

수평재 및 사재로 보강된 조립기둥시스템의 압축강도 평가

김경식* · 박현용**

Kim, Kyung Sik*, Park, Hyun Yong**

Evaluation of Compressive Strength of Assembled Column System Reinforced with Cross-Arms and Stayed Struts

ABSTRACT

The compressive strengths of simply supported columns may be significantly increased by reinforcing them with an assemblage of cross-arms and stayed struts connecting both ends of the columns and the cross-arm members. The purpose of the stayed struts and cross-arms is to introduce partial restraints against translation and rotation, thereby decreasing the effective buckling length of the column. In this study, buckling strengths of the assembled column system have been quantitatively evaluated from the theoretical methods based on both the equivalent spring model and the stiffness matrix formulation. And the results were compared with those from elastic/inelastic analysis using a finite element analysis package program, ABAQUS, for verification purpose. Expected compressive strength curves have been proposed for the assembled column system as a function of slenderness ratio of the simply supported column.

Key words : Assembled column system, Compressive strength, Equivalent spring model, Stiffness matrix, Finite element analysis

초 록

단순지지된 기둥부재의 중간 위치에 수평재를 설치하고, 그 수평재의 양단과 기둥부재 상하단을 스트럿으로 각각 연결하여 보강된 조립기둥시스템은 비보강 단순 기둥부재에 비하여 그 압축강도가 상당히 향상될 수 있다. 수평재가 설치된 기둥의 중간 지점에서 수평 및 회전 자유도를 제한하여 기둥의 유효좌굴길이를 줄이는 효과를 통해 강도향상이 구현된다. 본 연구에서는 기둥부재 이외의 구성요소를 스프링으로 치환한 등가 스프링모델 기법, 자유도를 최소화하여 단순화시킨 구조계에 대한 강성행렬 기법, 그리고 범용유한요소해석 프로그램을 활용한 탄성/비탄성 해석기법을 적용하여 보강된 조립기둥시스템의 압축강도를 정량적으로 산정하고 그 결과를 비교하였다. 보강대상이 되는 단순기둥의 세장비가 결정되면 조립기둥시스템을 구성을 통해 향상될 수 있는 기대압축강도를 산정할 수 있는 압축강도곡선이 제안되었다.

검색어 : 조립기둥, 압축강도, 등가스프링모델, 강성행렬, 유한요소해석

1. 서론

수평재(cross-arms) 및 사재(stayed strut)로 보강된 조립기둥시스템은 스트럿과 수평재로 구성되는 구조조합이 추가 부착되어 단순지지 기둥의 압축강도를 상당히 향상시킬 수 있는 구조시스템이다. 일반적으로 기둥부재는 압축력에 저항하며 일정 크기의 압축력에 도달하면 좌굴이 발생하게 된다. 압축부재의 좌굴강도는 양단의 경계조건에 의해 결정되는 유효길이계수 K 를 포함하는 부재의 세장비의 함수로 표현된다.

* 정회원 · 교신저자 · 청주대학교 토목공학과 교수 (Corresponding Author · Chongju University · kkim@cju.ac.kr)

** 청주대학교 토목공학과 석사 (broken911@naver.com)

Received August 1, 2013/ revised September 4, 2013/ accepted October 1, 2013

미국의 AISC (2001, 2011)에서는 설계 목적으로 세장비(slenderness ratio)의 크기에 따라 탄성영역과 비탄성영역으로 구분하여 두 개의 곡선으로 구성된 기둥강도곡선을 Fig. 1과 같이 제안하였다(Segui, 2007). F_{cr} , F_y 및 F_e 는 압축강도, 항복강도 그리고 오일러(Euler) 좌굴강도를 응력차원으로 전환한 값들을 각각 의미한다. 언급된 AISC에서는 탄성좌굴영역의 압축강도로서 오일러 좌굴강도의 88%수준을 인정하고 있고, 그 때 비탄성 좌굴영역과의 세장비 경계값으로는 $4.71 \sqrt{E/F_y}$ 을 제안하고 있다. 여기서 E 는 재료의 탄성계수를 나타낸다.

탄성영역에서 압축부재가 가지는 탄성좌굴강도는 오일러 좌굴 공식에서 알 수 있듯이 세장비의 제곱에 반비례하지만 양단에서의 경계조건 및 중간 지점의 브레이싱(bracing) 효과 등에 의해 그 압축 좌굴강도를 상당수준 향상시킬 수 있다. 양단한지 압축부재의 좌굴모드(buckling mode)는 단일 곡률(single curvature)을 보이는 휨좌굴 형상을 보이지만, 길이방향으로 중간 위치에 수평변위를 구속하는 횡방향 브레이싱이 존재한다면 좌굴모드는 이중 곡률(double curvature)을 보이는 휨좌굴 형상을 보이면서 탄성좌굴강도는 4배로 증가하게 된다. 또한 횡방향 변위구속에다 추가적으로 회전자유도까지 구속하게 되면 탄성좌굴강도는 이론적으로 8.18배 까지 증가하게 된다. 이러한 방법으로 압축부재의 중간지점 구속조건을 추가적으로 조성하여 전체 기둥구조에 대한 압축좌굴강도를 향상시킬 수 있다는 개념으로부터 보강된 조립기둥시스템이 제안 될 수 있다.

구조물의 현장 여건상 압축부재, 즉 기둥의 중간 위치에 횡방향 브레이싱의 설치가 불가하여 구속을 보장할 수 없는 경우에는 기둥부재 자체의 압축력에 의해 지지되는 수평재(cross-arm)와 사재(stayed strut)로 구성된 구속 장치를 Fig. 2와 같이 설치할 수 있다. 기둥부재의 중간 지점에 방사방향으로 다수의 수평재를 설치하고 각각 수평재의 최외측과 기둥 부재의 상하 양단을 스트럿으로 연결한 보강시스템 기둥은 기둥부재의 중간 한 지점에서만

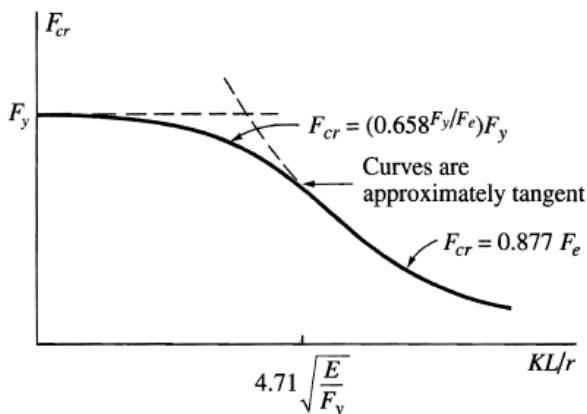


Fig. 1. Compressive Strength Curve in AISC

설치되므로 단일 수평재 시스템으로 불린다. 이 때 효율을 높이기 위해 스트럿 부재에 긴장력이 도입되기도 하지만 스트럿에 미리 도입된 인장력은 기둥 부재의 압축으로 저항되므로 전체의 압축시스템으로 보아 강도를 저하시킬 수 있으므로 주의해야 한다. 기둥부재 중간지점에 있는 수평부재는 스트럿의 인장력에 압축으로 저항하게 되면서 기둥부재의 경계조건에 영향을 주어 좌굴강도를 향상시키게 된다. Fig. 2에 보인 사재 및 수평재로 보강된 조립기둥시스템의 탄성좌굴강도는 보강시스템이 없는 단순 기둥부재일 때와 비교하면 상당 수준 향상된다. 그렇지만 그 향상 정도는 주기동 부재와 수평재의 길이비, 주기동/수평재/사재의 강성 및 강도, 사재에 도입되는 초기 긴장력의 크기 등 다양한 매개변수(parameter)의 영향을 받는다.

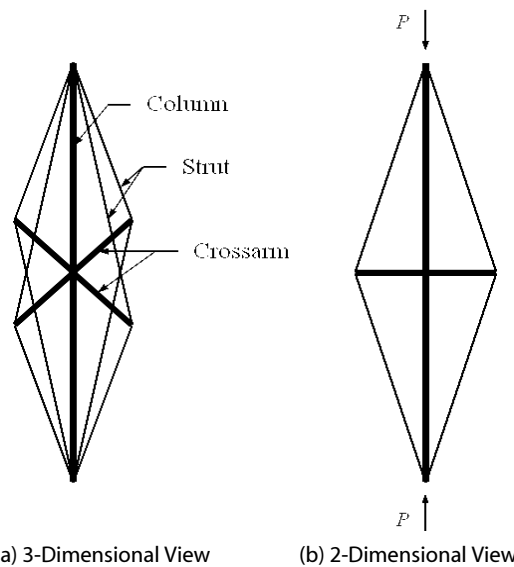


Fig. 2. Assembled Column System with Cross-Arms and Stayed Struts

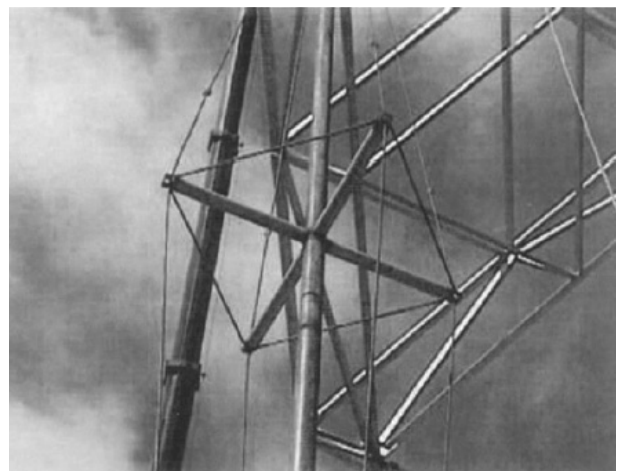


Fig. 3. Example for Assembled Column System (Andrade et al. 2003)

이러한 조립기둥시스템은 거대하거나, 고층 구조물의 시공 중 가시설로 사용되는 압축부재에 적용될 수 있다. 실제 적용 된 사례를 보면 Fig. 3에서 보인 바와 같이 브라질의 리우데자네이루(Rio de Janeiro)에 있는 “Rock in Rio III” 스타디움이 있다(Andrade et al. 2003). 이 스타디움은 지붕까지 높이가 36m이다. 높은 지붕의 구조는 단면이 크거나 시공 속도의 불이익을 주는 지주 시스템을 요구하기에 엔지니어들은 보강된 조립기둥시스템을 채택하였다.

본 조립기둥시스템의 압축강도는 수평재의 길이 및 강성과 사재의 단면적과 강성에 민감한 영향을 받게 되는데, Fig. 4(a)에서 보인 바와 같이 수평재 및 사재가 소요의 강도에 미치지 못하면 상하 대칭인 좌굴모드로 발전되어 압축강도가 증가되기는 하나 그 효율이 낮게 된다. 만약 수평재와 사재가 적정 수준의 소요강도를 가진다면 조립기둥시스템은 Fig. 4(b)에 보인 바와 같이 상하 비대칭인 좌굴모드를 나타내며 수평재 설치 지점에 대한 기둥부재의 수평변위 구속조건을 실현시킬 수 있다. Fig. 4의 Mode 2에서는 기둥과 수평재가 만나는 지점에서 회전변위가 발생하는 것으로 묘사하였지만 수평재의 휨강성 및 사재의 인장/압축강성을 향상시킨다면 회전변위까지 제어되어 전체 기둥시스템의 압축강도는 더욱 향상될 수 있다.

사재로 보강된 압축부재 시스템에 대한 기초적인 접근 방식은 Chu and Berge (1963) 그리고 Mauch and Felton (1967) 등의 발표에서 소개되었다. 이들은 압축부재에 인장부재를 보조적으로 설치하여 기둥시스템을 구성하면 인장부재의 역할에 의해 기둥시스템의 압축강도가 일정부분 향상될 수 있다는 개념을 공학적인 방법으로 전개하였다. 이후 1970년 중반 이후 캐나다 온타리오

지역을 중심으로 수평재 및 사재로 보강된 조립기둥시스템에 대한 활발한 연구가 진행되었다. Smith et al. (1975)은 단일 수평재 (single crossarm)와 사재로 보강된 조립기둥시스템은 비보강 단순 기둥 대비 압축강도 증가비인 TSI (theoretical strength increase)의 상한값이 8.18에 이를 것으로 예측하였고, 좌굴모드에 따른 압축강도산정을 해석적 방법으로 시도하였다. 또한 예제해석을 통해 기둥부재와 수평재의 최적 길이비가 6이 됨을 보였다. Hafez et al. (1979)은 Smith et al. (1975)의 이론을 계승하여 더욱 정교한 해석적 해를 개발하였는데, 이들은 처음으로 사재에 작용하는 인장력의 크기가 조립기둥시스템의 압축강도 증가에 직접적으로 기여한다는 사실을 인지하고 이 인장력의 크기가 압축강도를 산정하는 주요 매개변수가 된다는 것을 증명하였다. Hathout et al. (1979)은 단일 수평재 보강시스템 기둥에서 수평재의 개수를 3개 또는 4개로 변화시키며 보강된 조립기둥시스템의 압축강도 증가의 효율을 검토하여 수평재의 개수가 4개일 때 더욱 효율적이라는 사실을 발표하였다. Temple (1977)은 유한요소해석의 근간이 되었던 매트릭스 구조해석 기법을 적용하여 시스템의 탄성압축강도의 해석적 해를 유도하였다. 또한 보-기둥(beam-column)요소에 대한 안정함수(stability function)를 활용하여 강성행렬(stiffness matrix)의 유도에 활용하였다.

1980년대 들어서는 기존의 보강시스템 기둥의 강도증가에 대한 실험적 검증 및 실험 제작에 대한 문제점을 지적하는 연구가 발표되었다. Wong and Temple (1982)은 인장력을 받는 보강시스템 기둥의 제작에 있어 초기 결함(initial imperfection)이 항상 존재한다는 사실에 주목하여 이론적인 압축강도가 초기 결함에 의해 감소되는 과정을 정량적으로 분석하였다. 그러나 이들의 연구에서 고려된 초기 결함은 수평재에 국한되어 시스템 전체의 초기 결함에 대한 민감도 분석은 제대로 이루어지지 못하였다. Temple et al. (1984)은 기존의 실험에 의한 압축강도가 사재의 인장력이 소실되는 시점의 강도로 정의되어왔다는 것을 확인하였다. 또한 강도산정의 일관성이 결여되었다는 사실을 지적하고 Mode 1에서 오목한 측(concave side)의 사재에 인장력이 소실되더라도 볼록한 측(convex side) 사재가 항복될 때까지 압축시스템은 강도가 유지됨을 보였다. Smith (1985)는 보강된 조립기둥시스템이 최대강도 구현을 위해서 수평재에 작용시켜야 할 최소 인장력의 크기를 제안하였다.

이후 약간의 공백기를 거쳐 2000년대 들어 보강시스템 기둥에 대한 연구가 보다 진보된 방법론 및 구체화된 설계법 등의 내용으로 발표되었다(Chan et al. 2002, Steirteghem et al. 2005, Araujo et al. 2008, Saito and Wadee 2008; 2009a; 2009b). Kim (2011)은 Smith et al. (1985)에 의해 도출되었던 해석적 해를 유한요소해석을 통해 검토하였다.

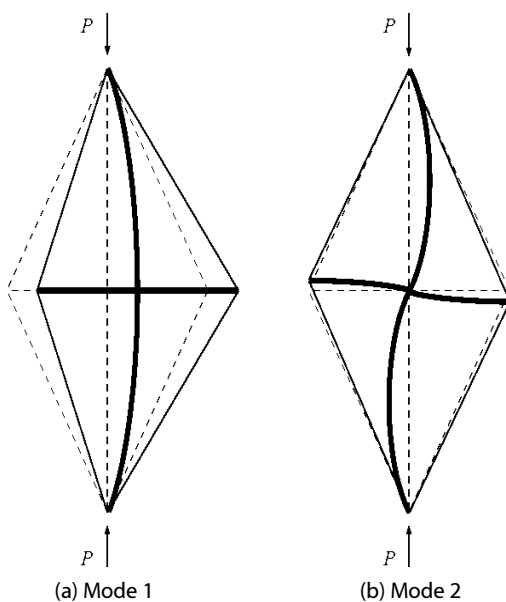


Fig. 4. Buckling Modes of Assembled Column System

본 연구에서는 보-기둥(**beam-column**) 부재로서의 주기동 부재와 수평재, 이를 연결하는 사재를 스트럿(**strut**) 부재로 채택하여 스트럿-보-기둥의 상호작용에 근거하여 조립기둥시스템에 대한 해석을 수행한다. 탄성좌굴강도 산정을 위해 두 가지 해석방법이 적용된다. 첫째는 스프링모델에 근거하여 유도된 지배방정식의 해를 이용하는 이론적 해석기법이고, 둘째는 프레임 및 트러스 요소의 강성행렬을 이용한 매트릭스 해석기법이다. 수치예제를 제시하여 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 탄성 및 비탄성 좌굴강도를 확인하고, 이론적 해석기법과 수치적 해석적 기법에 의한 해를 비교한다.

2. 등가 스프링모델

본 절에서는 Fig. 2에 보인 보강된 조립기둥시스템을 2차원 평면구조물로서 해석한다. Fig. 4에서 보인 바와 두 가지 좌굴모드 중에서 첫 번째 모드로 나타나는 단일 곡률 모드 즉, Mode 1의 좌굴강도를 해석적으로 유도하기 위해 조립기둥시스템의 단순화된 모델을 고려한다. Fig. 5(a)에서는 조립기둥시스템에서 수평재와 사재가 제거되고 수평재 위치에 스프링이 부착한 중간탄성지지 모델을 보여준다. 여기서 좌굴시 발생하는 기둥의 횡변위에 저항하는 사재와 수평재는 탄성 스프링지지로 대신할 수 있다. 본 구조계에서 힘의 평형상태를 보여주는 자유물체도는 Fig. 5(b)와 같다. 본 절에서는 본 구조계에 대한 지배방정식을 이용하여 좌굴강도를 확인하고, 중요 매개변수 중 하나인 스프링상수 식을 유도하고 스프링상수가 좌굴강도에 미치는 효과에 대하여 살펴본다.

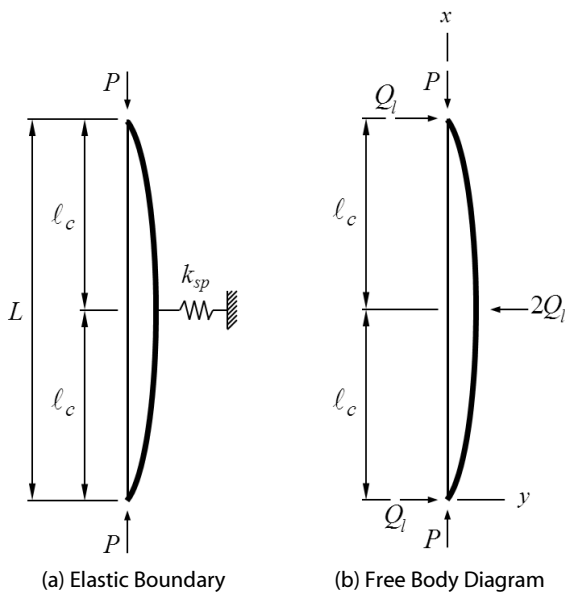


Fig. 5. Equivalent Spring Model

중간탄성지지 기둥 모델에서 좌굴강도는 탄성 스프링상수(k_{sp})의 함수로 표현된다. Fig. 6은 보강된 조립기둥시스템의 좌굴형상 Mode 1 상태에서 수평재에 작용하는 힘과 스트럿사재의 변위량을 나타내었다. P 는 조립기둥시스템에 작용하는 축하중이며, δ_c 는 기둥부재의 중간지점에서 수평변위를 나타낸다. 기둥중간지점에서 연결된 스프링의 고정지점에서의 반력 $2Q_l$ 은 Fig. 6(a)에서 보였듯이 다음과 같이 표현된다.

$$2Q_l = (F_h + \Delta F_h) - (F_h - \Delta F_h) = 2\Delta F_h \quad (1)$$

Eq. (1)에서 Q_l 은 기둥부재의 상하 양단에서 수평반력, F_h 는 기둥부재 변형전 수평재가 받는 압축력, 그리고 ΔF_h 는 기둥부재의 변형후 수평재에 발생하는 힘의 변화량으로서, Fig. 7에서 확인할 수 있듯이 ΔF_h 는 Eq. (2)로 표현될 수 있다.

$$\Delta F_h = 2\Delta T \sin \alpha \quad (2)$$

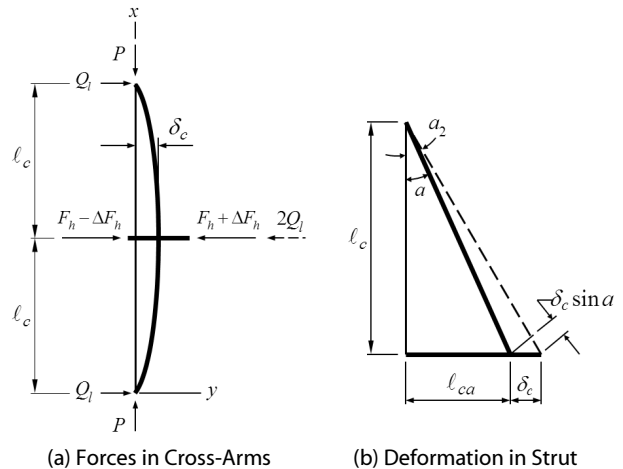


Fig. 6. Force-Displacement Relationship in Mode 1

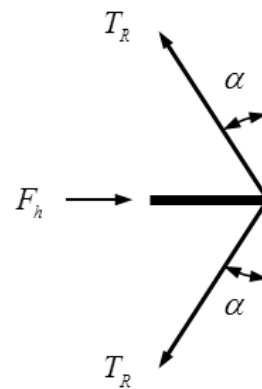


Fig. 7. Equilibrium at Junction of Cross-Arm and Strut

여기서 ΔT 는 기둥의 변형후 발생하는 스트럿부재의 축력 변화량이다. Eq. (2)의 도입에 있어 우항의 계수 2는 기둥부재 우측의 인장상태에 있는 두 개의 사재만이 고려되었음을 뜻한다. 기둥부재 좌측에 위치하는 두 개의 사재는 압축상태에 있는데, 상대적으로 큰 세장비를 가지는 사재 자체는 축방향 압축에 대한 저항능력을 상실하였다고 가정하여 강성의 산정에 고려되지 않았다. 한편, Eq. (2)를 Eq. (1)에 대입하면

$$2Q_l = 4\Delta T \sin\alpha \quad (3)$$

를 얻고, 스트럿 부재에 대한 축력과 축방향 변형량의 상관관계를 이용하면 다음 식을 얻는다.

$$\delta_s = \frac{\Delta T \ell_s}{E_s A_s} \quad (4)$$

여기서 δ_s 는 스트럿 축방향 변형량이고, ℓ_s , E_s 및 A_s 는 스트럿부재의 길이, 탄성계수, 단면적을 각각 나타낸다. 한 편, Fig. 6(b)에서 보인 바와 같이 미소변위이론에 근거하여 스트럿부재의 길이변화를 다음과 같이 $\delta_c \sin\alpha$ 로 나타낼 수 있다.

$$\delta_s = \delta_c \sin\alpha \quad (5)$$

여기서 δ_c 는 기둥부재 중간지점에서 수평변위를 나타낸다. Eqs. (4) and (5)로부터 다음 식을 얻는다.

$$\Delta T = \frac{E_s A_s}{\ell_s} \delta_c \sin\alpha \quad (6)$$

Eq. (6)을 Eq. (3)에 대입하면,

$$2Q_l = 4 \frac{E_s A_s}{\ell_s} \delta_c \sin^2\alpha \quad (7)$$

을 얻고 최종적으로 Eq. (7)로부터 반력 $2Q_l$ 과 수평변위 δ_c 의 관계를 결정하는 상수 k_{sp} 는

$$\therefore k_{sp} = 4 \frac{E_s A_s}{\ell_s} \sin^2\alpha \quad (8)$$

로 유도될 수 있다.

기둥의 길이 L 을 ℓ_1 과 ℓ_2 로 각각 나누는 지점에 스프링상수

δ_c 를 가지는 스프링이 위치하는 중간탄성지지 기둥구조계에 대한 임계좌굴하중 P 를 구하기 위하여 Timoshenko (1961)는 지배미분 방정식에 의해 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$-\frac{\sin\lambda\ell_1 \sin\lambda\ell_2}{Pk_{sp} \sin\lambda(\ell_1 + \ell_2)} + \frac{\ell_1\ell_2}{P(\ell_1 + \ell_2)} - \frac{1}{k_{sp}} = 0 \quad (9)$$

$$\text{여기서, } \lambda_1 = \sqrt{\frac{P}{E_1 I_1}}, \lambda_2 = \sqrt{\frac{P}{E_2 I_2}}$$

Fukumoto (1982) 또한 강성행렬 공식화에 의해 스프링 상수가 포함된 다음과 같은 식을 유도하였다.

$$1 - \left(\frac{\ell_1\ell_2}{L} - \frac{P}{k_{sp}} \right) \left(\frac{\lambda_1}{\tan\lambda_1\ell_1} + \frac{\lambda_2}{\tan\lambda_2\ell_2} \right) = 0 \quad (10)$$

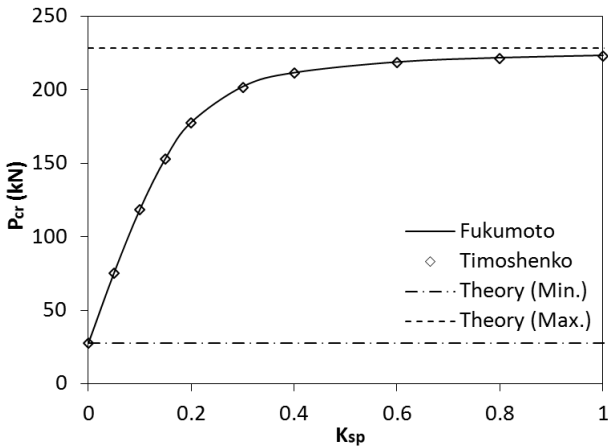
Eq. (9)와 Eq. (10)은 서로 다르지만 차이가 없는 해를 제공한다. Fig. 5(a)에서 보인 바와 같이 본 연구에서 고려된 보강된 조립기둥 시스템에서는 기둥부재의 길이를 절반으로 나누는 중앙지점에 수평재가 위치해 있으므로 $\ell_1 = \ell_2 = \ell_c$ 및 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 로 치환할 수 있다. 이를 Eqs. (9) and (10)에 대입하여 정리하면 Eqs. (11) and (12)를 각각 얻는다.

$$-\frac{2\sin\lambda\ell_c}{Pk_{sp} \sin 2\lambda\ell_c} + \frac{\ell_c^2}{2P\ell_c} - \frac{1}{k_{sp}} = 0 \quad (11)$$

$$1 - \frac{2\lambda}{\tan\lambda\ell_c} \left(\frac{\ell_c^2}{L} - \frac{P}{k_{sp}} \right) = 0 \quad (12)$$

Table 1. Properties Used in Example Analysis

Column elastic modulus, E_c	204 (GPa)
Cross-arm elastic modulus, E_{ca}	
Strut elastic modulus, E_s	
Column length, $L(= 2\ell_c)$	4900 (mm)
Cross-arm length, ℓ_{ca}	$\ell_c \times 0.18$
Outer diameter of column and cross-arm, $D_{c,o}/D_{ca,o}$	57.2 (mm)
Inner diameter of column and cross-arm, $D_{c,i}/D_{ca,i}$	44.5 (mm)
Diameter of strut, D_s	6 (mm)
Cross-sectional area of column and cross-arm, A_c/A_{ca}	1014 (mm ²)
Cross-sectional area of strut, A_s	28.27 (mm ²)
Moment of inertia of column and cross-arm, I_c/I_{ca}	332986 (mm ⁴)
Yield strength, F_y	0.355 (GPa)



Theory (Min.) = 27.9kN, Theory (Max.)=228.4kN

Fig. 8. Buckling Strength vs. Spring Constant

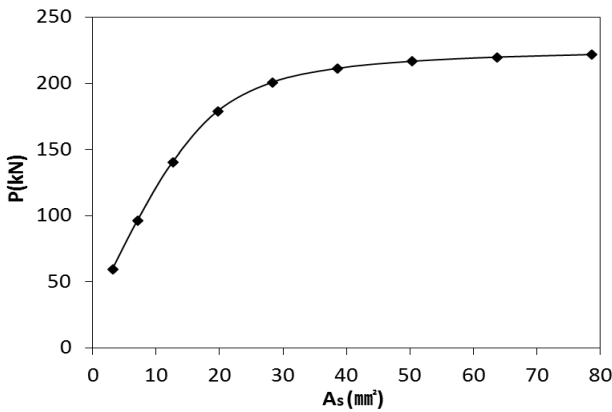


Fig. 9. Buckling Strength vs. Cross Sectional Area of Strut

중간탄성지지 기둥구조체에 적용을 목적으로 유도된 스프링 상수 및 임계하중에 대한 스프링강성의 영향을 알아보기 위해 원형강관부재를 대상으로 예제해석을 수행하였다. 예제에 사용된 부재의 치수 및 재료상수는 Table 1과 같다.

Fig. 8은 Table 1에 보인 예제의 기둥부재의 수평재 위치에 스프링을 제공하였다고 가정했을 때 스프링상수의 변화에 따른 탄성좌굴강도의 변화를 보여준다. 스프링상수가 '0'일 때는 일반적인 양단 단순지지 기둥의 오일러 좌굴강도와 같지만, 이후 그 값이 커질수록 압축강도가 서서히 증가하여 오일러 좌굴강도의 8.18배의 값에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이 이론적인 최대값은 기둥부재의 중간부분, 즉 스프링위치에서 횡방향 변위 및 회전 자유도까지 구속했을 때의 탄성좌굴강도 값이다. Fig. 8에서 Theory (Min.)은 오일러 탄성좌굴하중을, Theory (Max.)는 중간 경계조건이 고려된 탄성좌굴하중을 의미한다. Eqs. (11) and (12)는 서로 다른 식이지만 그 해는 일치한다는 것을 또한 확인할 수 있다.

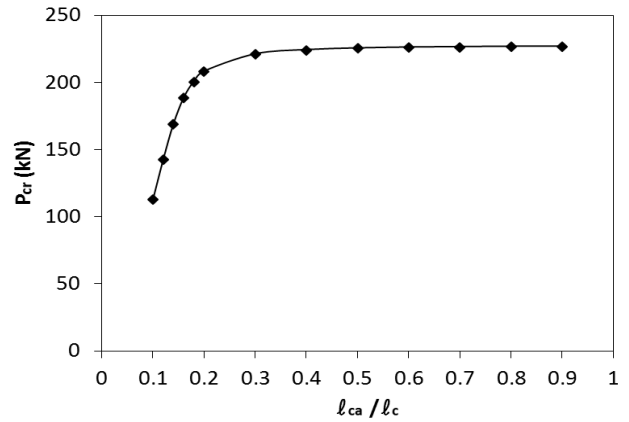


Fig. 10. Buckling Strength vs. Length Ratio

Fig. 9는 사재인 스트럿부재 단면적 변화에 따른 예제 조립기둥 시스템에 대한 탄성좌굴강도의 변화를 보여준다. 스프링상수는 Eq. (8)로 계산하였고, Eq. (12)에 보인 Fukumoto (1982)의 식으로 해를 구하였다. Fig. 9에서 보인 조립기둥시스템의 압축강도 P의 변화패턴은 Fig. 8에 보인 스프링상수에 대한 변화패턴과 일치한다. Fig. 10은 수평재와 기둥부재의 길이비에 따른 조립기둥 시스템의 탄성좌굴강도를 나타낸 것이다. 보강된 조립기둥시스템에서 수평재와 기둥부재 길이비(l_{ca}/l_c)가 0.2까지 급격히 증가하다가 이후로는 압축강도는 증가하지 않고 수렴해가는 것을 확인할 수 있다.

3. 강성행렬 구성에 의한 고유치해석

본 절에서는 앞서 소개된 수평재 및 사재로 보강된 2차원 평면 조립기둥시스템에 대한 강성행렬을 구성하고 고유치해석 기법으로 탄성좌굴강도를 확인하고, 2장에서 소개된 스프링모델의 지배방정식으로 구한 강도와 비교·검토한다. 강성행렬에 의한 고유치해석 방법은 구조물을 요소와 절점으로 나누어 각 요소마다 요소강성행렬 (element stiffness matrix, k_n)를 구성하고, 전체 구조물에 대한 강성행렬(global stiffness matrix, K)로 조합하여 힘과 변위의 관계에서 좌굴강도를 구하는 방법이다. Mode 1의 탄성좌굴강도만 산정이 가능했던 스프링모델과는 달리, 본 해석기법에서는 경계조건을 다르게 하여 Mode 1과 Mode 2의 탄성좌굴강도를 각각 평가할 수 있다. Fig. 11과 같이 보강된 조립기둥시스템의 5개의 절점과 8개의 요소, 그리고 자유도는 각 절점에 3개씩, 총 15개인 구조체로 단순화하여 설정하였다.

본 연구에서 적용된 2절점 부재의 자유도 표기를 Fig. 12에 보였다. 사재인 1, 3, 6, 8번 스트럿부재는 4X4의 트러스요소 강성행렬, 수평재인 4, 5번 부재는 6X6의 프레임요소 강성행렬로

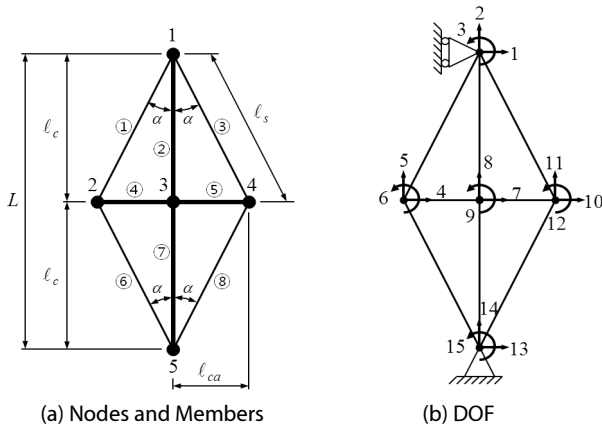


Fig. 11. Simplified Structural System for Matrix Formulation

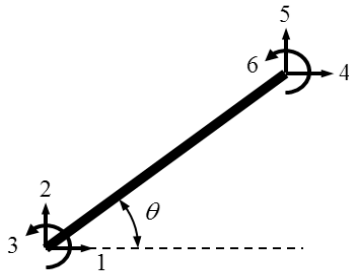


Fig. 12. DOF for Two-Node Element

구성하였다. 압축좌굴의 대상인 기둥 2, 7번 부재는 축방향력 및 기하비선형이 고려된 6X6 프레임요소 강성행렬이 고려되었다. 각 부재에 사용된 요소별 강성행렬을 Eqs. (13) ~ (15)에 나타내었다(McGuire 등). 이러한 요소강성행렬은 조합(assembly)의 과정을 거쳐 13X13의 전체구조계 강성행렬이 완성된다. 고유치해석을 통해 임계축하중을 산정할 때에는 상용 수학프로그램 Maple의 기능을 활용하였다.

$$\hat{k}_t = \frac{E_s A_s}{\ell_s} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ & S^2 & -CS & -S^2 \\ & & C^2 & CS \\ & & & S^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, $S = \sin\theta$
 $C = \cos\theta$

$$\hat{k}_a = \frac{E_{ca}}{\ell_{ca}} \begin{bmatrix} a & b & -\frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}S & -a & -b & -\frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}S \\ & c & \frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}C & -b & -c & \frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}C \\ & & 4I_{ca} & \frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}S & -\frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}C & 2I_{ca} \\ & & & a & b & \frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}S \\ & & & & c & -\frac{6I_{ca}}{\ell_{ca}}C \\ & & & & & 4I_{ca} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, $a = A_{ca}C^2 + \frac{12I_{ca}}{\ell_{ca}^2}S^2$
 $b = \left(A_{ca} - \frac{12I_{ca}}{\ell_{ca}^2}\right)CS$
 $c = A_{ca}S^2 + \frac{12I_{ca}}{\ell_{ca}^2}C^2$

$$\hat{k}_c = \frac{E_c}{\ell_c} \begin{bmatrix} d & e & -\frac{6I_c}{\ell_c}S & -d & -e & -\frac{6I_c}{\ell_c}S \\ & f & \frac{6I_c}{\ell_c}C & -e & -f & \frac{6I_c}{\ell_c}C \\ & & 4I_c & \frac{6I_c}{\ell_c}S & -\frac{6I_c}{\ell_c}C & 2I_c \\ & & & d & e & \frac{6I_c}{\ell_c}S \\ & & & & f & -\frac{6I_c}{\ell_c}C \\ & & & & & 4I_c \end{bmatrix}$$

$$-\frac{P}{\ell_c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & \frac{6}{5} & \frac{\ell_c}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{\ell_c}{10} \\ & & \frac{2\ell_c^2}{15} & 0 & -\frac{\ell_c}{10} & -\frac{\ell_c^2}{30} \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{6}{5} & -\frac{\ell_c}{10} \\ & & & & & \frac{2\ell_c^2}{15} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, $d = A_cC^2 + \frac{12I_c}{\ell_c^2}S^2$
 $e = \left(A_c - \frac{12I_c}{\ell_c^2}\right)CS$
 $f = A_cS^2 + \frac{12I_c}{\ell_c^2}C^2$

Fig. 4에서 보인 좌굴형상에서, Mode 1을 구현하기 위한 경계조건으로 1, 9, 13, 14번 자유도를 구속하였고, Mode 2를 구현하기 위한 경계조건으로는 1, 7, 13, 14번 자유도를 선택하여 구속하였다.

Fig. 13은 사재 단면적의 크기 변화에 따른 Mode 1 및 Mode 2에 대한 고유치 해석에 의한 압축강도를 보여준다. 사재의 축방향 강성, 즉 단면적이 작을 때는 Mode 1의 강도가 조립기둥시스템의 강도를 지배하지만 사재의 강성이 커지면 Mode 2의 강도가 전체구조계의 강도를 지배하게 된다.

Fig. 14는 2절에서 스프링모델에 대한 지배방정식의 해로 도출한 Mode 1에 대한 압축강도와 비교를 보여준다. 사재의 강성이 상대적으로 작을 경우 두 가지 방법에 의한 해는 잘 부합하는 경향을 보이지만 사재의 강성이 일정한 값 이상으로 증가하면서 두 방법에 의한 해의 차이가 벌어지기 시작함을 확인할 수 있다. 사재에 적용된 트러스요소의 단면적이 커지면서 그 축방향 강성이 기둥부재 및 수평재로 적용된 보요소의 강성에 근접하면서 구조계

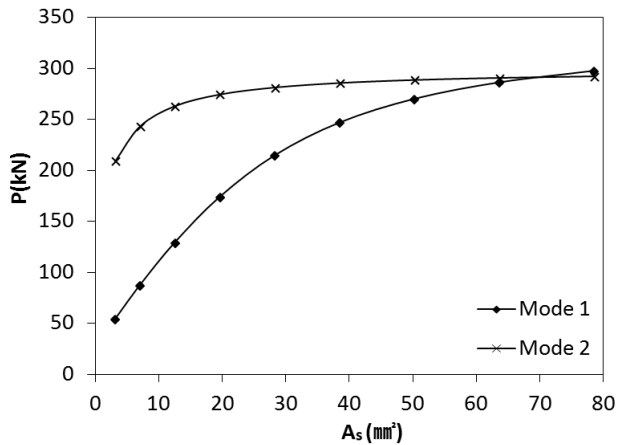


Fig. 13. Compressive Strength by Matrix Formulation

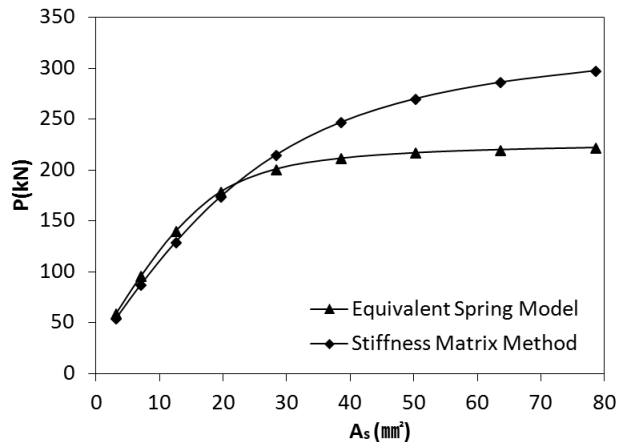


Fig. 14. Strength Comparison from Equivalent Spring Model and Stiffness Matrix Method

의 변화가 불가피한 것으로 보인다. 즉, 사재의 강성이 증가하면서 조립기둥시스템은 기본적인 기둥구조계이러기 보다는 기둥부재, 수평재, 사재로 구성된 골조구조계로 평가될 수 있다. 이러한 골조구조계는 기본적으로 기둥구조계인 스프링모델 구조계보다는 높은 압축강도가 예상된다고 할 수 있다.

4. 유한요소법에 근거한 비선형/비탄성 해석

본 절에서는 유한요소법에 근거한 비선형/비탄성 해석기법으로 보강된 조립기둥시스템의 압축강도를 검토한다. 본 연구에서는 범용 구조해석 패키지 프로그램인 ABAQUS (2004)를 이용하였다. ABAQUS는 선형 탄성해석기법인 고유치 해석에 의한 좌굴하중을 산정할 수 있을 뿐 아니라, Modified Riks Algorithm에 근거하여 비선형 좌굴 및 파괴해석을 비교적 안정되게 구현한다. 우선 탄성해석을 통하여 좌굴강도를 확인하고, 앞서 두 가지 방법에서 결정된 탄성좌굴강도와 비교·검토한다. 또한 비탄성해석을 통하여 초기결함에 따른 좌굴강도의 차이를 검토한다. 단순기둥부재를 효율적으로 보강하여 조립기둥시스템을 구성하였을 때의 구현가능한 압축강도를 파악하고 향상된 좌굴강도를 정량적으로 확인한다.

평면내 구조물로서 조립기둥시스템의 기둥부재는 40개의 보요소, 수평재는 20개의 보요소, 사재는 각 1개의 트러스요소가 이용되어 전체구조계가 모델링되었다. 기둥부재 및 수평재의 요소수를 더 늘여도 강도산정에는 추가적인 영향을 주지 않는다는 것을 해석을 통해 확인하였다. 본 장에서 사용된 수치예제 역시 Table 1의 물성치를 변함없이 사용하였으며 경계조건은 Fig. 11(b)에 보인 바와 같다.

Fig. 15는 선형 탄성해석기법인 Eigenvalue 해석 중 Subspace 방법을 이용하여 산정된 것으로써 사재단면적 변화에 따른 각 좌굴모드의 압축강도의 변화를 나타낸다. 사재단면적이 커질수록

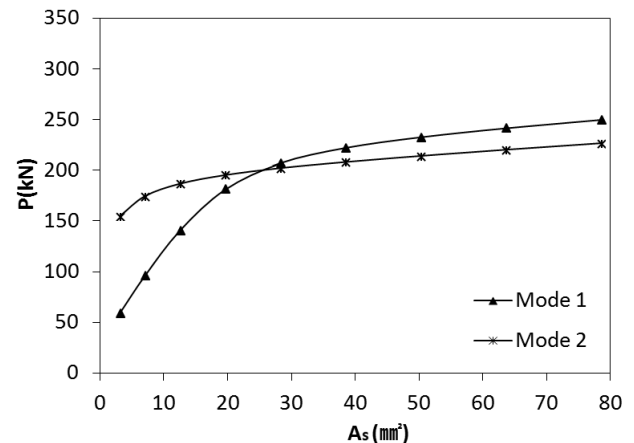


Fig. 15. Buckling Strength from ABAQUS Analyses

조립기동시스템의 탄성좌굴강도가 증가하고, 지배좌굴강도는 Mode 1에서 Mode 2로 바뀐다는 것을 확인할 수 있다. 이 결과는 Fig. 13에 보인 바와 같이 강성행렬구성을 통해 얻은 압축강도의 경우와 유사한 경향을 보인다. 비교목적으로 Fig. 16에 두 결과를 중첩하여 다시 보였다. Mode 1의 좌굴강도는 사재단면적 30 mm² 보다 작은 영역에서 부합하는 경향이 있지만, Mode 2의 경우에는 전 영역에 걸쳐 두 결과에 상당한 차이를 보인다. 그 이유는 ABAQUS로 해석한 사장기동은 주기동의 요소가 40개, 수평재의 요소는 20개으로써 좌굴 발생시 Mode 2의 형상을 적절히 표현할 수 있지만, 강성행렬을 이용한 강도산정 방법에서는 부재의 수가 제한되어 Mode 2의 좌굴형상을 제대로 구현하기 어려운 면이 있고 결과적으로 실제보다 강성이 높게 평가되었다고 볼 수 있다. 기동부재 및 수평재의 요소수를 충분히 증가시킨 후 강성행렬을 이용하여 Mode 2의 탄성좌굴강도를 산정한다면 보다 정확도를 높일 수 있을 것으로 예상된다. 그러나 단 8개의 요소로 간략화시킨 모델로서도 실제로

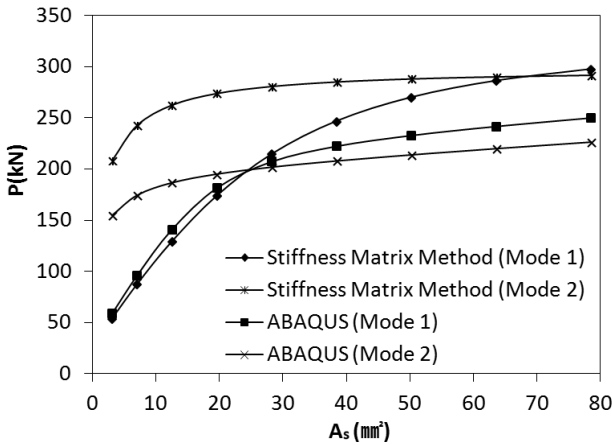


Fig. 16. Strength Comparison from Stiffness Matrix Method and ABAQUS Analyses

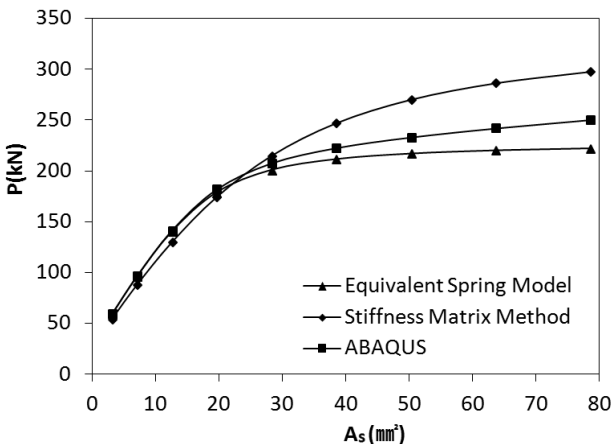


Fig. 17. Mode 1 Compressive Strength Comparison

적용될 가능성이 높은 영역에서 지배강도를 산정할 수 있다는 사실은 간편성 측면에서 평가받을만하다고 보인다.

Fig. 17은 2, 3절에서 결정된 Mode 1의 좌굴강도를 ABAQUS로 해석한 좌굴강도와 함께 나타낸 것이다. 중간탄성지지 구조계인 등가스프링모델과 강성행렬 구성법으로 산정된 좌굴강도와 비교해 보면 상대적으로 작은 사재단면적에는 잘 부합하고 있음을 확인할 수 있다. 30 mm² 이상의 사재단면적 영역에서는 ABAQUS해석에 의한 강도는 앞서 언급된 두 가지 방법에 의한 강도 사이에 분포하고 있다. 사재의 단면적이 일정 수준 이하일 경우 좌굴강도의 산정에 있어 세 가지 방법 모두 신뢰할 수 있는 수준으로 판단된다.

다음으로 기하비선형성 및 재료의 항복이 고려된 비탄성증분해석(inelastic incremental analysis)으로 극한압축강도를 산정하고, 탄성좌굴강도와 비교해 본다. 보강된 조립기동시스템의 요소와 재료 및 경계조건은 탄성해석의 설정과 같다. 사재로 모델링되는 트러스요소에는 케이블처럼 압축에는 저항하지 못하고 인장에만 저항하도록 ‘No Compression’ 옵션을 적용하였다. 비탄성해석 방법으로 ABAQUS에서 제공되는 Riks Analysis 옵션을 적용하고 기동부재 길이의 1/1000 값을 초기결함(initial imperfection)으로 설정하여 수행하였다.

Fig. 18은 탄성해석과 비탄성해석의 각 Mode에 대한 좌굴강도를 보여준다. 조립기동시스템의 탄성좌굴강도가 비탄성좌굴강도에 비해 다소 높게 평가되었음을 알 수 있다. 그 이유는 탄성좌굴강도는 선형탄성해석 방법인 고유치해석의 결과로써 사재가 인장상태인지 압축상태인지를 구분하지 않고 모두 강성행렬의 구성에 반영된다. 비탄성해석에서는 인장상태에 있는 사재만이 저항하는 상태에서 조립기동시스템의 압축강도가 결정되므로 4개의 사재 강성이 모두 고려된 탄성좌굴강도에 비해 낮은 강도가 된다.

Fig. 19는 사장기동의 비탄성해석에서 초기결함의 크기에 따른 극한압축강도를 나타냈다. x축에 나타낸 변위는 축방향 하중재하지점에서의 기동방향 변위를 의미한다. 초기결함의 크기에 따라 극한압축강도는 민감하게 반응한다는 사실을 확인할 수 있다.

조립기동시스템의 보강 효과는 기동부재의 좌굴형상이 비대칭(Mode 2)으로 나타날 때의 보강된 구조가 최적화된다고 할 수 있다. Fig. 18을 포함하여 앞서 여러 가지 방법에 의한 압축강도 산정을 통해 사재의 단면적, 즉 스트럿강성이 높을수록 시스템의 압축강도는 지속적으로 향상된다는 사실을 확인하였다. 그러나 사재의 강성이 일정수준에 이르면 그 이상 값을 향상시켜도 시스템의 압축강도증가는 거의 없거나 매우 약한 수준임을 알 수 있다. 한계효용 측면에서 사재의 강성을 무한히 증가시키는 것은 의미가 없으므로 적절한 최적화의 과정이 필요하다. 본 연구에서는 Fig. 18에서 보인 조립기동시스템의 강도곡선에서 지배강도가 Mode 1에서 Mode 2로 전환되는 점을 ‘Optimum Point’라 정의한다.

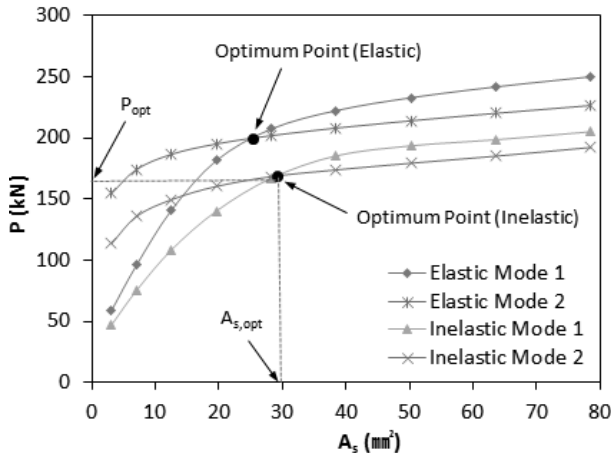


Fig. 18. Compressive Strengths from Elastic and Inelastic Analyses

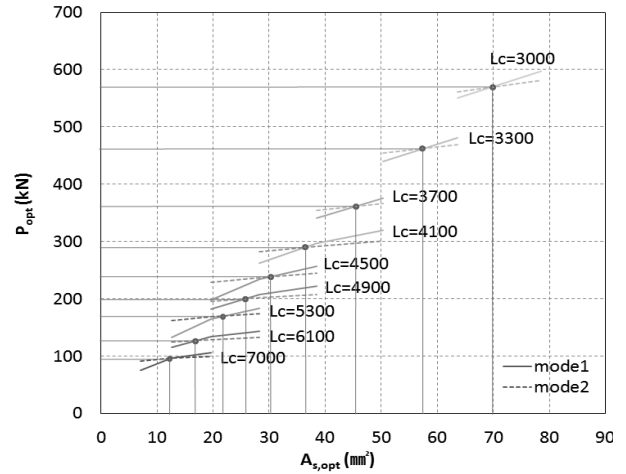


Fig. 20. Optimum Points for Various Column Lengths

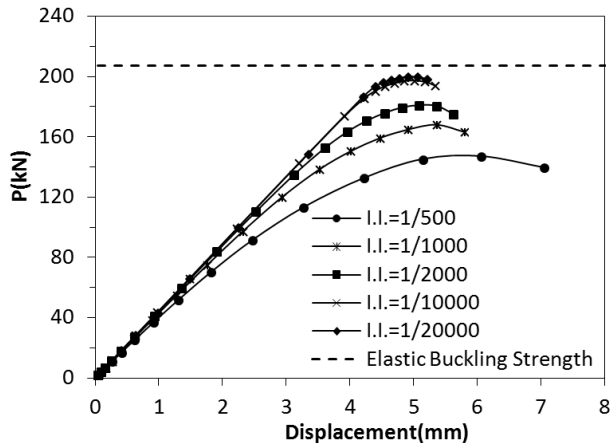


Fig. 19. Effect of Initial Imperfection (Elastic Buckling Strength = 207.3 kN)

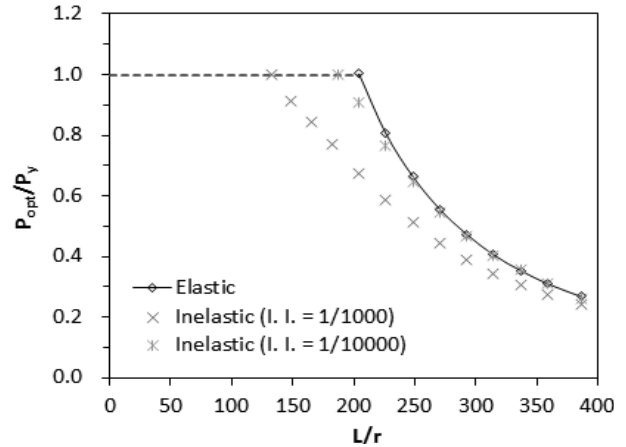


Fig. 21. Expected Compressive Strength vs. Slenderness Ratio

이 점으로부터 정해지는 압축강도를 P_{opt} 로 나타내고 오일러 좌굴강도 대비 향상될 수 있는 기대압축강도(expected compressive strength)를 판단하는 기준으로 활용한다. 또한 이 점으로 구해지는 사재 단면적을 $A_{s,opt}$ 로 표현하고 P_{opt} 를 구현하기 위한 필요강성의 기준으로 활용한다. 압축강도가 향상될 수 있는 정도를 정량적으로 알아보기 위해 기둥부재의 길이 변화시키면서 ‘Optimum Point’를 평가하였다. Fig. 20에는 각 기둥부재의 길이와 그에 따른 사재단면적을 변화시켜 찾아낸 ‘Optimum Point’의 위치를 보여준다. 탄성 해석과 비탄성해석으로 도출된 ‘Optimum Point’에 해당하는 기준 강도 P_{opt} 를 기둥부재 세장비에 따라 Fig. 21에 나타내었다. 비탄성 해석의 경우 초기결함의 수준을 기둥길이의 1/1000과 1/10000을 고려하여 비교하였다. 보강된 조립기둥시스템은 기본적으로 단순기둥을 보강하는 취지이므로 기둥부재의 항복력까지만 제시하였다. 앞서 언급하였듯이 사재 강성이 커져 기둥부재 및 수평재 강성에

근접할 정도로 보강되면 기둥구조계는 골조구조계로 특성을 보이면서 최대 압축력은 기둥부재 자체의 항복력을 초과하게 된다. 조립기둥시스템의 압축강도 P_{opt} 는 초기결함이 1/1000일 때는 오일러 좌굴강도 대비 약 5~6.3배, 1/10000일 때는 약 6.7~7.1배 수준으로 나타났다.

5. 결론 및 맺음말

단순기둥부재의 중간 위치에 수평재와 스트럿사재로 구성된 구속 장치를 설치하여 보강된 조립기둥시스템은 보강되지 않은 단순기둥의 경우에 비해 그 좌굴강도를 상당부분 향상시킬 수 있음을 확인하였다. 보강된 조립기둥시스템의 압축강도를 정량적으로 산정하기 위하여 기둥부재 경계 구성요소를 스프링으로 치환한 등가의 스프링모델기법, 자유도를 최소화하여 단순화된 구조계

에 대한 강성행렬기법, 그리고 범용유한요소해석 프로그램을 활용한 탄성/비탄성 해석기법을 적용하였다. 수치예제 해석결과 세 가지 해석방법 모두 스트럿 사재의 단면적이 가동부재 및 수평재의 단면적보다 일정수준 이하로 작을 경우 탄성좌굴강도 예측이 잘 부합한다는 것을 확인하였다. 오일러 좌굴강도와 비교하였을 때, 보강된 조립기둥시스템은 보강되지 않은 단순기둥에 비하여 7배까지 좌굴강도가 향상될 수 있음을 또한 확인하였다. 본 연구에서는 보강대상이 되는 단순기둥의 제원이 결정되면 조립기둥시스템 구성을 통해 향상될 수 있는 압축강도의 기준으로 기대압축강도를 제시하였다. 기대압축강도는 초기결함이 1/1000일 때는 오일러 좌굴강도 대비 약 5~6.3배, 1/10000일 때는 약 6.7~7.1배 수준으로 나타났다.

본 제안시스템은 세장비가 큰 단순기둥부재를 대상으로 압축강도 향상을 목적으로 하고 있으므로 영구 시설의 부재보다는 건설현장 등에서 임시 구조물 등을 보완하는 면에서 활용성이 예상된다. 비탄성해석으로 보인 바와 같이 본 조립기둥시스템은 초기결함에 의한 강도감소가 예상되므로 현장적용시에는 엄격한 시공관리가 요구된다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 청주대학교 연구장학 지원에 의한 것입니다.

References

- ABAQUS, Inc. (2004). *ABAQUS Analysis user's manual*, Ver. 6.5.
- AISC (2001). *Manual of steel construction*, Load and Resistance Factor Design, 3rd Ed.
- AISC (2011). *Steel construction manual*, 14th Ed.
- Andrade, SALde, Vellasco, PCGdaS, Silva, JGS. da. (2003). "Concepção e projecto estrutural do palco principal do rock in rio III." *Construção Magazine*, Vol. 6, pp. 4-11 (in Portuguese).
- Araujo, R. R. de, Andrade, S. A. L. de, Vellasco, P. C. G. da. S., Silva, J. G. S. da, Lima, L. R. O. de. (2008). "Experimental and numerical assessment of stayed steel columns." *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 64, pp. 1020-1029.
- Chan, S. L., Shu, G. and Lu, Z. (2002). "Stability analysis and parametric study of pre-stresses stayed columns." *Engineering Structures*, Vol. 24, No. 1, pp. 115-124.
- Chu, K. H. and Berge, S. S. (1963). "Analysis and design of struts with tension ties." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 89, No. ST1, pp. 127-163.
- Hafez, H. H., Temple, M. C. and Ellis, J. S. (1979). "Pretensioning of single-crossarm stayed columns." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 105, No. ST2, pp. 359-375.
- Hethout, I. A., Temple, M. C. and Ellis, J. S. (1967). "Buckling of space stayed columns." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 105, No. ST9, pp. 1805-1822.
- Kim, K. (2011). "A Study on elastic buckling strength of truss-stayed single column system." *Journal of Korea Academia-Industrial Cooperation Society*, Vol. 12, No. 12, pp. 5984-5989 (in Korean).
- Mauch, H. R. and Felton, L. P. (1967). "Optimum design of columns supported by tension ties." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 93, No. ST3, pp. 210-220.
- McGuire, W., Gallagher, R. H. and Ziemian, R. D. (2000). *Matrix structural analysis*, John Wiley & Sons, Inc.
- Saito, D. and Wadee, M. A. (2008). "Post-buckling behavior of prestressed steel stayed columns." *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 5, pp. 1224-1239.
- Saito, D. and Wadee, M. A. (2009). "Buckling behavior of prestressed steel stayed columns with imperfections and stress limitation." *Engineering Structures*, Vol. 31, No. 1, pp. 1-15.
- Saito, D. and Wadee, M. A. (2009). "Numerical studies of interactive buckling in prestressed steel stayed columns." *Engineering Structures*, Vol. 31, No. 2, pp. 432-443.
- Segui, W. T. (2007). *Steel design*, 4th Ed., Thomson.
- Smith, E. A. (1985). "Behavior of columns with pretensioned stays." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 111, No. 5, pp. 961-972.
- Smith, R. J., McCaffrey, G. T. and Ellis, J. S. (1975). "Buckling of a single-crossarm stayed column." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 101, No. ST1, pp. 249-268.
- Steirteghem, J. V., De Wiled, W. P., Samyn, P., Verbeeck, B. P. and Wattel, F. (2005). "Optimum design of stayed columns with split-up cross arm." *Advances in Engineering Software*, Vol. 36, pp. 614-625.
- Temple, M. C. (1977). "Buckling of stayed columns." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 103, No. ST4, pp. 839-851.
- Temple, M. C., Prakash, M. V. and Ellis, J. S. (1984). "Failure criteria for stayed columns." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 110, No. 11, pp. 2677-2689.
- Wong, K. C. and Temple, M. C. (1982). "Stayed column with initial imperfection." *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 108, No. ST7, pp. 1623-1640.