

## 다물체 동역학 해석방법을 이용한 철도차량의 임계속도 계산

강 주 석\*†

\* 한국교통대학교 철도차량시스템공학과

### Calculation of Critical Speed of Railway Vehicle by Multibody Dynamics Analysis

Juseok Kang \*†

\* Dept. of Railway Vehicle System Engineering, Korea Nat'l Univ. of Transportation

(Received April 24, 2013 ; Revised July 17, 2013 ; Accepted September 11, 2013)

**Key Words:** Multibody Dynamic Model(다물체 동역학 모델), Critical Speed(임계속도), Railway Vehicle(철도차량), QR Decomposition Method(QR 분해법)

**초록:** 본 연구에서는 다물체 동역학 모델을 이용한 철도차량의 임계속도 계산 방법을 제시하였다. 휠과 레일의 접촉 구속조건과 접촉력을 휠셋 단위에서 수식화하였다. 이를 대차모델에 합하여 구속조건을 가진 다물체 동역학 운동방정식으로 철도차량의 동적모델을 표현하였다. 철도차량의 다물체 동역학 모델에 대한 비선형 구속조건식과 운동방정식은 QR 분해법을 이용하여 독립좌표만으로 이루어진 선형방정식으로 유도하였다. 유도된 선형방정식으로부터 휠셋 및 이륜 대차에 대한 고유치 해석결과를 통해 임계속도를 구하였다. 임계속도에 영향을 미치는 차량 파라미터의 영향에 대한 결과를 제시하였다.

**Abstract:** In this analysis, a method is presented to calculate the critical speed of a railway vehicle by using a multibody dynamic model. The contact conditions and contact forces between the wheel and the rail are formularized for the wheelset model. This is combined with the bogie model to obtain a multibody dynamic model of a railway vehicle with constraint conditions. First-order linear dynamic equations with independent coordinates are derived from the constraint equations and dynamic equations of railway vehicles using the QR decomposition method. Critical speeds are calculated for the wheelset and bogie dynamic models through an eigenvalue analysis. The influences of the design parameters on the critical speed are presented.

### 1. 서 론

최근 각국의 철도차량 최고속도 경쟁이 계속되고 있다. 이렇게 최고속도 경쟁이 치열한 이유는 최고속도가 철도 기술 수준을 비교하는 척도이기 때문이다.

차량의 최고속도를 결정하는 중요한 요소 중 하나가 임계속도이므로 철도차량의 고속화를 위해서는 임계속도의 정확한 계산이 필수적이다. 또한 임계속도를 높일 수 있는 차량설계가 필요하다.

철도차량의 임계속도를 계산하기 위한 일반적인

방법은 차량의 선형 동역학 모델에서 고유치를 계산하는 것이다. 선형 동역학 모델은 미소한 변위를 가정하여 집중 질량으로 이루어진 차량모델에 대해 선형 동역학 모델을 얻는 방법이 있다. 또 하나는 동역학 모델에서 얻어진 운동방정식으로부터 선형 운동방정식을 추출하는 방법이다.

Lee 등<sup>(1)</sup>은 집중질량 모델에서 선형 동역학 운동방정식을 구하였다. 6 자유도계와 10 자유도계 모델의 해석결과를 비교하고 정확한 임계속도 해석을 위해서는 10 자유도계 모델이 필요함을 보였다. Zolotas 등<sup>(2)</sup>은 철도차량의 능동제어 효과를 확인하기 위해 14 자유도계 선형 모델을 제시하고 안정성 해석결과를 보였다. Kim 등<sup>(3)</sup>은 31 자유도계 철도차량 모델에 대해 Lyapunov 방법을 이용하여 한계 사이클의 안정성 결과를 고찰하였다. Chung 등<sup>(4)</sup>

† Corresponding Author, [kjuseok@ut.ac.kr](mailto:kjuseok@ut.ac.kr)  
© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

은 집중질량 모델에 대하여 분기해석을 통해 선형 및 비선형 임계속도를 계산하였다. 다물체 동역학 방법을 이용하여 안정성 해석을 수행한 연구는 유연체 동역학과 충돌해석과 같은 특수한 경우에 대해 적용되었다.<sup>(5)</sup>

다물체 동역학모델은 등가파라미터로 표현되는 집중질량 모델과는 다르게 현실의 설계 파라미터와 동일하게 표현되는 장점이 있다. 본 연구에서는 다물체 동역학 모델로 표현된 철도차량에 대한 임계속도 계산 방법을 제시한다. 다물체 동역학 모델에 대한 구속조건식의 처리방법인 QR 분해법을 이용하여 독립좌표계로 이루어진 선형화된 운동방정식을 유도한다. 선형 운동방정식의 고유치 해석을 통해 휠셋 및 이륜 대차에 대한 임계속도를 구한다. 임계속도에 미치는 차량 설계 파라미터의 영향에 대한 결과를 제시한다.

2. 철도차량 다물체 동역학 해석

철도차량은 차륜이 레일과 접촉하며 레일에 의해 안내되어 제한된 운동을 한다. 휠셋은 Fig. 1 과 같이 좌측 및 우측 차륜으로 연결되어 레일과 접촉하는 철도 차량 운동의 최소부품 단위이다. 휠셋은 독립적으로 레일 위를 주행할 수 있으므로 본 연구에서는 휠셋의 안정성 해석을 별도로 수행한다.

Fig. 1 에서 X-Y-Z는 지면에 고정된 고정좌표계이며, x-y-z는 휠셋과 같이 이동하는 국부좌표계이다. 휠의 한점  $\mathbf{r}^w$ 는 다음 식과 같이 휠셋의 중심좌표  $\mathbf{R}^w = [x^w \ y^w \ z^w]^T$ 와 휠셋의 x-y-z 좌표에서 X-Y-Z 로의 좌표변환행렬  $\mathbf{A}^w$ , 휠셋 중심에서 휠의 한점까지 거리  $\mathbf{u}^w$ 로 표현된다.

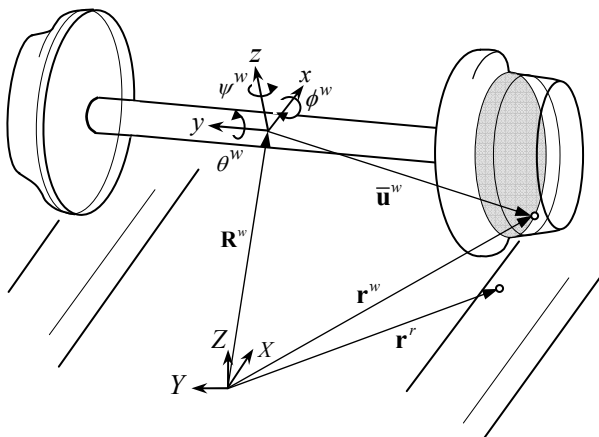


Fig. 1 Displacements of wheel and rail contact point

$$\mathbf{r}^w = \mathbf{R}^w + \mathbf{A}^w(\psi, \phi, \theta)\mathbf{u}^w \tag{1}$$

위의 식과 같이 휠셋은 단일강체로서  $\mathbf{q}^w = [x^w \ y^w \ z^w \ \psi^w \ \phi^w \ \theta^w]^T$ 의 6 자유도계의 일반 좌표를 가진다.

휠셋은 레일과의 접촉 조건에 의해 다음과 같은 구속조건방정식이 나타난다.

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{r}^w - \mathbf{r}^r = 0 \tag{2}$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{cases} \mathbf{t}_1^w \cdot \mathbf{n}^r \\ \mathbf{t}_2^w \cdot \mathbf{n}^r \end{cases} \tag{3}$$

여기서  $\mathbf{r}^r$ 는 접촉점에서 레일의 위치이며,  $\mathbf{t}_1^w$ 와  $\mathbf{t}_2^w$ 는 휠의 접선벡터,  $\mathbf{n}^r$ 는 레일의 수직벡터이다.

식 (2)는 휠과 레일이 한 점에서 접촉하는 조건이며 식 (3)은 휠과 레일이 접촉점에서 접하는 조건을 나타낸다.

Fig. 2 에서 보인 휠과 레일의 접촉력은 접촉점에서의 접촉 수직력  $\bar{F}_n$ 과 크립력  $[\bar{F}_1^c \ \bar{F}_2^c]^T$ 이 있다. 크립력은 다음 식과 같이 휠과 레일의 속도차이로 계산되는 종방향 크리피지  $\zeta_x$ , 횡방향 크리피지  $\zeta_y$ 로부터 계산된다.

$$\zeta_x = \frac{(\dot{\mathbf{r}}^w - \dot{\mathbf{r}}^r) \cdot \mathbf{t}_1^r}{\bar{V}_x} \tag{4}$$

$$\zeta_y = \frac{(\dot{\mathbf{r}}^w - \dot{\mathbf{r}}^r) \cdot \mathbf{t}_2^r}{\bar{V}_x} \tag{5}$$

여기서  $\mathbf{t}_1^r, \mathbf{t}_2^r$ 은 레일의 접선벡터이며,  $\bar{V}_x$ 는 종방향 속도이다.

크립력은 접촉 수직력과 크리피지로부터 계산되며 본 연구에서는 Polach 모델을 이용하여 계산하였다.<sup>(6)</sup>

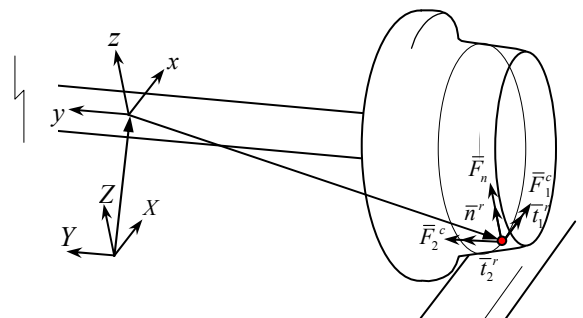


Fig. 2 Forces acting on wheel

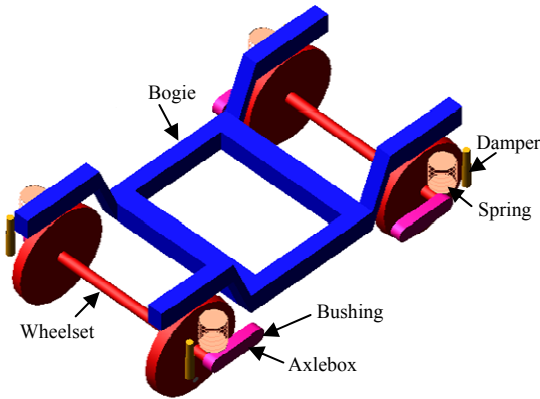


Fig. 3 Multibody dynamic model of bogie

$$[\bar{F}_1^c \quad \bar{F}_2^c]^T = f(\zeta_x, \zeta_y, \varphi, a, b, c, \bar{F}_n) \quad (6)$$

여기서,  $a, b$  는 접촉 수직력과 접촉 위치에서 차륜과 레일의 곡률 반경으로 계산되는 접촉 타원의 장, 단경,  $c$  는  $a, b$  로 계산되는 Kalker 계수이다.

휠셋의 운동방정식은 단일 강체에 대한 일반적인 다물체 동역학 방정식의 형태로 나타낼 수 있다.

대차의 운동방정식은 휠셋을 포함하여 다물체 동역학 해석방법을 이용하여 구할 수 있다. Fig. 3 은 유럽 표준(ERRI) 대차를 보여준다. 대차에는 두 개의 휠셋이 부착된다. 휠셋은 베어링을 통해 축상(Axlebox)에 회전조인트로 조립이 된다. 축상은 부싱 및 선형스프링과 댐퍼를 이용하여 대차에 연결된다.

휠셋을 포함한 대차의 구속조건식은 다음과 같다.

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{q}$  는 휠셋을 포함한 대차의 일반좌표계를 나타낸다.

다물체계 운동방정식 형태로 나타낸 대차의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{g}_d \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,  $\mathbf{M}$  은 질량행렬이며,  $\lambda$  는 라그랑지 승수,  $\mathbf{g}$  는 일반힘,  $\mathbf{g}_d$  는 구속조건식의 2 차 미분항을 나타낸다.<sup>(7,8)</sup>

### 3. 안정성해석

#### 3.1 QR 분해법

구속조건을 가진 다물체계의 운동방정식 (7)과

(8)의 수치해를 구하기 위해 시간에 대해 적분하는 경우 가속도 구속 조건식은 만족하지만 변위에 대해서는 만족하지 않을 수 있다. QR 분해법은 구속조건식에서 직교벡터계를 추출하여 미분 운동방정식이 독립좌표계만으로 적분이 가능하게 하여 이러한 문제를 해결한다.

앞 절에서 보인 구속 조건 자코비언식을 QR 분해법으로 분해를 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_q^T = \mathbf{QR} \quad (9)$$

일반좌표계의 수가  $N$  이고 구속조건식의 수가  $M$  개라면  $\Phi_q^T$  는  $N \times M$  행렬이 된다. 식 (9)에서  $\mathbf{Q}$  는  $N \times N$  행렬이며,  $\mathbf{R}$  은  $N \times M$  행렬이 된다.

이때  $\mathbf{Q}$  는 다음과 같이 두 개의 행렬로 구성이 된다.

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2] \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{Q}_1$  는  $N \times M$  행렬이 되며,  $\mathbf{Q}_2$  는  $N \times (N-M)$  행렬이 된다. 이때 두 행렬  $\mathbf{Q}_1$  과  $\mathbf{Q}_2$  는 다음과 같은 직교 성질을 가진다.

$$\mathbf{Q}_1^T \mathbf{Q}_2 = \mathbf{0} \quad (11)$$

또한,  $\mathbf{R}$  는 다음과 같은 행렬로 구성이 된다.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (12)$$

그러므로 식 (9)의 자코비언 식은 결국 다음과 같은 형태를 띈다.

$$\Phi_q^T = [\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

위의 식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Phi_q^T = \mathbf{Q}_1 \mathbf{R}_1 \quad (14)$$

#### 3.2 선형화

식 (7)과 (8)의 다물체계 구속조건식과 운동방정식은 비선형식의 형태를 띈다. 철도차량의 임계속도를 구하기 위한 안정성해석을 수행하기 위해서는 이들 비선형식을 선형화하여야 한다. 본 연구에서는 QR 분해법을 이용하여 다물체계 운동방정식의 선형화 방법을 제시한다.

QR 분해법을 적용하면 상태변수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서 독립좌표계의 속도  $\dot{\mathbf{z}}$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q}_2^T \dot{\mathbf{q}} \quad (16)$$

운동방정식을 적분하기 위해 상태변수  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y})$  형태로 나타내면 식 (8)은 다음과 같이 비선형 미분방정식 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{z}}) \quad (17)$$

$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_2 \dot{\mathbf{z}}$  를 식 (17)에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{z}}) \quad (18)$$

식 (18)에  $\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^T & \mathbf{I} \end{bmatrix}$  를 전승하고,  $\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_2^T \mathbf{Q}_2 + \mathbf{I} = 2\mathbf{I}$  를 이용하면 식 (18)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{z}}) \quad (19)$$

완전히 독립좌표계로만 이루어진 위의 식을 변분하면 다음과 같이 선형화된 식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{\mathbf{z}} \\ \delta \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{z}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{z} \\ \delta \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

위의 식에서 차량의 주행속도를 변경하면서  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{z}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$  의 고유치를 계산한다. 이때 고유치 실수부의 값이 양이 되는 경우 차량의 주행속도가 임계속도로 계산된다.

본 논문에서 유도한 선형운동방정식의 수치해석은 Matlab<sup>(9)</sup>을 이용하여 수행하였다. QR 분해법은 qr 함수를 이용하였으며 고유치는 eig 함수를 이용하여 계산하였다.

#### 4. 임계속도 계산

##### 4.1 휠셋의 임계속도

앞에서 보인 QR 분해법을 이용한 고유치 해석

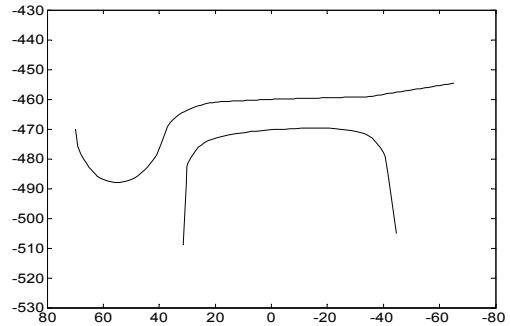


Fig. 4 Wheel and rail profiles

방법을 휠셋에 적용하여 임계속도를 구하였다. 휠셋의 휠 형상과 레일의 형상은 Fig. 4 와 같다. 휠은 S1004 사양이며, 레일은 UIC60 형상에 1/20 기울기로 내부로 기울어져 있다. 윤축의 질량은 1600kg 이며, 관성은  $[\bar{I}_{xx} \quad \bar{I}_{yy} \quad \bar{I}_{zz}] = [660 \quad 160 \quad 660] \text{kgm}^2$  이다.

Fig. 5 는 고유치 해석 결과로서 속도의 증가에 따른 근의 궤적을 보여준다. 고유치 중에서 실수 값이 양인 경우 계가 불안정한 상태가 되며 이때의 속도가 임계속도가 된다. 실선은 본 연구에서 제시한 휠셋의 다물체 동역학 모델에 대한 선형화로 구한 고유치 해석결과이다. 점선은 본 연구 방법의 검증 방법을 위해 단순 모델로 구한 선형 모델의 해석결과이다. 휠셋의 간략화된 선형 모델은 동일한 휠셋에 대해 집중질량 모델로 가정하여 구한 2 자유도 선형모델이다.<sup>(10)</sup>

2 자유도계 선형모델은 횡방향 변위  $y$  와 요 각도  $\psi$  로 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_0 \gamma}{L}\right) & \frac{2f_{12}}{V} \\ -\frac{2f_{12}}{V} \left(1 + \frac{r_0 \gamma}{L}\right) + I_{yy} \frac{\gamma V}{r_0 L} & \frac{2(f_{22} + L^2 f_{33})}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \psi \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$+ \begin{bmatrix} k_{g1} & -2f_{11} \\ \frac{2L f_{33} \gamma}{r_0} & 2f_{12} + k_{g1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서  $m$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  는 관성,  $f_{ij}$  는 크리피지 계수,  $V$  는 종속도,  $L$  은 휠셋 폭,  $\gamma$  는 휠 형상 코너시티,  $r_0$  는 휠 반경,  $k_{g1}$  는 중력강성이다.

본 연구에서 제시한 방법으로 구한 임계속도는 28m/s 이며 2 자유도 모델의 경우 31m/s 로 계산되었다. 다물체 동역학 모델의 결과와 2 차원 간략화된 단순 모델의 결과는 임계속도와 고유치 근의 궤적에서 유사한 경향을 가지나 일부 차이가 나타났다. 2 자유도계 단순 모델은 횡 방향 변위 및 요 각도의 두 가지 변수만을 이용하여 단순화시킨 모델이나 본 연구의 다물체 동역학 모델은 휠셋의

롤 운동, 수직 운동 등을 고려한 6 자유도계 변위, 3 차원 휠과 레일의 형상, 비선형 크리피지 값 등을 고려한 비선형운동방정식으로부터 선형모델로 유도되어 2 자유도계 단순모델과는 일부 차이가 있는 것으로 추정된다. 또한, 2 자유도계 단순모델의 파라미터는 등가 값으로 가정하여 다물체계 모델의 결과와 일부 차이가 나는 것으로 추정된다.

휠셋이 대차에 장착되어 주행하는 경우 임계속도가 증가한다. 이때 대차의 질량 증가분에 의해 임계속도 증가의 기여도가 어느 정도인지 확인하였다. Fig. 6 는 휠셋의 질량에 대차의 질량을 추가한 경우 해석결과를 보여준다. 대차의 질량이 휠셋 하나의 축중으로 작용할 때 1676kg 이 가해지는 것으로 계산된다. 대차의 질량이 더해지더라도 임계속도는 28m/s 에서 32m/s 로 4m/s 증가하는 것으로 나타났다.

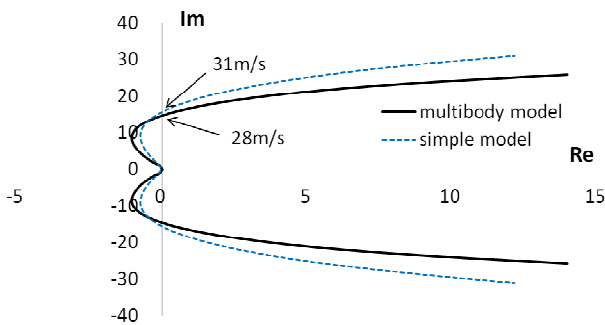


Fig. 5 Root loci of wheelset model

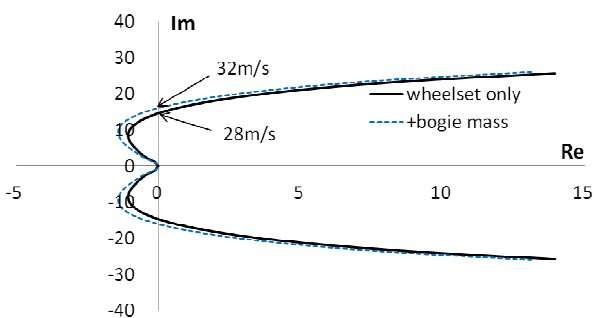


Fig. 6 Root loci of wheelset model due to bogie mass

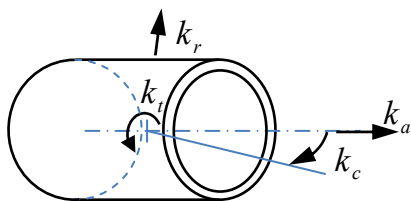


Fig. 7 Bushing of axlebox

4.2 대차의 임계속도 계산

Fig. 3 의 ERRI 대차에 대한 임계속도를 계산하였다. 대차의 설계사양은 Table 1 과 같으며 Fig. 7 에서 보인 부싱의 강성은 Table 2 와 같다.

Fig. 8 은 대차 모델에 대한 속도에 따른 고유치에 대한 근의 궤적을 보여준다. 차량의 자유도와 동일한 개수의 고유치가 존재하나 실수부가 양으로 변하는 고유치만을 나타내었다. 속도가 증가함에 따라 고유치는 실수부의 음에서부터 증가하였다. y 축과 교차하는 속도인 임계속도는 90.3m/s 로 나타났다. Fig. 1 의 단일 휠셋의 경우 임계속도는 28m/s 이고 대차의 축중을 고려하더라도 32m/s 였지만 대차의 경우 90.3m/s 로 약 3 배 정도 임계속도가 증가하는 것으로 나타났다. 이는 대차의 질량보다는 구조적 안정성으로 인해 임계속도가 증가하는 것을 나타낸다.

4.3 파라미터 해석

다물체 동역학모델은 집중질량 모델과 다르게

Table 1 Mass, spring and damping of the bogie

Mass [kg] Mass mom. of inertia [kgm <sup>2</sup> ]	Bogie frame	2615 1722, 1476, 3067
	Wheelset	1503 810, 112, 810
	Axlebox	155 2.1, 5.6, 5.6
Spring stiffness [N/m]		6.17e+005
Damping rate [N/(m/sec)]		1000

Table 2 bushing data of bogie

$k_r$	Radial rate(N/m)	3e+7
$k_a$	Axial rate(N/m)	3e+6
$k_t$	Torsional rate(Nm/deg)	349
$k_c$	Conical rate(Nm/deg)	175

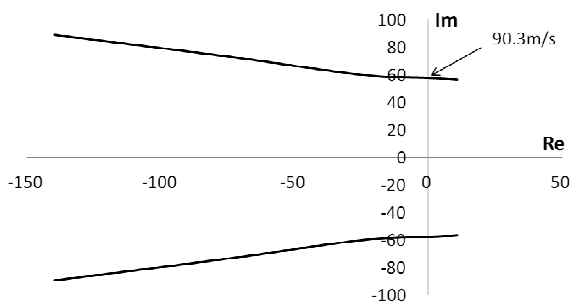


Fig. 8 Root loci of bogie model

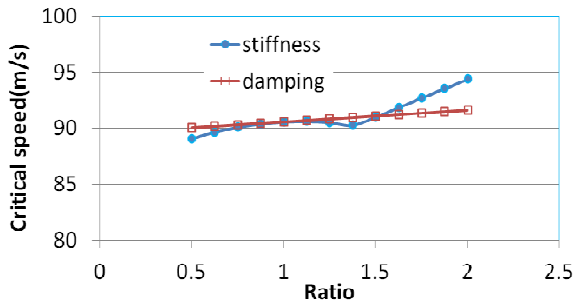


Fig. 9 Critical speed vs. stiffness and damping

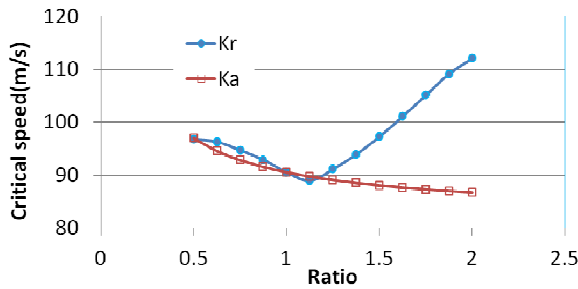


Fig. 10 Critical speed vs. translational rates of bushing

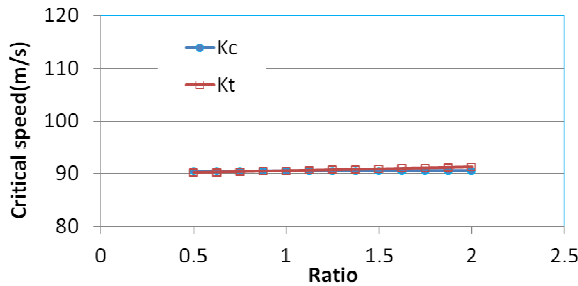


Fig. 11 Critical speed vs. rotational rates of bushing

현실의 설계 파라미터와 동일한 장점이 있다. 여기서는 설계 파라미터가 임계속도에 미치는 영향을 계산하였다. 스프링 강성과 감쇠, 링크 연결 부싱의 강성을 1/2 로 감소시켰을 때와 2 배로 증가시켰을 때의 영향을 살펴보았다.

Fig. 9 는 현가장치의 스프링 강성과 감쇠의 변화에 따른 임계속도의 변화를 보여주고 있다. 감쇠는 크기가 커짐에 따라 임계속도가 비례적으로 증가하였다. 스프링 강성 변화에 따른 임계속도의 변화는 비례적이지 않다. 스프링 강성은 현재값에서 1.4 배가 되면 임계속도가 감소하다가 증가하는 것을 알 수 있다.

Fig. 10 은 Table 2 의 부싱강성 중에서 병진 강성에 대한 영향을 보여주고 있다. 반경방향 강성  $k_r$  은 1.1 배까지 임계속도를 줄여주는 효과가 있었으나 그 이상에서는 임계속도가 증가하는 것으로 나타났다. 축방향 강성  $k_a$  는 커지면 비례적으로 임

계속도가 감소하는 것으로 나타났다.

Fig. 11 은 Table 2 의 부싱강성 중에서 회전방향 강성에 대한 영향을 보여준다. Fig. 11 을 보면 부싱의 회전방향 강성  $k_t$ ,  $k_c$  는 임계속도에 영향이 없음을 보여준다. 즉, 회전방향 강성은 차량의 안정성과는 무관함을 알 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 다물체 동역학 해석 방법을 이용한 철도차량 임계속도 계산 방법을 제시하였다.

철도차량의 휠셋에서 나타나는 휠과 레일의 접촉 구속조건식과 접촉력은 구속조건을 가진 다물체 동역학 운동방정식 형태로 표현하였다. 이와 같은 철도차량의 다물체 동역학 모델에 대한 비선형 구속조건식과 운동방정식은 QR 분해법을 이용하여 독립좌표만으로 선형 운동방정식을 유도하였다. 유도된 선형방정식으로부터 고유치해석을 통해 임계속도를 계산하였다.

철도차량 휠셋의 모델에 대해 고유치해석을 간략화된 단순 모델과 비교하여 본 연구방법의 타당성을 검증하였다. 본 연구에서 제시한 방법으로 구한 임계속도는 28m/s 이며 2 자유도 모델의 경우 31m/s 로 계산되었다. 2 자유도계 모델의 해석결과와의 차이는 모델링의 차이와 입력 파라미터의 차이로 추정된다.

고유치 해석을 통해 대차 모델에 대한 임계속도를 구한 결과 대차의 경우 90.3m/s 로 휠셋에 비하여 약 3 배 정도 임계속도가 증가하는 것으로 나타났다.

다물체 동역학 모델은 집중질량 모델과는 다르게 등가 파라미터가 아닌 실제 설계 파라미터로 구성되므로 파라미터 해석은 차량 설계에 도움을 줄 수 있다. 본 연구에서는 현가장치의 강성, 감쇠, 부싱의 강성 파라미터가 임계속도에 미치는 영향을 제시하였다.

### 후 기

이 논문은 2012 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(NRF-2010-0022205)

### 참고문헌

(1) Lee, S.Y. and Cheng, Y.C., 2005, "Hunting Stability Analysis of High-Speed Railway Vehicle Trucks on Tangent Tracks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, pp. 881~898.

- (2) Zolotas, A.C., Pearson, J.T. and Goodall, R.M., 2006, "Modelling Requirements for the Design of Active stability Control Strategies for a High Speed Bogie," *Multibody System Dynamics*, Vol. 15, pp. 51~66.
- (3) Kim, P.K. and Seok, J.W., 2010, "Bifurcation Analysis on the Hunting Behavior of a Dual-Bogie Railway Vehicle Using the Method of Multiple Scales," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, pp. 4017~4039.
- (4) Chung, W.J. and Kim, S.W., 2000, "A Study on the Critical Speed of Railway Vehicles," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 24, No. 8, pp. 1991~1999.
- (5) Bauchau, O.A. and Nikishkov, Y.G., 2001, "An Implicit Transition Matrix Approach to Stability Analysis of Flexible Multi-Body Systems," *Multibody System Dynamics*, Vol. 5, pp. 279~301.
- (6) Polach, O. 1999, "A Fast Wheel- Rail Forces Calculation Computer Code," *Vehicle System Dynamics* Supplement, Vol. 33, pp. 728~739.
- (7) Kang, J.S., 2013, "A Study on the Dynamic Analysis of Railway Vehicle by Using Track Coordinate System," *Trans. KSAE*, Vol. 21, No. 2, pp. 113~121.
- (8) Kang, J.S., 2012, "A Three Dimensional Wheelset Dynamic Analysis considering Wheel-rail Two Point Contact," *J. of Korean Society for Railway*, Vol. 15, NO. 1, pp. 1~8.
- (9) Using Matlab Ver. 6, 2004, The Mathworks Inc., Natick, MA, USA.
- (10) Shabana, A.A., Zaazaa, K.E. and Sugiyama, H., 2008, *Railroad Vehicle Dynamics: A Computational Approach*, CRC Press.