

논문 2014-51-1-28

Cerenkov-idler configuration 광 매개증폭에서의 0° 체렌코프 복사각도 효과

(Zero Cerenkov Radiation Angle Effect in Optical Parametric
Amplification in the Cerenkov-idler Configuration)

서 정 식*

(Zung-Shik Suh[©])

요 약

평판 도파로에서 Cerenkov-idler configuration 형태의 광학적 매개증폭에 대해서 결합모드 이론을 적용하여 결합모드 방정식을 유도하고, 이 방정식의 근사해를 펌핑광의 고갈(depletion)이 없는 경우에 대해서 구한다. 이 근사해로부터 발생하는 idler의 체렌코프 복사각이 0° 에 접근할 때 signal의 이득이 크게 향상될 수 있음을 보여주고 수치적 예를 보인다.

Abstract

Optical parametric amplification has been analyzed for the Cerenkov-idler configuration in planar waveguides. The coupled-mode theory is employed for the analysis. The coupled-mode equations are derived and the approximate analytic solution is obtained for no pump depletion. From the analytic solution, it is shown that the signal power gain can be enhanced as the Cerenkov radiation angle of the idler approaches to zero. The numerical example is also shown for the effect of the Cerenkov radiation angle approaching zero.

Keywords : Optical parametric amplification, Cerenkov-idler configuration, zero Cerenkov angle

I. 서 론

다양한 파장의 광원을 발생하는 방법으로 광학적 매개 증폭(optical parametric amplification)이 레이저 광학, 광 통신, 광신호 처리 등의 분야에서 많이 사용되어 왔다. 광학적 매개증폭은 pump, signal, 그리고 idler 파동의 비선형 매질 내에서의 상호결합을 이용하는 것으로 펌핑하는 pump 파동의 전력이 비선형 매질 내에서 idler를 매개로 하는 위상정합(phase matching)에 의해

서 signal로 변환되어서 signal이 증폭되는 현상이다.^[1]

매개증폭에서는 pump, signal, 그리고 idler 사이의 위상정합이 필요하다. 비선형 결정체(bulk crystal)내에서의 위상정합은 세 파동의 파동 벡터(wave vector, \mathbf{k}) 사이의 정합(matching)으로 주어지며, 결정체의 복굴절(birefringence)을 이용하고, 도파로(waveguide)에서의 위상정합은 도파방향(guiding direction)으로의 세 파동의 전파상수(propagation constant) 사이의 정합으로 주어진다. 도파로 내에서의 위상정합은 도파로 모드의 분산(mode dispersion)을 이용한다. 매개증폭 이득은 비선형 매질의 제2차 비선형 유전분극 텐서(second-order nonlinear susceptibility tensor)가 클수록, 그리고 상호작용하는 세 파동의 세기(단위면적당 전력)가 클수록

* 정회원, 구미대학교 정보통신과
(Department of Information & Communications,
Gumi University)

© Corresponding Author(E-mail: zssuh@kumi.ac.kr)
접수일자: 2013년9월29일, 수정완료일: 2013년12월31일

커진다. 그래서 큰 비선형 계수를 갖는 매질과 좁은 영역에 광전력이 집중되는 광도파로(optical waveguide) 구조가 많이 사용된다.

광도파로 매질로는 큰 제2차 비선형 유전분극 텐서를 갖고 물리적 성질이 잘 알려져 있으며, 기술적으로 오랜 기간 발달된 리튬나오베이트(lithium niobate)가 많이 사용된다.^[2] 도파로 내에서 상호작용하는 세 파동의 전파상수 사이에 위상정합이 되지 않을 경우 준위상정합(quasi-phase matching) 방법이 사용된다.^[3]

준위상정합 방법은 매개증폭에 사용되는 비선형 매질이 강유전체(ferroelectric material)인 경우, 비선형 유전분극의 극성을 도파방향으로 주기적으로 반전시켜서 이의 푸리에 급수 전개(Fourier series) 성분에서 나타나는 위상으로 세 전파상수 사이의 위상 부정합(phase mismatch)을 보상하여 전체적으로 위상정합이 되도록 하는 방법이다. 일반적으로 상온에서 결정체내에서나 도파로 내에서 복굴절 또는 모드의 분산에 의해서 세 파동의 파동 벡터사이의 정합이나 전파상수 사이의 위상정합이 되지 않으므로 준위상정합 방법이 널리 사용된다.

광도파로 내에서의 세 파동이 모두 도파모드(guided modes)인 경우, 준위상정합을 위해서 비선형 유전분극의 극성 반전주기를 정확히 제어해야 하는 기술적인 어려움이 있다. 그런데 pump와 signal이 도파모드이고 idler는 복사모드(radiation mode)인 경우, idler가 위상정합을 만족하는 방향으로 자동적으로 복사하기 때문에 앞서의 경우보다 기술적으로 구현하기가 쉬운 장점이 있으며, 이 형태를 Cerenkov-idler configuration이라고 한다.^[4]

이 논문에서는 결합모드 이론을 사용하여 평판 도파로(planar waveguide)에 대해서 매개증폭을 서술하는 결합모드 방정식을 유도하고, 기존의 논문들이 수치 해석적 방법으로 이 결합모드 방정식을 해석한 것과 달리, pump의 고갈을 무시할 수 있는 경우에 대해서 초기조건을 고려하여 결합모드 방정식의 근사해를 구한다. 이 근사해로부터 idler의 복사각도가 0°도에 접근할 때 증폭이득이 크게 증가할 수 있음을 보인다.

II. 본 론

1. 결합모드 방정식의 유도

이 장에서는 결합모드 이론을 적용하여 비선형 평판 도파로 내에서 idler가 복사모드인 경우에 대해서 매개 상호작용을 서술하는 결합모드 방정식을 유도한다. (x, y, z) 직각 좌표계에서 제2차 비선형 유전분극을 갖는 임의의 평판 도파로를 고려한다. 도파로의 도파방향은 z 방향이고 굴절률이 도파방향으로는 변하지 않으며, y 방향으로의 전장 및 자장의 변화도 없다고 가정한다. 도파로 내에서 비선형 유전분극을 고려한 Maxwell의 방정식으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.^[5-6]

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{+\infty} (e^{(\omega)} \times H^{(\omega)*} + E^{(\omega)*} \times h^{(\omega)})_z dx = -i\omega \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(\omega)} \cdot P_N^{(\omega)*} dx \quad (1)$$

여기서, $\{e^{(\omega)}, h^{(\omega)}\}$, $\{E^{(\omega)}, H^{(\omega)}\}$, 그리고 $P_N^{(\omega)}$ 는 각주파수(angular frequency) ω 에서 각각 평판 도파로의 고유모드 전장 및 자장(eigenmode fields), 평판 도파로 내에서의 임의의 전장 및 자장, 그리고 비선형 분극을 나타낸다. 기호 *와 \cdot 는 각각 켈레 복소수(complex conjugate)와 벡터 내적(inner product)을 나타내고, 좌변 괄호의 아래첨자 z 는 z 성분을 의미한다. 그리고 우변의 i 는 $i^2 = -1$ 을 만족하는 허수(imaginary number)이다.

평판 도파로에 각주파수 ω_p 와 ω_s 의 pump와 signal이 입사되고, 이들이 제2차 비선형 유전분극을 통해서 상호작용한다고 가정한다. 그러면 $2\omega_p$, $2\omega_s$, $(\omega_p + \omega_s)$, 그리고 $(\omega_p - \omega_s)$ 의 비선형 분극(nonlinear polarization)이 발생하고, 이 각주파수의 파동들이 발생할 수 있다. 그런데 평판 도파로 내에서 pump와 signal이 $(\omega_p - \omega_s)$ 의 파동하고만 서로 위상정합이 된다고 가정하면, 위상 부정합(phase mismatch)에 의해서 다른 각주파수의 파동들과 pump와 signal의 매개적 상호작용은 무시할 수 있다. 그래서 이 논문의 해석에서 이들 파동들은 무시한다. pump, signal, 그리고 $(\omega_p - \omega_s)$ 의 파동만이 매개적으로 상호작용하고, 이 각주파수의 파동을 idler라고 한다. $(\omega_p - \omega_s)$ 를 ω_i 로 두면, pump, signal, 그리고 idler는 다음 식을 만족한다.

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (2)$$

서술하고자 하는 Cerenkov-idler configuration에서는 입사하는 pump와 signal의 횡방향(transverse direction, x 방향) 전장은 도파방향으로 복소진폭(complex ampli-

tude)을 갖는 단일 도파모드로 가정하고, idler의 횡방향 전장은 횡방향 복사모드의 연속적인 중첩으로 표현한다. pump, signal, 그리고 idler의 횡방향 전장을 각각 $E_x^{(\omega_p)}(x, z)$, $E_x^{(\omega_s)}(x, z)$, 그리고 $E_x^{(\omega_i)}(x, z)$ 로 두면, 이들 전장은 다음과 같이 표현된다.

$$E_x^{(\omega_p)}(x, z) = A_p(z)e_x^{(\omega_p)}(x, z) \quad (3)$$

$$E_x^{(\omega_s)}(x, z) = A_s(z)e_x^{(\omega_s)}(x, z) \quad (4)$$

$$E_x^{(\omega_i)}(x, z) = \int A_i(z, \beta_i)e_x^{(\omega_i)}(x, z, \beta_i)d\beta_i \quad (5)$$

여기서, $e_x^{(\omega_p)}(x, z)$ 와 $e_x^{(\omega_s)}(x, z)$ 는 각각 ω_p 와 ω_s 에서 평판 도파로의 직교규격화 도파모드(orthonormal guided mode)의 횡방향 전장이고, $e_x^{(\omega_i)}(x, z, \beta_i)$ 는 ω_i 에서 직교규격화 복사모드(orthonormal radiation mode)의 횡방향 전장이다. $A_p(z)$, $A_s(z)$, 그리고 $A_i(z, \beta_i)$ 는 구하고자 하는 복소진폭이다. β_i 는 ω_i 에서 직교규격화 복사모드의 전파상수이다. 식 (5)의 적분은 전파 및 소멸 복사모드(propagating and evanescent radiation modes)^[7]를 모두 포함하는데, 주로 위상정합이 일어나는 좁은 전파 복사모드 구간에 대해서 이루어진다. ω_p 에서의 비선형 분극은 다음과 같이 주어진다.

$$P_N^{(\omega_p)}(x, z) = dE^{(\omega_s)}(x, z)E^{(\omega_i)}(x, z) \quad (6)$$

여기서, d 는 제2차 비선형 유전분극 텐서이다. 다른 각 주파수에 대한 비선형 분극도 식 (2)을 고려하여 유사하게 주어진다.

식 (3)~(5)와 비선형 분극을 식 (1)에 대입하고 도파 및 복사모드의 직교규격화(orthonormality relation) 특성을 이용하면 다음과 같은 비선형 결합모드 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dz}A_p(z) = i\frac{\omega_p}{4}A_s(z) \int \tau^*(\beta_i)A_i(z, \beta_i)e^{i(\beta_s + \beta_i - \beta_p)z}d\beta_i \quad (7)$$

$$\frac{d}{dz}A_s(z) = i\frac{\omega_s}{4}A_p(z) \int \tau(\beta_i)A_i^*(z, \beta_i)e^{-i(\beta_s + \beta_i - \beta_p)z}d\beta_i \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}A_i(z, \beta_i) = i\frac{\omega_i}{4}\tau(\beta_i)A_p(z)A_s^*(z)e^{-i(\beta_s + \beta_i - \beta_p)z} \quad (9)$$

여기서, β_p 와 β_s 는 각각 pump와 signal의 z 방향의 전파상수이고, $\tau(\beta_i)$ 는 결합계수(coupling coefficient)로 다

음과 같이 주어진다.

$$\tau(\beta_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} e_x^{(\omega_p)}(x)\{de_x^{(\omega_s)*}(x)e_x^{(\omega_i)*}(x, \beta_i)\}dx \quad (10)$$

식 (7)~(9)과 식 (2)로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dz}\{|A_p(z)|^2 + |A_s(z)|^2 + \int |A_i(z, \beta_i)|^2d\beta_i\} = 0 \quad (11)$$

여기서, $|A_p(z)|^2$ 와 $|A_s(z)|^2$ 는 각각 pump와 signal의 z 방향으로의 단위면적당 전력을 의미하고, $|A_i(z)|^2$ 의 β_i 에 대한 적분은 z 방향으로의 idler의 단위면적당 전력을 의미한다. 그래서 식 (11)은 세 파동의 z 방향으로의 전력이 보존됨을 의미한다. 그리고 다음의 Manley-Rowe relations^[8]도 또한 얻을 수 있다.

$$-\frac{1}{\omega_p}\frac{d}{dz}|A_p(z)|^2 = \frac{1}{\omega_s}\frac{d}{dz}|A_s(z)|^2 = \frac{1}{\omega_i}\frac{d}{dz}\int |A_i(z, \beta_i)|^2d\beta_i \quad (12)$$

식 (12)은 z 방향의 pump 광자(photon) flux의 감소율은 signal과 idler 광자 flux의 증가율과 같음을 의미한다. 이 매개적 상호작용의 양자역학적 해석에 의하면 하나의 pump 광자가 signal과 idler 광자로 나누어지므로, 이 식은 z 방향의 광자 flux가 보존됨을 의미한다.

2. 결합모드 방정식의 근사해

Pump 전력의 고갈을 무시할 수 있는 경우, $A_p(z)$ 는 거의 일정 상수 $A_p(0)$ 로 둘 수 있다. 이 경우 식 (9)을 초기조건 $A_i(z=0) = A_i(0)$ 로 두고 적분하여 $A_i(z)$ 를 구하고, 이를 식 (8)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dz}A_s(z) = \frac{\omega_s\omega_i}{16}|A_p(0)|^2 \int \int_0^z |\tau(\beta_i)|^2 A_s(\xi)e^{i(\beta_s + \beta_i - \beta_p)(\xi - z)}d\xi d\beta_i \quad (13)$$

식 (13)의 근사해를 구하기 위해서 참고문헌 [9]에서 사용한 해석방법을 이용한다. $A_s(z)$ 가 z 에 따라 느리게 변하는 함수(slowly varying well-behaved function)라고 가정한다. 그리고 식 (13)의 적분에서 함수 $A_s(\xi)$ 를 $\xi = z$ 에서 Taylor series로 전개한다. 즉,

$$A_s(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\{A_s(z)\}^{(n)}}{n!}(\xi - z)^n \quad (14)$$

여기서, $\{A_s(z)\}^{(n)}$ 은 $A_s(\xi)$ 의 $\xi=z$ 에서의 제 n 차 미분 (n th-order derivative)이다. 식 (14)을 식 (13)에 대입하여 다음 식을 얻는다.

$$\frac{d}{dz}A_s(z) = \frac{\omega_s\omega_i}{16}|A_p(0)|^2 \int |\tau(\beta_i)|^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\{A_s(z)\}^{(n)}}{n!} I_n(z, \beta_i) \right] e^{-i(\beta_s+\beta_i)z} d\beta_i \quad (15)$$

여기서,

$$I_n(z, \beta_i) = \int_0^z (\xi-z)^n e^{i(\beta_s+\beta_i-\beta_p)\xi} d\xi \quad (16)$$

이고, $I_n(z, \beta_i)$ 은 임의의 n 에 대해서 쉽게 값을 구할 수 있다. $A_s(z)$ 가 z 에 따라 느리게 변하는 함수라고 가정 하였으므로, 식 (15)의 []내에서 둘째 항과 그 이상의 항을 무시한다. 만일 보다 더 정확한 해석이 필요할 경우 고차 항들을 고려하면 되는데, 기본적인 특성은 이 항들을 무시해도 알 수 있다. 그래서 이 근사에 의하면 식 (15)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dz}A_s(z) \approx \frac{\omega_s\omega_i}{16} \{\alpha_r(z) - i\alpha_i(z)\} |A_p(0)|^2 A_s(z) \quad (17)$$

여기서,

$$\alpha_r(z) - i\alpha_i(z) = - \int \frac{i\tau(\beta_i)^2}{(\beta_s+\beta_i-\beta_p)} \{1 - e^{-i(\beta_s+\beta_i-\beta_p)z}\} d\beta_i \quad (18)$$

이고, α_r 과 α_i 는 실수(real quantity)이다.

$A_s(z)$ 의 변화는 $\{\alpha_r(z) - i\alpha_i(z)\}$ 에 의해서 결정된다. 식 (18)의 적분은 주로 $\beta_i = \beta_p - \beta_s$ 근처 구간으로 주어진다. $\beta_i = \beta_p - \beta_s$ 는 이 매개 상호작용에서의 위상정합 조건이며, idler는 이 조건을 만족하는 방향으로 주로 복사하게 된다. 위상정합을 만족하는 idler의 복사방향은 평판 도파로에서의 Cerenkov radiation 방향과 일치하므로^[10], 이를 Cerenkov-idler configuration이라고 한다.^[4]

변수 변환 $\zeta = -(\beta_i - \beta_p + \beta_s)/2$ 을 하면, $\alpha_r(z)$ 과 $\alpha_i(z)$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\alpha_r(z) = \int |\tau(\beta_p - \beta_s - 2\zeta)|^2 \frac{\sin(2z\zeta)}{\zeta} d\zeta \quad (19)$$

$$\alpha_i(z) = - \int 2|\tau(\beta_p - \beta_s - 2\zeta)|^2 \frac{\sin^2(z\zeta)}{\zeta} d\zeta \quad (20)$$

식 (19)의 $\alpha_r(z)$ 는 항상 양(positive)의 값을 가지며, 방정식 (17)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$A_s(z) = A_s(0) \exp \left[\frac{\omega_s\omega_i}{16} |A_p(0)|^2 \int_0^z \{\alpha_r(z') - i\alpha_i(z')\} dz' \right] \quad (21)$$

그래서 signal 진폭의 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$G(z) \equiv \frac{|A_s(z)|}{|A_s(0)|} = \exp \left[\frac{\omega_s\omega_i}{16} |A_p(0)|^2 \int_0^z \alpha_r(z') dz' \right] \quad (22)$$

$\alpha_r(z)$ 는 항상 양의 값을 가지므로, 이득 $G(z)$ 는 z 가 증가함에 따라 지수함수적으로 커지게 된다.

3. 0° 체렌코프 복사각도와 signal 증폭이득

앞서 구한 식 (22)의 signal 증폭이득($G(z)$)을 결정하는 파라미터(parameter)는 $\alpha_r(z)$ 이고, 식 (19)로부터 z 가 충분히 크면, $\alpha_r(z)$ 는 위상정합($\zeta=0$ 즉, $\beta_i = \beta_p - \beta_s$)에서의 결합계수 $\tau(\beta_i = \beta_p - \beta_s)$ 의 값에 의해서 좌우된다는 것을 알 수 있다. $\tau(\beta_i)$ 는 식 (10)으로 주어지며 pump, signal, 그리고 idler 각주파수에서의 평판 도파로의 규격화 도파모드 및 복사모드의 중첩 적분(overlap integral)이다. 평판 도파로의 기하학적 구조, 광학적 구조, 그리고 pump 및 signal의 각주파수가 정해지면, pump와 signal의 도파모드 전파상수(β_p, β_s)는 상수로 주어지고, 규격화 도파모드 전장은 상수 값이 된다. 그런데 규격화 복사모드의 경우 연속적인 값의 전파상수(β_i)의 함수로 주어진다.

고려하는 평판 도파로의 코어 영역(core region)의 두께를 h , 그 영역을 $-h/2 \leq x \leq h/2$, 기판 영역(substrate region)을 $x \leq -h/2$, 클래드 영역(clad region)을 $h/2 \leq x$ 라 두고, idler의 전장의 분극이 TE(transverse electric)이고 기판 영역으로만 복사가 일어난다고 가정하면, idler는 규격화 기판 복사모드(substrate radiation mode)의 연속적인 적분으로 표현된다. 규격화 기판 복사모드의 횡방향 전장은 다음과 같이 주어진다.

$$e_x^{(\omega_i)}(x, \beta_i) = e_0(\beta_i) \begin{cases} e^{-k_3(x-h/2)} & : x \geq h/2 \\ \cos\{k_1(x-h/2) + \phi_3\} & : -h/2 \leq x \leq h/2 \\ A\cos\{\phi_3\} + B\sin\{k_2(x+h/2)\} & : x \leq -h/2 \end{cases} \quad (23)$$

$$e_0(\beta_i) = \sqrt{\frac{4\omega_i\mu_0}{\pi}} \sqrt{\frac{k_1^2 k_2}{g(\beta_i)}},$$

$$A = \frac{\cos(k_1 h - \phi_3)}{\cos(\phi_3)}, \quad B = \frac{\cos(\phi_2) \sin(k_1 h - \phi_3)}{\sin(\phi_2) \cos(\phi_3)},$$

$$g(\beta_i) = k_1^2 \{k_1 \sin(k_1 h) - k_3 \cos(k_1 h)\}^2 + k_2^2 \{k_1 \cos(k_1 h) + k_3 \sin(k_1 h)\}^2$$

$$k_1 = k_0 \sqrt{n_1^2(\omega_i) - (\beta_i/k_0)^2}, \quad k_2 = k_0 \sqrt{n_2^2(\omega_i) - (\beta_i/k_0)^2},$$

$$k_3 = k_0 \sqrt{(\beta_i/k_0)^2 - n_3^2(\omega_i)}, \quad k_0 = \omega_i \sqrt{\mu_0 \epsilon_0},$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{k_2}{k_1}\right), \quad \phi_3 = \tan^{-1}\left(\frac{k_3}{k_1}\right),$$

여기서, $n_1(\omega_i)$, $n_2(\omega_i)$, 그리고 $n_3(\omega_i)$ 는 각각 코어 영역, 기판 영역, 그리고 클래드 영역의 각주파수 ω_i 에서의 굴절률이고, β_i 는 기판 복사모드의 전파상수이며, μ_0 와 ϵ_0 는 각각 진공에서의 투자율(permeability)과 유전율(permittivity)이다.

만일 주어진 pump와 signal의 도파모드 전파상수 (β_p, β_s)에 대해서 위상정합이 되는 기판 복사모드 전파상수 $\beta_i = \beta_p - \beta_s$ 의 β_i/k_0 가 거의 기판의 굴절률에 접근하면 즉, $\beta_i/k_0 \approx n_2(\omega_i)$ 이면, $k_2 \approx 0$ 이어서 $g(\beta_i)$ 는 근사적으로 다음과 같이 된다.

$$g(\beta_i) \approx k_1^2 \{k_1 \sin(k_1 h) - k_3 \cos(k_1 h)\}^2 \quad (24)$$

식 (24)에서 특정한 h 에 대해서 $g(\beta_i) \approx 0$ 가 될 수 있으며, 이 경우 규격화 기판 복사모드의 진폭($e_0(\beta_i)$)이 굉장히 커지고, 따라서 증첩적분과 결합계수도 아주 커지게 된다. 그래서 다음 조건을 만족하는 경우, 결합계수가 커지고 signal의 증폭이득이 크게 증가할 수 있다. 즉,

$$\beta_i/k_0 \approx n_2(\omega_i) \quad (25)$$

$$k_1^2 \{k_1 \sin(k_1 h) - k_3 \cos(k_1 h)\}^2 \approx 0 \quad (26)$$

식 (25)와 (26)을 만족하는 β_i 와 h 에 대해서 기판으로 복사되는 idler는 0° 에 접근하는 복사각도를 가지게 된다.

그래서 식 (26)을 만족하는 코어 영역의 두께(h)에 대해서 idler의 복사각도가 0° 에 접근하도록 즉, $\beta_i/k_0 \approx n_2(\omega_i)$ 가 되도록 위상정합을 하면 signal의 증폭이득이 크게 증가할 수 있다. 이런 특성은 전장의 분극이 TM(transverse magnetic)인 경우에도 유사하다.

준위상정합을 하는 경우, 제2차 비선형 유전분극(d)

의 주기적 극성 반전이 있으며, 이 계수는 다음과 같이 푸리에 급수로 표현할 수 있다.

$$d = \sum_{-\infty}^{+\infty} d_n e^{-in \frac{2\pi}{\Lambda} z} \quad (27)$$

여기서, Λ 는 극성 반전 주기이고, d_n 은 다음과 같이 주어진다.

$$d_n = \begin{cases} \frac{\sin(0.5\pi n)}{0.5\pi n} & : n \neq 0 \\ 0 & : n = 0 \end{cases}$$

식 (27)을 비선형 결합모드 방정식 (7)~(9)에 대입하고, 푸리에 급수의 $n=+1$ 차 항의 위상과 결합하여 pump, signal, 그리고 idler 세 파동 사이의 위상정합이 이루어진다고 가정하면, 위상정합 조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\beta_p = \beta_s + \beta_i + \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (28)$$

이 경우 비선형 결합모드 방정식은 식 (7)~(9)에서 ($\beta_s + \beta_i - \beta_p$) 대신에 ($\beta_s + \beta_i + 2\pi/\Lambda - \beta_p$), d 대신에 $(2/\pi)d$ 을 대입하고, 식 (21)의 $\alpha_r(z)$ 과 $\alpha_i(z)$ 에서는 d 대신에 $(2/\pi)d$, $(\beta_p - \beta_s - 2\zeta)$ 대신에 $(\beta_p - \beta_s - 2\pi/\Lambda - 2\zeta)$ 을 대입하면 된다.

III. 수치적 예(Numerical Example)

이 논문의 해석결과와 수치적인 예를 든다. 고려하는 평판 도파로는 제2차 비선형 유전분극의 극성이 Λ 주기로 반전되는 X-cut 양자교환 리튬나오베이트(proton-exchanged LiNbO₃) 평판 도파로로서 그 구조는 그림 1과 같다.

이 평판 도파로에 대해서 pump, signal, 그리고 idler 사이의 준위상정합 방법을 그림 2에 보였다.

Pump와 signal의 파장은 각각 $0.8[\mu\text{m}]$ 와 $1.5[\mu\text{m}]$ 이고, 식 (2)에 의해서 idler의 파장은 $1.7143[\mu\text{m}]$ 가 된다. 참고문헌 [11]의 방정식 (9b)에 의한 pump, signal, 그리고 idler 파장에서의 기판 영역의 이상 굴절률(extraordinary refractive index)은 각각 2.17536, 2.13887, 그리고 2.13276이다. 그리고 코어 영역의 굴절률은 pump, signal, 그리고 idler 파장에 대해서 기판 영

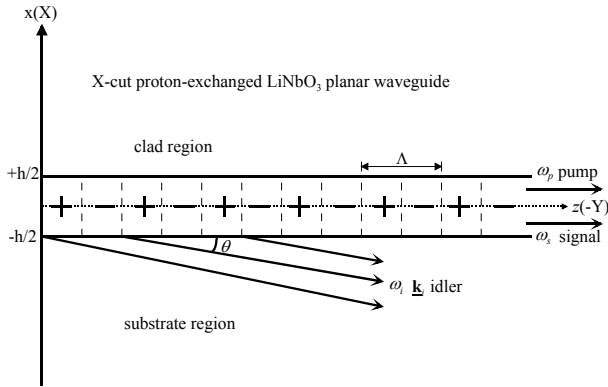


그림 1. X-cut 양자교환 리튬나오베이트 평판 도파로의 구조: x, z는 도파로의 좌표축, X, Y는 리튬나오베이트 결정의 주축(principal axis)

Fig. 1. Waveguide configuration for the X-cut proton-exchanged LiNbO₃ planar waveguide: x and z are waveguide coordinate axes, X and Y are the principal axes of the crystal.

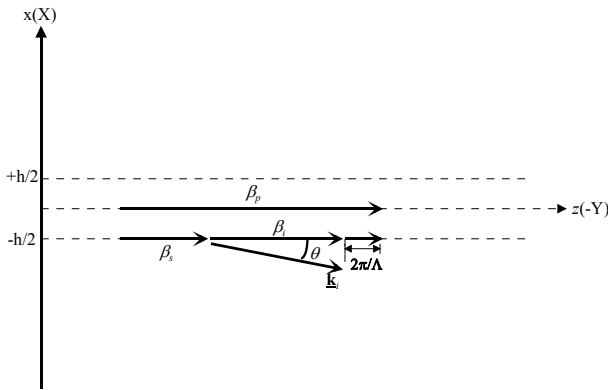


그림 2. pump, signal, 그리고 idler의 준위상정합 방법도: $\beta_p = \beta_s + \beta_i + 2\pi/\Lambda$

Fig. 2. The quasi-phase matching scheme for the waves of pump, signal, and idler: $\beta_p = \beta_s + \beta_i + 2\pi/\Lambda$.

역보다 0.01 증가하고, 클래드 영역은 0.01 감소한다고 가정한다. Pump, signal, 그리고 idler의 전장의 분극이 모두 TE인 경우를 가정하므로, 코어 영역의 제2차 비선형 유전분극은 d_{33} 성분만 고려하고 다른 성분과 기관과 클래드 영역의 이 계수는 무시한다. 코어 영역의 이 값으로는 $d_{33} = -34.4[\text{pV/m}]$ 을 사용한다. Pump, signal, 그리고 idler 파장에서의 도파로의 이상 굴절률과 제2차 비선형 유전분극의 분포모양(profile)은 그림 3과 같다.

Idler의 복사각도가 0°에 접근하는 즉, 식 (25)에 해당하는 β_i 의 값으로는 $\beta_i = 2.13275 \times k_0$ 을 선택하였다. 이 β_i 값으로 위상정합이 되는 경우, β_i/k_0 가 클래드 영역

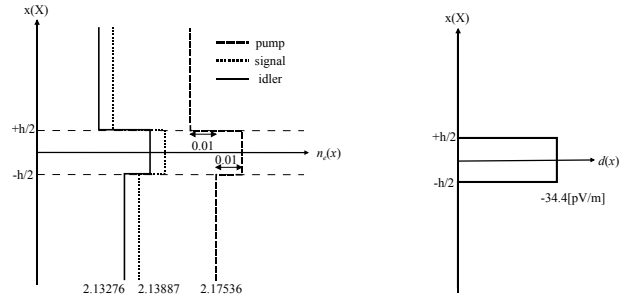


그림 3. 도파로의 이상 굴절률($n_e(x)$)과 제2차 비선형 유전분극($d(x)$)의 분포모양

Fig. 3. The profiles of extraordinary refractive indices ($n_e(x)$) of the pump, signal, and idler, and the distribution of the second-order nonlinear susceptibility($d(x)$).

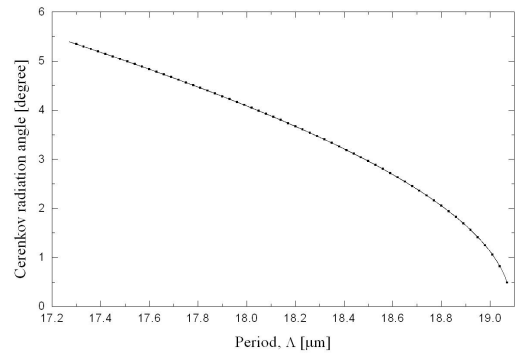


그림 4. 극성 반전 주기에 따른 idler의 체렌코프 복사각도

Fig. 4. Cerenkov radiation angle of the idler as a function of the period.

의 굴절률보다 크므로 idler는 기관 영역으로만 복사가 일어난다. 이 β_i 에 대해서 식 (26)을 근사적으로 만족하는 h 값은 $h = 1.034[\mu\text{m}]$ 이다. 이 h 의 평판 도파로에 대해서 pump와 signal의 파장에서 TE 도파모드는 오직 하나만 존재하며(single guided mode), 이들의 유효 굴절률(effective indices, $\beta_p/(\omega_p \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$, $\beta_s/(\omega_s \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$)는 각각 2.17799와 2.13898이다. 이들 유효굴절률에 해당하는 pump와 signal의 전파상수는 앞서의 idler의 복사각도 0°에 접근하는 전파상수($\beta_i = 2.13275 \times k_0$)와 위상정합이 되지 않으므로 준위상정합이 필요하다. 이 경우 리튬나오베이트의 제2차 비선형 유전분극 d_{33} 의 극성 반전 주기는 식 (28)로부터 $\Lambda = 19.08402[\mu\text{m}]$ 이다.

앞서 서술한 평판 도파로와 주어진 pump와 signal에 대해서 제2차 비선형 유전분극의 극성 반전 주기를

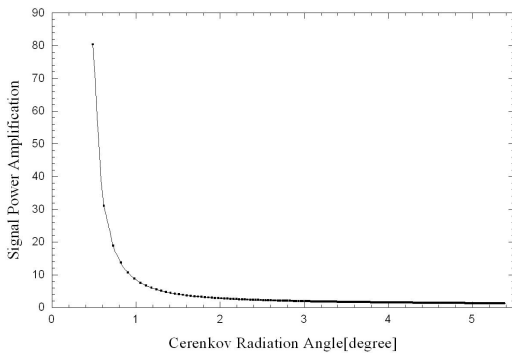


그림 5. 체렌코프 복사각도에 따른 signal 전력이득
Fig. 5. Signal power amplification as a function of Cerenkov radiation angle.

$\Lambda = 19.08402[\mu\text{m}]$ 에서 감소시키면 준위상정합 조건 식 (28)에서 β_s 는 $\beta_s = 2.13275 \times k_0$ 로부터 감소하게 되고, idler의 복사각도는 0° 로부터 커지게 된다. 그림 4에 극성 반전 주기 Λ 가 감소함에 따라 idler의 체렌코프 복사각도(Cerenkov radiation angle)의 변화를 그렸다.

펌핑광의 입사전력이 $8.5[\text{MW}/\text{m}^2]$, signal의 입사전력이 $1.0 \times 10^{-3}[\text{W}/\text{m}^2]$, 그리고 도파로의 길이가 $30.0[\text{mm}]$ 일 때, 극성 반전 주기를 $\Lambda = 19.07400[\mu\text{m}]$ 에서부터 감소시켜서 idler의 복사각도 즉, 체렌코프 복사각도가 0° 로부터 커짐에 따라 signal 전력의 이득 ($G^2(z) = |A_s(z)|^2 / |A_s(0)|^2$)의 변화를 그림 5에 보였다.

이 그림에서 체렌코프 복사각도가 0° 에 접근할 때 signal의 전력이득이 크게 증가함을 알 수 있다. 이런 특성은 체렌코프 제2고조파 발생(Cerenkov second harmonic generation)에서 체렌코프 복사의 복사각도가 0° 에 접근할 때 큰 제2고조파 발생효율을 보이는 것과 유사하다.^[12~14] 참고문헌 [12~14]에서는 제2고조파 발생에 대해서 pump의 고갈이 없고 제2고조파의 초기 값이 없는 경우에 대해서 결합모드 이론을 적용하여 발생하는 제2고조파의 복사각도가 0° 에 접근할 때 큰 증첩적분을 얻을 수 있고 큰 제2고조파가 발생됨을 보였다. 이 논문에서는 Cerenkov-idler configuration 형태의 매개증폭에 대해서 pump의 고갈이 없고 signal의 초기 값이 있는 경우에 대해서 결합모드 이론을 적용하여 결합모드 방정식을 유도하고, 이의 근사해를 구하여 idler의 복사각도가 0° 에 접근할 때 큰 signal의 전력이득을 얻을 수 있음을 그림 5의 수치적 예를 통해서 보였다.

IV. 결 론

평판 도파로에서 Cerenkov-idler configuration 형태의 광학적 매개증폭 현상을 결합모드 이론을 적용하여 해석하였다. 펌핑광의 고갈을 무시할 수 있는 경우, 결합모드 방정식을 유도하고 signal에 대한 해를 구하였다. 이 해로부터 idler의 체렌코프 복사각도가 0° 에 접근함에 따라 signal의 전력이득이 크게 증가됨을 보였다. 이 해석결과의 예를 보이기 위해서 X-cut 양자교환 리튬나오베이트 평판 도파로에 대해서 수치적 예를 보였다.

이 논문의 해석결과는 레이저 광학, 광통신, 광신호처리 등에서 Cerenkov-idler configuration 형태의 광 매개증폭을 이용하는 경우, 광 증폭기의 광학적 구조를 설계할 때 유용하게 응용될 수 있다.

REFERENCES

- [1] Amnon Yariv, *Quantum Electronics*, John Wiley & Sons, Inc., 1988, chapter 17.
- [2] K. K. Wong, *Properties of Lithium Niobate*, INSPEC, The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom 2002.
- [3] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, "Interactions between light waves in a nonlinear dielectric," *Phys. Rev.* vol. 127, pp. 1918 - 1939, 1962.
- [4] K. Thyagarajan, Vipul Rastogi, M. R. Shenoy, D. B. Ostrowsky, M. De Micheli, and P. Baldi, "Modeling of parametric amplification in the Cerenkov-idler configuration in planar waveguides," *Optics Letters* vol. 21, pp. 1631 - 1633, 1996.
- [5] T. Tamir, *Integrated Optics*, Springer-Verlag Berlin, 1975, chapter 2.
- [6] Allan. W. Snyder and John D. Love, *Optical Waveguide Theory*, Chapman & Hall, London, 1996, chapter 31.
- [7] D. Marcuse, *Light Transmission Optics*, Van Nostrand Reinhold Co., New York 1972, chapter 8.
- [8] J. M. Manley and H. E. Rowe, "General energy relations in nonlinear reactances," *Proc. IRE.* vol. 47, pp. 2115-2116, 1959.
- [9] Zung-Shik Suh and Sang-Yung Shin, "Simple analytical expression for the effect of initial

- interaction in Cerenkov second-harmonic generation,* IEEE J. of Quantum Electron. vol. 39, pp. 516-522, 2003.
- [10] P. K. Tien, R. Ulrich, and R. J. Martin, "Optical second harmonic generation in form of coherent Cerenkov radiation from a thin-film waveguide," Appl. Phys. Lett. vol. 17, pp. 447-450, 1970.
- [11] Yoonchan Jeong and Byoungho Lee, "Section-wise-exact coupled-mode theory of waveguide quasi-phase-matched second-harmonic generation," IEEE J. of Quantum Electron. vol. 35, pp. 1434-1446, 1999.
- [12] N. Asai, H. Tamada, I. Fujiwara, and J. Seto, "An Optical waveguide with a non-linear optical susceptibility inversion structure in the thickness direction," J. Appl. Phys. vol. 72, pp. 4521-4528, 1992.
- [13] T. Doumuki, H. Tamada, and M. Saitoh, "Highly efficient Cerenkov-type second harmonic generation in a $Ta_2O_5/KTiOPO_4$ waveguide," Appl. Phys. Lett. vol. 64, pp. 3533-3535, 1994.
- [14] T. Doumuki, H. Tamada, and M. Saitoh, "Phase-matched second-harmonic generation in a $Ta_2O_5/KTiOPO_4$ waveguide," Appl. Phys. Lett. vol. 65, pp. 2519-2521, 1994.

— 저 자 소 개 —



서 정 식(정회원)

1984년 경북대학교 공과대학
전자공학과 학사 졸업.

1988년 한국과학기술원(KAIST)
전기 및 전자공학과 석사
졸업.

2002년 한국과학기술원(KAIST)
전기 및 전자공학과 박사
졸업.

1988년~1991년 금성중앙연구소 가전1실
주임연구원

1996년~현재 구미대학교 정보통신과 부교수
<주관심분야 : 비선형 광학, 무선전력전송>