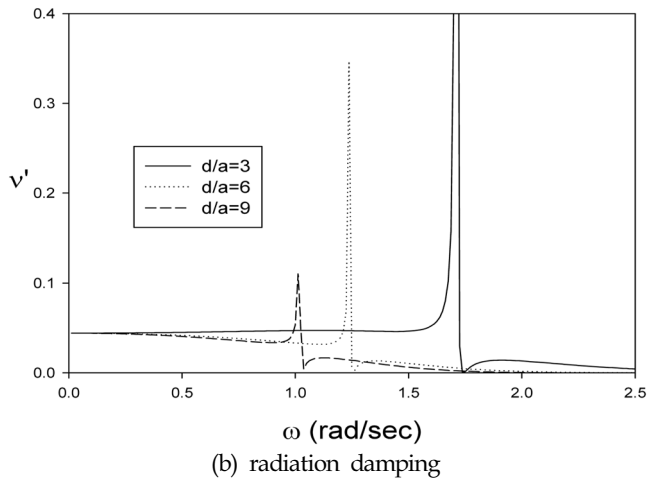
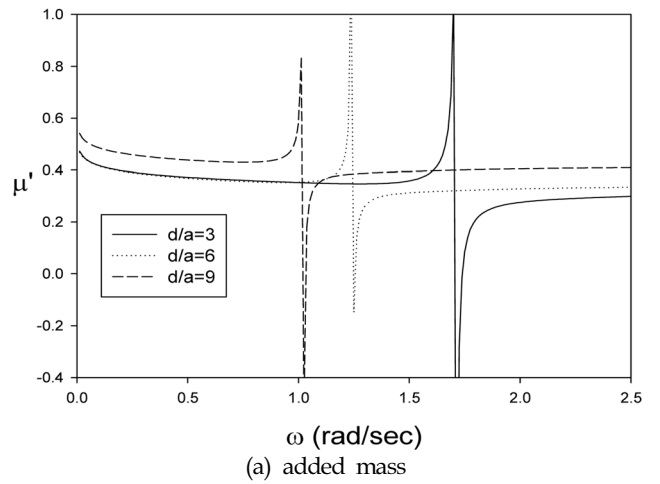


Fig. 7 Non-dimensional hydrodynamic coefficients (a) added mass (b) radiation damping coefficient of a hollow circular cylinder as a function of d/a and wave frequencies for $h/a = 10.0, b/a = 0.5, a = 1.0m$

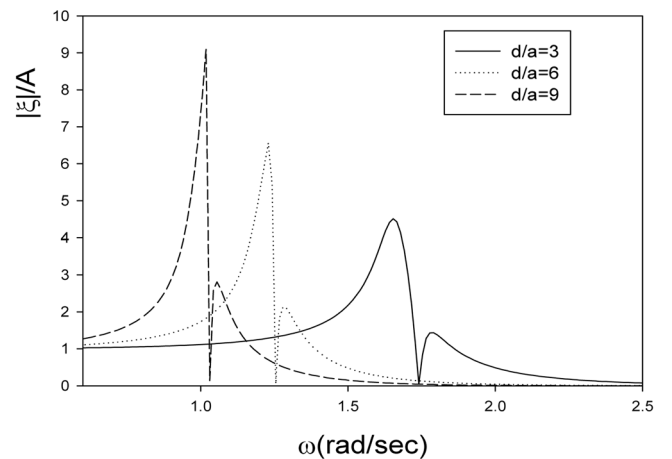


Fig. 8 Heave RAO and phase shift of a hollow circular cylinder as a function of d/a and wave frequencies for $h/a = 10.0, b/a = 0.5, a = 1.0m$

유체 공진과 시스템 공진이 일어나는 2개의 공진 주파수가 저

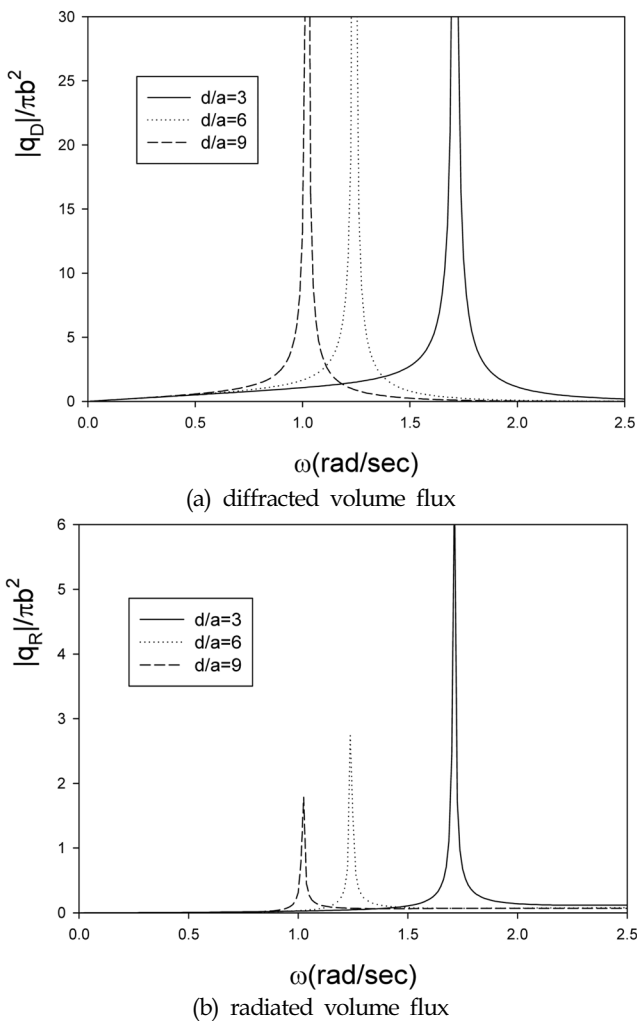


Fig. 9 Induced volume fluxes across inner fluid surface S as a function of d/a and wave frequencies for $h/a = 10.0$, $b/a = 0.5$, $a = 1.0m$

주파수영역으로 이동하였다. Fig. 7에서 살펴보았듯이 흘수가 증가하면 공진 주파수에서 방사감쇠계수가 줄어들어 수직운동 변위가 증가하고 공진으로 원기둥 운동을 증폭시키는 주파수 범위는 줄어들어 줄어드는 것을 볼 수 있다.

Fig. 9는 내부 유체 영역내 수면의 변동유량을 πb^2 로 나눈 일종의 평균 수면 속도를 보여주고 있다. Fig. 9a는 단위 진폭을 갖는 입사파가 내부가 빈 원기둥에 의해 회절되어 유기된 유량을, Fig. 8b는 단위 속도를 가지고 운동시 유기된 원기둥 내부의 유량을 나타낸다. 변동유량의 최대값은 Fig. 7과 8에서 살펴본 피스톤 공진 주파수에서 발생한다. 3개의 원기둥의 흘수 ($d/a = 3, 6, 9$)에 대한 유량을 비교한 결과, 원기둥의 흘수가 커질수록 공진점에서의 유량과 함께 공진 폭이 줄어들어 줄어드는 것을 볼 수 있다.

4. 결 론

내부가 빈 원기둥의 동유체력(부가질량, 감쇠계수)과 파기진력,

그리고 수직운동 변위를 원기둥의 반경과 흘수를 변화시키면서 살펴본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 자유감쇠실험을 통하여 구한 점성 감쇠계수를 포함한 수직운동 RAO의 해석결과는 실험결과와 잘 일치하였다.
- (2) 계산 주파수 영역내에는 2개의 공진이 존재한다. 즉, 입사파의 주파수와 원기둥의 고유 주파수와 일치될 때 나타나는 시스템 공진과 원기둥 내부 유체의 공진으로 생긴 피스톤 공진이다. 피스톤 공진 모드에서 수직운동 변위는 시스템 공진보다 상대적으로 큰 값을 보인다.
- (3) Fukuda(1997)가 제안한 피스톤 모드에서의 공진 주파수를 구하는 간략식은 현재 해석결과와 모형실험에서 나타난 공진 주파수를 잘 따라감을 확인하였다.
- (4) 피스톤 공진 모드에서 부가질량은 음의 값을 가지며 그 때 감쇠계수는 피크값을 갖는다. 특히, 원기둥의 흘수가 증가할수록 원기둥 내부로 들어온 파는 외부로 빠져나가지 못하여 방사감쇠계수는 줄어들며 이에 따라 수직운동의 RAO가 줄어들어 줄어 볼 수 있다.

후 기

이 논문은 “2013학년도 제주대학교 학술진흥연구비 지원사업에 의하여 연구되었음” 밝히며 연구비의 지원에 감사를 표합니다.

References

Chau, F.P., Yeung, R.W., 2010. Inertia and Damping of Heaving Compound Cylinders. Proceedings, 25th international workshop on water waves and floating bodies, Harbin, China.

Cho, I.H., 2002. Wave Energy Absorption by a Circular Cylinder Oscillating Water Column Device. Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 14(1), 8-18.

Cho, I.H., Pyo, S.W., 2009. Analysis on Motion Responses and Transmission Coefficients of a Moored Floating Breakwater in Oblique Incident Waves. Journal of Korean Society of Ocean Engineers, 23(3), 6-13.

Faltinsen, O.M., Rognebakke, O.F., Timokham, A.N., 2007. Two-Dimensional, Resonant Piston-like Sloshing in a Moonpool. J. Fluid Mech., 575, 359-397.

Fukuda, K., 1977. Behavior of Water in Vertical Well with Bottom Opening of Ship and its Effects on Ship-Motion. J. SNAJ, 141, 107-122.

Kristiansen, T., Faltinsen, O.M., 2008. Application of a Vortex Tracking Method to the Piston-like Behavior in a Semi-entrained Vertical Gap. Applied Ocean Research, 30, 1-16.

Hong, S.Y., Kim, J.H., Cho, S.K., Choi, Y.R., Kim, Y.S., 2005. Numerical and Experimental Study on Hydrodynamic Interaction of Side-by-side Moored Multiple Vessels. Ocean Engineering, 32, 783-801.

- Koo, W.C., Lee, K.R., 2011. Flow Analysis of Two-Dimensional Floating Body with Moon Pool Using a Numerical Wave Tank, *Journal of Society of Naval Architects of Korea*, 48(6). 107-112.
- Mavrakos, S.A., 1985. Wave Loads on a Stationary Floating Bottomless Cylindrical Body with Finite Wall Thickness. *Applied Ocean Research*, 7(4), 213-224.
- Mavrakos, S.A., 1988. Hydrodynamic Coefficients for a Thick-walled Bottomless Cylindrical Body Floating in Water of Finite Depth. *Ocean Engineering*, 15, 213-9.
- Molin, B., 2001. On the Piston and Sloshing Modes in Moon pools. *Journal of Fluid Mechanics*, 430, 27-50.
- Sioris, J.A., Memos, C.D., 1999. Response of a Floating Annulus to Water Waves, *Marine Structures*, 12, 41-66.