

들로네 삼각망과 최소신장트리를 결합한 효율적인 유클리드 스타이너 최소트리 생성

김인범*

Efficient Construction of Euclidean Steiner Minimum Tree Using Combination of Delaunay Triangulation and Minimum Spanning Tree

Inbum Kim*

요약

스타이너 트리의 생성은 NP-Complete 영역에 속하므로, 이것을 위한 휴리스틱들은, 다 수의 입력 노드에 대해서 많은 시간과 계산을 요구한다. 본 논문에서는 많은 입력노드에 대해, 들로네 삼각망과 Prim의 최소신장트리를 결합한 효율적인 유클리드 스타이너 최소트리 구성방법을 제안한다. 이 방법은 Prim의 최소신장트리와 최소신장트리기반 스타이너 트리와 각각 비교 분석되었다. 제안된 방법은 30,000개의 입력노드에 대해 최소신장트리에 비해 연결 길이는 2.1% 감소, 실행시간은 138.2% 증가하였고, 최소신장트리기반 스타이너최소트리에 비해 실행시간 18.9% 감소, 연결 길이 0.013% 감소의 실험결과를 보였다. 따라서 본 연구의 제안방법은 실행시간이 주요 요인이 되지 않는 환경에서 연결 길이를 단축해야 할 응용에 잘 적용될 수 있을 것이다.

▶ Keywords : 들로네삼각망, 유클리드 스타이너 최소트리, 최소신장트리, 트리 길이

Abstract

As Steiner minimum tree building belongs to NP-Complete problem domain, heuristics for the problem ask for immense amount execution time and computations in numerous inputs. In this paper, we propose an efficient mechanism of euclidean Steiner minimum tree construction for numerous inputs using combination of Delaunay triangulation and Prim's minimum spanning tree

•제1저자 : 김인범

•투고일 : 2013. 11. 15, 심사일 : 2013. 12. 10, 게재확정일 : 2013. 12. 14.

* 김포대학교 인터넷정보과(Dept. of Internet Information, Kimpo College)

※ 본 논문은 2012년 한국멀티미디어학회 춘계학술발표대회에서 발표한 논문 "멀티미디어 통신네트워크의 효율적 구축을 위한 Delaunay 삼각망 적용 유클리드 스타이너 트리"를 확장한 것임

※ 본 논문은 2013학년도 김포대학교의 연구비 지원에 의해 연구되었음

algorithm. Trees built by proposed mechanism are compared respectively with the Prim's minimum spanning tree and minimums spanning tree based Steiner minimum tree. For 30,000 input nodes, Steiner minimum tree by proposed mechanism shows about 2.1% tree length less and 138.2% execution time more than minimum spanning tree, and does about 0.013% tree length less and 18.9% execution time less than minimum spanning tree based Steiner minimum tree in experimental results. Therefore the proposed mechanism can work moderately well to many useful applications where execution time is not critical but reduction of tree length is a key factor.

▶ Keywords : Delaunay Triangulation, Euclidean Steiner Minimum Tree, Minimum Spanning Tree, Tree Length

I. 서론

최근 다양하고 편리한 스마트 모바일 기기의 확산은 통신 서비스 제공자에게 유, 무선 및 모바일 네트워크 통신 서비스 제공 능력의 확장을 요구한다. 그러나 현실적으로 단시일 내 막대한 투자를 통한 설비의 확충 및 무제한 확대는 매우 어려우므로 기존 통신설비의 효율적인 활용을 위한 방안이 절실하다.

다항 적(Polynomial) 문제 영역에서 통신 네트워크 구성을 위한 최적의 트리 생성방법은 최소신장트리(Minimum Spanning Tree)를 활용하는 것이다^[1]. 비-다항 적(Non-Polynomial) 문제 영역에서, 입력노드가 아닌 스타이너 포인트의 활용을 통한 최소 신장 트리에 비해 더 단축된 길이의 네트워크를 생성하는 것이 스타이너 최소트리(Steiner Minimum Tree)이다[2,3]. 비-다항 적 문제 영역인 스타이너 최소트리의 생성 및 활용을 위해서는 근사 최적 해를 위한 휴리스틱을 개발해야 한다. 비록 휴리스틱이라 할지라도 많은 수의 입력 노드들에 대해서는 막대한 계산과 실행시간이 필요하다.

들로네 삼각망(Delaunay Triangulation)에서는 입력노드들이 각 입력노드들로 구성된 삼각형 집합의 원소들의 외접원에 포함되지 않는다[4]. 또한 들로네 삼각망에 속한 삼각형들은 모든 최소각도를 최대로 하는 특징이 있다. 유클리드 최소신장트리는 같은 입력노드 집합에 대하여 들로네 삼각망의 부분집합이므로 이것을 이용해서 효과적으로 유클리드 최소신장트리를 생성할 수 있다.

본 논문에서는 많은 입력에 대하여 들로네 삼각망과 최소신장트리를 결합하여, 기존의 유클리드 스타이너 최소트리 생성방법에 비해 짧은 시간 내에 효과적인 연결하는 방법을 제안한다. 이 방법은 네트워크 라우팅, 전력망, 가스망의 설계, 도로 및 선박 및 민간 항공기 항로의 설계 및 운용 등에 활용될 수 있다.

본 논문 2장에서는 관련된 연구들의 내용, 3장에서 제안하는 들로네 삼각망과 최소신장트리를 결합한 유클리드 스타이너 최소트리 생성방법, 4장에서 제안 방법의 실제 구현 및 실험분석 등을 기술하고, 5장에서 결론을 맺는다.

II. 관련 연구

본 논문에서 제안하는 방법은 2차원 평면상에 산재한 다수의 입력 노드들을 스타이너 트리를 이용하여 최소 비용 또는 최단 길이로 연결하는 문제를 해결하기 위함이다. 주어진 입력노드와 입력 연결선이 있을 때 입력 연결선의 부분집합을 이용하여 입력노드들을 모두 연결하는 최소 비용의 트리가 최소신장트리이다. 그러나 입력 노드 이외의 임의의 노드들을 추가하여 최단 길이로 입력노드들을 연결하는 비-다항 적 시간문제로 확대한다면, 최소 신장 트리보다 더 효율적인 연결 방법을 찾을 수 있는데, 스타이너 최소트리를 생성, 활용하는 방법이 그 중 하나이다. 그러나 스타이너 최소트리 생성 방법은 비-다항 적 시간문제의 특성 상 최적의 해를 발견하지 못하고 있으며, 입력 노드의 수가 매우 클 경우 근사 해를 구하는 휴리스틱은 많은 계산 량과 실행시간을 필요로 한다. 다항 적 (Polynomial) 시간문제 환경에서 입력 노드들을 최소 비

용으로 연결하는 최소신장트리 생성 방법은 이미 많이 연구되어 발표되었는데, Kruskal과 Prim의 알고리즘이 대표적이다[1]. 입력 노드 이외의 임의의 노드들을 추가하여 최단 길이로 입력 노드들을 연결하는 비-다항 적 시간문제 영역에서, 최소신장트리보다 더 효율적인 연결 방법을 찾을 수 있는데, 스타이너 최소트리를 생성하여 활용하는 방법이 존재한다[2,3]. 현재까지 발표된 많은 근사 최소 스타이너 트리를 구성 휴리스틱 중에서, 정삼각형의 외접원을 활용하여 스타이너 포인트를 구하여 트리를 구성하는 휴리스틱이 대표적인 방법이다[5]. 그러나 이러한 스타이너 포인트 등을 활용한 스타이너 최소트리 생성은 비-다항 적 시간문제의 특성 상 현재까지 최적의 해를 발견하지 못하고 있으며, 또한 이를 위한 휴리스틱 시도도 많은 시간과 계산 량을 요구한다. 그러나 특정 응용에서 실행 시간이 중요한 요인이 아니고, 트리길이의 절감이 매우 중요한 요인일 때, 적절한 스타이너 최소 트리를 위한 휴리스틱 적용은 문제 해결방법을 제공할 수 있다.

GOSST(Grade of Services Steiner Minimum Tree) 문제에 J. Kim 등은 최소 스타이너트리를 이용하여 $(1 + \epsilon)$ 근사 트리를 다항 적 시간 내에 얻을 수 있음을 밝혔다[6]. M. Seo 등은 그래프 축소 규칙을 이용하여, 최적 해에 필요하지 않은 노드들과 연결들을 제거 후, Prim의 알고리즘을 조합한 max-min ant colony optimization 방법을 적용하였다[7]. 이 연구를 통해 비 방향 스타이너 트리 문제를 해결하고자 시도하였다. S. Lee 등은 스타이너 트리를 이용하여 멀티캐스트 라우팅 문제를 해결하려는 연구를 하였다[8]. 이 연구에서 멀티캐스팅 문제와 순회 판매원 문제의 차이를 분석하여, 기존의 개미 시스템(Ant System)을 변경한 엘리트 에이전트에 의한 개미 멀티캐스트 라우팅 모델과 멀티캐스트 통신에서의 서비스 품질을 처리할 수 있는 다중 제약 멀티 캐스트 처리 알고리즘을 발표하였다[8]. 스타이너 트리를 활용하여 센서 네트워크의 효율적인 라우팅을 위한 센서노드들을 상호 연결을 위한 최적의 배치 문제를 해결하려 하였으며, 센서 네트워크에서의 물리적인 특성으로, 일반 그래프 노드 연결 문제의 범위를 축소하여 실행시간과 최적 치에 대한 근사비율을 발표되었다[9].

평면상에 위치한 노드들의 집합 P에 대한 들로네 삼각망은, P에 속한 노드들은 삼각망에 속한 어떠한 삼각형들의 외접원 내부에 존재하지 않는다는 특징이 있다[4]. 이러한 들로네 삼각망에 속한 각 삼각형들의 모든 최소각도를 최대로 하는 특징이 있다. 유클리드 최소 신장트리는 동일한 노드들의 집합 P에 대하여 들로네 삼각망의 부분집합이므로 이것을 이용해서 효과적으로 유클리드 최소 신장트리를 생성할 수 있다

[4]. 들로네 삼각망은 2차원 평면에서 divide and conquer 알고리즘과 incremental 알고리즘을 이용해서 $O(N \log N)$ 시간 내에 구축할 수 있다[4,10]. 그러므로 유클리드 최소 신장 트리를 완전연결을 통해 구현할 때 소요되는 시간 $O(N^2)$ 보다 들로네 삼각망을 적용한다면 신속하게 구현할 수 있다. 들로네 삼각망을 지문인식 시스템에 적용한 연구가 있다. Y. Sung 등은 특징 점 소실, 추가 정보의 추출 시 인식 성능의 저하 및 복잡도 증가를 해결하기 위해 지문영상 분석을 통해서 화질 영역을 설정하고 들로네 삼각망을 활용하여 특징 점 을 추출하여 정합과정에 활용하였다[11].

III. 제안방법

표 1은 본 논문에서 제안하는 들로네삼각망과 최소신장트리를 결합한 유클리드 스타이너 최소트리 생성 알고리즘이다. 단계 1에서 입력노드들에 대하여 들로네 삼각망을 구성한다. 단계 2에서는 단계 1에서 생성된 들로네 삼각망의 각 삼각형을 구성하는 정점과 선분을 입력으로 하여 1차 최소신장트리를 생성한다. 생성된 최소신장트리를 구성하는 모든 두 연속 선분에 대하여 이를 구성하는 세 정점을 대상으로 단계 3에서 후보 스타이너 포인트를 찾고 세 정점과 후보 스타이너 포인트 사이의 거리가 기존의 연속 두 선분의 길이보다 작게 되면, 이것을 최종 스타이너 포인트로 확정한다. 최종 스타이너 포인트들과 각 정점과의 연결, 그리고 단계 2에서 생성된 최소 신장트리를 결합한 스타이너 그래프를 생성한다. 단계 4에서는 생성된 스타이너 그래프의 각 정점과 선분을 입력으로 2차 최소신장트리를 생성한다. 단계 5에서는 2차 최소신장트리에서 불필요한 스타이너 포인트와 이와 연결된 선분을 제거한다. 불필요한 스타이너 포인트의 예는 연결차수가 1, 또는 2인, 스타이너 포인트들이다. 단계 5의 수행 후, 단계 6에서 최종 근사 유클리드 스타이너 최소트리가 생성된다. 입력노드의 수가 많은 경우 Prim의 최소신장트리와 들로네 삼각망 기반 최소신장트리의 트리 길이는 같더라도 토폴로지는 차이가 생길 수 있다. 이 경우 삼각형을 구성하는 세 개의 내각 차이를 최소로 하는 들로네 삼각망 기반의 최소신장트리가 스타이너 포인트를 구하는 휴리스틱을 적용할 경우 좀 더 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

표 1. 제안된 스테이너 최소트리 알고리즘
Table 1. Algorithm for Proposed Steiner Minimum Tree

단계	처 리 내 용
1	입력노드에 대해 들로네 삼각망 생성
2	들로네 삼각망에 포함된 모든 삼각형의 세 개의 변을 입력선분으로 하여 1차 최소신장트리 생성
3	1차 최소신장트리를 구성하는 모든 연속적인 두 선분에 대하여 스테이너 포인트 생성 및 이를 연결한 스테이너 그래프 생성
4	생성된 스테이너 그래프에 대하여 2차 최소신장트리 생성
5	2차 최소신장트리에 존재하는 불필요한 스테이너 포인트 및 이와 관련된 연결 제거
6	최종 근사 유클리드 스테이너 최소트리 생성

그림 1은 4개의 입력노드로 구성된 삼각망이다. 이 삼각망에는 현재 3개의 중첩되지 않은 삼각형이 존재한다. 본 논문에서 삼각망의 구성은 incremental 방법을 적용하였다. 즉, 그림 2에서 나타난 것 같이 정점 4가 새로 입력되었을 때, 그림 1에 존재하는 삼각망의 모든 삼각형들의 외접원을 생성하고, 이 외접원 중에서 정점 4를 포함하는 외접원을 선택한다. 선택된 외접원을 구성하는 각 삼각형들을 우선 삭제하고 삭제된 삼각형들의 세 정점들과 정점 4를 연결하면 그림 3과 같은 새로운 삼각망이 형성된다. 그림 4는 새로운 삼각망을 구성하는 삼각형들의 외접원들의 집합이다. 이러한 방법으로 모든 입력노드들에 대한 삼각망을 구성한다. 이 방법의 실행시간은 입력노드 수 N 에 대하여 $O(N \log N)$ 이다.

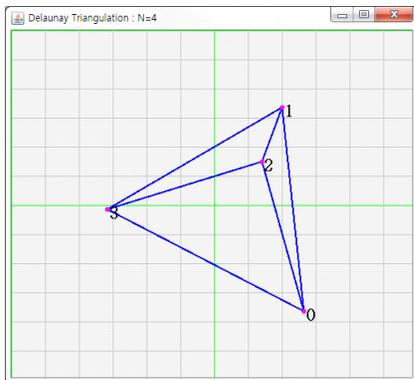


그림 1. 네 개 정점으로 구성된 들로네 삼각망
Fig.1. Delaunay Triangulation with 4 Vertices

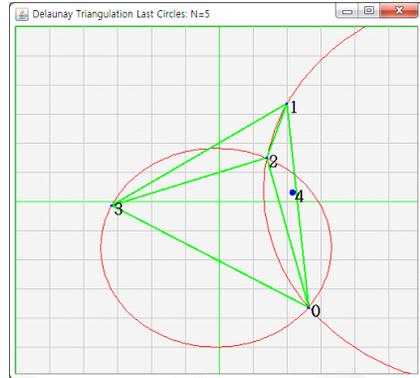


그림 2. 새로운 정점 4의 입력
Fig.2 Insert of Vertex 4

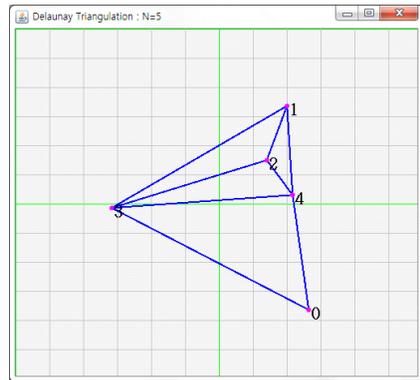


그림 3. 새로운 삼각망의 구성
Fig.3. Formation of New Triangulation

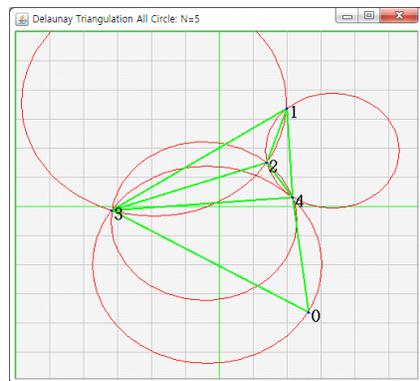


그림 4. 새로운 삼각망의 외접원 집합
Fig.4. Circumcircle Set of New Triangulation

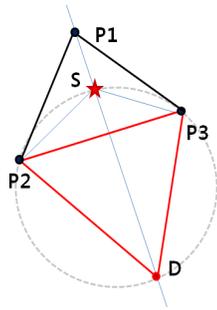


그림 5. 스타이너 포인트 생성
Fig.5. Locating of Steiner Point

그림 5는 연속적으로 연결된 두 경로 P2P1과 P1P3에 대한 스타이너 포인트 S를 생성하는 과정을 보인다. 먼저 P1, P2, P3 세 점으로 구성되는 삼각형의 세 변 가운데 가장 긴 변을 선택하여 이것을 한 변으로 하는 정삼각형을 생성한다. 그림 5에서는 변 P2P3가 가장 긴 변으로 가정한다. 정점 D는 새로 생성되는 정삼각형의 한 정점이다. 이 정삼각형의 외접원을 구하고 외접원과 직선 P1D의 교점 S를 후보스타이너 포인트로 정의한다. P2P1과 P1P3의 선분의 길이 합보다 후보 스타이너 포인트와 원래 세 정점과의 거리의 합이 작다면 S는 최종스타이너 포인트로 결정되고, 그렇지 않은 경우는 S를 버리게 된다. 이렇게 하여 트리를 구성하는 연속적인 모든 경로에 대하여 최종스타이너 포인트를 구하고, 스타이너 포인트와 정점과 연결하고, 기존의 두 연속경로들을 버려서 스타이너 그래프를 생성한다. 스타이너그래프를 입력으로 최소신장트리를 구하면 원래 트리의 길이보다 같거나 작게 된다. 이 방법의 경우 고려되는 두 연속경로를 구성하는 세 정점으로 생성되는 삼각형의 모양이 정삼각형과 유사할수록 최종스타이너 포인트가 생성될 확률이 높다. 따라서 들로네 삼각망 기반의 최소신장트리가 단순 최소신장트리와 비교했을 때, 트리 길이는 같지만, 생성되는 토폴로지가 정삼각형에 좀 더 유사하므로 본 논문에서 제안하는 방법이 기존의 스타이너 최소트리 생성 방식에 비해 길이 단축이 가능하다.

그림 6은 50개 입력노드들의 위치를 보인다. 이것에 대하여 기존의 유클리드 최소신장트리 생성을 위한 완전연결모습이 그림 7이다. 이 연결의 수는 입력노드 수 N에 대하여 $O(N^2)$ 이다. 50개 입력노드와 50×49 개 완전 연결을 입력으로 Prim의 최소신장트리를 생성한 결과가 그림 8에 나타난다. 이 트리의 노드와 연결을 입력으로 하여 유클리드 스타이너 최소신장 트리를 생성한 결과가 그림 9에 있다. 이 방법의 실행 시간은 입력 노드 수 N에 대하여 $O(N^2)$ 이다.

그림 10은 50개 입력노드에 대해 생성된 들로네 삼각망의 모습이다. 이것을 입력으로 하여 최소신장트리를 생성한 결과가 그림 11에 있다. 그림 11의 들로네삼각망 기반 최소신장트리의 길이는 그림 8의 단순 최소신장트리 길이와 동일하다. 그러나 동일한 길이라 할지라도 모든 경우에 두 개의 트리 토폴로지는 같지 않을 수 있다. 들로네 삼각망의 특징이 구성하는 삼각형이 정삼각형과 최대한 유사한 형태의 삼각형으로 구성된 삼각망을 형성하므로 유효한 스타이너 포인트를 생성할 확률이 높으므로, 들로네 삼각망을 활용하는 제안 방법이 트리길이 절감 측면에서 기존의 단순 방식보다 유리하다고 볼 수 있다. 그림 12는 제안된 방법으로 생성된 유클리드 스타이너 최소트리의 모습이다. 이 방법의 실행시간은 입력노드 수 N에 대하여 $O(N \log N)$ 이다.

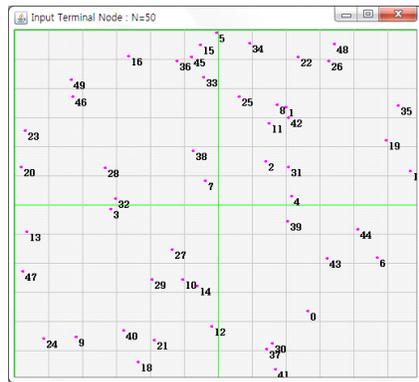


그림 6. 50개 입력노드
Fig.6 50 Input Terminal Nodes

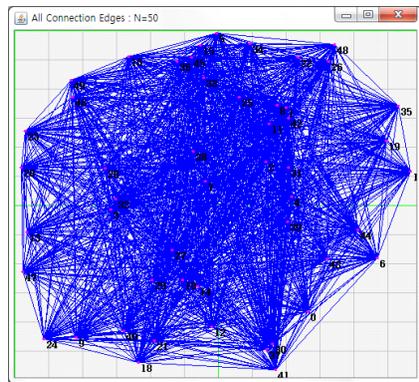


그림 7. 50개 입력노드의 완전연결
Fig.7 Complete Connection of 50 Input Nodes

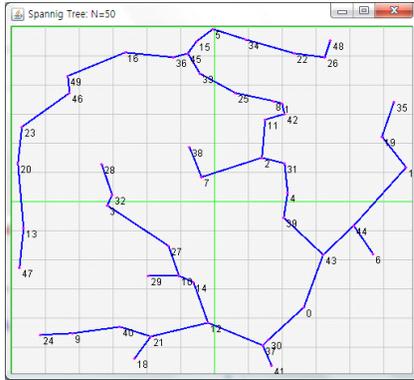


그림 8. 입력노드에 대한 Prim의 알고리즘 기반 유클리드 최소신장트리
Fig.8. Euclidean Minimum Spanning Tree based on Prim's Algorithm for Input Nodes

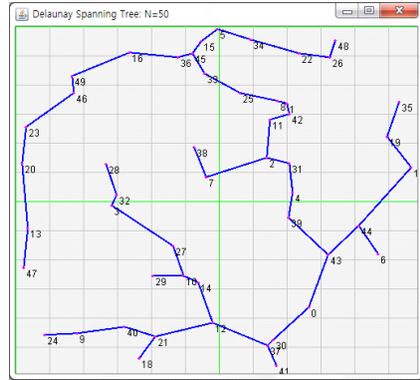


그림 11. 입력노드에 대한 들로네 삼각망 기반 유클리드 최소신장트리
Fig.11. Euclidean Minimum Spanning Tree based on Delaunay Triangulation for Input Nodes

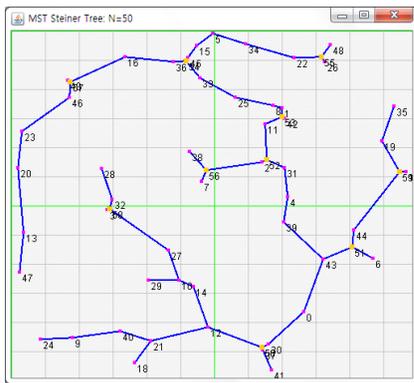


그림 9. 최소신장트리기반 유클리드 스타이너 최소트리
Fig.9. Euclidean Steiner Minimum Tree based on Minimum Spanning Tree for Input Nodes

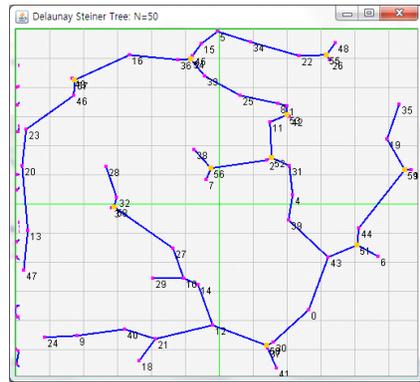


그림 12. 제안방법의 유클리드 스타이너최소트리
Fig.12. Proposed Euclidean Steiner Minimum Tree

IV. 실험 및 분석

실험에 사용된 인자는 입력 노드 수이고, 관찰 결과는 Prim의 최소신장트리를 이용한 방법[1], 최소신장트리를 이용한 스타이너 최소트리 방법[12], 그리고 본 논문에서 제안하는 들로네삼각망과 최소신장트리를 결합한 방법에 의해 생성되는 트리의 길이 및 실행시간이다. 실험의 목적은 본 논문에서 제안하는 방법이, 다항 적 시간 내에서 최적의 네트워크를 생성하는 최소신장트리 방법은 물론 기존 스타이너 최소트리보다 트리 길이를 단축함과 동시에 실행시간을 개선할 수 있음을 검증하는 것이다. 즉, 제안된 방법이 최소신장트리의 실행시간보다는 더 요구되지만, 트리 길이를 단축할 수 있고, 기존의 단축된 길이를 얻었던 스타이너최소트리 생성방법보다도 길이의 절감과 동시에 실행시간의 감소를 보이므로 한

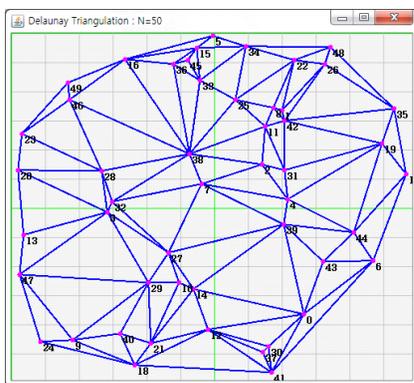


그림 10. 50개 입력노드의 들로네 삼각망
Fig.10. Delaunay Triangulation of 50 Input Nodes

다. 실험을 위해 무작위로 생성된 입력 노드의 수는 5000, 10000, 15000, 20000, 25000, 30000개이다. 최소신장트리 방법은 Prim의 최소신장트리 생성 알고리즘을 기반으로 생성되었으며, 기존의 스타이너 최소트리는 1차 최소신장트리에서 연속적인 경로 상에 있는 세 입력노드들을 활용해서 최종 스타이너 포인트를 생성하여 스타이너그래프를 구성하고 이것의 노드들과 선분을 입력으로 2차 최소신장트리를 생성하여, 최종적으로 불필요한 스타이너 포인트들과 선분들을 제거하여 완성하였다. 비교 방법들과 제안된 방법은 Intel 프로세서와 4기가 램의 32비트 윈도우즈 환경에서 Java로 구현하여 비교되었다.

그림 13은 입력 노드 수에 따라 생성된 유클리드 최소신장트리 방법(MST), 기존 유클리드 스타이너 최소트리방법(MST Steiner)과 본 논문에서 제안된 들로네삼각망과 최소신장트리를 결합한 스타이너 최소트리생성방법(Del. Steiner)에 의해 생성된 트리의 길이에 관한 결과이다. 입력 노드의 수가 증가할수록 모든 방법의 트리의 길이는 증가하고, 제안된 방법은 최소신장트리와의 비교하여 평균 2.05%의 트리 길이 절감율을 보였으며, 기존 스타이너 최소트리 생성방법에 비교해서도 평균 0.01%의 길이 감소율을 보였다. 이는 새로 제안된 방법이 길이 절감율에서 최소신장트리는 물론 기존 스타이너최소트리 방법에 비해서 우수함을 보인다고 판단할 수 있다.

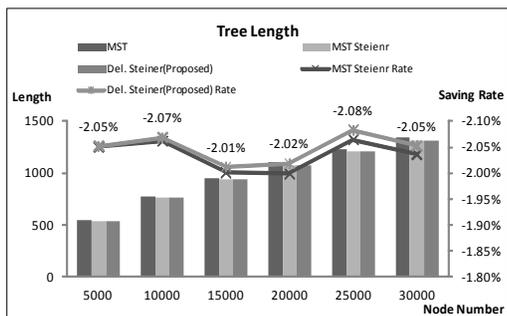


그림 13. 입력노드 수에 따른 생성된 트리 길이
Fig.13. Tree Length by Input Node Number

그림 14는 입력 노드 수에 따른, 각 트리 생성 소요시간을 나타낸다. 동일한 입력 노드 수에 대하여 기존 스타이너 최소트리 방법이 가장 많은 시간을 필요하였고, 제안된 방법이 그 다음을 요구하며 최소신장트리 방법이 가장 적은 생성시간이 소비된다. 본 논문에서 제안된 방법은 최소신장트리 방법에 비해 평균 138.21%의 추가시간을 요구했으나, 기존의 스타

이너 최소트리 생성 방법에 비해서는 평균 18.88%의 시간절감을 보였다.

따라서 본 논문에서 제안된 방법은 실행시간이 중요한 요인이 되지 않는 환경이나 응용에서, 연결비용 또는 트리길이가 중요한 요인이 되는 경우, 기존의 스타이너 트리 생성에 비해 비교적 빠른 실행시간으로 우수한 트리를 생성할 수 있다.

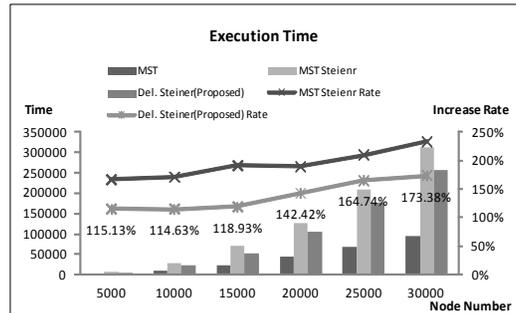


그림 14. 입력노드 수 변화에 따른 트리 생성 시간
Fig.14. Execution Time by Input Node Number for Tree Formation

V. 결론

본 논문에서 제안하는 들로네삼각망과 최소신장트리를 결합한 유클리드 스타이너 최소트리는 많은 입력노드들로 구성된 응용에서, 효과적으로 서로 연결하고 통신할 수 있는 방법을 제공할 수 있다. 이 방법은 기존의 스타이너 최소시간에 비해 평균 18.88%의 실행시간의 절감과 약간의 트리길이 절감을 보였다. 또한 단순 유클리드 최소신장트리와 비교해서는 평균 2.05%의 트리 길이의 절감을 보였다. 이는 들로네 삼각망이 정삼각형 근사 형태의 삼각형으로 구성하고, 이는 최종 스타이너 포인트 생성에 유리한 것으로 판단된다. 또한 이를 통해서 완전연결을 하지 않고도 유클리드 연결이 가능함으로 보인다. 따라서 제안된 방법은 트리의 길이를 감소시키는 것이 매우 중요한 응용에서 상대적으로 빠른 결과를 요구하는 목적에 잘 부합될 수 있을 것이다.

향 후 연구는, 들로네 삼각망과 관련 있는 보로노이 다이어그램(Voronoi Diagram)을 활용하여 스타이너 최소트리를 빠른 시간에 생성하는 방법에 대한 연구와 본 논문에서 제안한 방법을 가중치를 갖는 입력 노드의 적용하는 방법에 관한 것이다. 이러한 연구를 통해 본 논문에서 제안하는 방법보다 개선된 방법을 제시할 수 있고, 또한 다양한 응용에 적용 가능할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest and C. Stein, "Introduction to Algorithms," 2nd Ed., The MIT Press, pp.561-579, 2001.
- [2] http://en.wikipedia.org/wiki/Steiner_tree_problem, October, 2013.
- [3] F.K. Hwang, D.S. Richards and P. Winter, "The Steiner Tree Problem," Annals of Discrete Mathematics, Vol. 53, North-Holland, 1992.
- [4] http://en.wikipedia.org/wiki/Delaunay_triangulation, October, 2013.
- [5] B. Bell, "Steiner Minimal Tree Problem," <http://www.css.taylor.edu/~bbell/steiner/>, January 1999.
- [6] J. Kim, M. Cardei, I. Cardei and X. Jia, "A Polynomial Time Approximation Scheme for the Grade of Service Steiner Minimum Tree Problem," Algorithmica, Vol.42, pp.109-120, 2005.
- [7] M. Seo, D. Kim, "A Max-Min Ant Colony Optimization for Undirected Steiner Tree Problem in Graphs", Korean Management Science Review, Vol.26, No.1, pp.65-76, 2009.
- [8] S. Lee, "Elite Ant System for Solving Multicast Routing Problem," Journal of the Korea Society of Computer and Information, Vol.13, No.3, pp.147-152, 2008.
- [9] J. Kim, "The application of the combinatorial schemes for the layout design of Sensor Networks," Journal of the Institute of Electronics Engineers of Korea TC, Vol.45, No.7, pp.9-16, 2008.
- [10] G. Leach, "Improving Worst-Case Optimal Delaunay Triangulation Algorithms," 4th Canadian Conference on Computational Geometry, June 1992.
- [11] Y. Sung, G. Kim, "Delaunay Triangulation based Fingerprint Matching Algorithm using Quality Estimation and Minutiae Classification," Journal of Korea Multimedia Society, Vol.13, No.4, pp. 547-559, 2010.
- [12] I. Kim, "Fast Construction of Three Dimensional Steiner Minimum Tree Using PTAS," Journal of the Korea Society of Computer and Information, Vol. 17, No.7, pp.87-95, 2011.

저 자 소 개



김 인 범

1989: 서울대학교
컴퓨터공학과 공학사
1991: 서울대학교
컴퓨터공학과 공학석사
2007: 위스콘신주립대학-밀워키
컴퓨터공학과 공학박사
현 재: 김포대학교 인터넷정보과 교수
관심분야: 네트워크, 데이터베이스
Email : ibkim@kimpo.ac.kr