

# Fuzzy 이론과 구조공학 적용 예 (콘크리트 충전 강관 단주의 압축강도 평가)

Fuzzy Theory and Its Application to Structural Engineering  
(Evaluation of Squash Load of Concrete-filled Tube)



문 지 호\*      김 정 중\*\*      이 태 형\*\*\*

\*한국철도기술연구원 신교통연구본부 미래교통시스템연구실 선임연구원  
\*\*경남대학교 건축학부 조교수  
\*\*\*건국대학교 토목공학과 부교수

## 1. 개 요

퍼지이론(Fuzzy theory)은 공학에서 항상 존재하는 부정확성(Imprecision), 지식의 부족(Lack of knowledge), 애매함(Ambiguity)에 기인하는 불확실성을 다루는데 있어 적합하여 여러 공학문제를 해결하는데 응용이 되고 있다(Ross, 2004). 최근에는 이러한 퍼지이론을 구조공학에도 적용이 되고 있다. 예를 들어, Zongjin 등(2005)은 퍼지이론을 이용하여 콘크리트의 내구성을 평가하였으며, Choi 등(2007)은 콘크리트 슬라브의 편칭전단파괴 강도를 퍼지이론을 이용하여 계산하였다. Moon 등(2014)은 원형 콘크리트 충전강관(CFT, Concrete-filled tube)의 구속응력을 퍼지이론을 이용하여 성공적으로 평가하였다.

본 학술기사에는 퍼지이론에 대한 기초적인 지식에 대하여 설명하고, 퍼지이론을 어떠한 방식으로 구조공학에 적용이 가능한지에 대하여 CFT의 구속응력 평가의 예를 들어 기술하였다. 본 논문에 예로 언급된 퍼지이론을 이용한 CFT의 구속응력 평가는 본 기사의 저자들이 Journal of Constructional Steel Research에 게재한 내용을 요약한 것임을 미리 밝혀둔다(Moon et al. 2014).

## 2. 퍼지 이론(Fuzzy theory)

퍼지 이론은 애매한 논리 숫자 집합 등을 연구해 온 캘리포니아 버클리 대학의 교수로 재임했던 자데(Loft A. Zadeh)에 의해 처음으로 이론이 제안되었다. 퍼지 이론에서 불확실성은 전통적인 확률과는 다르다. 예를 들어 확률을 50%라고 한다면 이는 50%라는 값을 한정하는 것이지만 퍼지 이론에서는 45%, 55% 등을 수용한다. 이러한 퍼지 이론은 참(1)과 거짓(0)의 2진법을 쓰는 컴퓨터에 변화를 가져올 수 있다. 예를 들어 ‘젊은 사람들’과 같은 애매한 기준(정확한 나이를 기준으로 하지 않는 기준)을 가지고 데이터베이스를 검색할 수도 있다.

퍼지 이론을 이용하여 수학적 모델을 만드는 경우, 먼저 퍼지 함수(Fuzzy set)를 정의하여야 한다. 퍼지 집합이란, 전체 집합에 포함된 하나의 원소  $x_i$ 가 퍼지 집합  $A$ 의 멤버인 경우에 전체 구간  $[0, 1]$ 에 포함되는 실수값으로의 사상인 함수로 소속도 함수(Membership function)를 이용하여 정의되는 것을 말한다. 소속도 함수는 기호로  $\mu(x_i)$ 로 나타내며, 0에서 1사이의 값을 가진다. 즉,  $\mu(x_i)=1$ 은 원소  $x_i$ 가  $A$ 에 완전히 소속되는 것을 말한다. 소속도 함수에는 삼각형, 사다리꼴 등 여러 가지 형태가 있을 수 있다. 대표적으로

많이 사용되는 Gaussian 소속도 함수는 아래의 식 (1)과 같다.

$$\mu(x_i) = \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_i - c_i}{\sigma_i} \right)^2 \right] \quad (1)$$

식 (1)에서  $x_i$ 는  $i$ 번째 입력값이며,  $c_i$ 는  $i$ 번째 소속도 함수의 중심이다.  $\sigma_i$ 는  $i$ 번째 소속도 함수의 퍼짐과 관계된 변수이다. 식 (1)을 이용하여 입력값에 대하여 소속도 함수를 정의할 수 있다. 출력값  $y_i$  또한 분포를 가지는 퍼지 함수로 나타낼 수 있다. 하지만 공학에서는 분포를 가지는 결과값 보다는 특정한 하나의 값으로 결과가 도출되는 것이 사용이 편리한 경우가 많으므로 출력값은 일반적으로 Delta 함수를 이용하여 나타낼 수 있다. 그림 1(a)와 (b)는 입력값  $x_i$ 와 출력값  $y_i$ 를 각각 Gaussian과 Delta 소속도 함수를 이용하여 나타낸 그림이다.

퍼지 이론 기반의 모델(fuzzy based model)을 정립하기 위하여는 입력값과 출력값과의 상관관계가 필요하다. 이러한 상관관계를 퍼지 규칙(fuzzy rule-base)이라고 하며, 간단한 2개의 입력값에 대하여 하나의 출력값을 가지는 퍼지 규칙의 예는 아래의 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{IF } x_1 \text{ is } \underline{A}_1^k \text{ and } x_2 \text{ is } \underline{A}_2^k \text{ THEN } y \text{ is } \underline{B}^k \\ &\text{for } k=1, 2, 3, \dots, r \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서  $\underline{A}_1^k$ 와  $\underline{A}_2^k$ 는  $k$ 번째 입력값에 대한 퍼지함수이며,  $\underline{B}^k$ 는  $k$ 번째 출력값에 대한 퍼지함수를 나타낸다. 위에서 설명한 소속도함수와 퍼지 규칙은 대표적으로 MLFE (Modified learning from example) 알고리즘에 의하여 구축할 수 있다. MLFE 알고리즘은 실험 혹은 측정에 의하여 얻은 입력과 출력값을 이용하여 훈련용 데이터 집합 (Training set)과 검증용 데이터 집합 (verification set)을 구성하고, 이를 이용하여 소속도함수와 퍼지 규칙을 데이터 기반으로 구축하는 방법 중 하나이다. MLFE에 대한 자세한 내용은 Ross (2004)에 나타나 있다.

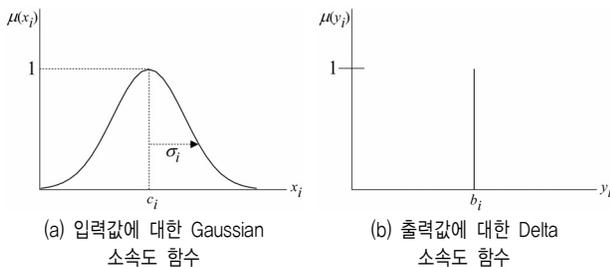


그림 1 입력과 출력값에 대한 소속도 함수

최종적으로 소속도함수와 퍼지 규칙이 결정되면, 아래의 식 (3)을 이용하여 임의의 입력값  $x_j$ 에 대하여 출력값을 계산할 수 있다. 식 (3)은 평균 중심법을 이용하여 결과를 비퍼지화(defuzzification)한 것이다.

$$f(x|\theta) = \frac{\sum_{i=1}^R y_i \prod_{j=1}^n \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_j - c_j^i}{\sigma_j^i} \right)^2 \right]}{\sum_{i=1}^R \prod_{j=1}^n \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_j - c_j^i}{\sigma_j^i} \right)^2 \right]} \quad (3)$$

식 (3)에서,  $R$ 은 퍼지 규칙의 수,  $n$ 은 입력값의 수를 나타낸다. 즉, 입력변수의 수가 2인 경우,  $n=2$ 이다.

결론적으로 퍼지이론을 적용하기 위하여는 실험 혹은 관측데이터를 MLFE 혹은 다른 방법을 이용하여 소속도함수와 퍼지 규칙을 구축하고, 이를 식 (3)과 같이 비퍼지화를 통하여 주어진 임의의 입력값에 대한 출력값을 얻을 수 있다. 다음 장에서는 2장에서 설명한 방법을 이용하여 CFT 단주의 압축강도 평가를 예로 들어 퍼지이론을 어떻게 구조공학 문제에 적용할 수 있는지에 대하여 설명하도록 하겠다.

### 3. 적용 예: 콘크리트 충전 강관 단주의 압축강도 평가

그림 2는 압축력이 작용하는 원형 CFT의 응력 상태를 보여준다. 그림 2에서  $D$ 는 강관의 외경,  $t$ 는 강관의 두께를 나타낸다. 압축력이 증가하면서 충전 콘크리트에는 미세한 균열이 발생하게 되며, 이는 충전 콘크리트의 푸아송비 (Poisson's ratio)를 증가시킨다. 따라서, 충전 콘크리트는 횡방향으로 팽창하게 되며, 강관이 이를 억제함으로 구속응력  $f_i$ 이 그림 2와 같이 발생한다. 충전 콘크리트에 구속응력  $f_i$ 이 작용하는 경우 압축강도  $f_{cc}$ 는 Mander 등(1988)에 의하여

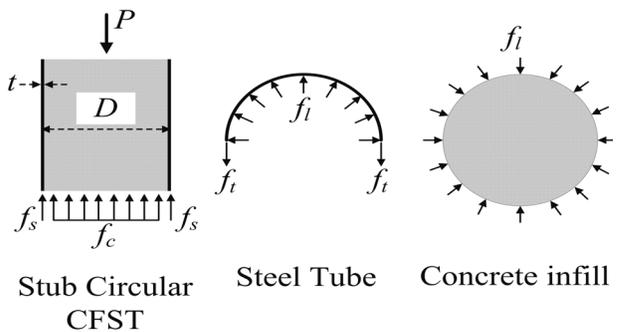


그림 2 압축력이 작용하는 원형 CFT의 응력 상태

$$f_{cc} = f'_c + mf_l = \alpha f'_c \quad (4)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $m$ 은 실험에 의하여 결정되는 값으로 원형 CFT의 경우 약 4에서 6의 범위를 가진다. 또한  $f_{cc}$ 는 식 (4)에서 알 수 있듯이  $\alpha f'_c$ 으로 나타낼 수 있으며,  $\alpha$ 는 원형 CFT의 구속효과를 나타내는 계수이다. 여러 연구자들 (Sakino & Sun, 1994; Tang et al., 1996; Hu et al., 2003)에 의하여 원형 CFT의 구속효과에 대한 연구가 수행되었다. 대부분의 연구자들은 구속효과를  $D/t$ 의 함수로 나타내었다. 이러한 이유는 그림 2에서 강관에 발생하는 후프응력(Hoop stress)  $f_t$ 가  $D/t$  비의 함수이기 때문이다. Tang 등(1996)의 경우 구속 응력을  $D/t$  비 외에  $f'_c/f_y$  비의 함수로 가정하였다, 여기서  $f_y$ 는 강재의 항복 응력을 나타낸다. 이러한 이유는  $f_t$ 이  $f'_c/f_y$  비에 영향을 받기 때문이다. 예를 들어  $f'_c/f_y$  비가 작은 경우, 내부 충전 콘크리트는 작은 압축력에서 미세균열이 발생하게 되고 이는 작은 하중에서 내부 충전 콘크리트의 팽창을 유도한다. 따라서, 보다 작은 하중에서  $f_t$ 이 발생할 조건이 형성 된다. 이러한 이유로 본 연구에서는 원형 CFT의 구속효과에 미치는 주요 인자를  $D/t$ 와  $f'_c/f_y$  비로 설정하였으며,  $f_{cc}$ 는

$$f_{cc} = \alpha \left( \frac{D}{t}, \frac{f'_c}{f_y} \right) f'_c \quad (5)$$

와 같이 나타낼 수 있다.  $D/t$  비와  $f'_c/f_y$ 를 입력값으로 하여 퍼지이론을 적용하여  $\alpha$ 를 계산할 수 있으며, CFT의 압축강도는

$$P_o = f_{cc}A_c + f_yA_s \quad (6)$$

으로 계산할 수 있다.

앞서 설명하였듯이, 본 연구에서는 MLFE 알고리즘을 이용하여 fuzzy 규칙 및 소속도 함수를 결정할 수 있으며,

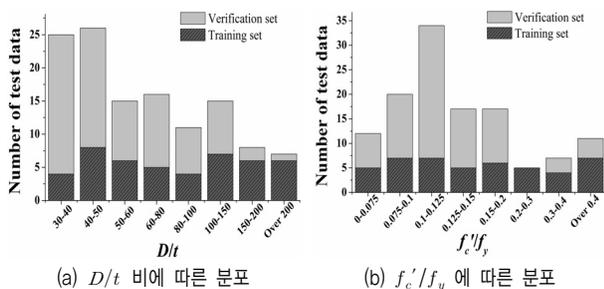


그림 3 실험 Database의 분포

MLFE 알고리즘을 이용하기 위하여는 훈련용 데이터 집합과 개발된 퍼지 규칙 및 소속도 함수를 검증하기 위한 검증용 데이터 집합이 필요하다.

본 연구에서는 기존 연구자들이 수행한 실험 결과 중 전체 좌굴의 영향이 없는 원형 CFT 단주에 대한 총 123개의 실험 결과를 전체 데이터로 이용하였다. 이 중 46개를 그림 3과 같이  $D/t$  비와  $f'_c/f_y$ 에 대하여 균일하게 분포하도록 설정하여 이를 훈련용 데이터 집합으로 이용하였다. 나머지 실험 결과는 검증용 데이터 집합으로 사용하였다.

본 연구에 사용된  $D/t$  비는 30.3에서 220.9까지 변화하며,  $f'_c/f_y$ 는 0.05에서 0.61의 범위를 가진다. 두 변수의 단위를 맞추기 위하여  $D/t$  비는 250으로 나누어 계산에 사용하였다. 따라서, 본 연구에서 사용된 변수는 2개로 식 (1)-(3)에서  $x_1$ 은  $(D/t)/250$ ,  $x_2$ 는  $f'_c/f_y$ ,  $n$ 은 2이다. 또한, 출력값인  $y$ 는  $\alpha$ 이다.

훈련용 데이터 집합과 MLFE 알고리즘을 이용하여 식 (1)에 나타난 소속도함수의  $c_i$ 와  $\sigma_i$ 를 각각의 변수에 대하여 구하고, 이 후 식 (2)에 나타난 퍼지 규칙을 개발하였다. 이를 이용하여 식 (3)을 통하여 개발된 퍼지모형을 검증용 데이터 집합으로 검증하였다. 검증 결과는 그림 4와 같다. 퍼지 이론을 이용하여 계산된  $\alpha$ 를 검증하기 위하여 그림 4와 같이 실험 결과 및 AISC (2010)의 규정과 비교를 하였다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 본 연구에서 제안한 퍼지 이론을 이용한  $\alpha$ 는 실험 결과와 잘 일치 하는 것을 알 수 있다. 평균 오차는 약 11.5%였으며, 표준편차는 약 0.132로 그림 4(b)에 나타난 AISC (2010)기준과 비교하여 많이 개선된 것을 알 수 있다. 이는 AISC (2010)의 경우  $\alpha$ 를 0.95로 고정값을 사용하기 때문이다.

최종적으로 그림 5는 식 (6)과 퍼지이론으로 계산된  $\alpha$ 를 이용하여 계산된 CFT의 압축강도를 실험결과와 비교한 그림이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 퍼지이론으로 예측한 결과가 실험결과와 평균적으로 7.5%의 차이를 보이는 것을 알 수 있으며, AISC (2010)에 비하여 상당히 정확하게 강도를 예측하고 있는 것을 알 수 있다. AISC (2010)의 경우, 실험

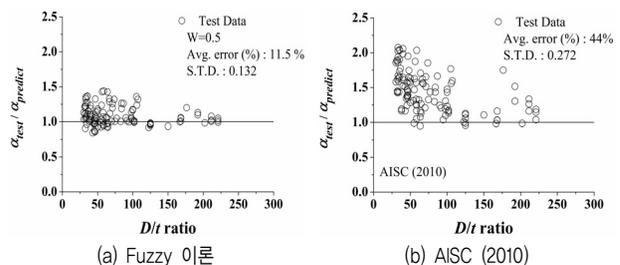


그림 4 실험 결과와 비교 ( $\alpha$ )

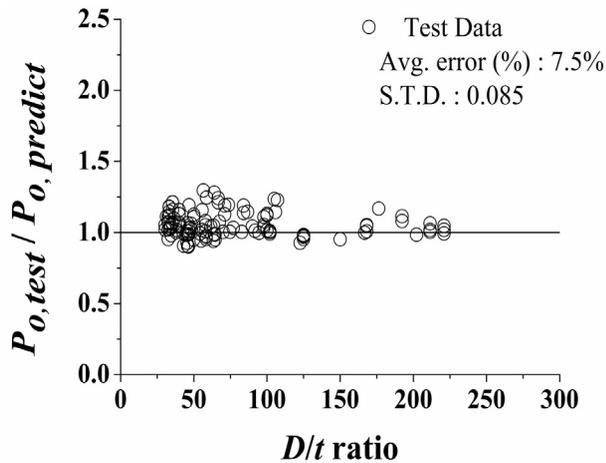


그림 5 실험 결과와 비교 ( $P_o$ )

결과와의 평균 오차는 약 24%이다. 따라서, 구하고자 하는 결과값을 적절한 변수의 함수로 가정하고 이를 퍼지 이론을 이용하여 관계를 구축할 수 있는 경우, 퍼지 이론은 유용하게 구조공학 분야에 적용이 가능할 것으로 판단된다.

#### 4. 요약

본 학술기사에서는 최근 구조공학에 응용이 활성화되고 있는 퍼지 이론에 대하여 간단히 설명을 하였다. 그리고 퍼지이론의 구조공학 적용 예로, 본 저자가 수행한 퍼지이론을 이용한 원형 CFT의 구속응력 평가 과정을 간략히 소개하였다. 이 예에서도 알 수 있듯이 퍼지이론은 부정확성, 지식의 부족, 애매함에 기인하는 불확실성을 다루는데 있어 적합한 것을 알 수 있으며, 여러 불확성에 인하여 발생하는 오차를 줄이는데 적합한 것으로 판단된다.

#### 참고문헌

- AISC (2010). Specifications for structural steel buildings, Chicago, IL, USA
- Choi, K.-K., Taha, M. M. R., and Sherif, A. G. (2007). Simplified punching shear design method for slab-column connections using fuzzy learning. *ACI structural journal*, 104(4), 438-447.
- Hu, H. T., Huang, C. S., Wu, M. H., and Wu, Y. M. (2003). Nonlinear analysis of axial loaded concrete-filled tube columns with confinement effect. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 129(10), 1322-1329.
- Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 114(8), 1804-1826.
- Moon, J., Kim, J. J., and Lee, T.-H. (2014). Predicting axial strength of stub circular concrete-filled steel tube using fuzzy logic. *Journal of Constructional Steel Research*, 101, 184-191.
- Ross, T. J. (2004). *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, 2nd Edition, Wiley & Sons, UK.
- Sakino, K. and Sun, Y. (1994). Stress - strain curve of concrete confined by rectangular hoop. *Structural and Construction Engineering AIJ*, 461, 95-104.
- Tang, J., Hino, S., Kuroda, I., and Ohta, T. (1996). Modeling of stress - strain relationships for steel and concrete in concrete filled circular steel tubular columns. *Steel Constr Eng, JSSC*, 3(11), 35-46.
- Zongjin, L., Chau, C. K., and Zhou, X. (2005). Accelerated assessment and fuzzy evaluation of concrete durability. *Journal of Materials in Civil Engineering ASCE*, 17(3), 257-263. 