

## 비정렬격자와 예조건화 기법을 이용한 저압축성 점성유동해석

손 상 준<sup>1</sup>, 안 형 택<sup>\*2</sup>

<sup>1</sup>해군 기술연구소

<sup>2</sup>울산대학교 조선해양공학부

### PRECONDITIONED NAVIER-STOKES COMPUTATION FOR WEAKLY COMPRESSIBLE FLOW ANALYSIS ON UNSTRUCTURED MESH

S.J. Son<sup>1</sup> and H.T. Ahn<sup>\*2</sup>

<sup>1</sup>Naval Research Laboratory, Republic of Korea Navy

<sup>2</sup>School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Univ. of Ulsan

*Preconditioned compressible Navier-Stokes equations are solved for almost incompressible flows. Unstructured meshes are utilized for spatial discretization of complex flow domain. Effectiveness of the current preconditioning algorithm, with respect to various Reynolds numbers and Mach numbers, is demonstrated by the solution of canonical problems for incompressible flows, e.g. driven cavity flows.*

**Key Words :** 시간 미분항의 예 조건화(Time-derivative preconditioning), 저압축성 유동(Weakly compressible flow), 내재적 시간적분(Implicit time integration), 비 정렬 격자(Unstructured grids)

### 1. 서 론

선박유체역학에서는 주로 비압축성 오일러 방정식(Euler equations)과 나비야-스토크스 방정식(Navier-Stokes equations)의 근사해를 압력 기반(pressure-based)의 방식 혹은 밀도 기반(density-based)의 수치적 기법을 이용해 구해 왔다. 비압축성 유동에 적합한 압력 기반 기법에서는 주로 엇갈린 격자(staggered grid)에서 압력을 속도와 분리된 형태로 처리하는 압력 수정법(pressure correction method)을 이용한다. 밀도 기반의 방법에서는 hyperbolic 지배방정식을 풀 때 속도와 압력이 결합된 형태로 시간 진행을 하며, 일반적으로 압축성 유동 계산에 적합한 것으로 알려져 있다. 최근에는 선박유체역학분야의 주된 관심사는 선박 주변의 비압축성 유동뿐만 아니라 slamming이나 cavitation과 같은 압축성 효과의 개입이 필수적인 문제가 대두 되고 있다[1]. 그러나 압축성 Navier-Stokes 방

정식을 이용하여 낮은 마하수(Mach number) 유동을 해석할 경우 음속과 유속의 큰 괴리로 인하여 효율적인 해석이 되지 않는 것으로 알려져 있다. 이를 극복하기 위해 시간 미분항(time-derivative)의 예조건화 기법(preconditioning techniques)이 발달되었고 낮은 마하수의 비압축성 유동해석에 사용된다[2].

전산유동해석에 가장 단순한 격자는 단일 블록으로 된 정렬격자(structured mesh)라고 할 수 있으나, 정렬 격자는 일정한 패턴이 있기 때문에 복잡한 계산영역을 용이하게 이산화 하는데 어려움이 있다. 최근 조선분야에서 요구되는 에너지 절감을 위해 선체에 부착되는 여러 부가물과 같은 복잡한 물체의 해석에 정렬격자를 사용하고자 한다면 격자의 구성에 많은 어려움을 겪는다. 이에 반해 비정렬격자(unstructured mesh)[3]를 이용한다면 복잡한 형상의 물체 주변에도 손쉽게 격자를 생성할 수 있고, 적절하게 수정을 할 경우 해의 정확도와 계산의 효율 또한 좋게 할 수 있기에 매력적이라고 할 수 있다.

이 논문에서는 위와 같은 이유로 압축성 나비야-스토크스 방정식에 예조건화 기법을 적용하여 비압축성 유동을 해석을 해보고자 한다. 고전적인 문제인 2차원 driven-cavity 문제를 비정렬 격자와 위에서 언급한 방법을 적용하여 타당성을 검증하고자 한다.

Received: July 18, 2013, Revised: September 16, 2013,

Accepted: September 17, 2013.

\* Corresponding author, E-mail: htahn@ulsan.ac.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2013.18.3.079>

© KSCFE 2013

## 2. 지배 방정식

본 논문에서 사용된 2차원 비점성 압축성 Navier-Stokes 방정식은 index 표기법 사용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = \frac{\partial G_j}{\partial x_j} \quad (1)$$

여기서  $U$ 는 보존량 벡터(flow variable vector),  $F$ 는 비점성 유량 벡터(invscid flux vector),  $G$ 는 점성 유량 벡터(viscous flux vector)를 의미한다.

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_i \\ \rho e \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v_j \\ \rho v_i v_j + p \delta_{ij} \\ v_j (\rho e + p) \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{ij} \\ v_j \sigma_{ij} + k \frac{\partial T}{\partial x_j} \end{pmatrix} \quad (2)$$

그리고 위의  $\rho$ ,  $p$ ,  $e$ ,  $T$ ,  $k$ 는 각각 유체의 밀도(density), 압력(pressure), 전체 비에너지(specific total energy), 온도(temperature), 열 전도도(thermal conductivity)를 의미하며  $v_i$ 는  $x_i$ 방향의 속도를 의미한다. 전체 비에너지(specific total energy)는  $e = H - p/\rho$ 이며, 전체 엔탈피(total enthalpy)는  $H = h + 0.5|v|^2$ 로 표현된다. 여기서  $h = C_p T$ 이고  $C_p$ 는 정압 비열(specific heat at constant pressure)이다. 이 방정식들에 이상 기체의 상태 방정식(equation of state)

$$p = (\gamma - 1)\rho(e - \frac{1}{2}v_j v_j), T = \frac{e - \frac{1}{2}v_j v_j}{C_v} \quad (3)$$

이 더해지면 완성된 형태의 방정식을 얻는다. 여기서  $\gamma$ 는 비열비(ratio of specific heat),  $C_v$ 는 정용 비열(specific heat at constant volume)이다. 그리고 응력 텐서(stress tensor)는 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4)$$

열 전도도  $k$ 와 점성계수  $\lambda$ 는 온도에 따라 달라지나, 여기에서는 아래와 같은 관계를 가지는 것으로 근사한다.

$$\lambda + \mu \frac{2}{3} = 0 \quad (5)$$

## 3. 예 조건화

아래와 같이 기존의 방정식에서 conservative variable  $U$ 를 primitive variable  $Q$ 로 바꿔 넣으면 예 조건화 된 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = \frac{\partial G_j}{\partial x_j} \quad (6)$$

$Q = [p, v_x, v_y, v_z, T]^t$ 이고 자코비언(Jacobian) 행렬  $\partial U/\partial Q$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial Q} = \begin{pmatrix} \rho_p & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \rho_p v_x & \rho & 0 & 0 & \rho_T v_x \\ \rho_p v_y & 0 & \rho & 0 & \rho_T v_y \\ \rho_p v_z & 0 & 0 & \rho & \rho_T v_z \\ (\rho_p H - 1) \rho v_x \rho v_y \rho v_z \rho_T H + \rho C_p \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서  $\rho_p$ 와  $\rho_T$ 는 아래와 같다.

$$\rho_p = \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_T, \rho_T = \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_p \quad (8)$$

원래의 예 조건화 되지 않은 자코비언 행렬  $\partial U/\partial Q$ 를 예 조건화 행렬(preconditioning matrix)  $\Gamma$ 로 바꾸어 넣어 예 조건화 된 나비에-스토크스 방정식을 얻는다.

$$\Gamma \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = \frac{\partial G_j}{\partial x_j} \quad (9)$$

Choi and Merkle[2]이 처음 제안한 예 조건화 행렬  $\Gamma$ 는 아래와 같다.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \Theta v_x & \rho & 0 & 0 & \rho_T v_x \\ \Theta v_y & 0 & \rho & 0 & \rho_T v_y \\ \Theta v_z & 0 & 0 & \rho & \rho_T v_z \\ (\Theta H - 1) \rho v_x \rho v_y \rho v_z \rho_T H + \rho C_p \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기에서는 Weiss and Smith[4]가 발전시킨 형태를 사용하고 있다. 위의 예 조건화 행렬의  $\Theta$ 는 다음과 같다.

$$\Theta = (1/V_r^2 - \rho_T/\rho C_p) \quad (11)$$

주어진 식의  $V_r$ 은 기준 속도(reference velocity)이며  $V_r$ 의 값은 예 조건화의 성패를 가름한다. 그 값의 크기가 국부 음속(local speed of sound)와 같다면 식 (9)는 기존의 예 조건화 되지 않은 식 (1)과 같아진다. 예 조건화 된 식 (1)에서 모든 고유값(eigen value)의 크기가 같은 차수가 되려면 reference velocity  $V_r$ 의 차수는 국부 속도(local velocity)의 차수와 같아야 하므로 아래와 같은 reference velocity를 차용한다[5].

$$V_r = \min [c, \max(|v|, K|v_\infty|)] \tag{12}$$

위 식에서  $|v|$ 는 국부 속도의 크기이고,  $|v_\infty|$ 는 fixed reference velocity이며,  $c$ 는 음속이다. 정체점(stagnation point)부근에서 변칙적으로 행동하는 것을 방지하기 위해 식 (12)의  $V_r$ 을 제한해야 한다. 여기서는  $|v_\infty|$ 는 자유유동(free stream)의 크기와 같게 두고 상수  $K$ 는 0.5로 고정한다.

낮은 레이놀즈수(Reynolds number)의 점성 유동에서 reference velocity는 국부 확산 속도(local diffusion velocity)  $\mu/(\rho\Delta d)$  보다 작아서는 안 된다. 여기서  $\Delta d$ 는 characteristic mesh size length이다. 따라서

$$V_r = \max(V_r, \mu/\rho\Delta d) \tag{13}$$

예조건화 된 계(system)의 고유치는 다음과 같다.

$$\lambda \left( \Gamma^{-1} \frac{\partial F}{\partial Q} \right) = v' - c', v_n, v_n, v_n, v' + c' \tag{14}$$

여기서,

$$v_n = v \cdot n \tag{15}$$

$$v' = v_n (1 - \alpha) \tag{16}$$

$$c' = \sqrt{\alpha^2 v_n^2 + V_r^2} \tag{17}$$

$$\alpha = (1 - \beta V_r^2) / 2 \tag{18}$$

$$\beta = \rho_p + \rho_T / \rho C_p \tag{19}$$

이다. 여기서  $n$ 은 각각의 유한체적에서 정의되는 외향단위법선(unit outward-normal) 벡터이다.

### 4. 수치적 접근

#### 4.1 공간차분

예조건화 된 나비아 스톡 방정식의 차분은 다음과 같이

유한 체적의 형태와 유한 요소의 형태가 혼합된 식으로 나타낼 수 있다. 여기서  $N_i$ 는 선형 유한 요소의 절점  $i$ 에서의 basis function이며  $C_i$ 는 절점  $i$ 가 포함된 edge dual 제어 체적이다[2,6].

$$\begin{cases} \text{find } Q_h \in \Gamma_h \text{ such that for each} \\ N_i (1 \leq i \leq n) \\ \Gamma \int_{C_i} \frac{\partial Q_h}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial C_i} F \cdot n d\Omega \\ = \int_{\Omega_h} \frac{\partial G}{\partial x} N_i d\Omega \end{cases} \tag{20}$$

제어 체적의 모서리 위에서의 비점성 유량의 계산은 아래와 같은 Roe의 flux-difference splitting[7]을 이용하여 구한다.

$$F_{Roe} = \frac{1}{2} (F(Q_L) + f(Q_R)) - \frac{1}{2} |\widehat{A}_{Roe}| \cdot (Q_R - Q_L) \tag{21}$$

$\widehat{A}_{Roe}$ 는 Roe averaged flux jacobian 행렬이며 다음과 같이 주어진다[7].

$$|\widehat{A}| = T|A|T^{-1} \tag{22}$$

$T$ 와  $T^{-1}$ 은 유량 자코비언의 right eigenvector와 그의 역행렬이다. 주어진 격자에서 각각의 제어체적  $V_i$ 에서 적분된 방정식은 아래와 같이 시간에 대한 상미분 방정식으로 표현된다.

$$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} = -\Gamma^{-1} R_i \tag{23}$$

여기서  $R_i$ 는 right-hand side residual이고 정상 상태에서는 0에 수렴한다.

#### 4.2 내재적 시간적분

공간 차분이 된 예조건화 나비아 스톡 방정식의 해를 구하기 위해서는 시간 적분을 해야 한다. 오일러 내재적 시간적분(Euler implicit time-integration)을 적용하면 식 (23)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_i \frac{\Delta Q_i^n}{\Delta t} = -\Gamma^{-1} R_i^{n+1} \tag{24}$$

여기서  $\Delta t$ 는 시간 증분(time increment)을 의미하고  $\Delta Q^n$ 은

time level 사이의 미지수 변화량(difference of unknown)을 의미한다.

$$\Delta Q_i^n = Q_i^{n+1} - Q_i^n \quad (25)$$

식 (24)를 선형화 하면 다음과 같다.

$$V_i \frac{\Delta Q_i^n}{\Delta t} = -\Gamma^{-1} (R_i^n + \frac{\partial R_i^n}{\partial Q} \Delta Q_i^n) \quad (26)$$

여기서 좌우변의 시간 증분량을 중심으로 재 기술하면 아래와 같이 표현할 수 있는데

$$A \Delta Q^n = -\Gamma^{-1} R^n \quad (27)$$

Jacobian 행렬  $A$ 는 아래와 같이 표현되고

$$A = \frac{V}{\Delta t} I + \Gamma^{-1} \frac{\partial R^n}{\partial Q} \quad (28)$$

아래 잉여항 차분은 좌변의 jacobian 행렬을 구하는데 사용된다.

$$\begin{aligned} \Gamma^{-1} R_i &= \\ \sum_j \frac{1}{2} [ &\Gamma^{-1} (F(Q_i, n_{ij}) + F(Q_j, n_{ij})) - |\lambda_{ij}| (Q_j - Q_i) ] |s_{ij}| \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 spectral radius  $|\lambda_{ij}|$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$|\lambda_{ij}| = |u'_{ij}| + c'_{ij} + \frac{\mu_{ij}}{\rho_{ij} |x_j - x_i|} \quad (30)$$

$|s_{ij}|$ 는 점  $i, j$ 를 연결한 모서리에 위치한 control volume 면에 수직한 면적 벡터이고,  $n_{ij}$ 는 그의 단위 벡터이다.

$$\begin{aligned} \Gamma^{-1} R_i^{inv} &= \\ \sum_j \frac{1}{2} [ &\Gamma^{-1} (F(Q_i, n_{ij}) + F(Q_j, n_{ij})) - |\Gamma^{-1} \mathcal{J}(\tilde{Q})| (Q_j - Q_i) ] |s_{ij}| \end{aligned} \quad (31)$$

점성 유량 자코비언 행렬은 위의 선형화 과정의 spectral radius를 이용하면 구할 수 있다. 고로 식 (29)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Gamma^{-1} \frac{\partial R_i}{\partial Q_i} = \sum_j \frac{1}{2} (\Gamma^{-1} \mathcal{J}(Q_i, n_{ij}) + |\lambda_{ij}| D) |s_{ij}| \quad (32)$$

$$\Gamma^{-1} \frac{\partial R_i}{\partial Q_j} = \sum_j \frac{1}{2} (\Gamma^{-1} \mathcal{J}(Q_i, n_{ij}) + |\lambda_{ij}| D) |s_{ij}| \quad (33)$$

여기서  $\mathcal{J} = (\partial F / \partial Q)$  유량 벡터의 자코비언(Jacobian of the flux vector)을 의미한다. 이것은 유량 벡터의 conservative variables에 대한 gradient이다. 이것을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\vec{A}_c = \frac{\vec{\partial F}_c}{\partial W} \quad (34)$$

conservative variable과 비점성 유량 벡터는 아래와 같이 주어지는데,

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}, \quad \vec{F}_c = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + n_x p \\ \rho v V + n_y p \\ \rho H V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$V = u n_x + v n_y \quad (36)$$

$$p = (\gamma - 1) \rho (e - \frac{1}{2} v_j v_j) \quad (37)$$

$$H = E + (\gamma - 1) [E - \frac{(u^2 + v^2)}{2}] \quad (38)$$

식 (34)의 비점성 유량 벡터의 성분들을 다음 식 (36), (37), (38)의 관계를 이용하여 conservative variable이 포함된 식의 형태로 바꾸면 비점성 자코비언 행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{A}_c &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \frac{\partial f_1}{\partial u_3} & \frac{\partial f_1}{\partial u_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \frac{\partial f_2}{\partial u_3} & \frac{\partial f_2}{\partial u_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} & \frac{\partial f_3}{\partial u_3} & \frac{\partial f_3}{\partial u_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} & \frac{\partial f_4}{\partial u_3} & \frac{\partial f_4}{\partial u_4} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & n_x & n_y & 0 \\ n_x \phi - u V & V - a_3 n_x u & n_y u - a_2 n_x v & a_2 n_x \\ n_y \phi - v V & n_x v - a_2 n_y u & V - a_3 n_y v & a_2 n_y \\ V(\phi - a_1) & n_x a_1 - a_2 u & V n_y a_1 - a_2 v V & \gamma V \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

여기서  $a_1, a_2, a_3, V, \phi$ 는 각각 다음과 같다.



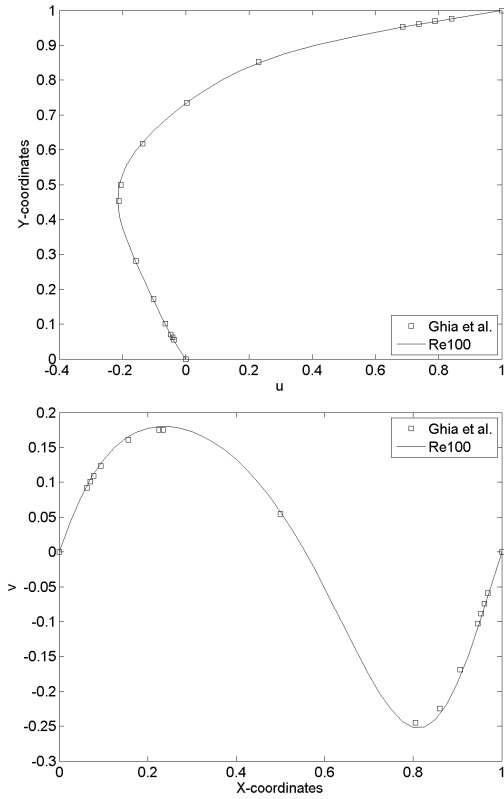


Fig. 5 Velocity along geometric center line (x=0.5 and y=0.5, Re=100, Ma=0.005)

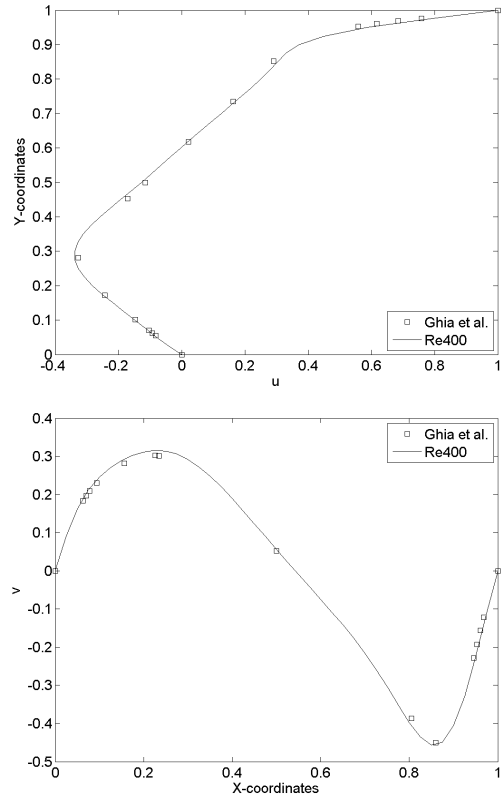


Fig. 6 Velocity along geometric center line (x=0.5 and y=0.5, Re=400, Ma=0.005)

격자의 크기를 변경해 가며 경향을 관찰하였다.

격자는 정사각형을 반으로 잘라 만든 삼각형 격자를 사용하였다. 이와 같은 격자는 엄밀히 이야기한다면 비정렬 격자라고 할 수 없지만 비정렬 격자에서 작동하는 내용들을 점검해 보는 데에는 무리가 없으므로 Fig. 4와 같은 격자를 구성하여 사용하였다.

### 5.1 Ghia et al.과의 비교

Fig. 5와 6에 보이는 바와 같이, 계산한 영역의 중심을 가로지르는 선(x=0.5와 y=0.5)을 따라 분포한 속도 분포를 Ghia et al.[8]의 데이터와 비교하였다. 레이놀즈수는 100일 때의 결과를 Fig. 5에 나타내었고, 레이놀즈수 400일 때 결과는 Fig. 6에 도식화 하였다. 이때 마하수는 공히 0.005로 두었다.

레이놀즈수가 증가함에 따라 각 방향 속도의 최소값이 증가하고, 벽면으로부터 수직인 방향으로의 속도 기울기 또한 커지는 것을 관찰할 수 있다. 이는 높은 레이놀즈수에서의 경계층의 두께의 경향을 잘 반영한다. 또한 Fig. 7과 8에서 보이는 바와 같이, 유선으로부터 확인할 수 있는 유체 회전의 중심은 계산영역의 중심으로 내려오며 하단 양 끝의 와류도 점점 커지는 경향을 관찰할 수 있다.

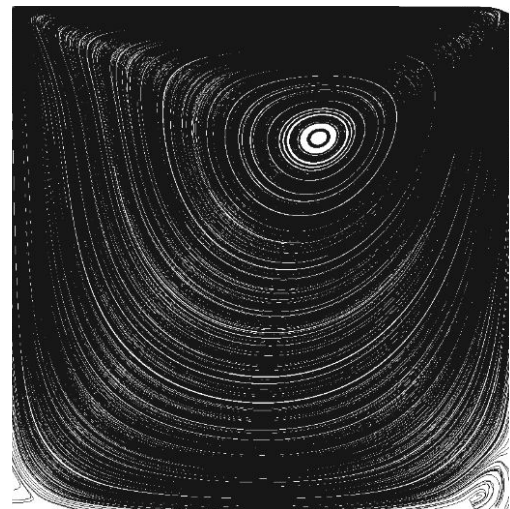


Fig. 7 Streamlines, Ma=0.005, Re=100

### 5.2 격자 수렴도 조사

격자의 크기에 따른 수렴도를 관찰하기 위해서 레이놀즈수는 400으로 두고 마하수는 0.005로 두었다. 계산은 격자의 크기를 바꾸어 가며 수행했다. 격자의 크기가 전체 계산영역 크

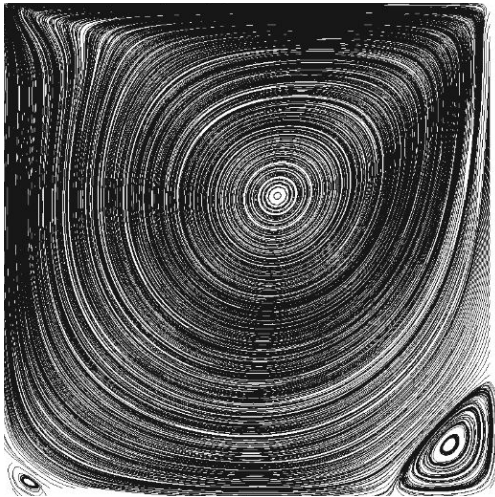


Fig. 8 Streamlines, Ma=0.005, Re=400

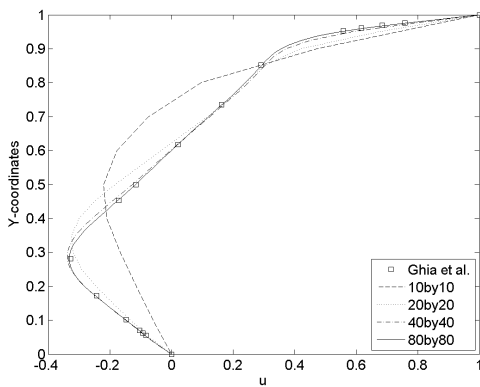


Fig. 9 X-velocity along x=0.5line with various size of mesh

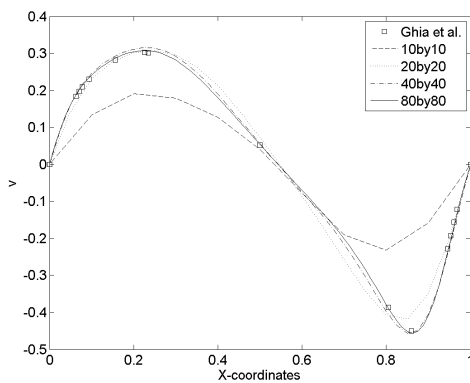


Fig. 10 Y-velocity along y=0.5line with various size of mesh

기의 0.1, 0.05, 0.025, 0.0125, 즉 10×10, 20×20, 40×40, 80×80의 네 가지 격자로 계산을 수행하였다.

Fig. 9와 Fig. 10은 격자의 크기가 작아질수록 Ghia et al.[8]과 Botella and Peyret[9]의 결과와 근접해 짐을 보여 준다.

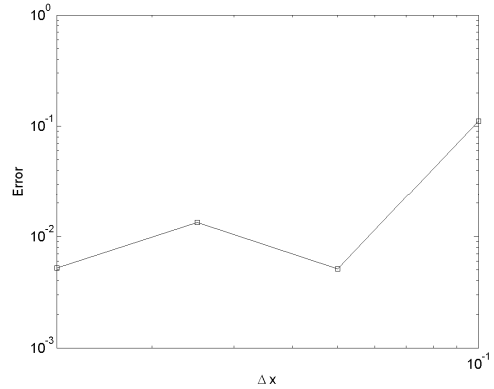


Fig. 11 Mesh convergence rate, with u minimum

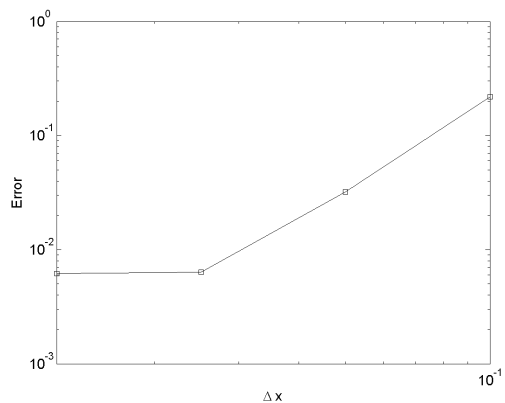


Fig. 12 Mesh convergence rate, with v minimum

Fig. 11과 12에서는 각 방향 대표 속도의 격자 수렴도를 나타내었다. 기준값과의 오차는 아래와 같이 계산하였다.

$$Error = |u_i^{ref} - u_i^{result}| \tag{48}$$

기준값으로는 Ghia et al.[8]의 결과에서 각 방향 속도 성분의 최솟값으로 정하였다. 전체적으로는 격자가 작아질수록 오차가 줄어드는 경향을 보이고 있다.

### 5.3 마하수와 레이놀즈수의 영향

마하수와 레이놀즈수에 따른 잉여항의 수렴도를 관찰하기 위해 레이놀즈수는 400, 1000으로 고정시키고 마하수는 0.001, 0.005, 0.01로 변화시켜 계산을 수행하였다. 격자는 Fig. 2에서 보인 바와 같은 40×40 격자를 사용하였다.

Iteration을 1000번 한 후 잉여항의 수렴도를 관찰해 보면, 마하수가 일정 수준 이하로 내려가면 수렴이 급격히 늦어진다는 것을 관찰할 수 있다. 결과를 보고 알 수 있는 점은 이와 같은 2차원 lid-driven cavity 문제에서는 레이놀즈수에 비해

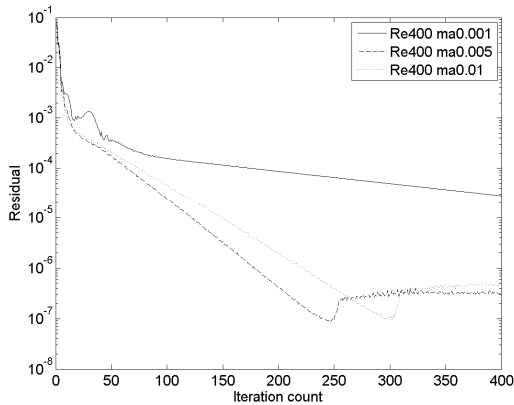


Fig. 13 Convergence history, Re=400 for various values for Mach number

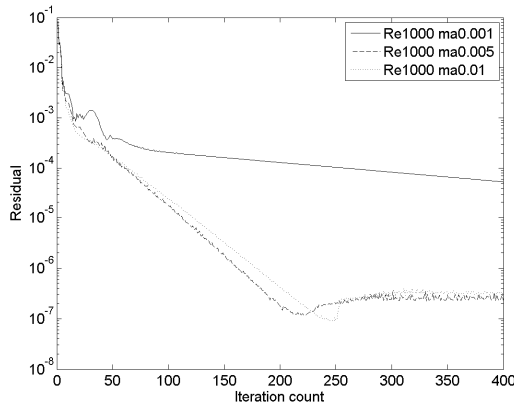


Fig. 14 Convergence history, Re=1000 for various values for Mach number

마하수의 영향이 크다는 사실이다. 위 Fig. 13과 14는 마하수가 낮을수록, 레이놀즈수가 높을수록 수렴이 어려울 것이라는 직관적인 예측에는 어긋난 결과를 보여 주지만, 특정 조건에서 계산의 효율이 좋아질 수 있다는 추측을 해 볼 수 있다.

## 6. 결 론

예조건화 기법을 비정렬 격자에 적용시켜 내재적 방법으로 비압축성 유동 해석을 해 보았다. 해석을 통해 얻은 결과를 Ghia et al.[8]의 결과와 비교해 보았을 때 근사한 결과를 얻을 수 있었다. 수렴도의 경우 레이놀즈 수 보다는 마하수에 더욱 민감하게 반응하는 경향을 보였고 계산에 사용된 무차원화 변수들과 격자의 크기와 같은 parameter에 의한 영향은 직관적으로 내린 예측(마하수가 높을수록, 레이놀즈수가 낮을수록 수렴이 좋음)을 벗어났지만 각 조건에 맞는 최적의 parameter

값의 범위가 있으며 이것을 적절히 조절할 경우 특정 범위의 낮은 마하수의 유동해석을 효과적으로 할 수 있다는 것을 보여 준다. 특히나 밀도 기반의 해법이므로 압축성 효과가 중요하게 작용하는 선체 슬래밍이나 프로펠러의 캐비테이션과 같은 문제에 응용될 수 있을 것이라 전망한다.

## 후 기

이 논문은 2012년 울산대학교 연구비에 의하여 연구되었습니다.

## References

- [1] 2011, Tran, H.P. and Ahn, H.T., "Air compressibility Effect in CFD-based Water Impact analysis," *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol.48, pp.581-591.
- [2] 1993, Choi, Y.H. and Merkle, C.L., "The Application of Preconditioning in Viscous Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol.105, pp.207-223.
- [3] 2005, Kallinderis, Y. and Ahn, H.T., "Incompressible Navier-Stokes method with general hybrid meshes," *Journal of Computational Physics*, Vol.210, pp.75-108.
- [4] 1995, Weiss, J.M. and Smith, W.A., "Preconditioning applied to Variable and Constant Density Time-Accurate Flows on Unstructured Meshes," *Journal of Computational Physics*, Vol.33, pp.2050-2057.
- [5] 2001, Luo, H., Baum, J.D. and Löhner, R., "A Fast, Matrix-free Implicit Method for Computing Low Mach Number Flows on Unstructured Grids," *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol.14, pp.133-157.
- [6] 1998, Luo, H., Baum, J.D. and Löhner, R., "A Fast, Matrix-free Implicit Method for Compressible Flows on Unstructured Grids," *Journal of Computational Physics*, Vol.146, pp.664-690.
- [7] 1981, Roe, P.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372.
- [8] 1982, Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T. "High-Re Solution for incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method," *Journal of Computational Physics*, Vol.48, pp.387-411.
- [9] 1998, Botella, O. and Peyret, R., "Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow," *Computers and Fluids*, Vol.27, pp.421-433.