

논문 2014-51-1-5

전력 스펙트럼의 최대값을 사용한 스펙트럼 감지 방식의 오경보 확률

(False Alarm Probability of the Spectrum Sensing Scheme Using the
Maximum of Power Spectrum)

임 창 현*

(Chang Heon Lim[Ⓢ])

요 약

최근 전력 스펙트럼의 형태적 특징을 사용하여 스펙트럼 감지를 수행하는 방식에 대한 연구가 활발하게 진행 중이다. 그 중
에서 수신 신호의 전력 스펙트럼 최대값을 시험 통계량으로 사용하는 방안이 제시된 바가 있으며, 이때 시험 통계량을 가우시
안 분포로 근사화하고, 해당 방식의 오경보 확률을 나타낸 바 있다. 본 논문에서는 가우시안이라는 가정을 사용하지 않는 정확
한 오경보 확률을 제시하고, 이전 분석 결과와 비교하고자 한다.

Abstract

Recently, a lot of research efforts has been directed toward spectrum sensing techniques exploiting the some
characteristics of power spectrum. Among them, a sensing technique employing the maximum of power spectrum as a test
statistic has appeared in the literature and its false alarm probability was also derived under the assumption that the test
statistic follows the Gaussian distribution. This paper provides an exact form of the false alarm probability without using
the assumption and compares it with the previous work.

Keywords : cognitive radio, energy detection, feature detection, power spectrum, order statistics

I. 서 론

최근 주파수 자원을 보다 효율적으로 사용하기 위한
방안의 하나로 기회적 스펙트럼 접근(opportunistic
spectrum access) 방식^[1]에 대한 관심이 많아지고 있다.
이는 특정 주파수 대역에 대한 우선 사용권을 보유한

우선 사용자(primary user)가 해당 대역을 사용하지 않
는 시간이나 지역에서 2차 사용자(secondary user)의
해당 대역을 사용을 허용하는 기술로 주파수 자원 전체
에 대한 이용 효율을 획기적으로 향상시킬 수 있기 때
문에 많은 관심을 모으고 있다.

인지 무선(cognitive radio)^[2] 시스템은 기회적 스펙트
럼 접근이라는 아이디어를 실현할 수 있는 시스템으로
서 우선 사용자의 활동 유무를 판단할 수 있는 스펙트
럼 감지 기능을 기본적으로 탑재하고 있다. 인지 무선
시스템이 사용하는 스펙트럼 감지 방식^[3]으로는 정합
필터(matched filter)를 사용한 방법과 에너지 검파
(energy detection)를 사용한 방식^[4] 그리고 특징 추출

* 평생회원, 부경대학교 전자공학과
(Dept. of Electronic Engineering, Pukyong National
University)

Ⓢ Corresponding Author(E-mail: chlim@pknu.ac.kr)

※ 이 논문은 부경대학교 자율창의학술연구비(2013년:
C-D-2013-0529)에 의하여 연구되었음
접수일자: 2013년10월22일, 수정완료일: 2013년12월21일

(feature extraction)을 이용한 방식으로 구분할 수 있다. 정합 필터는 가장 우수한 검파 성능을 가질 수는 있지만, 우선 사용자 신호의 형태를 정확하게 알아야 한다는 제약이 있고, 낮은 SNR 환경에서 동기화가 어려워 우수한 검파 성능을 기대하기 어렵다는 단점을 지니고 있다. 에너지 검파 방식은 우선 사용자의 신호에 대한 정보를 거의 필요로 하지 않으면서 구현이 간단하다는 장점이 있으나 낮은 SNR 환경에서 잡음 전력의 불확실성이 존재하는 경우 그로 인해 성능이 떨어진다는 단점을 갖는다. 특징 추출 방식에는 통신 신호의 주기성을 활용하는 방식과 전력 스펙트럼의 형태를 활용하는 방식^[5-7] 등이 있다. 전자의 경우는 주기성을 추출하는 과정이 복잡하고 경우에 따라서는 우선 사용자의 주기성을 미리 알기 힘든 경우에 적합치 않다는 단점을 갖는다. 후자의 경우는 최근 활발하게 연구가 진행되고 있는데 잡음의 전력 스펙트럼과 차별화되는 전력 스펙트럼의 특징을 활용하는 방식이다. 본 논문에서는 수신 전력 스펙트럼의 최대값을 시험 통계량으로 사용하는 방식에 대한 성능을 분석하고자 한다.

전력 스펙트럼의 특성을 활용한 방식 중의 하나로 전력 스펙트럼의 최대값을 시험 통계량으로 사용하는 방식^[8]이 있다. 이는 TV 대역에서 무선 마이크 신호를 검출할 목적으로 제안된 방식이다. TV 한 개 채널의 대역폭에 비해 무선 마이크 신호는 협대역 신호 특성을 갖는다는 점을 활용한 것으로 상당히 낮은 SNR에서도 무선 마이크 신호를 검출할 수 있는 것으로 알려져 있다. 이 연구 결과에서 오경보 확률에 대한 성능 분석을 통해 시험 통계량에 대한 임계값을 결정하는 방법을 제시하였으나, 이때 시험 통계량이 근사적으로 가우시안 분포를 갖는다는 가정을 사용하였다. 본 논문에서는 이러한 근사화를 전제하지 않은 상태에서 오경보 확률에 대한 닫힌 형태의 분석 결과를 제시하고, 이전 연구 결과와 비교하고자 한다.

본 논문은 I 장 서론에 이어 II 장에서 전력 스펙트럼의 최대값을 사용하는 방안을 소개한다. 그리고 III 장에서는 이 방안에 대한 오경보 확률을 분석하는 과정을 기술하며, IV 장에서 분석 결과에 따른 수치 결과를 제시하고 이전 연구 결과와 비교한 후, 최종적으로 V 장에서 결론을 맺는 것으로 구성하였다.

II. 시스템 구성

스펙트럼 감지는 수신한 신호를 분석하여 우선 사용자가 해당 채널을 사용하고 있는지 여부를 판단하는 활동인데, 이는 곧 통계학의 가설 검정 문제(hypothesis testing)로 볼 수 있다. 이 경우 설정 가능한 두 가지 가설을 각각 H_1 과 H_0 로 표기하기로 한다. 수신된 우선 사용자 신호를 $x(n)$ 라고 하고, 잡음 신호를 $v(n)$ 이라고 하면 수신 신호 $y(n)$ 를 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$y(n) = \begin{cases} v(n) & H_0 \\ x(n) + v(n) & H_1 \end{cases} \quad (1)$$

위 식에서 수신 잡음 $v(n)$ 은 복소 가우시안 분포를 따르는 것으로 가정하고, 평균은 0, 분산은 σ_v^2 으로 설정한다.

전력 스펙트럼을 구하기 위해서 참고 문헌^[8]와 동일하게 웰치 방식의 periodogram을 사용하는 것으로 한다. 수신 신호의 길이를 $L \times M$ 이라고 하고, 이것을 L 샘플 단위로 periodogram을 계산한 후, 이를 평균하여 전력 스펙트럼을 결정하는 방식이다. 먼저 m 번째 periodogram의 k 번째 주파수 성분을 $Y(m, k)$ 라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y(m, k) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=0}^{L-1} y(mL + l) e^{-j2\pi kl/L} \quad (2)$$

그리고 이를 토대로 구한 전력 스펙트럼을 $S(k)$ 라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |Y(m, k)|^2 \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (3)$$

수신 잡음 $v(n)$ 은 복소 가우시안 분포를 따른다고 가정하였으므로 우선 사용자가 존재하지 않는 경우는 $S(k)$ 의 통계적 분포는 감마 분포를 따른다. 하지만 이전 연구^[8]에서는 이를 가우시안으로 근사화하고, 이런 가정을 토대로 검파 임계값을 결정하였다.

III. 성능 분석

오경보 확률은 H_0 가설이 유효한 경우에 발생하는 양이므로, $y(n) = v(n)$ 인 경우를 전제로 오경보 확률

을 계산한다. 이때 $Y(m, k)$ 는 평균이 0이고 분산이 σ_v^2 인 복소 가우시안 분포를 따른다. 그러면 이를 제공한 값 $|Y(m, k)|^2$ 은 감마 분포를 따른다^[8]. 감마 분포를 $G(\alpha, \beta)$ 로 표현하는데 $|Y(m, k)|^2$ 의 분포는 $G(1, \sigma_v^2)$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 식(3)의 관계에 따르면 전력 스펙트럼 $S(k)$ 의 분포는 $G\left(M, \frac{\sigma_v^2}{M}\right)$ 가 되고, k 에 관계 없이 동일한 분포를 갖는다.

[8]에서 제안한 검파 알고리즘은 $S(0), S(1), \dots, S(L-1)$ 중에서 최대값을 선택하고, 이를 검파 임계값 λ 와 비교하는 방식이다. 이때 최대 전력 스펙트럼 값을 S_{\max} 로 표시하기로 한다. 오경보 확률을 결정하기 위해서는 S_{\max} 에 대한 확률 밀도 함수를 알아야 한다. 순서 통계(order statistics)를 활용하면 S_{\max} 에 대한 확률 밀도 함수 $f_{S_{\max}}(s)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{S_{\max}}(s) = L F_S(s)^{L-1} f_S(s) \quad (4)$$

위 식에서 $f_S(\cdot)$ 는 $S(k)$ 의 확률 밀도 함수이고, $F_S(\cdot)$ 는 그에 대한 누적 분포 함수이다.

참고 문헌 [10]의 내용에 따르면 적분 형태로 표현된 오경보 확률이나 검파 확률을 유수 정리(residue theorem)를 이용하여 계산할 수 있다. 이 결과를 이용하면 오경보 확률 P_{FA} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$P_{FA} = P[W \geq \lambda | H_0] = \sum_{k_0} \text{res} \left[g_{S_{\max}}(z) \frac{\exp(\lambda z)}{z}, z_{k_0} \right] \quad (5)$$

위 식에서 $g_{S_{\max}}(z)$ 는 $f_{S_{\max}}(s)$ 의 MGF(moment generating function)으로서 다음과 같은 형태가 되고,

$$\begin{aligned} g_{S_{\max}}(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{S_{\max}}(s) e^{-zs} ds \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j_0=0}^{L-1-i} \dots \sum_{j_{M-1}=0}^{L-1-i} \frac{D(L, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1})}{\left(L - i + \frac{\sigma^2}{M} z \right)^{\sum_{q=0}^{M-1} q j_q + M}} \end{aligned} \quad (6)$$

z_{k_0} 는 $g_{S_{\max}}(z)$ 의 극점(pole)을 가리키며, $D(k, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1})$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} &D(k, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1}) \\ &\equiv \frac{k \binom{L}{k}}{\Gamma(M)} \binom{k-1}{i} (-1)^{k-1-i} \\ &\times \frac{A(L, i, j_0, \dots, j_{M-1})}{\prod_{p=0}^{M-1} \Gamma(p+1)^{j_p}} \Gamma\left(\sum_{p=0}^{M-1} p j_p + M\right) \end{aligned} \quad (7)$$

또한 식(7)에서 $A(L, i, j_0, \dots, j_{M-1})$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &A(L, i, j_0, \dots, j_{M-1}) \\ &\equiv \begin{cases} \frac{\Gamma(L-i)}{\Gamma(j_0+1) \dots \Gamma(j_{M-1}+1)} L-1-i = \sum_{k=0}^{M-1} j_k \\ 0 & L-1-i = \sum_{k=0}^{M-1} j_k \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

따라서 오경보 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{FA} &= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j_0=0}^{L-1-i} \dots \sum_{j_{M-1}=0}^{L-1-i} \frac{D(L, M, L, i, j_0, \dots, j_{M-1})}{\left(L - i + \frac{\sigma^2}{M} z \right)^{\sum_{q=0}^{M-1} q j_q + M}} \\ &\sum_{q=0}^{M-1} q j_q + M - 1 \frac{\{M\lambda(L-i)\}^m \exp\left(-\frac{\lambda M(L-i)}{\sigma^2}\right)}{\sigma^{2m} \Gamma(m+1)} \end{aligned} \quad (9)$$

IV. 수치 결과

III장에서 도출한 분석 결과와 이전 연구 결과의 분석 결과를 비교하고자 한다. 수신 잡음의 분산 $\sigma_v^2 = 1$ 로 설정하고, FFT 길이는 64로 가정하였으며, M 은 1과 2인 경우를 고려하였다.

그림 1은 오경보 확률에 따라 검파 임계값이 어떻게 달라지는지를 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 본 논문에서 제시한 분석 방법에 따라 결정한 검파 임계값은 가우시안 근사화 가정에 따라 결정한 검파 임계값보다 크다는 것을 알 수 있다.

그림 2는 설정한 오경보 확률에 따라 검파 임계값을 결정하였을 때 실제 오경보 확률이 얼마가 되는지를 전산 모의 실험을 통해서 구한 결과를 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 가우시안 근사 가정에 근

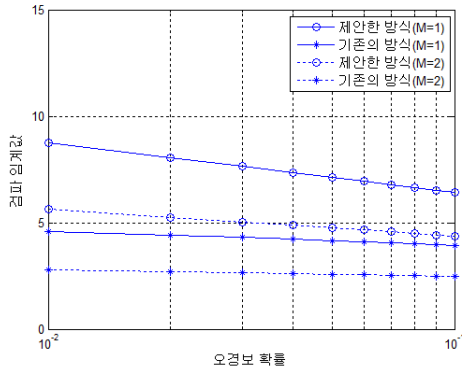


그림 1. 오경보 확률에 따른 검파 임계값
 Fig. 1. Detection threshold corresponding to varying false alarm rate.

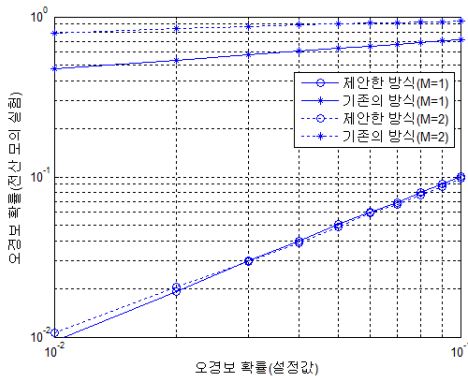


그림 2. 설정한 오경보 확률과 전산 모의 실험을 통해 얻은 오경보 확률 비교
 Fig. 2. Comparison of the target false alarm probability with the simulated false alarm probability.

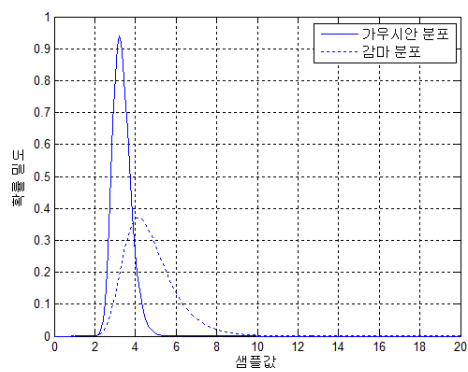


그림 3. 스펙트럼 최대값에 대한 확률 밀도 함수 비교
 Fig. 3. Comparison of the PDF's of the maximum spectrum(S_{max}).

거한 방법을 사용하면 설정한 오경보 확률보다 상당히 높은 오경보 확률이 발생함을 알 수 있다. 반면 본 논문에서 제안한 방법에 따라 검파 임계값을 정하면 설정한 오경보 확률과 전산 모의 결과가 거의 일치함을 알 수

있다. 이는 스펙트럼 $S(k)$ 의 통계적 분포를 가우시안으로 근사화한 경우와 그렇지 않은 경우에 대한 확률 밀도 함수 $f_{S_{max}}(s)$ 가 그림 3에 나타난 바와 같이 서로 상당히 다르기 때문이다. 결론적으로 본 논문에서 제시한 성능 분석 방식이 정확함을 확인할 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 수신 신호의 전력 스펙트럼의 최대값을 시험 통계량으로 사용하는 스펙트럼 감지 방식에 대한 정확한 성능 분석 방식을 제안하고, 기존의 가우시안 근사화 가정에 기초한 방식과 비교하였다. 비교 결과 제안한 방식을 통해 정확한 검파 임계값을 도출할 수 있음을 확인할 수 있었다.

REFERENCES

- [1] G. Staple and K. Werbach, "The End of Spectrum Scarcity", IEEE Spectrum, vol. 41, no. 3, pp. 48-52, 2004.
- [2] J. Mitola and G. Q. Maguire, "Cognitive radio: making software radios more personal," IEEE Pers. Commun., vol. 6, no. 4, pp. 13-18, Aug. 1999.
- [3] T. Yucek and H. Arslan, "A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications," IEEE Comms. Surveys, vol. 11, no. 1, pp. 116-130. 2009.
- [4] C. H. Lim, "Adaptive energy detection for spectrum sensing in cognitive radio," J. IEEE Telecommun., vol. 47, no. 8, pp.42-46, 2010.
- [5] Z. Quan, W. Zhang, S. J. Shellhammer, and A. H. Sayed, "Optimal Spectral Feature Detection for Spectrum Sensing at Very Low SNR," IEEE trans. on Commun., vol. 59, no. 1, pp. 210-212, Jan. 2011.
- [6] W. Zhang, H. V. Poor, "Frequency-Domain Correlation: An Asymptotically Optimum Approximation of Quadratic Likelihood Ratio Detectors," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 58, no. 3, pp. 969-979, Mar. 2010.
- [7] C. Hanwen and J. Peissig, "Practical spectrum sensing with frequency-domain processing in cognitive radio," Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), pp. 435-439, Aug. 2012.

- [8] H. S. Chen, W. Gao, and D. G. Daut, "Spectrum Sensing for Wireless Microphone Signals," IEEE Annual Communications Society Conference on SECON Workshops, pp. 1-5, June 2008.
- [9] V. K. Rohatgi, An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, 1976.
- [10] X. Y. Hou, N. Morinaga, T. Namegawa, "Direct evaluation of radar detection probabilities," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 23, no. 4, pp. 418-424, 1987.

저 자 소 개

임 창 헌(평생회원)

대한전자공학회 논문지 TC편 50권 10호 참조