

Research Paper

DOI: <http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2013.17.5.027>

고체추진 로켓의 선형 안정성 요소에 대한 연구

김학철^a · 김준성^b · 문희장^{b,*} · 성홍계^b · 이훈기^c · 엄원석^c · 이도형^d

Linear Stability Analysis for Combustion Instability in Solid Propellant Rocket

Hakchul Kim^a · Junseong Kim^b · Heejang Moon^{b,*} · Honggye Sung^b ·
Hunki Lee^c · Wonsuk Ohm^c · Dohyung Lee^d

^aDepartment of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University, Korea

^bSchool of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University, Korea

^cSchool of Mechanical Engineering, Yonsei University, Korea

^dAdvanced Propulsion Technology Center, Agency for Defense Development, Korea

*Corresponding author. E-mail: hjmoon@kau.ac.kr

ABSTRACT

Linear stability analysis for combustion instability within a cylindrical port of solid rocket motor has been conducted. The analysis of acoustic energy has been performed by a commercial COMSOL code to obtain the mode function associated to each acoustic mode prior to the calculation of stability alpha. An instability diagnosis based on the linear stability analysis of Culick is performed where special interests have been focused on 5 stability factors(alpha) such as pressure coupling, nozzle damping, particle damping and additionally, flow turning effect and viscous damping to take into account the flow and viscosity effect near the fuel surface. The instability decay characteristics depending on the particle size is also analyzed.

초 록

본 연구에서는 고체로켓 모터의 연소 불안정성을 예측하고 분석 할 수 있는 해석도구의 개발을 위해 음향에너지의 분석과 선형 안정성 해석을 수행하였다. 음향 해석의 경우 상용 프로그램인 COMSOL을 이용하여 단면적이 일정한 실린더 형상의 연소실 음향 해석 및 모드 해를 도출하였다. Culick에 의해 정립된 고체추진 로켓의 선형 안정성 해석에 기초하여 연소 불안정성을 진단하였으며 압력결합, 노즐 감쇠, 입자감쇠의 안정성 요소(stability alpha) 외에 유동방향변환(flow turning) 요소와 점성감쇠(viscous loss) 요소를 추가하여 연료 표면 근처의 유동 및 점성효과를 포함하는 연소 불안정의 경향을 파악하였다. 또한 입자의 크기에 따른 주파수 영역별 연소 불안정 감쇠 특성을 파악하였다.

Key Words: Solid Rocket(고체로켓), Acoustic(음향학), Combustion Instability(연소 불안정), Linear Stability Analysis(선형 안정성 해석), Stability Alpha(안정성 요소)

Received 3 June 2013 / Revised 12 August 2013 / Accepted 19 August 2013

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548 / <http://journal.kspe.org>

[이 논문은 한국추진공학회 2013년도 춘계학술대회(2013. 5. 30-31, 부산 해운대 한화리조트) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

Nomenclature

\bar{a} : speed of sound

| | |
|---------------------|--------------------------------------|
| A | : admittance |
| C | : specific heat of particle material |
| C_p | : specific heat of gas |
| k_p | : thermal diffusivity of propellant |
| L | : chamber length |
| M | : mach number |
| \overline{M}_b | : mach number at the burning surface |
| \overline{M}_N | : mach number at the nozzle entrance |
| \hat{n} | : outward normal vector |
| P_r | : prandtl number |
| p | : pressure |
| \overline{p} | : mean pressure |
| p' | : pressure fluctuation |
| R | : gas constant |
| R_b | : burning response function |
| r_c | : radius of cylindrical port |
| S_b | : area of burning surface |
| S_n | : area of nozzle entrance |
| \overline{u} | : mean velocity |
| u' | : velocity fluctuation |
| α_m | : total growth constant |
| α_{pc} | : defined in Eq. 6 |
| α_N | : defined in Eq. 10 |
| α_p | : defined in Eq. 14 |
| α_{ft} | : defined in Eq. 15 |
| α_v | : defined in Eq. 16 |
| γ | : ratio of specific heats (gas only) |
| $\overline{\gamma}$ | : ratio of specific heats (mixtures) |
| κ | : mass fraction of particles on gas |
| μ | : viscosity |
| $\overline{\nu}$ | : kinematic viscosity |
| ρ | : density |
| $\overline{\rho}_g$ | : gas density |
| ρ_p | : propellant density |
| ρ_s | : particle density |
| σ | : particle diameter |
| ψ_n | : n-th mode shape function |
| ω | : angular frequency |
| ω_n | : angular frequency of n-th mode |

1. 서 론

고체추진 로켓의 연소 불안정이란 연소실 내의 압력 교란이 연소실 형상 고유의 음향모드와 결합하여 압력 진동을 증폭시켜 연소실 압력 섭동이 연소실 평균 압력의 5%이상의 진폭으로 진동하는 현상을 말한다. 연소 불안정이 발생하면 과도한 압력의 상승 및 열전달로 인해 모터 케이스와 그레이인이 파괴되거나 다른 구성품에도 부하가 전달되어 고체로켓의 성능에 악영향을 미치게 된다. 따라서 많은 고체추진 로켓들이 이와 같은 연소 불안정 현상으로 인하여 개발 기간의 지연과 잦은 설계변경에 노출되어 있으며 경제적 손실[1] 또한 커서 로켓 모터 설계 시 연소 불안정성의 분석이 요구되고 있다.

음향 모드와 고체추진 로켓의 연소 불안정에 대한 연구는 1950년대부터 시작되었으며, 1960년대에는 연소 가스 안에 포함되어 있는 입자들에 의해 음향 모드의 감쇠가 발생한다는 것이 Temkin and Dobbins[2]에 의해 밝혀졌다. 또한 T-burner가 제작되어 이를 이용한 고체 추진제 연소응답함수의 실험적 연구가 진행되었다. 1960년대 후반에는 연소실의 벽면과 노즐에 의한 불안정 요인의 감쇠에 대한 이론이 정립되기 시작하였고 Culick은 QSHOD(Quasi Steady Homogeneous One Dimension) 가정을 이용하여 이론적인 연소응답함수[3]를 정립하였다.

1970년대에는 Culick[4]에 의해 압력결합과 속도결합에 의한 연소 불안정성이 연구되었으며 축방향 선형 안정성 이론이 정립되었다. 뿐만 아니라 Culick은 비선형 불안정성을 연구하여 압력결합 및 연소 가스에 포함되어 있는 입자에 의해 모드 주파수의 이동(frequency shift)이 발생한다는 것을 밝혔으며 유동방향변환(flow turning) 현상에 의한 감쇠와 실린더 형상의 연소실에 대한 선형/비선형 불안정성 해석을 하였다. 연소 불안정의 주요 감쇠 요인인 노즐감쇠(nozzle damping)에 대한 연구[5]도 1970년대에 Zinn, Bell, Daniel 등에 의해 주로 이루어졌으며, 고체로켓 안정성을 예측하기 위한 Standard Stability Program(SSP)이 개발되어 안정성 요소

의 경향을 파악함으로써 불안정 해석 도구의 기틀을 마련했다.

1980년대에 들어 Culick의 이론을 적용한 여러 실험과 수치해석적 방법이 Baum et al.[6]에 의해 진행되었으며 Flandro[7]는 에너지 밸런스 모델을 이용하여 비선형 연소 불안정성을 해석하여 이전까지 연소 불안정 감쇠요인으로 알려져 있던 유동방향변환이 연소 불안정을 야기할 수도 있다는 것을 증명하였다.

1990년대부터는 비선형 불안정 현상인 DC shift 현상과 Limit Cycle 현상을 접목시킨 연구가 활발히 진행 되었으며 연소실 내의 음향학적 경계층의 영향이 고려되기 시작하였다. 또한 기존에 선형으로 이해되었던 속도결합과 같은 요인을 비선형적으로 이해하고 이에 대한 연구[8]가 진행되고 있다.

고체로켓 연소불안정에 대한 국내 연구는 90년대부터 시작되었다. T-burner 구축 방법 및 T-burner를 이용한 입자 첨가에 따른 고체 추진체의 연소응답함수 측정이 수행[9-13] 되었으며 Culick의 선형 안정성 이론을 이용한 고체로켓의 연소불안정 예측이 Yoon[14]과 Kim 등[15]에 의해 수행되었다.

연소 불안정에 영향을 미치는 주요 요인으로서는 압력결합, 추진체에 첨가된 입자 크기, 노즐 형상, 연소실 내 유동, 음향학적 경계층 그리고 연소실 형상 등을 들 수 있다. 압력결합의 경우 연소 불안정을 증폭시키는 요인이 되며 입자 크기와 노즐감쇠는 불안정을 감쇠시키는 요인으로 작용하지만 연료 표면 근방의 유동방향변환과 속도결합, 음향학적 경계층과 같은 요인[16]들은 현재까지 연소 불안정에 어떤 영향을 미치는지 명확히 규명되고 있지 못한 실정이다.

본 연구에서는 Culick의 선형 안정성 이론을 바탕으로 실린더 형상의 연소실에 대해 음향모드 해석을 수행하고 연소 불안정에 영향을 미치는 다섯 가지 안정성 요소(stability alpha)들에 의한 연소 불안정성 예측 능력과 이들 요소간의 정량적인 마진(margin)을 보고자 한다. 또한 입자 크기에 따른 주파수 영역별 연소 불안정 감쇠 특성을 분석하였다.

2. 음향 모드 해석

Culick[17]은 연소실 내 음향 불안정을 해석하기 위해 다음과 같은 비선형 파동방정식과 경계 조건을 제시하였다.

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = h \quad (1)$$

$$\hat{n} \cdot \nabla p' = -f \quad (2)$$

여기서 p' 은 음압, \bar{a} 는 연소실 내 평균 음속, \hat{n} 은 연소실 표면에 수직인 방향벡터이며 h 와 f 는 연소실 내 음압 p' 과 연소실 내 유동 속도 교란 u' 의 함수로 나타나는 가진 항에 해당된다. h 와 f 는 선형 항과 비선형 항을 모두 포함하는 함수이나 본 연구에서는 선형항만을 채택하여 해석하였다.

음압 p' 은 Eq. 3과 같이 표현되며 연소실 내 음향 모드 형상 함수 $\psi_n(\vec{r})$ 와 모드에 따른 세기 $\eta_n(t)$ 의 곱을 각 모드별로 중첩시켜 시간에 따른 p' 의 변화 추이를 해석하여 연소 불안정의 발생 여부를 판단할 수 있다.

$$p'(\vec{r}, t) = \bar{p} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(t) \psi_n(\vec{r}) \quad (3)$$

해석에 사용된 연소실 형상은 Fig. 1과 같으며 불안정 요소들간의 정량적인 마진을 보기 위해 우선 본 연구에서는 단순한 실린더 형상을 가정하였다. 추진체 그레이의 음향 특성(음압 분포와 고유주파수)을 구하기 위해 유한요소법에 기초한

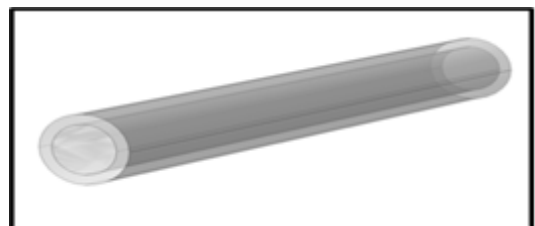


Fig. 1 Constant cross-section cylindrical grain.

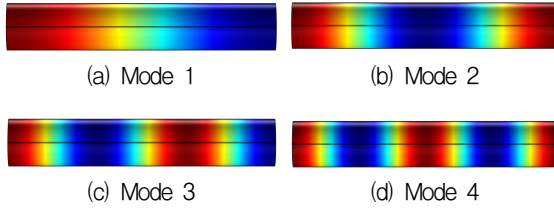


Fig. 2 Analysis result of the pressure distribution on the resonance mode.

Table 1. Acoustic mode frequency in the cylindrical grain shape.

| Mode | Frequency(Hz) |
|------|---------------|
| 011 | 900.4858 |
| 012 | 1810.9717 |
| 013 | 2701.4573 |
| 014 | 3601.9433 |

상용프로그램인 COMSOL을 이용하여 모드 형상 $\psi_n(\vec{r})$ 과 모드 주파수를 계산하였다. 음향 모드의 경우 4차 모드 까지 고려하였으며 축방향 모드가 지배적인 것을 Fig. 2를 통해 확인할 수 있었으며 종횡비가 큰 긴 실린더 형상에서의 모드 함수는 반경방향 고주파 영역 보다는 축방향 저주파 진동이 지배적인 사실을 본 계산 결과를 토대로 검증할 수 있었다.

Table 1은 축방향 모드(011, 012, 013, 014)에 따른 모드 주파수를 나타내며 주파수는 1차 모드 주파수의 정수배로 나타나는 것을 확인할 수 있다.

3. 선형 안정성 이론

선형안정성 이론은 연소실 내 음향에너지의 증감에 기여하는 서로 다른 안정성 요인들이 독립적으로 작용한다는 가정을 통해 각 요인에 의한 선형 안정성 요소 α 들을 구한 뒤 선형적으로 합하여 로켓 모터(motor)의 α_m 으로부터 불안정성을 예측하는 방법이다. 안정성 요소 α_m 을 고

려 시 연소실 내에서 발생한 압력 교란 p' 은 Eq. 3 대신 Eq. 4와 같이 표현될 수 있다.

$$p_n'(\vec{r}, t) = \bar{p} e^{\alpha_m t} \psi_n(\vec{r}) \quad (4)$$

여기서 \bar{p} 는 연소실의 평균 압력, p_n' 은 n 차 모드에서의 압력 섭동에 해당된다. 선형 안정성 요소 α 들의 합 α_m 의 부호는 불안정 증가 또는 감소를 뜻하며 다음과 같다.

$$\alpha_m = \alpha_{pc} + \alpha_N + \alpha_p + \alpha_{ft} + \alpha_v + \dots \quad (5)$$

$\alpha_m > 0$ 의 경우 압력 교란의 진폭이 커져 시스템이 불안정해지며 $\alpha_m < 0$ 의 경우 시간에 따라 진폭이 감소해 시스템이 안정하게 된다[18]. 본 연구에서는 α_{pc} , α_N , α_p , α_{ft} , α_v 에 의한 다섯 가지 선형안정성 요소만을 고려하였다.

α_{pc} 는 압력결합(pressure coupling)에 의한 증폭, α_N 은 노즐에 의한 감쇠(nozzle damping), α_p 는 입자에 의한 감쇠(particle damping)에 해당된다. 선행 연구[19]에 이어 유동방향변환(flow turning) 요소인 α_{ft} 와 점성으로 인한 음향학적 경계층 감쇠(viscous damping) 요소인 α_v 를 추가하여 연료 표면 근처의 유동 및 점성효과를 고려하여 연소 불안정의 경향을 분석하였다.

3.1 압력결합 및 노즐에 의한 안정성 요소

압력결합에 의한 요인은 아래의 식으로 표현될 수 있다.

$$\alpha_{pc} = R_b^{(r)} I_{pc} = \frac{\bar{a}}{2} \frac{\overline{M_b} R_b^{(r)}}{\overline{M_b}} \frac{\iint \psi_n^2 dS_b}{\iiint \psi_n^2 dV} \quad (6)$$

α_{pc} 는 연소응답함수 R_b 의 실수부와 안정성적분 I_{pc} 의 곱으로 나타나며 안정성 적분은 연소실 내 평균 음속 \bar{a} , 추진계 표면에서의 평균 이탈 마하수 $\overline{M_b}$, n 차 모드함수 ψ_n 에 대한 연료 표면적의 면적분과 부피적분의 함수로 나타난다. R_b

는 연소실 내 압력 교란 대비 연소율의 비로 정의되며 다음과 같다.

$$R_b = \frac{m'_b/\overline{m}_b}{p'/\overline{p}} \quad (7)$$

여기서 m'_b 는 연소면에서의 질량유속을 의미한다. R_b 는 일반적으로 T-burner를 이용한 실험 데이터로부터 얻게 되지만 이론적으로는 QSHOD 방법과 Zeldovich-Novozhilov(ZN) 방법을 사용할 수 있다. 본 연구에서는 Culick의 QSHOD 방법에 기초한 Denison and Baum[20]의 AB 모델을 채택하였다.

$$R_b = \frac{nAB\overline{\gamma}}{AB - (A+1) + \lambda + A/\lambda} \quad (8)$$

$$A \cong E/RT_s, \quad B \cong C_p(T_f - T_o)/Q_f$$

$\overline{\gamma}$ 는 혼합물의 비열비, E 는 활성화 에너지, T_s 는 연료 표면 온도, C_p 는 연소 가스의 비열, T_f 는 화염 온도, T_o 는 추진제 초기 온도, Q_f 는 고체 추진제 연소로 인해 방출된 에너지에 해당된다. 복소함수 λ 는 Eq. 9의 해이며 무차원 진동수 Ω ($\Omega = k_p \omega / \overline{r}_b^2$)로 부터 도출된다. 여기서 ω 는 연소실 내의 각주파수(angular frequency)에 해당된다.

$$\lambda(\lambda - 1) = i\Omega \quad (9)$$

α_N 은 노즐에 의한 감쇠 요인으로 고체로켓의 안정성 감쇠 요소 중 가장 큰 부분을 차지하며 관련 식은 아래와 같이 표현된다.

$$\alpha_N = -\frac{\overline{a}}{2} \left(A_N^{(r)} + \overline{M}_N \right) \frac{\iint \psi_n^2 dS_n}{\iiint \psi_n^2 dV} \quad (10)$$

여기서 $A_N^{(r)}$ 은 노즐 어드미턴스의 실수부, \overline{M}_N 은 노즐 입구 면에서의 마하수, S_n 은 노즐 입구 면적이다. 노즐 어드미턴스는 노즐 입구에서의

속도 교란 u' 과 압력 교란 p' 의 비로 나타나며 다음과 같이 정의된다.

$$A_N = \frac{u'/\overline{u}}{\gamma p'/\overline{p}} \quad (11)$$

본 연구에서는 노즐 어드미턴스를 short nozzle 이론[21]에 기반하는 Eq. 12를 통해 구하였다.

$$A_N = \left(\frac{\overline{\gamma} - 1}{2} \right) \overline{M}_N \quad (12)$$

A_N 을 Eq. 10에 대입하면 노즐감쇠 안정성 요소 α_N 은 다음과 같이 정리 된다.

$$\alpha_N \approx -\frac{\overline{a}}{2} \left(\frac{\overline{\gamma} + 1}{2} \right) \overline{M}_N \frac{\iint \psi_n^2 dS_n}{\iiint \psi_n^2 dV} \quad (13)$$

3.2 입자, 유동방향변환 및 점성에 의한 감쇠

입자에 의한 감쇠는 유동장 내의 입자 질량분율과 입자 크기에 의존하는 것으로 알려져 있으며 α_p 는 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\alpha_p = -\frac{1}{2} \frac{\kappa}{1 + \kappa} \left[X_1 + (\overline{\gamma} - 1) \frac{C}{C_p} X_2 \right] \quad (14)$$

$$X_1 = \frac{\omega_n \Omega_d}{1 + \Omega_d^2}, \quad X_2 = \frac{\omega_n \Omega_t}{1 + \Omega_t^2}$$

$$\Omega_d = \omega_n \tau_d, \quad \Omega_t = \omega_n \tau_t$$

$$\tau_d = \frac{\rho_s \sigma^2}{18\mu}, \quad \tau_t = \left(\frac{2}{3} \frac{C\mu}{k_p} \right) \tau_d$$

κ 은 입자와 가스의 질량비, C 는 입자의 비열, \overline{C}_p 는 혼합가스의 비열, $\overline{\gamma}$ 는 혼합물의 비열비, ρ_s 는 입자의 밀도, σ 는 입자의 직경이며 τ_d 와 τ_t 는 각각 입자 특성시간과 유동 특성시간에 해당된다.

Culick[4]은 연료 표면 근방 유동변환에 의한

감쇠인 α_{ft} 을 Eq. 15으로 모델링 하였고, \bar{v}_b 는 연료 표면에서의 수직방향 가스 속도를 나타낸다.

$$\alpha_{ft} = -\frac{\bar{v}_b}{2} \frac{\iint \psi_n^2 dS_b}{\iiint \psi_n^2 dV} \quad (15)$$

연료 표면에서의 점성 효과와 열전달 영향이 고려된 안정성 요소 α_v 는 실린더 형상의 경우 Eq. 16으로 모델링[4] 되며,

$$\alpha_v = -\frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{\omega_n \bar{v}}{2(1+\kappa)}} \left[1 + \frac{\bar{\gamma}-1}{\sqrt{P_r}} \right] \quad (16)$$

r_c 는 연소실의 반지름, ω_n 는 모드 주파수에 2π 를 곱한 각진동수, \bar{v} 는 동점성계수, P_r 은 Prandtl 수에 해당된다.

4. 선형 안정성 해석 결과

2장의 음향 모드 해석으로부터 도출된 모드별 모드함수 $\psi_n(\vec{r})$ 값을 이용하여 선형 안정성 해석을 수행하여 시간에 따른 고체로켓 연소실내 안정성 요소들을 구하였다. 해석에 사용된 기초 물성치 및 제원은 참고문헌 [17]의 것을 사용하였으며 주요 변수들은 Table 2와 같다.

음향 모드 해석으로 얻은 음압 분포를 선형 안정성 이론에 대입하여 고체로켓의 시간에 따른 α_m 을 도출하였다. Fig. 3a)부터 3d)는 각각 축방향 1차 모드부터 4차 모드까지의 α_{pc} , α_{N} , α_{p} , α_{ft} , α_v 의 web 두께에 따른 α_m 의 변화를 보여주고 있다. 1차 모드의 경우 연소 초기부터 양의 α_m 인 $\alpha_m > 0$ 이 되어 연소 불안정이 발생할 가능성이 크다는 것을 예측할 수 있다. 그러나 모드 수가 증가할수록 입자의 감쇠 효과는 커지지만 압력결합에 의한 증폭 효과는 줄어들어 2차, 3차 및 4차 모드에서는 음의 α_m 즉,

$\alpha_m < 0$ 이 되어 이에 해당하는 모드의 경우, 연소 불안정의 발현 가능성은 상대적으로 낮다고 예측할 수 있다. 선형 안정성 이론에서 α_{pc} , α_{N} , α_{ft} 는 안정성 적분(stability integral) 항의

Table 2. Values of the geometrical, combustion and physical properties[17].

| | |
|---|---|
| Geometrical Properties : | |
| length | $L = 0.5969m$ |
| radius of cylindrical port | $r_c = 0.0253m$ |
| throat radius | $r_t = 0.00936m$ |
| Combustion properties : | |
| mean pressure | $\bar{p} = 1.06 \times 10^7 Pa$ |
| linear burning rate | $\bar{r}_b = 0.01145m/s$ |
| parameters in the combustion response | $A = 6.0$ |
| chamber temperature | $\bar{T} = 3539K$ |
| mass particles / mass gas | $\kappa = 0.36$ |
| particle diameter | $\sigma = 2 \times 10^{-6}m$ |
| Physical properties : | |
| Prandtl number | $Pr = 0.8$ |
| thermal diffusivity of propellant | $k_p = 1.0 \times 10^{-7}m^2/s$ |
| specific heat of gas | $C_p = 2020J/kg \cdot K$ |
| specific heat of condensed material | $C = 0.68C_p$ |
| viscosity | $\mu = 8.925 \times 10^5 kg/m \cdot s$ |
| particle density | $\rho_s = 4 \times 10^3 kg/m^3$ |
| propellant density | $\rho_p = 1,766kg/m^3$ |
| gas density | $\bar{\rho}_g = 7.97kg/m^3$ |
| γ (gas only) | $\gamma = 1.23$ |
| $\bar{\gamma}$ (mixtures) | $\bar{\gamma} = \frac{[\gamma(1+\kappa C/C_p)]}{(1+\kappa\gamma C/C_p)} = 1.18$ |
| gas constant | $R = (\gamma-1)C_p/\gamma = 377.72J/kg \cdot K$ |
| speed of sound in gas / particle mixture | $\bar{a} = \sqrt{(\bar{\gamma}RT_c)/(1+\kappa)} = 1075m/s$ |
| speed of combustion products at the burning surface | $\bar{v}_b = (\rho_p/\rho)\bar{r}_b = 1.86m/s$ |
| Mach number at the burning surface | $\bar{M}_b = 0.00173$ |
| Mach number at the nozzle inlet | $\bar{M}_N = 0.08$ |

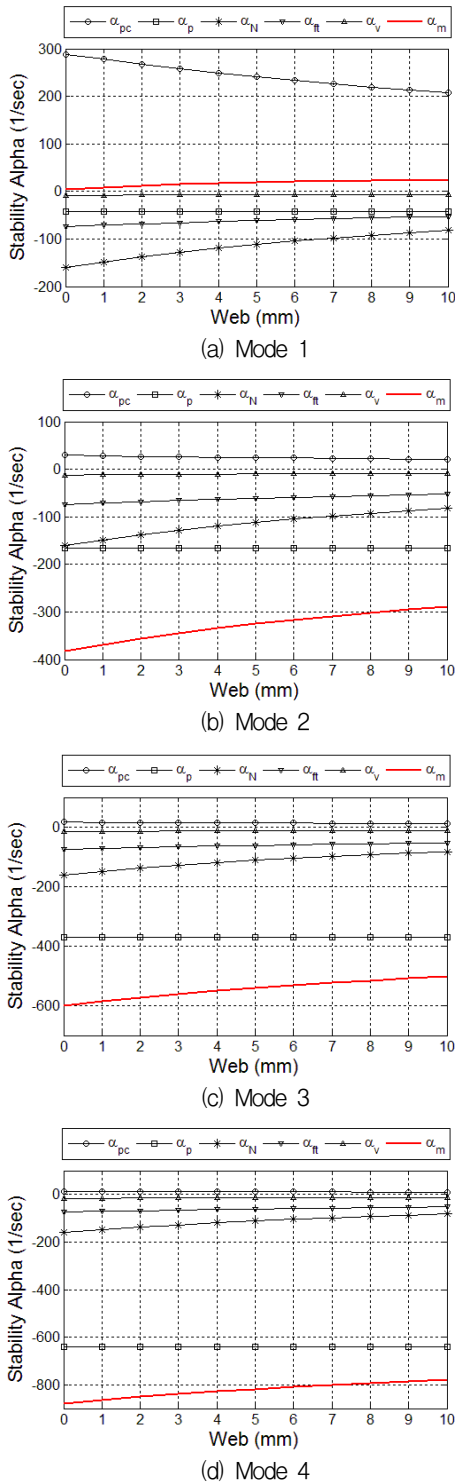


Fig. 3 Stability diagram for constant cross-sectional solid propellant rocket.

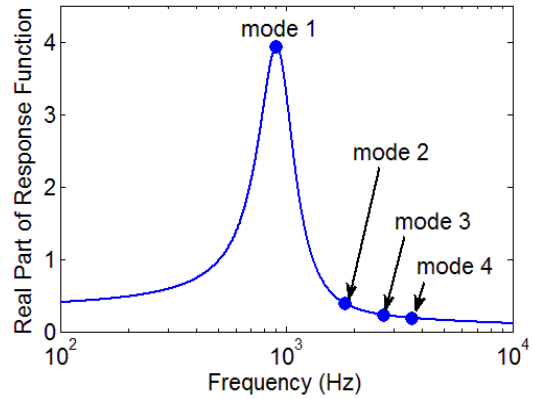


Fig. 4 Real parts of a QSHOD response function computed with AB model : A = 6.0, B = 0.55.

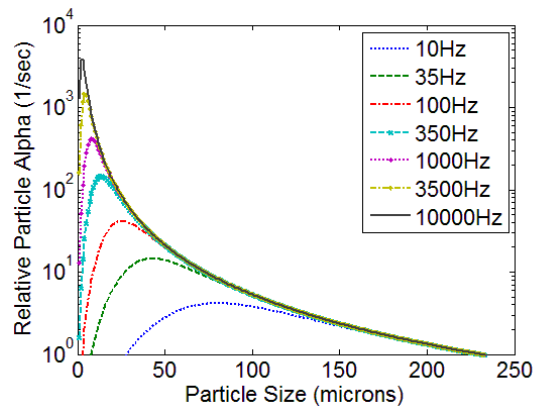


Fig. 5 Relative particle damping versus particle size at seven frequencies.

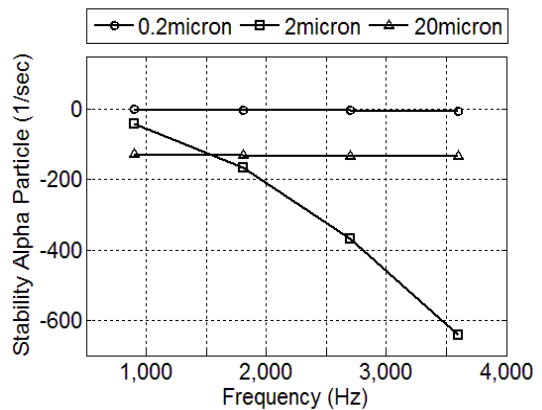


Fig. 6 Stability alpha particle diagram for various particle size.

존재로 인해 실린더형 연소기의 경우, 연소가 진행될수록 연소 표면적 증가량 대비 연소실의 체적 증가량이 커서 적분항의 비는 시간이 갈수록 작아지게 된다. 그 결과 α_{pc} , α_N , α_{ft} 는 연소가 진행되면서 그 절대치가 작아져 마진 또한 작아짐을 Fig. 3을 통해 확인 할 수 있다.

불안정성을 증폭시키는 압력결합(α_{pc})의 경우 1차 모드에서 가장 큰 값을 가지며 모드수가 증가할수록 크기가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이는 Fig. 4에서 확인되듯이 1차 모드 주파수에 해당하는 연소응답함수의 크기가 2차, 3차, 4차 모드 주파수 보다 크게 나타나기 때문이다. 노즐에 의한 감쇠 α_N 의 경우 모드 수에 상관없이 그 값이 같은 것을 확인 할 수 있는데 이는 short nozzle 이론에서 제시하는 노즐 어드미턴스 A_N 이 연소실 내의 모드 주파수와 무관하기 때문이다.

입자에 의한 감쇠는 모드 수가 증가할수록 그 값이 커짐을 알 수 있다. 본 계산에 사용한 입자의 크기는 2 micron 으로서 1차 모드(900 Hz)와 같은 저주파 영역보다는 더욱 높은 주파수 영역에서 연소 불안정을 잘 억제함을 알 수 있다. Fig. 5는 Eq. 14로부터 계산된 입자 크기에 따른 주파수 별 α_p 의 변화를 나타낸 것이며 본 연구에 사용된 입자감쇠에 대한 계산 결과는 입자 크기가 작을수록 고주파 영역의 불안정성을, 입자 크기가 클수록 저주파 영역의 불안정성을 감쇠 시키는 것을 알 수 있다.

Fig. 6은 2 micron 보다 10배 크거나 작은 입자에 대한 모드별 입자감쇠 요소 α_p 를 보여주고 있다. 0.2 micron과 20 micron 입자의 경우 모드수가 증가하더라도 α_p 가 거의 변하지 않는 것을 확인할 수 있으며 이를 통해 특정 주파수에 대해 최적의 감쇠율을 보이는 입자 크기가 존재한다는 것을 확인 할 수 있다. Eq. 14로부터 계산된 Fig. 7을 통해 0.2 micron과 20 micron 입자는 α_p 가 최대로 나타나는 영역에서 벗어나 있으며 이들 입자 크기는 본 연구에서 수행한 연소실 형상에 대해 효과적인 입자 감쇠를 보이지 않는 것을 확인할 수 있다.

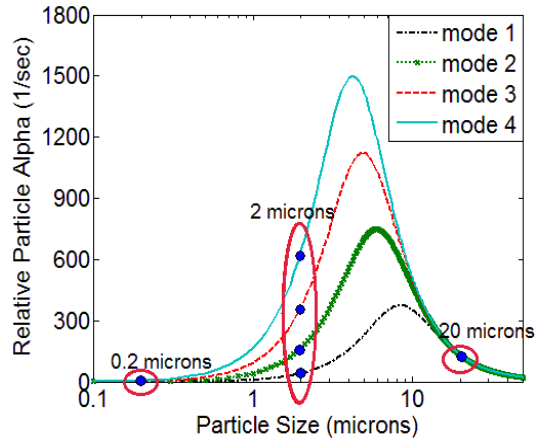


Fig. 7 Relative particle damping of 10 times smaller/bigger particle vs. 2 microns particle.

Culick에 의해 제안된 Eq. 15와 Eq. 16의 유동 방향변환과 점성감쇠 요소는 타 안정성 요소 보다 크기가 상대적으로 작게 예측되었다.

이는 Culick의 선형 안정성 인자에 대한 유동 과정[17] 중 연소실 내의 점성효과와 유동의 상호작용으로 인해 발생하는 와류의 영향을 고려하지 않았기 때문으로 사료된다.

5. 결 론

본 연구에서는 고체로켓 모터의 연소 불안정성을 예측하고 분석 할 수 있는 해석도구의 개발을 위해 음향에너지의 분석과 선형 안정성 해석을 수행하였다. 본 연구 결과로부터 도출된 주요 내용은 다음과 같다.

1) 음향 모드 해석을 위해서는 상용프로그램인 COMSOL을 사용하여 각 모드별 모드 형상 함수 및 주파수를 도출하였으며 실린더 형상 연소실의 경우, 고차 모드 주파수는 1차 모드 주파수(900 Hz)의 정수배를 갖는 것이 확인되었다.

2) 검증을 위해 참고문헌 [17]에 소개된 기초 물성치 및 제원에 선형 안정성 해석 이론을 적용하여 축방향 연소 불안정성을 예측한 결과, Table 2의 제원을 가진 실린더형 연소실의 경우 1차 모드에서는 연소불안정의 발현 가능성이 큰

반면, 고차 모드에서는 상대적으로 안정될 것으로 예측되었다. 고차 모드 주파수의 경우 연소 불안정 유발 요소인 압력결합이 줄어들고, 입자에 의한 감쇠효과가 크게 나타나는 것을 예측하였다.

3) 입자에 대한 감쇠의 경우 입자 크기에 따라 연소 불안정 감쇠율이 달라지는 것이 확인되었으며 특정 주파수에 대해 최적의 감쇠율을 보이는 입자 크기를 정성적으로 예측할 수 있었다. 유동방향변환과 점성감쇠 요소는 타 안정성 요소 보다 고체로켓 불안정성 예측에 미치는 영향이 미미한 것으로 판단되었다.

추후, 실린더 형상에서 다양한 길이-직경비를 갖는 경우와 평균압력 변화 및 슬롯 유무에 따른 불안정성 연구가 뒤따라야 할 것으로 판단된다.

후 기

“본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다. (계약번호 UD110095CD)”

References

1. Brown, R.S., Culick, F.E.C., and Zinn, B.T., "Experimental Method for Combustion Admittance Measurements," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, AIAA, New York, Vol. 63, pp. 191-220, 1978.
2. Temkin, S. and Dobbins, R.A., "Attenuation and Dispersion of Sound by Particulate-Relaxation Processes," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 40, No. 2, pp. 317-324, 1966.
3. Culick, F.E.C., "A Review of Calculation for Unsteady Burning of a Solid Propellant," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 6, pp. 2241-2255, 1968.
4. Culick, F.E.C., "Nonlinear Behavior of Acoustic Waves in Combustion Chambers," Daniel and Florence Guggenheim Jet Propulsion Center, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1975.
5. Dehority, G.L., "Resume of Nozzle Damping Theory," Naval Weapons Center China Lake CA, No. NWC-TM-2867, 1976.
6. Baum, J.D., Levine, J.N., and Louvine, R. L., "Pulsed Instability in Rocket Motors: A Comparison Between Predictions and Experiments," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 4, No. 4, pp. 308-316, 1988.
7. Flandro, G.A., "On Flow Turning," *31st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, AIAA-95-2730, 1995.
8. Blomshield, F., "Lessons Learned In Solid Rocket Combustion Instability," *43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, July 2007.
9. Yoon, J.K., Yoo, J.C., and Ih J.G., "A Study on Determining Method of Combustion Instability Characteristics of Solid Propellants," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A (or) B*, Vol. 18, No. 4, pp. 1081-1086, 1994.
10. Kim, K.M., Yoon, M.W., and Yoo J.C., "Combustion Response Function and its application of Solid Propellant," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 31, No. 1, pp. 125-132, 2003.
11. Park, Y.K., Yoo, J.C., and Kim, I.C., "Measurement of Solid Propellant Combustion Response Functions for Rocket Motor Combustion Instability Analysis," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 26, No. 1, pp. 149-155, 1998.
12. Yoon, M.W., and Kang, K.T., "A Study on the Suppression of the Combustion Instability of the Solid Rocket Motor Using

- the Acoustic Damping Effect of the Particles," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 27, No. 1, pp. 106-112, 1992.
13. Lim, J.H., Park, B.H., Lee, G.Y., and Yoon W.S., "Pulsed DB/AB T-Burner Test for Measurement of Combustion Response Function of Solid Propellants," *Proceedings of the 2006 KSPE Fall Conference*, pp. 255-263, 2006.
 14. Yoon, J.K., "Prediction of Longitudinal Combustion Instability in a Solid-Propellant Rocket Motor," *KSME International Journal*, Vol. 8, No. 2, pp. 206-213, 1994.
 15. Kim, K.M., Kang, K.T., and Yoon, J.K., "Linear Stability Analysis in a Solid-Propellant Rocket Motor," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A (or) B*, Vol. 19, No. 10, pp. 2637-2646, 1995.
 16. Flandro, G.A., "Vortex driving mechanism in oscillatory rocket flows," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 2, No. 3, pp. 206-214, 1986.
 17. Culick, F.E.C. and Yang, V., "Prediction of the Stability of Unsteady Motions in Solid-Propellant Rocket Motors," Chapter 18 in *Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants*, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 143, pp. 719-779, 1992.
 18. Kim, K.M., Kang, K.T., and Yoon, J.K., "Linear Stability Analysis of the Longitudinal Combustion Instability in a Solid Propellant Rocket Motor (III)," *Proceedings of the KSME Fall Conference*, Vol. 2, No. 2, pp. 89-92, 1994.
 19. Kim, H.C., Lee, H.K., Ohm, W.S., Sung, H.G., Moon, H.J., and Lee, D.H., "A Study of Linear Stability Analysis in Solid Propellant Rocket," *Proceedings of the 2012 KSPE Fall Conference*, pp. 733-738, 2012.
 20. Denison, M.T. and Baum, E., "A Simplified Model of Unstable Burning in Solid Propellants," *American Rocket Society Journal*, Vol. 31, No. 8, pp. 1112-1122, 1961.
 21. Zinn, B.T., "Longitudinal Mode Acoustic Losses in Short Nozzles," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 22, No. 1, pp. 93-105, May 1972.