

12V 차량용 납축전지의 동적 거동 모델링

김성태 · 이정빈* · 김의성* · 신치범†

아주대학교 화학공학과, *아주대학교 에너지시스템학과

(2012년 5월 18일 접수, 2013년 6월 17일 수정, 2013년 6월 17일 채택)

Modeling of the dynamic behavior of a 12-V automotive lead-acid battery

Sung Tae Kim · Jeong bin Lee* · Ui Seong Kim* · Chee Burm Shin*†

Dept. of Chemical Engineering, Ajou University,

*Dept. of Energy Systems Research, Ajou University

(Received 18 May 2012, Revised 17 June 2013, Accepted 17 June 2013)

요 약

차량 전기 시스템의 최적 설계를 위해 납축전지의 동적 거동을 예측하는 것은 중요하다. 동적 거동을 예측하기 위해서는 믿을만한 모델링 프로그램이 필요하다. 본 연구에서는 1차원 모델링을 통하여 12V 차량용 납축전지의 동적거동을 예측하였다. 수학적 모델에는 전기화학반응과 전지 내부에서 일어나는 이온 물질전달을 포함하였다. 모델링을 검증하기 위해 용량이 다른 2개(68Ah, 90Ah)의 납축전지 모델링 결과를 실험 결과와 비교하였다. 본 연구에서 사용한 납축전지는 현대자동차 차량에 적용되는 납축전지를 사용하였다. 방전 실험의 조건은 C/3, C/5, C/10, C/20의 방전율을 조합하여 진행하였다. 그리고 충전과 방전이 연속적으로 일어나는 동적 실험을 수행하였다. 모델링 결과와 실험 결과를 비교하여 보면 모델링 결과가 실험결과를 잘 예측하는 것을 볼 수 있다. 모델링은 고체상과 액체상에서의 전위 분포와 전극 내에서 전류밀도에 근거한 모델링은 충·방전 시간의 함수로 예측할 수 있다.

주요어 : 차량용 납축전지, 동적거동, 전기화학 모델링

Abstract - For the optimal design of the vehicle electric system, it is important to have a reliable modeling tool to predict the dynamic behavior of the automotive battery. In this work, a one-dimensional modeling was carried-out to predict the dynamic behaviors of a 12-V automotive lead-acid battery. The model accounted for electrochemical kinetics and ionic mass transfer in a battery cell. In order to validate the modeling, modeling results were compared with the experiment data of the dynamic behaviors of the lead-acid batteries of two different capacities that were mounted on the automobiles manufactured by Hyundai Motor Company. The discharge behaviors were measured with various discharge rates of C/3, C/5, C/10, C/20 and combination. And dynamic behaviors of charge and discharge were measured. The voltage curves from the experiment and simulation were in good agreement. Based on the modeling, the distributions of the electrical potentials of the solid and solution phases, and the current density within the electrodes could be predicted as a function of charge and discharge time.

Key words : automotive lead-acid battery, dynamic behavior, electrochemical modeling

†To whom corresponding should be addressed.
Ajou University, Suwon 443-749, Republic of Korea
Tel : 031-219-2388 E-mai : cbs shin@ajou.ac.kr

1. 서 론

납축전지는 1859년에 개발된 이후로 지금까지 가장 범용으로 사용되고 있는 차량용 전지이다. 납축전지의 장점은 수용성 전해질 전지들 중 가장 높은 셀 전압을 가지고 있으며, 넓은 온도 범위에서도 안정적으로 운용할 수 있다. 또한 에너지 변환 효율이 약 80%이고, 충전된 후 전기에너지 유지 수준이 높다. 차량에서 납축전지의 주요한 기능은 매우 짧은 시간 동안 큰 전류를 방전함으로써 내연기관을 시동하는 것이다. 최근 설계된 자동차에서는 전조등과 모터, 그리고 주변 전자제품 등의 추가적인 전기부하들이 엔진이 작동하지 않는 경우에도 납축전지를 지속적으로 방전시킨다. 시동에 직접적으로 관련된 부하와 여타의 전기적 부하의 균형을 맞추기 위해서는 차량용 납축전지의 충전과 방전에 대한 동적 거동을 정확하게 예측할 수 있는 모델을 개발하는 것이 중요하다.

Guo 등[1]과 Nguyen 등[2]은 납축전지의 1차원 모델을 개발하여 납축전지의 방전 및 충전을 예측하고 검증하였다. Dimpault-Darcy 등[3]은 납축전지의 2차원 모델을 개발하여 납축전지의 양극인 PbO₂에서의 전위나 농도 변화를 예측하였다. Huang과 Nguyen[4]는 납축전지의 충·방전 거동에서 온도에 따른 영향을 정확하게 예측하기 위하여 전기화학 모델 내에 온도 영향(temperature effect)에 관한 식을 추가하였다. Bernardi 등[5]과 Newman[6]등은 납축전지 내부에서 일어나는 산소 재결합 반응을 추가하여 모델을 개발하였고 충전할 때 발생하는 거동을 예측하였다. Tenno 등[7]은 납축전지의 과충전 상태에 관한 모델링을 진행하였고 Srinivasan 등[8]은 납축전지의 충방전 과정에서 발생하는 electrical double layer 특성에 관하여 모델링을 진행하였고 Esfahanian 등[9,10]은 모델링 속도 개선에 관하여 연구를 진행하였다. 앞서 개발된 모델들은 일정한 상온에서 정전류 충·방전 거동에만 관하여 검증하였으며 각 연구자들이 자체 제작한 납축전지 단위 셀로 실험을 수행하고 검증하였다.

본 연구에서는 전기화학반응 속도론, 대류에 의한 이온의 전달, 전극 공극률의 시간에 따른 변화 등과 같은 여러 현상들을 복합적으로 고려된 수학적 모델을 설정하였다. 그리고 이렇게 고려된 수학적 모델을

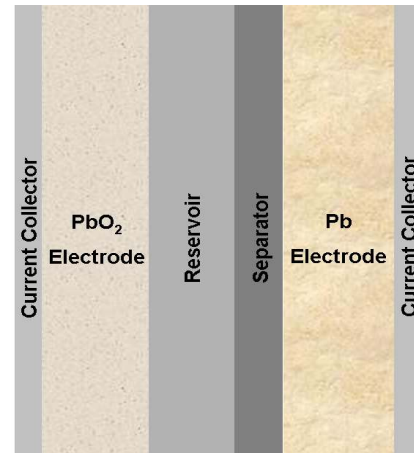


Fig. 1. Schematic diagram of a lead-acid battery

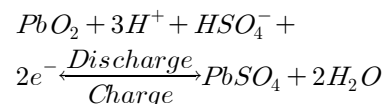
사용하여 충·방전이 연속적으로 일어나는 차량용 납축전지의 동적거동을 예측하였다. 연구 순서는 납축전지의 정전류 방전 과 정전류 및 정전압 충전 모델링을 수행하고 실험결과와 모델링 결과를 비교하여 납축전지의 모델링 결과의 정확성을 검증하였다. 검증된 납축전지의 충·방전 모델을 사용하여 동적 충·방전 거동을 예측하고 실험결과와 비교하여 모델링 결과의 정확성을 검증하였다.

2. 수학적 모델

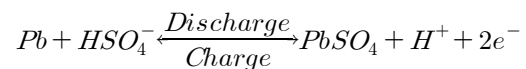
2.1 납축전지

Fig. 1은 납축전지 단면의 개략도 이다. 납축전지는 양극의 PbO₂와 음극의 Pb가 황산이온과 반응하여 PbSO₄와 물을 만드는 방전반응을 통해 화학에너지를 전기에너지로 변환한다. 또한 PbSO₄와 물이 분해되어서 PbO₂와 Pb로 환원되는 충전반응을 통해 본래의 방전가능 상태로 복귀한다. 다음은 납축전지 내부에서 일어나는 화학반응을 표시한 반응식이다.

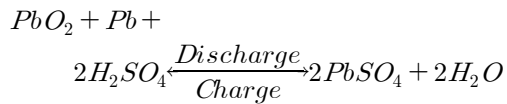
(납축전지 양극에서의 반응)



(납축전지 음극에서의 반응)



(납축전지 전체의 반응)



2.2 지배방정식

12-V 납축전지의 정전류(정전압) 충·방전 특성을 모델링하기 위하여, 납축전지 내부에서 발생하는 여러 가지 물리화학적 현상들에 대하여 고찰하였다. 납축전지에 사용되는 고체형태의 전극 내부에는 많은 세공들이 존재한다. 이 세공들 안에는 전해액으로 사용되는 황산용액이 함침되어 있다. 본 연구에서 설정한 수학적 모델에는 전극의 고체부분과 전극에 함침된 전해질 용액의 전하량 보존, 유동 및 대류에 의한 이온의 질량 보존, Butler-Volmer의 전기화학 반응속도, 충전상태를 나타내는 SOC(state of charge)의 변화, 그리고 전극의 공극률 변화를 나타내는 미분방정식들이 포함되어 있다.

먼저 전극의 고체부분과 전극에 함침된 전해질 용액의 전하량 보존을 나타내는 미분방정식에 대하여 살펴보겠다. 방전 및 충전반응이 일어나면서 발생하는 총 전류밀도(i)는 고체형태의 전극 반응에서 흐르는 전류밀도(i_s)와 전해질 용액에서 흐르는 전하의 이동으로 생기는 전류밀도(i_l)의 합으로 표현된다. 또한 고체 전극에서 흘러나온 전하가 반드시 세공 속의 액상으로 흐른다는 가정을 통해, 총 전류밀도의 divergence는 0이 된다. 이를 정리하면 다음과 같다.

$$i = i_s + i_l \tag{1}$$

$$\nabla \cdot i_s + \nabla \cdot i_l = 0 \tag{2}$$

전해질 용액에서 흐르는 전하 홀력스(flux)는 전극 활물질과 전극 기공 속의 전해액간 계면의 넓이(A)와 Butler-Volmer의 전기화학 반응속도 식으로 정의되는 전달전류밀도(transfer current density, j)의 곱으로 표현된다.

$$\nabla \cdot i_l = Aj \tag{3}$$

$$j = i_0 \left(\frac{c}{c_{ref}} \right)^\gamma \left[\exp\left(\frac{\alpha_a F}{RT} \eta \right) - \exp\left(\frac{\alpha_c F}{RT} \eta \right) \right] \tag{4}$$

여기서 과전위 η 는 PbO₂에 대하여, Pb에 대하여로 정의된다. PbO₂의 경우, 평형전위는 전극과 전해액의 조성과 온도의 함수이다. 본 수학적 모델에서는 모델의 단순화를 위하여 이 평형전위를 상수(2.05)로 가정하였다. 그리고 aa(ac)는 양극(음극)의 겉보기 전달 상수(anodic(cathodic) apparent transfer coefficient)이다. (aa=1.5, ac=0.6)

고체전극의 전류밀도(i_s)는 옴의 법칙에 따라 고체 내부의 전위기울기에 비례한다.

$$i_s = -\sigma^{eff} \nabla \phi_s \tag{5}$$

여기서 다공성 고체전극의 전도도(σ)는 공극률($\epsilon = 0.6$)로 보정한 유효전도도 값을 사용하였다.

$$\sigma^{eff} = \sigma(1 - \epsilon)^{1.5} \tag{6}$$

전극 세공 속의 전해액의 전류밀도(i_l)는 전위기울기와 전해액의 농도기울기에 비례한다.

$$i_l = -\kappa_D^{eff} \nabla \phi_l - \kappa_D^{eff} \nabla (\ln c) \tag{7}$$

여기서 κ_D^{eff} 는 이온의 확산에 의해 이동하는 하전 입자들의 속도로 측정되는 확산전도도 값이다. 이를 토대로, 고체부분과 전극에 함침된 전해질 용액의 전하량 보존을 나타내는 미분방정식을 나타내면 다음과 같다.

(고체전극의 전하량 보존 방정식)

$$\nabla \cdot (\sigma^{eff} \nabla \phi_s) - Aj = 0 \tag{8}$$

(전해질 용액의 전하량 보존 방정식)

$$\nabla \cdot (\kappa_D^{eff} \nabla \phi_l) + \nabla \cdot [\kappa_D^{eff} \nabla (\ln c)] + Aj = 0 \tag{9}$$

전기적으로 활성화된 면적(A)은 납축전지의 성능을 나타내는 형태인자 중에 하나이다. 그 이유는 전기화학반응이 진행되면서 전극과 전해질간의 화학반응에 의해 물질이동이 일어남에 따라, 방전반응에서 전기적으로 활성화된 면적은 충전반응에서의 면적과 일치하지 않기 때문이다. 전기적으로 활성화된 면적

은 아래와 같이 SOC값을 이용한 경험식으로 표현된다.

$$\text{방전 } A = A_{\max} SOC^{0.6} \quad (10)$$

$$\text{충전 } A = A_{\max} (1 - SOC)^{0.6} \quad (11)$$

여기서 Amax는 활성화된 면적의 최대값이다. 시간에 따른 SOC의 변화를 나타내는 식은

$$\frac{\partial(SOC)}{\partial t} = \frac{\nabla \cdot i_l}{Q_{\max}} (+ \text{ for } PbO_2, - \text{ for } Pb) \quad (12)$$

이다. 여기서 Qmax는 만충전상태에 있는 전극으로부터 이용할 수 있는 최대전하량을 나타낸다.

식 (5)~(9)에서 사용한 유효물성(위 첨자 eff)들은 납축전지의 성능을 나타내는 또 다른 형태인자인 공극률과 밀접한 연관을 가지고 있다. 시간에 따른 공극률의 변화를 나타내는 식은

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - a_1 \frac{Aj}{2F} = 0 \quad (13)$$

이다. 여기서 $\frac{Aj}{2F}$ 는 이온 홀력스(flux)값으로, Faraday법칙을 따르는 전기화학반응에서 발생된 전류전달(A•j)에 기인한다. 또한 a1은 전환된 활물질의 몰당 부피변화로, PbO2에

$$a_1 = \left(\frac{M_{PbO_2}}{\rho_{PbO_2}} - \frac{M_{PbSO_4}}{\rho_{PbSO_4}} \right) \text{대하여,}$$

$$\text{Pb에 대하여 } a_1 = \left(\frac{M_{Pb}}{\rho_{Pb}} - \frac{M_{PbSO_4}}{\rho_{PbSO_4}} \right) \text{이다.}$$

물질전달현상에서 이온의 질량 보존을 나타내는 식은

$$\frac{\partial(\epsilon c)}{\partial t} = \nabla \cdot (D^{eff} \nabla c) + a_2 \frac{Aj}{2F} \quad (14)$$

이다. 여기서 a2는 PbO2에 대하여 $a_2 = 3 - 2t_+^0$, Pb에 대하여 $a_2 = 1 - 2t_+^0$ 이다. 또한 t+는 전달수(transference number)이다.

2.3. 초기조건 및 경계조건

고체와 액체상의 전위는 정상상태의 Poisson식의 지배를 받으므로 초기조건은 불필요하다. 전류 수집기를 제외한 전지(cell)의 모든 경계에서, 고체와 액체상의 전위에 대한 적절한 경계조건은

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial n} = \frac{\partial \phi_s}{\partial n} = 0 \quad (15)$$

이다. 여기서 n은 경계 면에 수직인 단위법선벡터이다.

전류 수집기에서의 경계조건은

(특정 전압이 인가되었을 경우)

$$\phi_s = 0 \text{ or } V \quad (16)$$

(특정 전류밀도가 규정되었을 경우)

$$-\sigma^{eff} \frac{\partial \phi_s}{\partial n} = I \quad (17)$$

이다. 여기서 I의 값이 (+)인 경우는 충전반응, (-)인 경우는 방전반응의 경우이다.

납축전지는 닫힌 계이기 때문에, 농도의 경계조건은

$$\frac{\partial c}{\partial n} = 0 \quad (18)$$

이다. 그리고 농도(c)의 초기조건은 초기 전해액의 농도에 해당한다.

$$c = c_0 \quad (19)$$

여기서 c0는 $5 \times 10^{-3} (\text{mol/cm}^3)$ 이다.

3. 계산방법

납축전지 내부를 1차원으로 가정하여 모델링을 진행하였다. Fig. 2는 배터리 내부를 cartesian 좌표로 설정한 그림이다. 본 연구에서는 y와 z축 방향으로는 무한하고, x축 방향만 공간적으로 비균일성을 고려한다고 가정하였다.

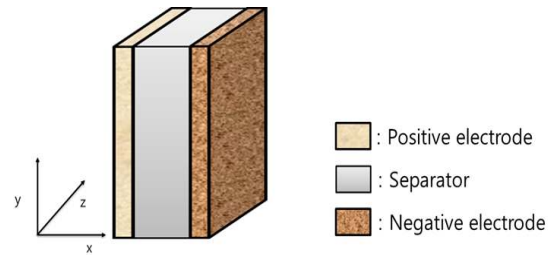


Fig. 2. Coordinate of the modeling

68Ah, 90Ah 배터리 모델링은 각각 배터리의 설계 인자를 입력하고 모델링을 개별적으로 진행하였다. 여기서, 배터리의 설계 인자란 극판의 크기, 다공도, 황산 용액의 초기 농도와 같은 인자들을 말한다.

수학적 모델에 사용된 편미분방정식의 수치해를 얻기 위하여 유한요소법을 사용하였다. 시간에 대한 적분은 implicit predictor-multicorrector method를 사용하여 해를 얻었다. 격자의 개수는 모델의 계산 속도를 위해 45개로 설정하였다. 모델링의 입력 값으로는 충방전 전류, SOC(state of charge), 외기온도 등이 사용된다. 출력 값으로는 납축전지 내부의 농도, 전류밀도, 전위분포와 납축전지의 전압 등이다. 계산 알고리즘은 Fig. 3와 같다.

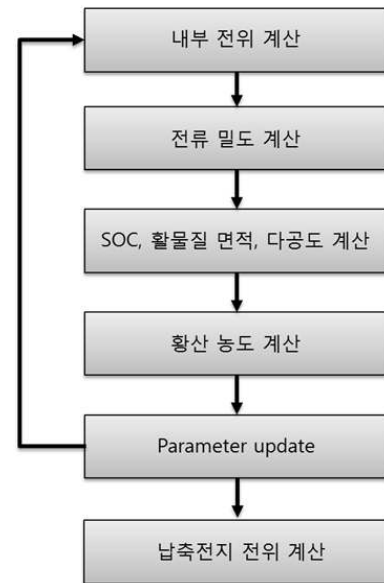


Fig. 3. Algorithm of the modeling

4. 납축전지 충·방전 동적거동 실험

4.1 방전 전류 변화 실험

다양한 차량 주행 조건 중에서 정차 상태는 발전기의 출력이 낮아 납축전지가 차량 전기시스템에 전원 공급을 해주는 경우가 많다. 전기시스템에 전원을 공급하는 것은 납축전지 방전을 의미하며 다양한 방전 상태가 나타날 수 있다. 본 시험에서는 시간에 따라서 방전 전류가 달라지는 방전 시험을 수행하였다. 시험은 고 전류 방전으로부터 저 전류 방전으로 이어지는 시험과 반대로 저 전류 방전으로부터 고 전류 방전으로 이어지는 시험을 45°C의 환경조건에서 실험을 하였다. 시험에서 사용한 전류의 종류는 C/3, C/5, C/10, C/20 등 총 4가지 전류를 갖고 시험을 수행하였다. 각 전류 별로 시간은 15분씩 방전을 하고 다음 전류로 바뀌는 식으로 진행하였다. 실험의 단계는 아래 순서와 같다.

68Ah 납축전지 : 22.7A → 13.6A → 6.8A → 3.4A
 90Ah 납축전지 : 30A → 14A → 9A → 4.5A

4.2 충·방전 동적거동 실험

실제 차량에서 주행 중 일어나는 납축전지의 충·방전 거동은 상당히 복잡하고 빠르게 일어난다. 본 연구에서는 충·방전 거동을 단순 Pulse로 모사하여 수행하였다. Fig. 4는 68Ah 납축전지 실험 입력 전류이며, Fig. 5는 90Ah 납축전지 실험 입력 전류이다. 68Ah 납축전지실험 입력 전류는 초기에 고전류로 충방전이 반복되다가 후기에 저전류로 충방전이 반복되는 특징을 가지고 있다. 또한 같은 전류로 각기 다른 시간으로 4번 반복된다. 90Ah 납축전지 실험 입력 전류는 초기에 저전류로 충방전이 반복되다가 후기에 고전류로 충방전이 반복되는 것을 볼 수 있다.

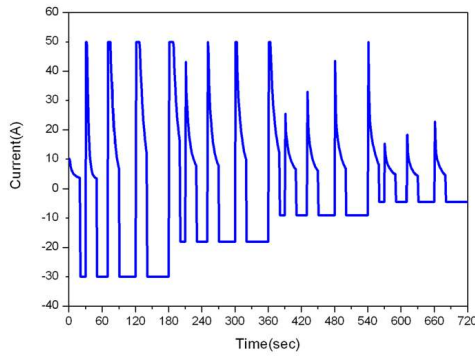


Fig. 4. Dynamic charge-discharge current of 68Ah lead-acid battery

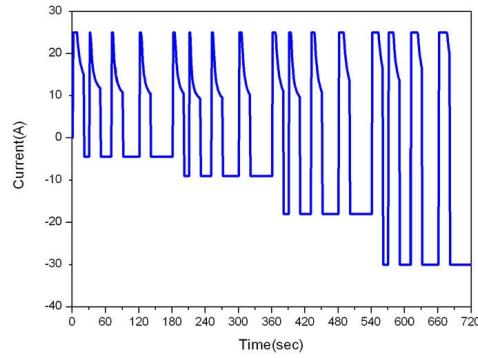


Fig. 5. Dynamic charge-discharge current of 90Ah lead-acid battery

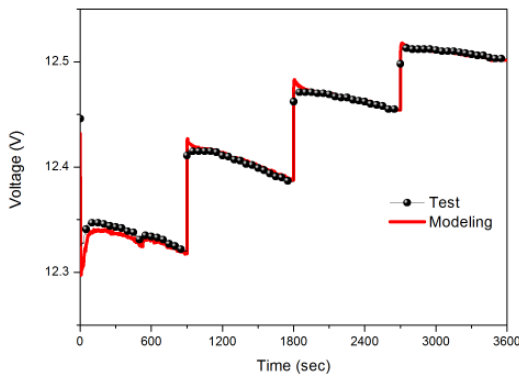


Fig. 6. Comparison between test and modeling voltage curves of 68Ah lead-acid battery at step discharge

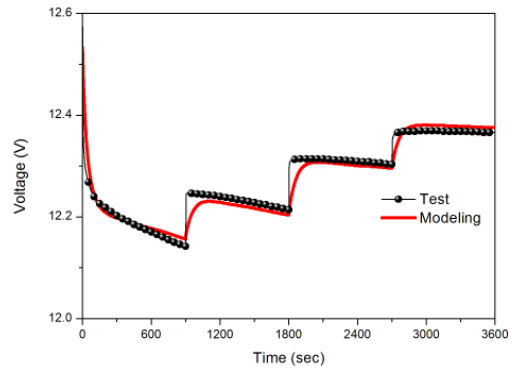


Fig. 7. Comparison between test and modeling voltage curves of 90Ah lead-acid battery at step discharge

5. 납축전지 모델링 결과 및 고찰

5.1. 방전 전류 변화 모델링 결과 및 고찰

Fig. 6은 68Ah 납축전지로 방전율이 3시간, 5시간, 10시간, 20시간으로 변하는 실험결과와 모델링 결과를 비교한 것이다. 그리고 Fig. 7은 90Ah 납축전지로 역시 방전율이 3시간, 5시간, 10시간, 20시간으로 변하는 실험결과와 모델링 결과를 비교한 것이다. 68Ah 납축전지에서 3시간 방전율로 방전하는 구간과 2개의 납축전지 실험결과 중 방전전류가 변화하는 구간을 제외하면 실험결과와 모델링 결과가 비교적 잘 일치함을 확인 할 수 있다. 초기에는 고 전류 방전으로 인해 전압이 많이 감소하지만 상대적으로 저 전류로 방전하기 시작하면서 전압이 상승하는 것을 볼 수 있다. 즉 방전을 하지만 방전 전류가 감소하면서 전

압이 상승하는 것을 볼 수 있다. 이러한 실제 납축전에서 일어나는 현상을 모델링으로 구현하였다.

5.2. 총 방전 동적거동 모델링 결과 및 고찰

Fig. 8은 68Ah 납축전지로 연속적으로 총 방전일 일어나는 실험결과와 모델링 결과를 비교한 것이다. 그리고 Fig. 9는 연속적으로 총 방전일 일어나는 실험결과와 모델링 결과를 비교한 것이다. 68Ah 납축전지의 결과를 보면 고전류로 충전과 방전하는 구간인 0초부터 180초까지는 모델링 결과와 실험결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 그리고 나머지 구간에서도 충전에서 방전으로 가는 순간만 제외하면 실험결과와 모델링 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

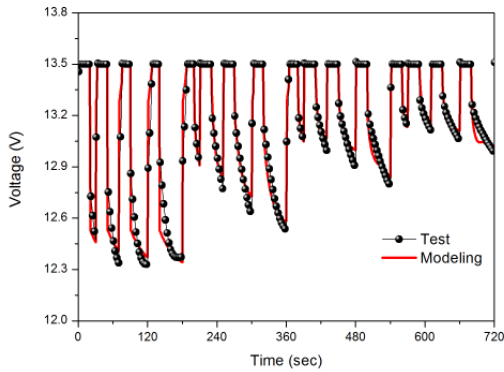


Fig. 8. Comparison between test and modeling voltage curves of 68Ah lead-acid battery at dynamic charge-discharge current

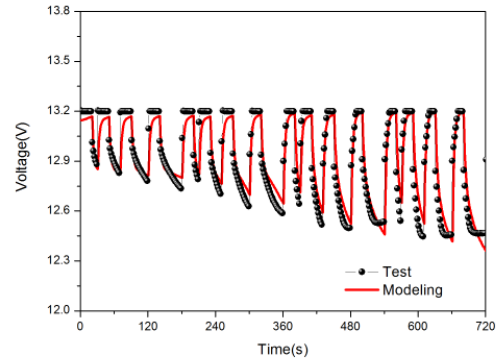


Fig. 9. Comparison between test and modeling voltage curves of 90Ah lead-acid battery at dynamic charge-discharge current

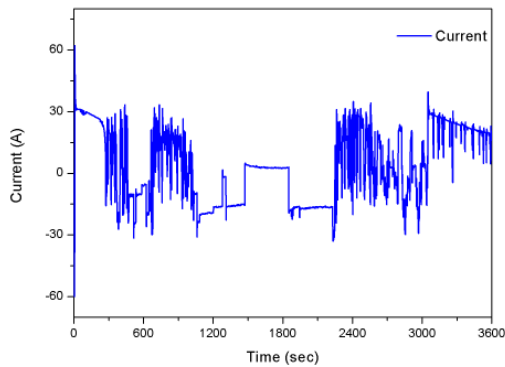


Fig. 10. Test Current at measured current of a vehicle

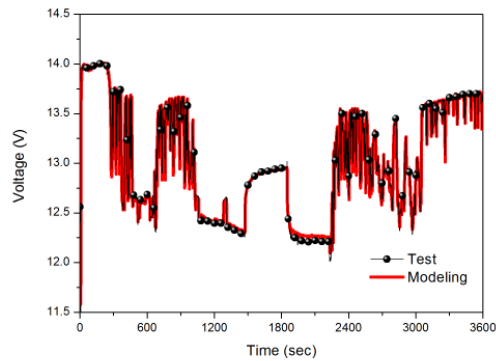


Fig. 11. Comparison between test and modeling voltage curves of 68Ah lead-acid battery at measured current of a vehicle

Fig. 10는 실제 차량에서 일어나는 전류 입력 값을 그린 그림이다. Fig. 11은 실제 차량에서 일어나는 전류 입력을 이용하여 모델링을 수행한 결과와 실제 차량에서 측정된 전압을 비교한 그림이다. 모델링에 사용된 프로그램은 90Ah 모델링 프로그램으로 수행하였다. 그림을 보면 짧은 시간 내에 빠르게 충전과 방전이 반복되어 전압이 순간적으로 변화하는 현상을 볼 수 있다. 측정된 값과 모델링 결과 값이 거의 차이가 없는 것을 확인 할 수 있다.

실험 결과를 통해 68Ah와 90Ah 납축전지의 충전 전 결과를 비교해 보면 크게 2가지의 물리적인 차이를 볼 수 있다. 첫 번째로 90Ah 납축전지가 68Ah 납축전지보다 정전압 충전 시간이 적게 걸린다. 두 번

째로 방전 구간일 때 68Ah 납축전지가 더 가파르게 전압이 감소한다. 이러한 실제 납축전지의 용량에 따른 차이를 모델링 결과가 구현하는 것을 볼 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 차량 전기 시스템의 최적 설계를 위해 12V 차량용 납축전지의 동적 충전-방전 거동을 예측할 수 있는 모델링을 수행하였다. 납축전지 모델에는 납축전지 내부에서 일어나는 전기화학 반응, 전해질의 유동에 의한 H⁺ 이온의 전달, 전극의 공급률과 같은 여러 가지 현상들을 고려하였다. 그리고 개발한 납축전지 모델의 정확성을 검증하기 위하여 실

제 차량에 탑재되는 68Ah와 90Ah 납축전지를 사용하여 실험을 진행하고 실험결과를 모델링 결과와 비교하였다. 방전과 충전이 연속적으로 일어날 때 모델링 결과가 실험결과와 거의 일치하는 것을 볼 수 있었다. 개발한 모델링 프로그램을 사용하여 보다 효과적인 차량 운용과 전기 공급 시스템 효율성의 향상에 기여할 수 있는 가능성을 확인할 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국연구재단 과제인 “주행 패턴과 노화가 전기자동차용 리튬이온 전지의 열적 거동에 미치는 영향” 과제 (과제번호 : NRF 2010-0025353)와 “그린카의 배터리운영시스템을 위한 VRLA 배터리 모델 개발”과제 (과제번호 : NRF 2009-0064626)의 지원에 의해 수행되었습니다.

사용기호

A : Active surface area of electrode [cm^2/cm^3]
 a : Coefficient
 A_{max} : Maximum specific active surface area of electrode [cm^2/cm^3]
 c : Concentration of the electrolyte [mol/cm^3]
 c_{ref} : Reference concentration of the electrolyte [mol/cm^3]
 D : Diffusion coefficient of the electrolyte [cm^2/s]
 F : Faraday's constant [96,487 C/mol]
 i_0 : Exchange current density [A/cm^2]
 j : Transfer current density [A/cm^3]
 M : Molecular weight of species [g/mol]
 Q : Electrode capacity [Coulomb/ cm^3]
 R : Universal gas constant [8.3143J/mol·K] and Internal resistance of a battery [Ω]
 t : Time [sec]
 t_0^+ : Transference number of H⁺ with respect to solvent velocity
 T : Absolute temperature [K]
 ΔU_{PbO_2} : Equilibrium potential at c_{ref} for positive electrode [V]
 x : Distance from centre of positive electrode [cm]

k_D^{eff} : Effective diffusion conductivity [A/cm]

그리이스 문자

α : Transfer coefficient
 β : Volume expansion coefficient [cm^3/mol]
 γ : Exponent for the concentration dependence of the exchange current density
 Γ : Diffusion coefficient
 ε : Porosity of electrode
 ξ : Exponent for charge dependence of the specific active surface area
 η : Electrode overpotential [V]
 κ : Electrolyte conductivity [S/cm]
 ρ : Density [kg/m^3]
 σ : Conductivity of the solid matrix [S/cm]
 ρ : density [kg/m^3]
 ϕ_s : electric potential of solid phase [V]
 ϕ_l : electric potential of liquid phase [V]

아래 첨자

D : Pertinent to diffusion
 L : Liquid phase
max : Maximum or theoretical
0 : Initial value
 Ref : Reference state
 S : Solid phase

위 첨자

eff : Effective, corrected for tortuosity

참고문헌

1. Guo, Y.; Groiss, R.; Döring, H.; Garche J. Rate-Determining Step Investigations of Oxidation Processes at the Positive Plate during Pulse Charge of Valve-Regulated Lead-Acid Batteries. *Journal of The Electrochemical Society*, **1995**, *146*, 3949-3957.
2. Nguyen, T. V.; White, R. E. A Two-Dimensional Mathematical Model of a Porous Lead Dioxide

- Electrode in a Lead-Acid Cell. *Journal of The Electrochemical Society*, **1988**, *135*, 278-285.
3. Dimpault-Darcy, E.; Groiss, R.; Döring, H.; Garche J. Rate-Determining Step Investigations of Oxidation Processes at the Positive Plate during Pulse Charge of Valve-Regulated Lead-Acid Batteries. *Journal of The Electrochemical Society*, **1995**, *146*, 3949-3957.
 4. Huang, H.; Nguyen, T. V. A Two-Dimensional Transient Thermal Model for Valve-Regulated Lead-Acid Batteries under Overcharge. *Journal of The Electrochemical Society*, **1997**, *144*, 2062-2068.
 5. Bernardi, D. M.; Carpenter, M. L. A Mathematical Model of the Oxygen-Recombination Lead-Acid Cell. *Journal of The Electrochemical Society*, **1995**, *142*, 2631-2642.
 6. Newman, J.; Tiedemann, W. Simulation of Recombinant Lead-Acid Batteries. *Journal of The Electrochemical Society*, **1997**, *144*, 3081-3091.
 7. Tenno, A.; Tenno, R.; Suntio, T. Evaluation of VRLA battery under overcharging: model for battery testing. *Journal of Power Source*, 2002, *111*, 65-82.
 8. Srinivasan, V.; Wang, G. Q.; Wang, C. Y. Mathematical Modeling of Current-Interrupt and Pulse Operation of Valve-Regulated Lead Acid Cells. *Journal of The Electrochemical Society*, **2001**, *150*, A316-A325.
 9. Esfahanian, V.; Torabi, F.; Mosahebi A. An innovative computational algorithm for simulation of lead-acid batteries. *Journal of Power Source*, **2008**, *176*, 373-380.
 10. Esfahanian, V.; Torabi, F. Numerical simulation of lead-acid batteries using Keller-Box method. *Journal of Power Source*, **2006**, *158*, 949-952.