Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 19, No. 12, December 2014
www.ksci.re.kr
http://dx.doi.org/10.9708/jksci.2014.19.12.171

사탕수수 설탕 생산 문제의 최대 당분 손실 로트 우선 생산 알고리즘

이 상 운*

Maximum Sugar Loss Lot First Production Algorithm for Cane Sugar Production Problem

Sang-Un Lee *

요 약

NP-완전인 상자 포장 문제의 일종인 사탕수수 설탕 생산 문제에 대해, Guéret et al.은 $O(m^4)$ 수행 복잡도의 선형계획법으로 해를 얻고자 하였다. 반면에, 본 논문에서는 사탕수수 설탕 생산 문제는 다항시간으로 해를 찾아가는 규칙이 존재한다는 가정하에, 최대 손실량을 가진 로트를 우선 생산하는 탐욕 규칙인 $O(m \log m)$ 의 다항시간 복잡도로 해를 구할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 제안된 방법은 설탕 함유량 손실 기울기를 내림차순으로 정렬한 후, 해당 슬롯 생산능력의 로트들을 선택하는 방법과 해당 슬롯에서 수명을 다하는 로트들과 마지막으로 선택된 로트들과 교환하는 방법을 적용하였다. 실험 결과, 제안된 알고리즘은 사탕수수 설탕 생산 문제에 대해 선형계획법의 $O(m^4)$를 $O(m \log m)$으로 단축시키면서도 보다 좋은 결과를 얻었다.

▸ Keywords : 처리능력, 슬롯, 로트, 손실, 기울기

Abstract

Guéret et al. tries to obtain the solution using linear programming with $O(m^4)$ time complexity for cane sugar production problem a kind of bin packing problem that is classified as NP-complete problem. On the other hand, this paper suggests the maximum loss of lot first production greedy rule algorithm with $O(m \log m)$ polynomial time complexity underlying assumption of the polynomial time rule to find the solution is exist. The proposed algorithm sorts the lots of sugar loss slope into descending order. Then, we select the lots for each slot production capacity only, and swap the exhausted life span of lots for lastly selected lots. As a result of experiments, this algorithm reduces the $O(m^4)$ of linear programming to $O(m \log m)$ time complexity. Also, this algorithm better result than linear programming.

▸ Keywords : Capability, Slot, Lot, Loss, Slope

•제1저자 : 이상운
•투고일 : 2014. 08. 27, 심사일 : 2014. 09. 18, 게재확정일 : 2014. 11. 13.
* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

I. 서 론

사탕수수를 동일한 양 (lot)으로 선적한 m대의 화물차량이 도착하였으며, 제당공장은 생산라인을 풀가동하여 1 회에 k개의 로트만을 처리할 수 있다. 여기서 $m > k$로 제당공정은 1일 동안 $\lceil m/k \rceil$ 회 생산 (slots)을 해야 한다. 또한, 각 사탕수수는 설탕 함유량이 시간에 따라 다르게 감소하며, 수명을 갖고 있다. 이 경우 제당공장 생산 관리자는 설탕 손실량을 최소로 하기 위한 생산계획을 수립해야 한다. 이 문제를 사탕수수 설탕 생산 문제 (cane sugar production problem, CSPP)라 한다[1].

CSPP는 상자 포장 문제 (bin packing problem, BPP)의 특별한 경우로 볼 수 있다. BPP는 C 용량을 가진 $n > 1$개 상자에 m개의 물품을 상자의 용량 제약조건만을 고려하여 물품을 분할하지 않고 채우는 문제이다[2,3]. 반면에, CSPP는 BPP의 제약조건을 만족하면서, 추가로 단위시간당 설탕 함유량 손실과 수명 제약조건을 고려해야 한다[1,4]. BPP는 정확한 해를 찾는 다항시간 알고리즘이 알려져 있지 않아 NP-완전 (NP-complete)으로 분류되고 있다[3].

Thompson과 Moberly[5]는 사탕수수를 최대로 수확하는 방법에 대해, Heluane et al.[6]은 다중 생산라인의 증류, 가열과 결정 과정의 효율성을 통해 생산량을 증대시키는 방법에 대해 연구하였다. NP-완전인 m개의 사탕수수 로트들을 n개 슬롯에 할당하는 CSPP에 대해 Guéret et al.[1]과 Edvall[4]은 최적화 문제 (optimization problem, OP)로 취급하였다. Guéret et al.[1]은 $O(m^4)$ 수행 복잡도의 선형계획법 (linear programming, LP) 최적화 패키지를, Edvall[4]은 MATLAB의 CPLEX 프로그램을 작성하여 적용하였다. 적용 결과를 보면, CPLEX가 LP에 비해 보다 좋은 최적 해를 얻다.

본 논문에서는 CSPP를 단순한 결정문제 (decision problem, DP)로 취급하여 $O(m \log m)$ 수행 복잡도의 생산 규칙을 제시한 휴리스틱 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 Guéret et al.[1]이 제시한 CSPP 사례를 고찰해 본다. 3장에서는 CSPP에 대해 $O(m \log m)$ 복잡도로 최적 해를 구할 수 있는 규칙을 제시한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 실제 데이터에 적용하여 알고리즘 적합성을 평가해 본다.

II. 사탕수수 설탕 생산 문제

사탕수수 설탕 생산 문제는 상자 포장 문제의 일종으로 볼 수 있다. 상자 포장 문제는 다수의 물품이 하나의 상자에 적재가 가능하다. 반면에, 사탕수수 설탕 생산 문제는 상자 포장 문제와 동일하지만 설탕 함유량 손실량 (loss)과 수명 (life span) 제약조건을 추가로 고려해야 한다.

표 1은 호주의 사탕사수 수확량을 보여주고 있다. 사탕수수는 수확한 즉시 철도망을 통해 화물열차로 제당공장 (sugar house)으로 이송된다. 화차에 적재될 사탕수수의 함유량은 수확지의 지역과 사탕수수 성숙도에 영향을 받는다. 일단 사탕수수를 수확하고 나면 발효 (fermentation)와 화물 적재과정으로 인해 설탕 함유량이 빠르게 감소하며, 특정 시점 이후에는 설탕 함유량이 전혀 없게 된다. 이 문제에서 11개 화물열차에 동일한 양을 적재하고 제당공장에 도착하였다. 제당공장 생산담당자는 각 화차에 실려진 사탕수수의 시간당 설탕 함유량 손실량과 수명을 사전에 알고 있다고 가정하여 보자. 제당공장은 공장을 풀 가동시 한 슬롯에 3대 화차분 (lots)을 처리할 수 있다. 하나의 슬롯은 2시간이 소요된다. 제당공장 생산담당자는 설탕 함유량 손실을 최소화 시키도록 생산계획을 작성하고자 한다. 이 경우의 생산계획을 작성하는 것이 문제이다.

표 1. 사탕수수 설탕 생산 문제
Table 1. Cane sugar production problem

Wagon Lot	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
Loss (kg/h)	43	36	37	28	13	54	62	49	19	28	30
Life span(h)	8	8	2	8	4	8	8	8	8	8	8

Guéret et al.[1]은 표 1의 문제에 대해 선형계획법 패키지를 활용하였으며, Edvall[4]은 MATLAB의 CPLEX 프로그램을 작성하여 해를 얻었다. Guéret et al.[1]은 총 손실량을 1,620kg을 얻었는데 반해, Edvall[4]은 1,602kg을 얻어 Edvall[4]이 최적 해를 얻었음을 알 수 있다. 이들 결과는 표 2에 제시되어 있다.

표 2. LP와 CPLEX의 최적 배정
Table 2. Optimal assignment of LP and CPLEX

LP												
Slot	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	Loss
S1			74Kg			108kg	124kg					306kg
S2	172kg				52kg			196kg				420kg
S3									**114kg**	168kg	180kg	462kg
S4		208kg		**224kg**								432kg
계												**1,620kg**

CPLEX												
Slot	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	Loss
S1			74kg			108kg	124kg					306kg
S2	172kg				52kg			196kg				420kg
S3				**168kg**						168kg	180kg	516kg
S4		208kg							**152kg**			360kg
계												**1,602kg**

제품과 공정 설계, 생산, 물류, 교통통제와 전략적 계획 등과 같이 실세계에서 부닥치는 많은 문제들은 최적화 문제들이다. 이 문제들은 전통적인 방법으로는 휴리스틱 방법으로 모수들에 대한 선택의 가능한 경우수를 고려하여 해를 얻는데 반해 최적 해를 보증하지 못하기도 한다. 이의 대안으로 시뮬레이션의 최적화 기법을 최근 들어 많이 적용하고 있다. 수학적 기법의 시뮬레이션의 일종인 선형계획법을 적용한 최적화는 복잡한 문제에 대해서도 통제와 조절이 가능한 장점을 갖고 있다[7].

주어진 문제를 최적화 문제로 본 사례는 Hopfield와 Tank[8]의 신경망 기법, Kallrath[9]의 혼합된 정수계획법 등이 있으며, 최적화와 결정 문제에 대한 선택은 Wright[10]이 제시하였다. 신경망 기법은 메타휴리스틱(metaheuristic) 방법의 일종으로 주어진 문제의 최적 해를 찾아가는 규칙이 존재하지 않는다는 가정하에 수행하는 방법이다. NN은 랜덤한 초기치를 설정하고 해를 감소시키는 기법 (gradient descent method, GDM)으로 가중치들을 조절하는 방법으로 일단 지역 최적점 (local minima, LM)에 도달하면 전역 최적점 (global minima, GM)인 최적 해를 찾아가지 못하는 단점이 있다. 왜냐하면 LM에서 GM을 찾아가기 위해서는 LM을 탈출하기 위해 해가 증가하여 GDM을 위반하기 때문이다. 따라서, 메타휴리스틱 방법들은 랜덤한 초기치를 어떻게 설정하느냐에 따라 대부분 LM에 수렴하며, 요행히도 GM에 수렴하기도 한다. 이러한 특성으로 인해 메타휴리스틱 방법은 실험 결과에 대한 재현이 불가하여 실제로 적용하기가 쉽지 않으며, 수백, 수천 번의 시행횟수를 통해 최적 값을 결정하거나 평균값을 제시하기도 한다. 정수계획법은 변수 개수가 증가하면 수행횟수가 기하급수적으로 증가하여 NP-완전이 될 수 있으며, 단지 프로그래밍 패키지의 도움을 받아 해를 구하는 방법으로, 해를 어떻게 구하였는지에 대한 규칙은 알 수 없다. 전형적인 상자포장 문제에 대한 알고리즘은 Lee[11]이 있으며, 본 문제에는 직접 적용할 수 없는 단점이 있다.

본 논문에서는 주어진 문제를 최적화 문제로 보지 않고 결정 문제로 보고 탐욕 알고리즘 (greedy algorithm)[12]을 적용한다. 탐욕 알고리즘은 현 시점까지 얻을 수 있는 정보들 중에서 최적의 대상을 선택하는 방법이다.

CSLP에 대해 Guéret et al.[1]이 적용한 선형계획법은 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 갖는 최적화 방법이다. 3장에서는 선형계획법의 $O(m^4)$을 $O(m\log m)$복잡도로 단순화시킨 탐욕 규칙 알고리즘을 제안한다.

III. 최대 당분손실 로트 우선 생산 알고리즘

본 장에서는 사탕수수 설탕 생산 문제는 다항시간으로 최적 해를 찾아갈 수 있는 규칙이 존재한다는 가정하에, 탐욕적 방법으로 당분 손실량이 최대인 로트부터 슬롯당 처리 로트 수 만큼 우선 생산하는 규칙을 적용한다. 제안된 알고리즘을 최대 당분 손실 로트 우선 생산 알고리즘 (maximum sugar loss lot first production algorithm, MSLFPA)이라 하며, 다음과 같이 수행된다.

m: 로트 수
k: 슬롯 당 처리 로트 수
n: 슬롯 수
l_i : i번째 로트의 단위시간 손실량
Step 1. $n = m/k$ /* 수행 복잡도 : $O(1)$ */
Step 2.for $i = 1$ to m /* 수행 복잡도 : $O(m\log m)$ */
l_i 내림차순 정렬
end
[모든 로트 생산시]
Step 3.for $j = 1$ to n /* 수행 복잡도 : $O(n)$ */
j번째 슬롯에 k개 로트 선택.
미 선택된 로트들 중 해당 슬롯의 $2j$와 수명 s_i에 대해
if $\exists\, 2j = s_i$인 로트들 $p \le k$개 then 마지막 선택된 로트부터 역순으로 p개와 교환
else 기존에 선택된 k개 로트를 j번째 슬롯에서 생산
endif
end
[일부 로트 미생산시]
Step 3.for $j = 1$ to n /* 수행 복잡도 : $O(n)$ */
j번째 슬롯에 k개 로트 선택
end

제안된 알고리즘은 m개 로트들을 단위시간 손실량 내림차순으로 정렬하고, n개 슬롯 각각에서 k개씩 선택하는 방법으로 $O(m\log m)$수행 복잡도가 요구된다.

Guéret et al.[1]은 이를 최적화 문제로 보아 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 갖는 선형계획법의 최적화 문제를 풀고자 한 반면 제안된 알고리즘은 결정 문제로 보고 $O(m\log m)$복잡도로 단순화 시킬 수 있었다.

IV. 실험 및 결과 분석

표 1의 데이터에 대해, 당분 함유량을 q, 시간당 손실량을 l, 수명을 s라 하면 당분 함유량 함수는 식 (1)로 표현된다.

$$q_i = -l_i \times h + (l_i \times s_i) \quad (1)$$

본 장에서는 Guéret et al.[1]이 제시한 표 1의 문제에 대해 MSLFPA를 적용하여 본다. MSLFPA는 l_i 내림차순으로 우선 생산하는 방식으로 표 1의 문제에 대해 모든 로트를 생산하는 경우 MSLFPA를 적용한 결과는 표 3과 같다. 표 3은 특별한 프로그램을 작성하지 않고, 단순히 Excel을 이용하여 결과를 구할 수 있었다.

여기서, 실제 생산량은 $l_i \times s_i$의 총 당분 함유량에서 해당 슬롯 j의 바로 이전 슬롯 $j-1$에서의 손실량 $l_i \times j-1$을 뺀 값이다. 즉, j번째 슬롯에서 해당 로트들이 한 번에 생산에 투입되어 해당 슬롯의 2시간 동안 손실량이 "0"이라고 가정한 경우이다.

표 3. 모든 로트 생산의 경우 MLSLFPA의 최적 배정
Table 3. Optimal assignment of MLSLFPA for full lots production

Lot	Loss (kg/h) l_i	Life span(h) s_i	Loss Quantity (kg) Slot1 (2h)	Slot2 (4h)	Slot3 (6h)	Slot4 (8h)	손실량 (L) j^{th}	$j-1^{th}$	초기 당분 함유량 $l_i \times s_i$	실제 생산량 (P)
L07	**62**	8	**124**	248	372	496	**124**	**0**	496	**496**
L06	**54**	8	**108**	216	324	432	**108**	**0**	432	**432**
L08	**49**	8	98	**196**	294	392	**196**	**98**	392	**294**
L01	**43**	8	86	**172**	258	344	**172**	**86**	344	**258**
L03	**37**	2	**74**	-	-	-	**74**	**0**	74	**74**
L11	**30**	8	60	120	**180**	240	**180**	**120**	240	**120**
L04	**28**	8	56	112	**168**	224	**168**	**112**	224	**112**
L10	**28**	8	56	112	**168**	224	**168**	**112**	224	**112**
L02	**26**	8	52	104	156	**208**	**208**	**156**	208	**52**
L09	**19**	8	38	76	114	**152**	**152**	**114**	152	**38**
L05	**13**	4	26	**52**	-	-	**52**	**26**	52	**26**
계			306kg	420kg	516kg	360kg	**1,602kg**	**824kg**	**2,838kg**	**2,014kg**

11개 로트에 대해 각 슬롯이 3개 로트를 처리할 수 있으므로 $m=11, k=3, n=\lceil m/k \rceil = 4$로 4개 슬롯이 필요하다. 즉, 1일 2시간 주기의 4회 생산 (8시간)으로 3-3-3-2 패턴의 로트들을 처리할 수 있다.

$j=1$, Slot #1에서는 L07, L06, L08이 선택되었으며, L03의 $l_3=2$로 $2j$를 만족하여 L08 대신 L03을 생산하였다. $j=2$, Slot #2에서는 L08, L01, L11이 선택되었으며, L05의 $l_5=4$로 $2j$를 만족하여 L11 대신 L05를 생산하였다. $j=3$, Slot #3에서는 L11, L04, L10이 선택되었으며, $l_i=6$인 로트가 존재하지 않아 L11, L04, L10이 생산되었다. $j=4$, Slot #4에서는 L02, L09가 선택되었으며, $l_i=8$인 나머지 로트가 존재하지 않아 L02, L09가 생산되었다.

다음으로, 일부 로트만 생산하는 경우 MSLFPA를 적용한 결과는 표 4와 같다. 표에서는 슬롯 #1에서 L07, L06, L08을, 슬롯 #2에서는 L01, L11, L04를, 슬롯 3에서는 L10,L02와 L09를 생산하고 L03과 L05는 생산하지 않았다. 이 결과 손실량은 1,172kg을 얻는다. 결국, 슬롯 #4의 2시간 공장 가동을 하지 않고도 최소 당분 손실량으로 최대 생산효과를 얻었다.

표 4. 일부 로트 생산의 경우 MLSLFPA의 최적 배정
Table 4. Optimal assignment of MLSLFPA for partial lots production

Lot	Loss (kg/h) l_i	Life span(h) s_i	Loss Quantity (kg) Slot1 (2h)	Slot2 (4h)	Slot3 (6h)	Slot4 (8h)	손실량 (L) j^{th}	$j-1^{th}$	초기 당분 함유량 $l_i \times s_i$	실제 생산량 (P)
L07	**62**	8	**124**	248	372	496	**124**	**0**	496	**496**
L06	**54**	8	**108**	216	324	432	**108**	**0**	432	**432**
L08	**49**	8	**98**	196	294	392	**98**	**0**	392	**392**
L01	**43**	8	86	**172**	258	344	**172**	**86**	344	**258**
L03	**37**	2	74	-	-	-	**0**	**74**	74	**0**
L11	**30**	8	60	**120**	180	240	**120**	**60**	240	**180**
L04	**28**	8	56	**112**	168	224	**112**	**56**	224	**168**
L10	**28**	8	56	112	**168**	224	**168**	**112**	224	**112**
L02	**26**	8	52	104	**156**	208	**156**	**104**	208	**104**
L09	**19**	8	38	76	**114**	152	**114**	**76**	152	**76**
L05	**13**	4	26	52	-	-	**0**	**52**	52	**0**
계			330	404	438		**1172kg**	**620kg**	**2,838kg**	**2,218kg**

제안된 MSLFPA와 LP, CPLEX의 성능을 요약하여 표 5에 제시하였다. 제안된 MSLFPA는 최대 손실량 로트를 우선 생산하는 경우 LP의 $O(m^4)$ 복잡도를 $O(m \log m)$로 단순화 시키면서도 CPLEX와 동일한 2,014kg으로 18kg을 추가로 생산하는 결과를 얻었다. MSLFPA는 일부 로트를 생산하는 경우 2,218kg으로 전체 로트 생산에 비해 4kg을 추가로 생산할 수 있는 결과를 얻었다.

표 5. 알고리즘 성능 비교
Table 5. Compare with algorithm performance

구분		알고리즘 LP[1]	CPLEX[4]	MSLFPA
전체 로트 생산시	j^{th} 손실량	1,620kg	**1,602kg**	**1,602kg**
	$j-1^{th}$ 손실량	842kg	**824kg**	**824kg**
	실제 생산량	1,996kg	**2,014kg**	**2,014kg**
일부 로트 생산시	j^{th} 손실량	-	-	**1,172kg**
	$j-1^{th}$ 손실량	-	-	**620kg**
	실제 생산량	-	-	**2,218kg**

V. 결론

NP-완전으로 분류된 상자 포장 문제의 일종인 사탕수수 설탕 생산 문제에 대해, Guéret et al.[1]은 $O(m^4)$ 복잡도

의 선형계획법 최적화 기법으로 해를 얻고자 하였다. 반면에, 본 논문에서는 이 문제를 $O(m\log m)$복잡도의 결정기법으로 최적 해를 얻을 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다.

제안된 방법은 시간당 당분 손실량이 최대인 로트부터 우선 생산하는 단순한 규칙을 적용하였다.

실험 결과, 제안된 알고리즘은 NP-완전 문제인 CSP에 대해 선형계획법의 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 $O(m\log m)$으로 단축시키면서도 보다 좋은 최적 해를 얻을 수 있었다.

결론적으로, 제안된 알고리즘은 간단히 해를 구할 수 있는 관계로 제당공장의 생산계획을 수립하는데 있어 실제로 큰 도움을 줄 수 있을 것이다.

참고문헌

〔1〕 C. Guéret, X. Prins, and M. Sevaux, "Applications of Optimization with Xpress-MP: 6.4 Cane Sugar Production," Dash Optimization Ltd., pp. 73-75, Feb. 2005.

〔2〕 E. Falkenauer, "A Hybrid Grouping Genetic Algorithm for Bin Packing," Journal of Heuristics, Vol. 2, No. 1, pp 5-30, Aug 1996.

〔3〕 A. Lodi, S. Martello, and D. Vigo, "Recent Advances on Two-Dimensional Bin Packing Problems," Discrete Applied Mathematics, Vol. 123, No. 1-3, pp. 379-396, Nov. 2002.

〔4〕 M. Edvall, "Tank Loading," Tomlab Optimization Inc, http://tomsym.com/examples/tomsym_tankloa- ding.html, Apr. 2009.

〔5〕 G. D. Thompson and P. K. Moberly, "Programme Planning: A Step Towards Improved Sugarcane Production," Proceedings of The South Africa Sugar Technologists' Association, pp. 40-49, Jun. 1976.

〔6〕 H. Heluane, M. Colombo, M. R. Hernández, M. Graells, and L. Puigjaner, "Enhancing Sugar Cane Process Performance Through Optimal Production Scheduling," Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, Vol. 46, No. 3, pp. 198-209, Mar. 2007.

〔7〕 J. Kallrath, and A. Schreieck, "Discrete Optimisation and Real World Problems," Europe '95 Proceedings of the International Conference and Exhibition on High-Performance Computing and Networking, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 919, pp. 351-359, May 1995.

〔8〕 J. J. Hopfield, and D. W. Tank, "Neural Computation of Decisions in Optimization Problems," Biological Cybernetics, Vol. 52, No. 3, pp. 141-152, Jul. 1985.

〔9〕 J. Kallrath, "Mixed Integer Optimization in the Chemical Process Industry: Experience, Potential and Future Perspectives," Chemical Engineering Research and Design, Vol. 78, No. 6, pp. 809-822, Sep. 2000.

〔10〕 P. Wright, "Consumer Choice Strategies: Simplifying vs. Optimizing," Journal of Marketing Research, Vol. 12, No. 1, pp. 60-67, Feb. 1975.

〔11〕 S. U. Lee, "A Polynomial Time Optimal Algorithm for Linear Bin Packing Problem," Journal of the Korea Society of Computer and Information, Vol. 11, No. 8, pp. 9-16, Aug. 2013.

〔12〕 G. Bendall and F. Margot, "Greedy Type Resistance of Combinatorial Problems," Discrete Optimization, Vol. 3, No. 4, pp. 288-298, Dec. 2006.

저 자 소 개

이 상 운(Sang-Un, Lee)

1983년 ~ 1987년 : 한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)
1995년 ~ 1997년 : 경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)
1998년 ~ 2001년 : 경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)
2003.3 ~ 현 재 : 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수
관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 소프트웨어 개발 방법론, 소프트웨어 신뢰성, 그래프 알고리즘
e-mail : sulee@gwnu.ac.kr